

Pere Pasqual - problemes pere.pasqual@upc.edu

Algebra multilinear } 4 capítols
Geometria Projectiva

1. AM: $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$
 $(x, y) \mapsto x_1 y_2 - x_2 y_1$
 (manc)

① LINEAL on un VARIABLES

no es lineal, però quasi!
 (si un variable pos constant a serien)

② 6-Projection

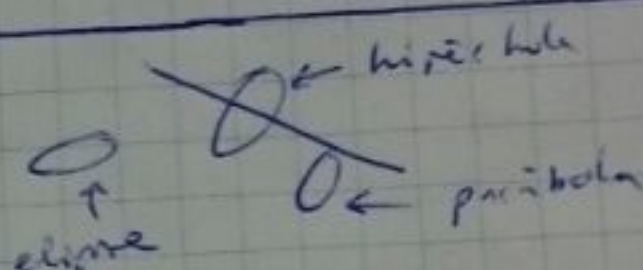
Ve d'altre que veiem en perspectiva

6 Estudiar alle invariant per projecció

- projecions i covariants
- punts infinit

No mètrica

TEMAO: Classificació de quàdratics
 FORMES QUADRÀTIQUES



1.1.1. polinomi homogeni de grau 1

reanomenem
 les K de constants, variables K -l.v., base e_1, \dots, e_n de E
 donat finalment

$$u = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$$

Definició: Una forma bilineal simètrica és una aplicació

$$\phi: E \times E \longrightarrow K$$

$$(u, v) \longmapsto \phi(u, v)$$

Fig.

- ① $\phi(u_1 + u_2, v) = \phi(u_1, v) + \phi(u_2, v)$
 - ② $\phi(\lambda u, v) = \lambda \phi(u, v)$
 - ③ $\phi(u, v) = \phi(v, u)$
- bilineal
- simètrica

Definició: La forma quadràtica associada a ϕ és

$$\begin{cases} q: E \longrightarrow K \\ u \longmapsto q(u) = \phi(u, u) \end{cases}$$

Conseqüència:

$$q(\lambda u) = \lambda^2 \phi(u, u) = \lambda^2 q(u)$$

Lema: $\phi(u, v) = \frac{1}{2} (q(u+v) - q(u) - q(v))$ característica $\neq 2$ (K)

Dem: fàcil que a partir de la f. bilineal podem
• O sigui, tenir una forma quadràtica i viceversa
↳ ③

Això en permet parlar de la matriu d'un forma bilineal.

en una base $B = \{e_1, \dots, e_n\} \Rightarrow a_{ij} = \phi(e_i, e_j) = \phi(e_j, e_i) = a_{ji}$

Obs: diferenciar amb el prod. esc:

$$\begin{aligned} u &= x_1 e_1 + \dots + x_n e_n \\ v &= y_1 e_1 + \dots + y_n e_n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi(u, v) &= \phi\left(\sum_i x_i e_i, \sum_j y_j e_j\right) = \sum_{i,j} x_i y_j \phi(e_i, e_j) = \\ &= \sum_{i,j} x_i y_j a_{ij} = x^T A y \end{aligned}$$