Pere Pasqual - problemes pere.pasqual@upc.edu

Àlgebra multilineal } 4 capítols
Geometria Projectiva

1. AM: $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$
$(x, y) \longmapsto x_1 y_2 - x_2 y_1$
(menor)

no és lineal, però quan (si una variable fos constant ho seria)

LINEAL en una VARIABLES

② G Projectiva
Veu allò que veiem en perspectiva
G Estudia allò invariant per projecció

} - projeccions: invariants
- punts infinit

No mètrica

TEMA 0: Classificació de quàdriques →

el·lipse, hipèrbola, paràbola

FORMES QUADRÀTIQUES

Idea: polinomi homogeni de grau 1
nombres del K de constants, variables E K-e.v. dim finita, base $e_1, \dots, e_n$ de E

$u = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$

Definició: Una forma bilineal simètrica és una aplicació

$$\phi: E \times E \longrightarrow K$$
$$(u, v) \longmapsto \phi(u, v)$$

t.q.:

- ① $\phi(u_1 + u_2, v) = \phi(u_1, v) + \phi(u_2, v)$
- ② $\phi(\lambda u, v) = \lambda \phi(u, v)$

} bilineal

- ③ $\phi(u, v) = \phi(v, u)$ → simètrica

Definició: La forma quadràtica associada a ϕ és

$$\left\{ \begin{array}{l} q_\phi : E \longrightarrow K \\ \quad u \longmapsto q_\phi(u) = \phi(u,u) \end{array} \right.$$

Conseqüència:

$$\underline{q_\phi(\lambda u) = \lambda^2 \phi(u,u) = \lambda^2 q(u)}$$

Lema: $\boxed{\phi(u,v) = \frac{1}{2}\left(q(u+v) - q(u) - q(v) \right)}$ característica $\neq 2$ (K)

Dem: fàcil

que a partir de la f. bilineal peguem

· o sigui tenir una forma quadràtica i viceversa $\hookrightarrow$ ☺

Això em permet parlar de la matriu d'una f. bilineal.

en una base $B = \{e_1, \dots, e_n\} \Rightarrow a_{ij} = \phi(e_i, e_j)$

$$= \phi(e_j, e_i) = a_{ji}$$

Obs: diferència amb el prod. esc.:

$u = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$

$v = y_1 e_1 + \dots + y_n e_n$

$$\phi(u,v) = \phi\left(\sum_i x_i e_i, \sum_j y_j e_j\right) = \sum_{i,j} x_i y_j \phi(e_i, e_j) =$$

$$= \sum_{i,j} x_i y_j a_{ij} = X^T A Y$$

14/09/2017