

Versuch 201

Das Dulong-Petitsche Gesetz

Nico Schaffrath

nico.schaffrath@tu-dortmund.de

Mira Arndt

mira.arndt@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.01.2020

Abgabe: 21.01.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| 1 Ziel | 3 |
| 2 Theorie | 3 |
| 2.1 spezifische Wärmekapazität und Atomwärme | 3 |
| 2.2 klassische Beschreibung | 3 |
| 2.3 quantenmechanische Beschreibung | 4 |
| 3 Durchführung | 4 |
| 4 Auswertung | 4 |
| 4.1 Bestimmung der Wärmekapazitäten | 5 |
| 4.1.1 Allgemein | 5 |
| 4.1.2 Kupfer | 5 |
| 4.1.3 Aluminium | 6 |
| 4.1.4 Graphit | 6 |
| 4.2 Berechnung der Molwärme | 7 |
| 4.2.1 Kupferprobe | 7 |
| 4.2.2 Aluminiumprobe | 7 |
| 4.2.3 Graphitprobe | 8 |
| 5 Diskussion | 8 |
| 6 Anhang | 9 |
| Literatur | 11 |

1 Ziel

Bei diesem Versuch sollen die spezifischen Wärmekapazitäten von drei unterschiedlichen Stoffen gemessen werden. Durch den Zusammenhang zur Atomwärme soll beurteilt werden, ob die Bewegung der Atome in einem Festkörper quantenmechanisch beschrieben werden muss, oder ob eine klassische Betrachtung ausreicht.

2 Theorie

2.1 spezifische Wärmekapazität und Atomwärme

Unter der Atomwärme C eines bestimmten Stoffes versteht man eine bestimmte Wärmemenge dQ , die erforderlich ist, um ein Mol des Stoffes um dT zu erwärmen. Da die Wärmemenge eine Form der Energie darstellt, gilt $dQ = dU$, wobei U der inneren Energie eines Mols des Stoffes entspricht.

Bezieht sich nun diese Größe auf die Masse des Stoffes, so ergibt sich die spezifische Wärmekapazität c .

Da beide Größen von den äußeren Bedingungen der Wärmezufuhr abhängen wird zwischen der Atomwärme und spezifischen Wärmekapazität bei gleichem Volumen

$$C_V = \frac{dQ}{dT} \Big|_V = \frac{dU}{dT} \Big|_V \quad (1)$$

$$c_V = \frac{dQ}{m \cdot dT} \Big|_V = \frac{dU}{m \cdot dT} \Big|_V \quad (2)$$

und gleichem Druck

$$C_P = \frac{dQ}{dT} \Big|_P = \frac{dU}{dT} \Big|_P \quad (3)$$

$$c_P = \frac{dQ}{m \cdot dT} \Big|_P = \frac{dU}{m \cdot dT} \Big|_P \quad (4)$$

unterschieden. Zwischen C_V und C_P besteht außerdem der Zusammenhang

$$C_P - C_V = 9\alpha^2 \kappa V_0 T, \quad (5)$$

wobei α einem linearen Ausgleichskoeffizient, κ dem Kompressionsmodul und V_0 dem Molvolumen entspricht.

2.2 klassische Beschreibung

Die über einen Zeitraum τ gemittelte innere Energie eines Atoms beträgt

$$\langle u \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u(t) dt = \langle E_{kin} \rangle + \langle E_{pot} \rangle. \quad (6)$$

befindet sich das Atom in einem Festkörper, so kann es dort nur Schwingungen um eine Gleichgewichtslage ausführen, da es durch Gitterkräfte gebunden ist. Es wird angenommen, dass es sich bei der Schwingung um eine harmonische handelt, weshalb der Zusammenhang

$$\langle E_{kin} \rangle = \langle E_{pot} \rangle \quad (7)$$

gilt. Aus dem Äquipartitionstheorem folgt

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{1}{2}kT, \quad (8)$$

pro Bewegungsfreiheitsgrad, wobei k der Boltzmannschen Konstante entspricht und T die äußere Temperatur angibt. Da ein Atom im Festkörper in drei senkrecht aufeinander liegende Richtungen schwingen kann gilt

$$\langle u \rangle = 2\langle E_{kin} \rangle = 3kT. \quad (9)$$

Wird nun statt eines Atoms ein Mol des Stoffes betrachtet so ändert sich 9 zu

$$\langle U \rangle = 2\langle E_{kin} \rangle = 3RT \quad (10)$$

mit R als allgemeine Gaskonstante. Aus Gleichung 1 folgt nun das Dulong-Petitsche Gesetz

$$C_V = 3R. \quad (11)$$

2.3 quantenmechanische Beschreibung

3 Durchführung

4 Auswertung

Bevor die spezifische Wärmekapazität der Proben untersucht werden kann, muss zunächst das Produkt aus spezifische Wärmekapazität c_g und Masse m_g des Dewargefäßes bestimmt werden. Dieses ergibt sich, wenn die abgegebene Wärme

$$Q_{erhitzt} = c_W m_{W,heiss} (T_{erhitzt} - T_{vermischt}) \quad (12)$$

des erhitzten Wassers mit der aufgenommenen Wärme

$$Q_{kalt} + Q_{Wand} = (c_W m_{W,kalt} + c_g m_g) (T_{vermischt} - T_{kalt}) \quad (13)$$

des kalten Wassers und der Wand des Dewargefäßes gleichgesetzt und nach $c_g m_g$ aufgelöst wird. Werden zur Berechnung die in Tabelle 1 aufgeführten Werte verwendet und der Wert der spezifischen Wärmekapazität des Wassers als $c_W = 4,18 \text{ J/K}$ (ZITAT), ergibt sich

$$c_g m_g = 399,35 \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (14)$$

| $m_{Wasser,1}$ / g | $m_{Wasser,2}$ / g | T_{kalt} / K | T_{heiss} / K | $T_{vermischt}$ / K |
|--------------------|--------------------|----------------|-----------------|---------------------|
| 287,58 | 273,24 | 294,95 | 353,15 | 320,45 |

Tabelle 1: Messwerte zur Bestimmung von $c_g m_g$

als gesuchter Wert.

Nun kann mithilfe dieser Größe die spezifische Wärmekapazität der einzelnen Proben untersucht werden.

4.1 Bestimmung der Wärmekapazitäten

4.1.1 Allgemein

Um die spezifische Wärmekapazität einer Probe zu erhalten, müssen die beiden Gleichungen (VERWEIS) gleichgesetzt und nach c_{Probe} umgestellt werden. In die dabei erhaltene Gleichung

$$c_{Probe} = \frac{(c_W m_W + c_g m_g)(T_{vermischt} - T_W)}{m_{Probe}(T_{Probe} - T_{vermischt})} \quad (15)$$

können die aufgenommenen Messwerte eingesetzt werden. Weiterhin soll die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (16)$$

zur Berechnung des Mittelwerts und

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (17)$$

zur Berechnung des Standardfehler des Mittelwerts verwendet werden.

4.1.2 Kupfer

Für die drei Messungen ergeben sich mithilfe der in Tabelle 2 aufgeführten Werte und der Gleichung 15 die Werte

$$\begin{aligned} c_{Cu,1} &= 0,44 \frac{\text{J}}{\text{g K}} \\ c_{Cu,2} &= 0,42 \frac{\text{J}}{\text{g K}} \\ c_{Cu,3} &= 0,42 \frac{\text{J}}{\text{g K}} \end{aligned} \quad (18)$$

$$(19)$$

für die spezifische Wärmekapazität von Kupfer. Weiterhin ergibt sich über die Gleichungen 16 und 17 der Wert $c_{Cu} = (0,427 \pm 0,006) \text{ J/K}$.

| Messung | m_{Wasser} / g | m_{Probe} / g | T_{Wasser} / K | T_{Probe} / K | $T_{vermischt}$ / K |
|---------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|---------------------|
| 1 | 557,39 | 235,46 | 295,85 | 358,75 | 298,15 |
| 2 | 564,51 | 235,46 | 294,85 | 358,75 | 297,05 |
| 3 | 491,41 | 235,46 | 294,45 | 358,85 | 296,95 |

Tabelle 2: Messwerte zur Bestimmung von c_{Cu}

4.1.3 Aluminium

Für die drei Messungen ergeben sich mithilfe der in Tabelle 3 aufgeführten Werte und der Gleichung 15 die Werte

$$c_{Al,1} = 0,90 \frac{\text{J}}{\text{gK}}$$

$$c_{Al,2} = 0,98 \frac{\text{J}}{\text{gK}}$$

$$c_{Al,3} = 0,87 \frac{\text{J}}{\text{gK}}$$
(20)

für die spezifische Wärmekapazität von Aluminium. Weiterhin ergibt sich über die Gleichungen 16 und 17 der Wert $c_{Al} = (0,917 \pm 0,027) \text{ J/K}$.

| Messung | m_{Wasser} / g | m_{Probe} / g | T_{Wasser} / K | T_{Probe} / K | $T_{vermischt}$ / K |
|---------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|---------------------|
| 1 | 565,68 | 111,27 | 295,35 | 358,55 | 297,55 |
| 2 | 573,10 | 111,27 | 294,95 | 358,65 | 297,35 |
| 3 | 528,57 | 111,27 | 294,75 | 358,75 | 297,05 |

Tabelle 3: Messwerte zur Bestimmung von c_{Al}

4.1.4 Graphit

Für die drei Messungen ergeben sich mithilfe der in Tabelle 4 aufgeführten Werte und der Gleichung 15 die Werte

$$c_{Graphit,1} = 0,690 \frac{\text{J}}{\text{gK}}$$
(21)

(22)

für die spezifische Wärmekapazität von Graphit.

| Messung | m_{Wasser} / g | m_{Probe} / g | T_{Wasser} / K | T_{Probe} / K | $T_{vermischt}$ / K |
|---------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|---------------------|
| 1 | 534,30 | 105,85 | 294,85 | 358,25 | 296,55 |

Tabelle 4: Messwerte zur Bestimmung von $c_{Graphit}$

4.2 Berechnung der Molwärme

4.2.1 Kupferprobe

Mithilfe der Gleichungen ?? und

$$C_P = Mc_K, \quad (23)$$

den zuvor berechneten Werten für die spezifischen Wärmekapazitäten der einzelnen Proben, den gemessenen Temperaturen $T_{vermischt}$ und den vorgegebenen Werten für α und κ [1], lassen sich nun die Molwärmen berechnen. Mit den Werten 25 ergeben sich somit

$$\begin{aligned} C_{V,Cu,1} &= 27,21 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \\ C_{V,Cu,2} &= 25,94 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \\ C_{V,Cu,3} &= 25,94 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}, \end{aligned} \quad (24)$$

(25)

welche nun über Gleichung 16 und 17 gemittelt werden können. Folglich ergibt sich

$$C_{V,Cu} = 26,36 \pm 0,43 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \quad (26)$$

als Molwärme $C_{V,Cu}$ für Kupfer.

4.2.2 Aluminiumprobe

Über ein analoges Vorgehen, wie bei Kupferprobe lässt sich auch hier die Molwärme berechnen. Mit dem Wert 28 ergeben sich somit

$$\begin{aligned} C_{V,Al,1} &= 23,19 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \\ C_{V,Al,2} &= 25,35 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \\ C_{V,Al,3} &= 22,38 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}, \end{aligned} \quad (27)$$

(28)

welche nun über Gleichung 16 und 17 gemittelt werden können. Folglich ergibt sich

$$C_{V,Al} = 23,64 \pm 0,80 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \quad (29)$$

als Molwärme $C_{V,Al}$ für Aluminium.

4.2.3 Graphitprobe

Über ein analoges Vorgehen, wie bei Kupferprobe lässt sich auch hier die Molwärme berechnen. Mit dem Wert 22 ergibt sich somit

$$C_{V,Graphit} = 8,25 \pm 0,69 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \quad (30)$$

als Molwärme für Graphit.

5 Diskussion

Es fällt auf, dass die errechneten Werte für die spezifischen Wärmekapazitäten der Proben Aluminium und Graphit nur geringfügig von ihren jeweiligen Literaturwerten abweichen. Der errechnete Wert für die spezifische Wärmekapazität von Kupfer weicht mit 10,91 % etwas weiter von ihrem Literaturwert ab, ist jedoch trotzdem akzeptabel. Die Abweichungen aller Werte lassen sich wohl möglich darauf zurückführen, dass die Genauigkeit der aufgenommenen Messwerte in Frage zu stellen ist. Beispielweise wurde vernachlässigt, dass der Körper bereits beim Übersetzen vom erhitzten Wasser ins Dewargefäß ein wenig Wärme verloren hat oder auch, dass die Probe sobald sie sich im Dewargefäß befindet auch ein wenig Wärme an ihre Umgebung abgegeben hat. Die errechneten Werte für die Molwärmen mithilfe der Kupfer- und Aluminiumprobe liegen sehr nah an dem vom Dulong-Petitschen Gesetz beschriebenen Wert und scheinen somit die Gültigkeit der klassischen Beschreibung zu bestätigen. Im Gegensatz dazu weicht der errechnete Wert für die Molwärme mithilfe der Graphitprobe um knapp 67 % vom dem Literaturwert ab. Diese Abweichung kann nicht auf Messungenauigkeiten zurückgeführt werden, da der errechnete Wert für die spezifische Wärmekapazität von Graphit sehr nah am dem zugehörigen Theoriewert liegt. Folglich kann der in diesem Teil bestimmte Wert nicht als Bestätigung der klassischen Beschreibung angesehen werden, was bedeutet, dass an dieser Stelle eine quantenmechanische Betrachtung notwendig ist.

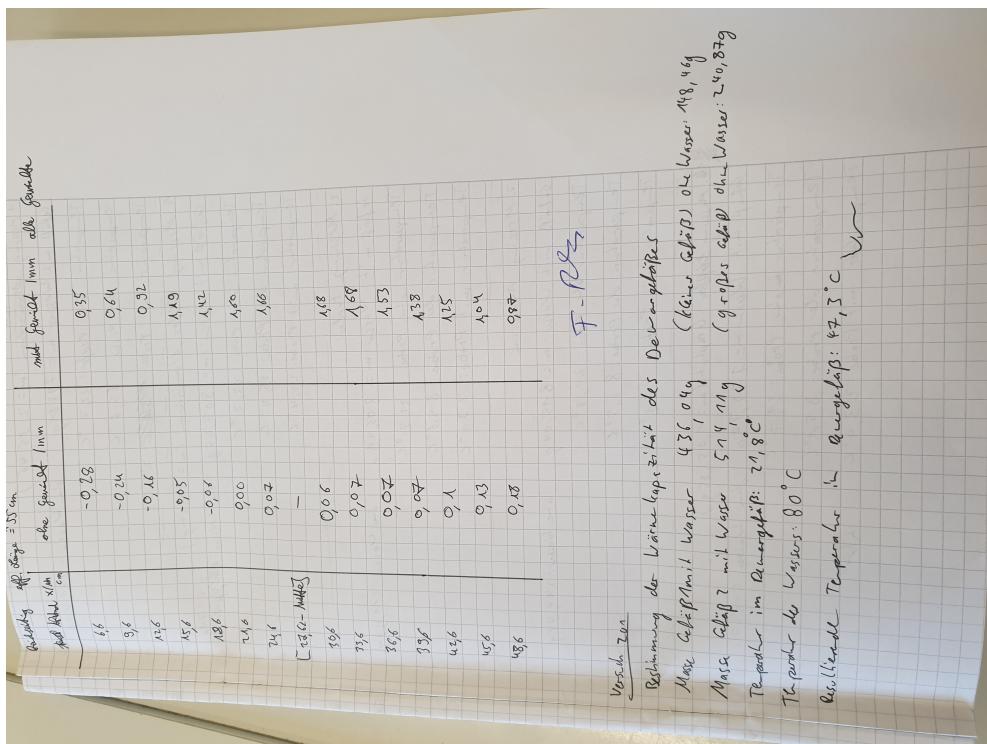
| Probe | $c_{\text{Probe}} / \text{J/(g K)}$ | $c_{\text{Literaturwert}}[6] / \text{J/(g K)}$ | Prozentualer Fehler / % |
|-----------|-------------------------------------|--|-------------------------|
| Kupfer | 0,427 | 0,385 | 10,91 |
| Aluminium | 0,917 | 0,897 | 2,23 |
| Graphit | 0,690 | 0,710 | -2,82 |

Tabelle 5: Aufführung der Werte für die spezifische Wärmekapazitäten

| Probe | $C_{V, \text{Probe}} / \text{J}/(\text{mol K})$ | $C_{V, \text{Literaturwert}} [6], / \text{J}/(\text{mol K})$ | Prozentualer Fehler / % |
|-----------|---|--|-------------------------|
| Kupfer | 26,36 | 24,9 | 5,86 |
| Aluminium | 23,64 | 24,9 | -5,06 |
| Graphit | 8,250 | 24,9 | -66,86 |

Tabelle 6: Aufführung der Werte für die gemessene und errechnete Molwärme

6 Anhang



| | |
|--|--------------------------------------|
| 1. Messung Graphit | $m = 2,7546 \text{ g}$ |
| Gefäß mit Wasser: $m = 731,419 \text{ g}$ | ohne Wasser: $m = 724,064 \text{ g}$ |
| Temperatur der Probe: $21,3^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur der Probe: $85,7^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur mit Probe: $23,8^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur mit Probe: 25°C | |
| 2. Messung Graphits Aluminium | $m = 1,0122 \text{ g}$ |
| Gefäß mit Wasser: $m = 807,458 \text{ g}$ | ohne Wasser: $m = 797,727 \text{ g}$ |
| Temperatur der Probe: $22,7^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur der Probe: $85,9^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur mit Probe: $24,4^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur mit Probe: 25°C | |
| 3. Messung Aluminium | |
| Gefäß mit Wasser: $m = 703,049 \text{ g}$ | ohne Wasser: $m = 741,757 \text{ g}$ |
| Temperatur der Probe: $21,6^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur der Probe: $85,6^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur mit Probe: $23,9^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur mit Probe: 25°C | |
| 4. Messung Kupfer | |
| Gefäß mit Wasser: $m = 806,469 \text{ g}$ | ohne Wasser: $m = 791,987 \text{ g}$ |
| Temperatur der Probe: $21,7^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur der Probe: $85,6^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur mit Probe: $23,9^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur mit Probe: 25°C | |
| 5. Messung Aluminiuum | |
| Gefäß mit Wasser: $m = 815,049 \text{ g}$ | ohne Wasser: $m = 794,947 \text{ g}$ |
| Temperatur der Probe: $21,8^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur der Probe: $85,5^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur mit Probe: $24,1^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur mit Probe: 25°C | |

| | |
|--|--------------------------------------|
| 3. Messung Kupfer | $m = 815,049 \text{ g}$ |
| Gefäß mit Wasser: $m = 815,049 \text{ g}$ | ohne Wasser: $m = 794,947 \text{ g}$ |
| Temperatur der Probe: $21,8^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur der Probe: $85,5^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur mit Probe: $24,1^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur mit Probe: 25°C | |
| 4. Messung Aluminium | |
| Gefäß mit Wasser: $m = 775,779 \text{ g}$ | ohne Wasser: $m = 749,424 \text{ g}$ |
| Temperatur der Probe: $21,7^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur der Probe: $85,1^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur mit Probe: $23,4^\circ\text{C}$ | |
| Temperatur mit Probe: 25°C | |

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Das Dulong-Petitsche Gesetz*.
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u.a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [6] Horst Stöcker. *Taschenbuch der Physik: Formeln, Tabellen, Übersichten*. Harri Deutsch Verlag, 2004.