

Versuch 354

Gedämpfte und erzwungene Schwingungen

Nico Schaffrath

nico.schaffrath@tu-dortmund.de

Mira Arndt

mira.arndt@tu-dortmund.de

Durchführung: 3.12.2019

Abgabe: 10.12.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	3
2	Theorie	3
2.1	Der ideale Schwingkreis	3
2.2	Der reale Schwingkreis	3
3	Durchführung	4
4	Auswertung	4
5	Diskussion	5
6	Anhang	5
	Literatur	5

1 Ziel

2 Theorie

2.1 Der ideale Schwingkreis

In der Elektrotechnik setzt sich ein idealer Schwingkreis lediglich aus einem Kondensator mit der Kapazität C und einer Spule mit der Induktivität L zusammen. Unter der Voraussetzung, dass diesem einmalig Energie hinzugeführt wurde, pendelt diese periodisch zwischen Kondensator und Spule hin und her. Dies äußert sich darin, dass beispielsweise zu Beginn der Kondensator aufgeladen ist und sich zwischen den Kondensatorplatten ein elektrisches Feld bildet. Wandern die Elektronen nun von der einen Kondensatorplatte durch den Draht und damit auch mitunter durch die Spule, so nimmt mit dem elektrischen Feld auch die darin gespeicherte Energie ab. Allerdings baut sich in der Spule ein magnetisches Feld auf. Da davon ausgegangen wird, dass ein verlustfreier Schwingkreis vorliegt, muss Energieerhaltung gelten, was bedeutet, dass die Abnahme der im elektrischen Feld gespeicherten Energie exakt der Zunahme der elektrischen Energie im magnetischen Feld entspricht.

2.2 Der reale Schwingkreis

Der Unterschied zwischen idealem und realem Schwingkreis liegt darin, dass bei einem realen Schwingkreis ein ohmscher Widerstand verbaut ist. Somit verliert der Schwingkreis mit jedem Durchgang Energie in Form von joulescher Wärme. In diesem Fall wird von einem gedämpften Schwingkreis gesprochen. Wie der Abbildung (Referenz) entnommen werden kann, bildet der RCL-Schwingkreis eine Masche. Nach dem zweiten Kirchhoffschen Gesetz ist die Summe aller Spannungen in einer geschlossenen Masche gleich null. Somit ergibt sich für den RCL-Kreis die Gleichung

$$U_R(t) + U_C(t) + U_L(t) = 0. \quad (1)$$

Dabei gelten für die Spannungen die Beziehungen

$$U_R(t) = RI(t) \quad (2)$$

$$U_C(t) = \frac{Q(t)}{C} \quad (3)$$

$$U_L(t) = L \frac{dI}{dt}, \quad (4)$$

wobei für die Stromstärke

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt} \quad (5)$$

gelten soll. Mithilfe dieser Zusammenhänge ergibt sich aus 1 die lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$\ddot{I}(t) + \frac{R}{L}\dot{I}(t) + \frac{1}{RC}I(t) = 0, \quad (6)$$

welche sich mithilfe des Ansatzes

$$I(t) = Ue^{i\omega t} \quad (7)$$

lösen lässt. Durch Einsetzen des Ansatzes ergibt sich schließlich die charakteristische Gleichung

$$-w^2 + i\frac{R}{L}w + \frac{1}{LC} = 0. \quad (8)$$

Mit den beiden Kreisfrequenzen w_1 und w_2

$$w_{1,2} = i\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (9)$$

kann die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$I(t) = U_1 e^{iw_1 t} + U_2 e^{iw_2 t}, \quad (10)$$

wobei U_1 und U_2 komplexe Koeffizienten darstellen. Wird nun die Darstellung

$$\mu = \frac{R}{4\pi L} \quad (11)$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (12)$$

verwendet, lässt sich 10 zu

$$I(t) = e^{-2\pi\mu t} (U_1 e^{i2\pi\nu t} + U_2 e^{-i2\pi\nu t}) \quad (13)$$

umschreiben.

[1]

3 Durchführung

4 Auswertung

Siehe Abbildung 1!

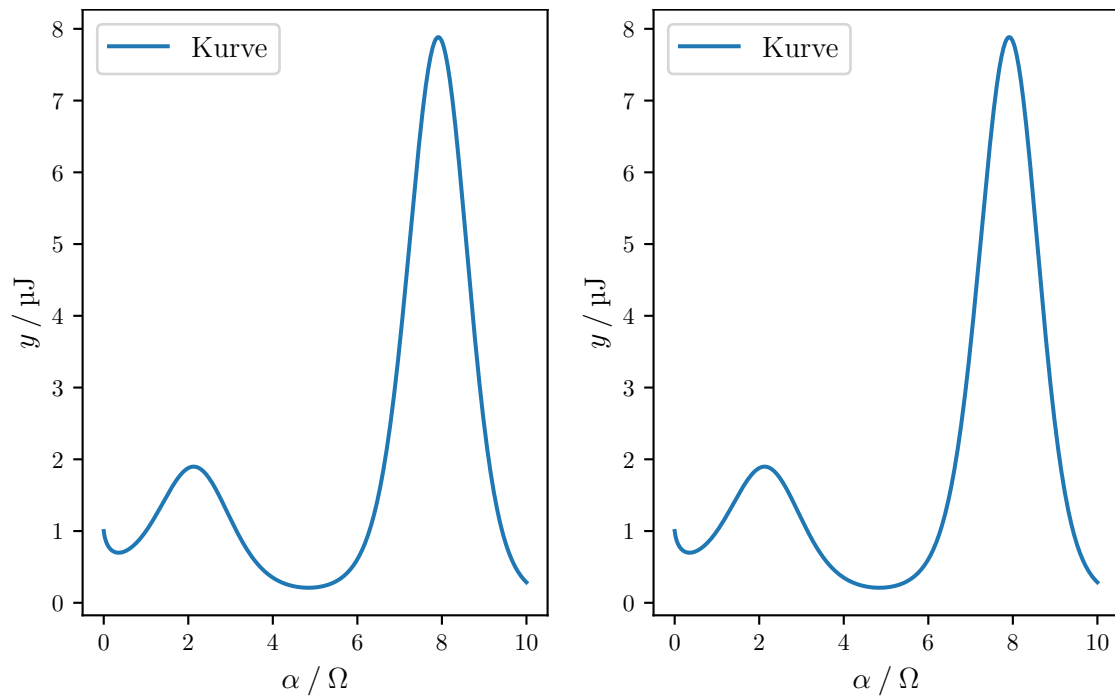


Abbildung 1: Plot.

5 Diskussion

6 Anhang

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung-Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises*.
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.