

Versuch 201

## **Das Dulong-Petitsche Gesetz**

Nico Schaffrath

nico.schaffrath@tu-dortmund.de

Mira Arndt

mira.arndt@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.01.2020

Abgabe: 21.01.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Ziel</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	spezifische Wärmekapazität und Atomwärme . . . . .	3
2.2	klassische Beschreibung . . . . .	4
2.3	quantenmechanische Beschreibung . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>5</b>
<b>6</b>	<b>Anhang</b>	<b>5</b>
	<b>Literatur</b>	<b>5</b>

# 1 Ziel

Bei diesem Versuch sollen die spezifischen Wärmekapazitäten von drei unterschiedlichen Stoffen gemessen werden. Durch den Zusammenhang zur Atomwärme soll beurteilt werden, ob die Bewegung der Atome in einem Festkörper quantenmechanisch beschrieben werden muss, oder ob eine klassische Betrachtung ausreicht.

## 2 Theorie

### 2.1 spezifische Wärmekapazität und Atomwärme

Unter der Atomwärme  $C$  eines bestimmten Stoffes versteht man eine bestimmte Wärmemenge  $dQ$ , die erforderlich ist, um ein Mol des Stoffes um  $dT$  zu erwärmen. Da die Wärmemenge eine Form der Energie darstellt, gilt  $dQ = dU$ , wobei  $U$  der inneren Energie eines Mols des Stoffes entspricht.

Bezieht sich nun diese Größe auf die Masse des Stoffes, so ergibt sich die spezifische Wärmekapazität  $c$  mit

$$\Delta Q = mc\Delta T. \quad (1)$$

Da beide Größen von den äußeren Bedingungen der Wärmezufuhr abhängen wird zwischen der Atomwärme und spezifischen Wärmekapazität bei gleichem Volumen

$$C_V = \left. \frac{dQ}{dT} \right|_V = \left. \frac{dU}{dT} \right|_V \quad (2)$$

$$c_V = \left. \frac{dQ}{m \cdot dT} \right|_V = \left. \frac{dU}{m \cdot dT} \right|_V \quad (3)$$

und gleichem Druck

$$C_P = \left. \frac{dQ}{dT} \right|_P = \left. \frac{dU}{dT} \right|_P \quad (4)$$

$$c_P = \left. \frac{dQ}{m \cdot dT} \right|_P = \left. \frac{dU}{m \cdot dT} \right|_P \quad (5)$$

unterschieden. Zwischen  $C_V$  und  $C_P$  besteht außerdem der Zusammenhang

$$C_P - C_V = 9\alpha^2 \kappa V_0 T, \quad (6)$$

wobei  $\alpha$  einem linearen Ausdehnungskoeffizient,  $\kappa$  dem Kompressionsmodul und  $V_0$  dem Molvolumen entspricht.

## 2.2 klassische Beschreibung

Die über einen Zeitraum  $\tau$  gemittelte innere Energie eines Atoms beträgt

$$\langle u \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u(t) dt = \langle E_{kin} \rangle + \langle E_{pot} \rangle. \quad (7)$$

befindet sich das Atom in einem Festkörper, so kann es dort nur Schwinungen um eine Gleichgewichtslage ausführen, da es durch Gitterkräfte gebunden ist. Es wird angenommen, dass es sich bei der Schwingung um eine harmonische handelt, weshalb der Zusammenhang

$$\langle E_{kin} \rangle = \langle E_{pot} \rangle \quad (8)$$

gilt. Aus dem Äquipartitionstheorem folgt

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{1}{2} kT, \quad (9)$$

pro Bewegungsfreiheitsgrad, wobei  $k$  der Boltzmannschen Konstante entspricht und  $T$  die äußere Temperatur angibt. Da ein Atom im Festkörper in drei senkrecht aufeinander liegende Richtungen schwingen kann gilt

$$\langle u \rangle = 2\langle E_{kin} \rangle = 3kT. \quad (10)$$

Wird nun statt eines Atoms ein Mol des Stoffes betrachtet so ändert sich 10 zu

$$\langle U \rangle = 2\langle E_{kin} \rangle = 3RT \quad (11)$$

mit  $R$  als allgemeine Gaskonstante. Aus Gleichung 2 folgt nun das Dulong-Petitsche Gesetz

$$C_V = 3R. \quad (12)$$

## 2.3 quantenmechanische Beschreibung

Im Gegensatz zum Dulong-Petitschen Gesetz wurde beobachtet, dass die Atomwärme eines Stoffes bei hinreichend tiefen Temperaturen beliebig klein werden. Außerdem erreichen manche Stoffe mit geringem Atomgewicht den Wert  $C_V = 3R$  erst bei sehr hohen Temperaturen von teilweise über 1000 °C. Diese Effekte lassen sich durch eine quantenmechanische Beschreibung erklären. Dabei wird davon ausgegangen, dass die mittlere Energie  $\langle E_{qu} \rangle$  eines Atoms nicht mehr linear von  $T$  abhängt. Stattdessen gilt der Zusammenhang

$$\langle u_{qu} \rangle = \frac{\hbar\omega}{\exp(\frac{\hbar\omega}{kT}) - 1} \quad (13)$$

für einen Freiheitsgrad. Für ein Mol des Stoffes ergibt sich

$$\langle U_{qu} \rangle = \frac{3N_L \hbar \omega}{\exp(\frac{\hbar \omega}{kT}) - 1}, \quad (14)$$

wobei  $N_L$  der Anzahl von Atomen in einem Mol des Stoffes entspricht. Für hohe Temperaturen nähert sich  $\langle U_{qu} \rangle$  dem klassischen Wert  $3RT$  an, für die meisten Stoffe ist dies bereits bei Zimmertemperatur erreicht.

### 3 Durchführung

Um die spezifischen Wärmekapazitäten zu messen wird ein Dewargefäß verwendet. Für eine möglichst exakte Auswertung wird also zunächst  $c_g m_g$  des Dewargefäßes bestimmt. Dazu werden zunächst ca 300 ml Wasser in das Gefäß gefüllt und anschließend die Temperatur gemessen. Weitere ca 300 ml werden erhitzt und ins Gefäß gegeben. Nachdem sich eine konstante Temperatur eingestellt hat wird diese gemessen. Aus den gemessenen Größen der Mssen und Temperaturen lässt sich nun  $c_g m_g$  berechnen.

Da die Wärmekapazität des Dewargefäßes von seiner Füllhöhe abhängt werden bei den folgenden Messungen auch jeweils ca 600 ml verwendet. Es werden Kupfer, Aluminium (mit jeweils 3 Messungen) und Graphit (Mit einer Messung) untersucht. Zunächst werden die Proben gewogen und anschließend auf einer Heizplatte in einem Wasserbad erhitzt. Gleichzeitig werden jeweils ca 600 ml Wasser in das Dewargefäß gegeben, dessen Masse bestimmt und die Temperatur im Gefäß gemessen. Nun wird die Probe mit in das Dewargefäß gegeben und leicht umgerührt. Nachdem sich eine konstante Temperatur eingestellt hat wird auch diese gemessen.

### 4 Auswertung

### 5 Diskussion

### 6 Anhang

#### Literatur

- [1] TU Dortmund. *Das Dulong-Petitsche Gesetz*.
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.

- [5] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.