

§ 5.2 总体与样本

一 总体和个体

总体 —— 研究对象的全体元素组成的集合. 通常它们是一些数量指标, 其数值随着个体的不同而不同, 例如: 研究某城市在职职工的年收入情况, 研究北京市中学生的身高与体重情况.

在进行理论研究时, 我们将研究的数量指标视为**随机变量** X . (或随机向量 $X = (X_1, \dots, X_n)$).

个体 —— 组成总体的每一个元素. 即总体的每个数量指标, 用 X_i 表示.

总体可分为**有限总体**和**无限总体**.

二 样本

样本---从总体中抽取的待检个体的集合.

样本容量---样本中所包含的个体数目.

容量为 n 的样本可以看作 n 维随机变量. 但是, 一旦取定一组样本, 得到的是 n 个具体的数 (x_1, x_2, \dots, x_n) , 称为样本的一次观察值, 简称**样本值**.

样本空间---样本所有可能取值的集合.

由于抽样的目的是为了对总体进行统计推断, 为了使抽取的样本能很好地反映总体的信息, 必须考虑抽样方法.

如何科学地进行抽样检查？

一个著名的案例

在抽样调查中，样本的选择是至关重要的，样本能否代表总体，直接影响着统计结果的可靠性。下面的故事是一次著名的失败的统计调查，被称为抽样中的泰坦尼克事件。它可以帮助我们理解为什么一个好的样本如此重要。

在1936年美国总统选举前，一份颇有名气的杂志的工作人员做了一次民意调查。调查兰顿（当时任堪萨斯州州长）和罗斯福（当时的总统）中谁将当选下一届总统。为了了解公众意向，调查者通过电话簿和车辆登记簿上的名单给一大批人发了调查表（注意在1936年电话和汽车只有少数富人拥有）。通过分析收回的调查表，显示兰顿非常受欢迎，于是杂志预测兰顿将在选举中获胜。

实际上选举结果正好相反，最后罗斯福在选举中获胜，其数据如下：

| 候选人 | 预测结果 | 选举结果 |
|-----|------|------|
| 罗斯福 | 43 % | 62 % |
| 兰顿 | 57 % | 38 % |

最常用的一种抽样方法叫作“简单随机抽样”，它要求抽取的样本满足下面两点：

1. 代表性： X_1, X_2, \dots, X_n 中的每个 X_i 与所考察的总体有相同的分布.

2. 独立性： X_1, X_2, \dots, X_n 是相互独立的.

若不特别说明，本文都是指简单随机样本.

具体方法：

- 1、抽签法 编号、标签、均匀搅拌、抽签。
- 2、随机数表法
- 3、分层抽样等



总体
寿命 X

个体

待检查的个体



样本

(X_1, X_2, \dots, X_n)

(x_1, x_2, \dots, x_n)

三 样本的分布

设总体 X 的分布函数为 $F(\mathbf{x})$, 则样本 (X_1, \cdots, X_n) 的联合分布函数为

$$F_{\text{总}}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \cdots, \mathbf{x}_n) = \prod_{i=1}^n F(\mathbf{x}_i)$$

若总体 X 的密度函数为 $f(\mathbf{x})$, 则样本 (X_1, \cdots, X_n) 的联合密度函数为

$$f_{\text{总}}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \cdots, \mathbf{x}_n) = \prod_{i=1}^n f(\mathbf{x}_i).$$

随机变量

总体

随机抽样

样本

统计量

代表性
独立性

频率直方
图……

描述

作出推断

参数估计
假设检验
方差分析
回归分析

随机变量

不含
未知
参数

