Versuch 353

Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises

Nico Schaffrath
nico.schaffrath@tu-dortmund.de

Mira Arndt
mira.arndt@tu-dortmund.de

Durchführung: 3.12.2019 Abgabe: 10.12.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel

Bei diesem Versuch werden die Relaxationserscheinungen einses RC-Kreises untersucht. Es soll die Zeitkonstante des RC-Gliedes bestimmt, die Abhängigkeit der Amplitude der Kondensatorspannung von der Generatorfrequenz untersucht und die Phasenverschiebung zwischen Generator- und Kondensatorspannung in Abhängigkeit der Frequenz gemessen werden. Anschließend soll nachgewiesen werden, dass ein RC-Kreis unter bestimmten Voraussetzungen, die in der Theorie (REFERENZ) hergeleitet werden, als Integrator dienen kann.

2 Theorie

2.1 Allgemeine Realaxionsgleichung

Bei einem System, dass nicht-oszillatorisch in seinen Ausgangszustand zurückkehrt treten Relaxationserscheinungen auf. Dabei gilt meist der Zusammenhang

$$\frac{dA}{dt} = c[A(t) - A(\infty)], \tag{1}$$

wobei A die sich ändernde physikalische Größe ist. Die Integration dieser Gleichung führt auf die Allgemeine Relaxationsgleichung

$$A(t) = A(\infty) + [A(0) - A(\infty)]e^{ct}. \tag{2}$$

Ist c negativ, und A somit beschränkt, können mit dieser Formel alle Relaxationsvorgänge beschrieben werden.

2.2 Entladevorgang eines RC-Kreises

Ein mit Ladung Q geladener Kondensator erzeugt eine Kindensatorspannung U_C, die einen Strom I bedingt. Mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes lässt sich die zeitliche Änderung von Q also als

$$\frac{\mathrm{d}\,Q}{\mathrm{dt}} = -\frac{1}{RC}\,Q(t) \tag{3}$$

schreiben. Mit dem Zusammenhang $Q(\infty) = 0$ wird Gleichung 2 zu

$$Q(t) = Q(0)\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} \tag{4}$$

Die Zeitkonstante RC gibt dabei an, wie schnell Q seinen Endzustand $Q(\infty)$ erreicht. Nach $\Delta t = RC$ ändert sich die Ladung Q um

$$\frac{Q(RC)}{Q(0)} = \frac{1}{\mathrm{e}}, \tag{5}$$

und dem entsprechend auch

$$\frac{U_C(RC)}{U_C(0)} = \frac{1}{\mathrm{e}}. \tag{6}$$

2.3 Frequenzabhängigkeiten der Phasenverschiebung und der Amplitude beim Kondensator

Ein RC-Kreis, der mit Wechselspannung betrieben wird, kann mit einem mechanischem System verglichen werden, bei welchem Relaxationsphänomene duch periodische Auslenkung aus der Gleichgewichtslage auftreten. Die anliegende äußere Spannung U hat also die Form

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t). \tag{7}$$

Die Kondensatorspannung U_C ist phasenverschoben zu U und hat die Form

$$U_C(t) = A(\omega) \cos(\omega t + \phi(\omega)), \tag{8}$$

wobei sowohl die Amplitude A als auch die Phasenverschiebung ϕ von ω abhängt, also Frequenzabhängig ist. Nach dem zweiten Kirchhoffschen Gesetz lassen sich die Spannungen im Stromkreis durch

$$U_0 \cos(\omega t) = -A\omega RC \sin(\omega t + \phi) + A \cos(\omega t + \phi) \tag{9}$$

in Zusammenhang setzen. Mit Hilfe dieser Gleichung und der Überlegung, dass sie zu allen Zeiten erfüllt sein muss kann die Phasenverschiebung duch

$$\phi(\omega) = \arctan(-\omega RC) \tag{10}$$

beschrieben werden. Duch den Zusammenhang ω=$1/RC$ ergibt sich außerdem die Amplitude als

$$A(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}. \tag{11}$$

Es ist zu erkennen, dass für $\omega \to 0$ die Phasenverschiebung ϕ verschwindet und A sich U_0 annähert. Für $\omega \to \infty$ nähert sich ϕ $\pi/2$ an und A geht gegen 0.

2.4 Ein RC-Kreis als Integrierglied

Ein RC-Kreis kann auch als Integrator für die Wechselspannung $U(t)$ dienen. Gleichung 9 kann auch als

$$U(t) = RC \frac{\mathrm{d}\, U_C}{\mathrm{dt}} + U_C(t) \tag{12}$$

geschrieben werden. Unter der Vorraussetzung $\omega \gg 1/RC$ ergibt sich dann

$$U(t) = RC \frac{\mathrm{d}\, U_C}{\mathrm{dt}} \iff U_C = \frac{1}{RC} \int_0^t U(t')\, \mathrm{d}t' \tag{13}$$

3 Durchführung

3.1 Entladevorgang des RC-Kreises und Bestimmung der Zeitkonstanten

3.2 Frequenzabhängigkeit der Amplitude der Kondensatorspannung

3.3 Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung zwischen Kondensator- und Generatorspannung

3.4 Integrierfunktion des RC-Kreises

4 Auswertung

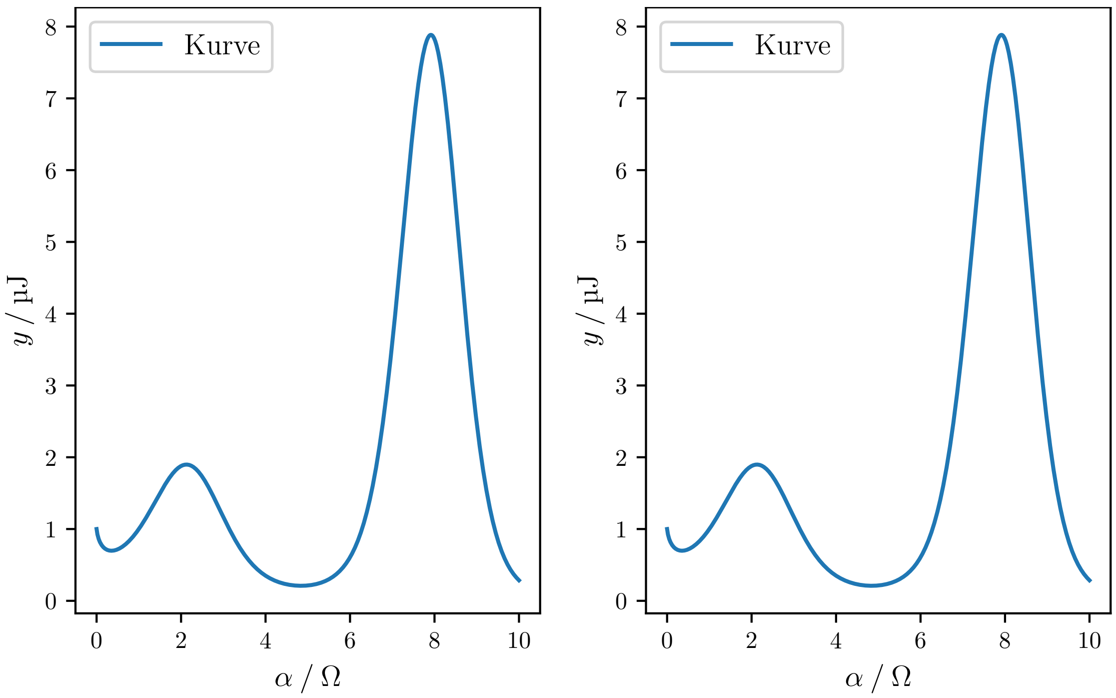

Abbildung 1: Plot.

Siehe Abbildung 1!

5 Diskussion

6 Anhang

Literatur

[1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung-Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises.*

[2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: `http://matplotlib.org/`.

[3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python.* Version 0.16.0. URL: `http://www.scipy.org/`.

[4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties.* Version 2.4.6.1. URL: `http://pythonhosted.org/uncertainties/`.

[5] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: `http://www.numpy.org/`.