Versuch 353

Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises

Nico Schaffrath
nico.schaffrath@tu-dortmund.de

Mira Arndt
mira.arndt@tu-dortmund.de

Durchführung: 3.12.2019

Abgabe: 10.12.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel

Bei diesem Versuch werden die Relaxationserscheinungen einses RC-Kreises untersucht. Es soll die Zeitkonstante des RC-Gliedes bestimmt, die Abhängigkeit der Amplitude der Kondensatorspannung von der Generatorfrequenz untersucht und die Phasenverschiebung zwischen Generator- und Kondensatorspannung in Abhängigkeit der Frequenz gemessen werden. Anschließend soll nachgewiesen werden, dass ein RC-Kreis unter bestimmten Voraussetzungen, die in der Theorie (REFERENZ) hergeleitet werden, als Integrator dienen kann.

2 Theorie

2.1 Allgemeine Realaxionsgleichung

Bei einem System, dass nicht-oszillatorisch in seinen Ausgangszustand zurückkehrt treten Relaxationserscheinungen auf. Dabei gilt meist der Zusammenhang

$$\frac{dA}{dt} = c[A(t) - A(\infty)], \tag{1}$$

wobei A die sich ändernde physikalische Größe ist. Die Integration dieser Gleichung führt auf die Allgemeine Relaxationsgleichung

$$A(t) = A(\infty) + [A(0) - A(\infty)]e^{ct}. \tag{2}$$

Ist c negativ, und A somit beschränkt, können mit dieser Formel alle Relaxationsvorgänge beschrieben werden.

2.2 Entladevorgang eines RC-Kreises

Ein mit Ladung Q geladener Kondensator erzeugt eine Kindensatorspannung U_C, die einen Strom I bedingt. Mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes lässt sich die zeitliche Änderung von Q also als

$$\frac{\mathrm{d}\,Q}{\mathrm{dt}} = -\frac{1}{RC}\,Q(t) \tag{3}$$

schreiben. Mit dem Zusammenhang $Q(\infty) = 0$ wird Gleichung 2 zu

$$Q(t) = Q(0)\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} \tag{4}$$

Die Zeitkonstante RC gibt dabei an, wie schnell Q seinen Endzustand $Q(\infty)$ erreicht. Nach $\mathit{\Delta} t = RC$ ändert sich die Ladung Q um

$$\frac{Q(RC)}{Q(0)} = \frac{1}{\mathrm{e}}, \tag{5}$$

und dem entsprechend auch

$$\frac{U_C(RC)}{U_C(0)} = \frac{1}{\mathrm{e}}. \tag{6}$$

2.3 Frequenzabhängigkeiten der Phasenverschiebung und der Amplitude beim Kondensator

Ein RC-Kreis, der mit Wechselspannung betrieben wird, kann mit einem mechanischem System verglichen werden, bei welchem Relaxationsphänomene duch periodische Auslenkung aus der Gleichgewichtslage auftreten. Die anliegende äußere Spannung U hat also die Form

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t). \tag{7}$$

Die Kondensatorspannung U_C ist phasenverschoben zu U und hat die Form

$$U_C(t) = A(\omega) \cos(\omega t + \phi(\omega)), \tag{8}$$

wobei sowohl die Amplitude A als auch die Phasenverschiebung ϕ von ω abhängt, also Frequenzabhängig ist. Nach dem zweiten Kirchhoffschen Gesetz lassen sich die Spannungen im Stromkreis durch

$$U_0 \cos(\omega t) = -A\omega RC \sin(\omega t + \phi) + A\cos(\omega t + \phi) \tag{9}$$

in Zusammenhang setzen. Mit Hilfe dieser Gleichung und der Überlegung, dass sie zu allen Zeiten erfüllt sein muss kann die Phasenverschiebung duch

$$\phi(\omega) = \arctan(-\omega RC) \tag{10}$$

beschrieben werden. Duch den Zusammenhang $\omega{=}1/RC$ ergibt sich außerdem die Amplitude als

$$A(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}. \tag{11}$$

Es ist zu erkennen, dass für $\omega \to 0$ die Phasenverschiebung ϕ verschwindet und A sich U_0 annähert. Für $\omega \to \infty$ nähert sich ϕ $\pi/2$ an und A geht gegen 0.

Bei diesem Versuch wird die Phasenverschiebung ϕ über die Größen a und b bestimmt, wobei b die Periodendauer einer Schwingung und a die Verrückung zweier Spannungen bei einem Zweikanaloszillographen ist.

$$\phi = \frac{a}{b} \cdot 2\pi \tag{12}$$

2.4 Ein RC-Kreis als Integrierglied

Ein RC-Kreis kann auch als Integrator für die Wechselspannung $U(t)$ dienen. Gleichung 9 kann auch als

$$U(t) = RC \frac{\mathrm{d}\, U_C}{\mathrm{dt}} + U_C(t) \tag{13}$$

geschrieben werden. Unter der Vorraussetzung $\omega \gg 1/RC$ ergibt sich dann

$$U(t) = RC \frac{\mathrm{d}\, U_C}{\mathrm{dt}} \iff U_C = \frac{1}{RC} \int_0^t U(t')\, \mathrm{d}t' \tag{14}$$

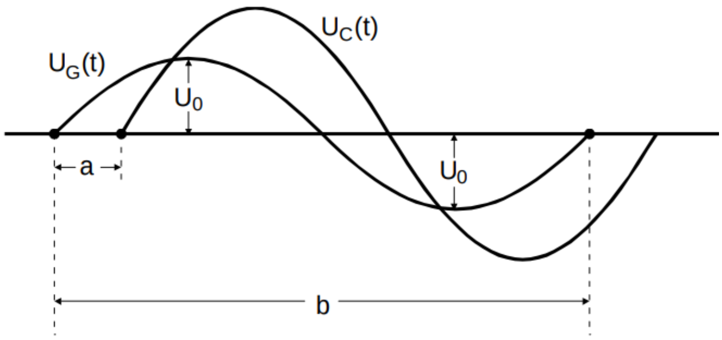

Abbildung 1: Die Größen a und b bei $U_G(t)$ und $U_C(t)$ [1]

3 Durchführung

3.1 Entladevorgang des RC-Kreises und Bestimmung der Zeitkonstanten

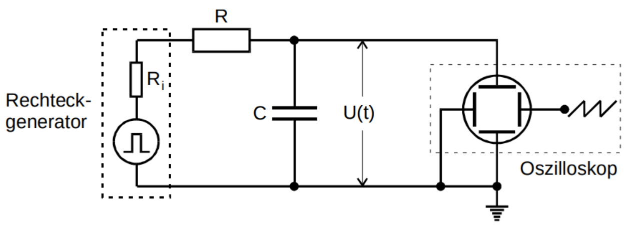

Abbildung 2: Messung des Entladevorgangs eines RC-Gliedes [1]

Um den Entladevorgang des RC-Gliedes mit Wert 1 zu untersuchen, wird die Spannung am Kondensator mit Hilfe eines Oszilloskopes beobachtet. An das RC-Glied wird ein Generator angeschlossen, welcher eine Rechteckspannung mit einer Amplitude von $U_0 = 4{,}8\,\text{V}$ erzeugt. Sobald der Kondensator voll aufgeladen ist und die Spannung auf null springt, beginnt die Entladung des Kondensators. Der Vorgang endet, wenn die Spannung wieder $U = U_0 = 4{,}8\,\text{V}$ beträgt. Der Entladevorgang kann also nicht vollständig aufgezeichnet werden, das Oszilloskop zeigt jedoch einen entsprechenden Ausschnitt (REFERENZ BILD) mit dem sich die Zeitkonstante RC bestimmen lässt.

3.2 Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung und der Amplitude beim Kondensator

Der Aufbau entspricht dem von 3.1 wobei hier zusätzlich die Spannung U des Generators auf dem zweiten Kanal des Oszillographen angezeigt wird und somit mit der Spannung U_C des Kondensators verglichen werden kann. Außerdem liegt nun keine Rechteckspannung, sondern eine Sinusspannung mit $U_0 = 5\,\text{V}$ vor. Die Phasenverschiebung ϕ zwischen U und U_C und die Amplitude von U_C werden nun gleichzeitig untersucht. Dafür wird die Frequenz ω der Generatorspannung U von $10\,\text{Hz}$ bis $10\,000\,\text{Hz}$ hochgeregelt und 21 Messwerte ins Messheft aufgenommen.

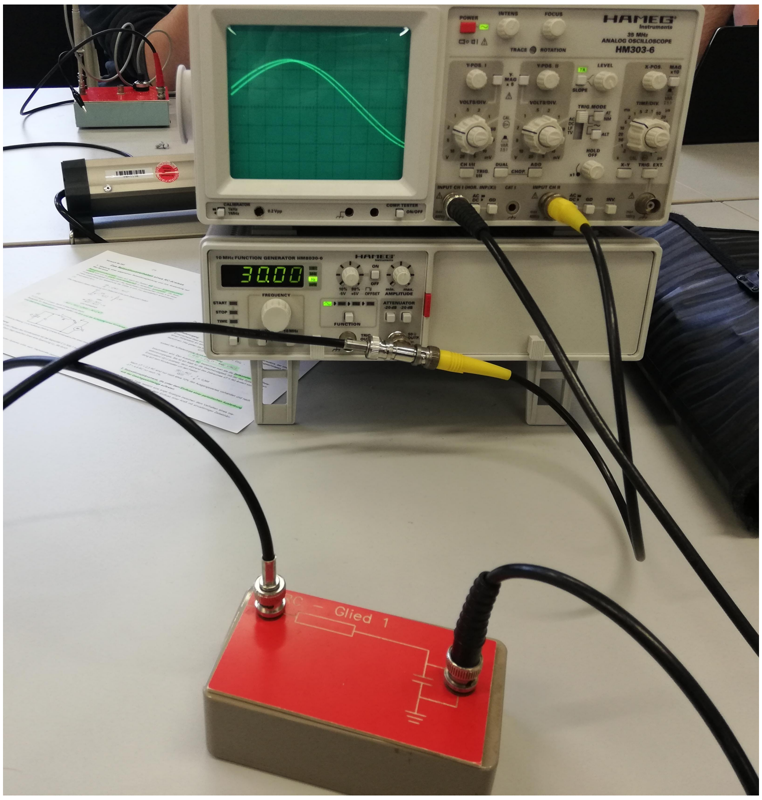

Abbildung 3: Aufbau zur Messung der Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung und der Amplitude beim Kondensator

3.3 Integrierfunktion des RC-Kreises

Es wird der gleiche Aufbau wie bei verwendet. Nach der Bedingung $\omega \gg 1/RC$ wird eine Frequenz von $\omega = 45\,\text{kHz}$ gewählt. Anschließend soll die zu integrierende und integrierte Spannung auf dem Zweikanaloszilloskop bei einer Rechteck-, Sinus- und Dreieckspannung dargestellt werden. Die Amplitude der Generatorspannung U ist hierbei $5\,\text{V}$.

4 Auswertung

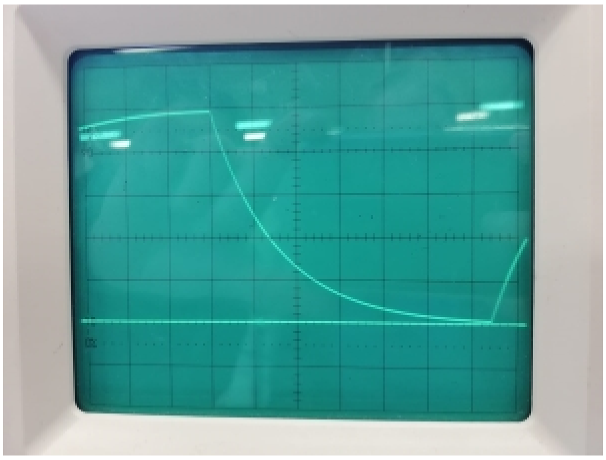

Abbildung 4: TEXT

Siehe **??**!

Messung	U_G / V	U_C / V	*Frequenz* / Hz	a / ms	b / ms	*Phase*
1	5	4.9	10	0.6	98	0.03847
2	5	4.9	20	1.0	50	0.12566
3	5	4.8	30	0.8	33	0.15232
4	5	4.8	40	0.76	25	0.19101
5	5	4.8	50	0.8	20	0.25132
6	5	4.7	60	0.7	16.5	0.26656
7	5	4.6	70	0.8	14	0.35904
8	5	4.5	80	0.8	12.4	0.40537
9	5	4.4	90	0.8	11.2	0.44880
10	5	4.4	100	0.7	10	0.43982
11	5	4.2	125	0.7	8	0.54978
12	5	4.0	150	0.65	6.6	0.61880
13	5	3.6	175	0.6	5.7	0.66139
14	5	3.5	200	0.6	5	0.75398
15	5	2.6	300	0.5	3.3	0.95200
16	5	2.2	400	0.4	2.5	1.00531
17	5	1.8	500	0.4	2	1.25664
18	5	1.2	750	0.28	1.35	1.30318
19	5	0.95	1000	0.2	1	1.25664
20	5	0.20	5000	0.05	0.2	1.57080
21	5	0.10	10000	0.025	0.1	1.57080

Tabelle 1: Aufgenommene Werte zur Bestimmung von R_{11}

5 Diskussion

6 Anhang

Literatur

[1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung-Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises.*

[2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: `http://matplotlib.org/`.

[3] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: `http://www.numpy.org/`.