

Sistemas Multimédia

2022/2023

Guião 02

I. Sinais Compostos por Sinusoides

- Determine o período, a frequência e o valor máximo (valor de pico) de cada um dos seguintes sinais periódicos. Verifique visualmente no MATLAB.
 - $x(t) = 2 \sin(4\pi t)$
 - $y(t) = \sin(10\pi t + \pi/2)$
 - $p(t) = \sin(20\pi t + 70\pi/180) + \sin(20\pi t + 200\pi/180)$
 - $z(t) = \sin(6\pi t) + \sin(8\pi t)$
 - $w(t) = \sin(6\pi t) + \sin(8\pi t + 0.1)$
 - $q(t) = \sin(6\pi t) + \sin(7\pi t) + \sin(8\pi t)$

- Com base no que verificou na alínea 1, obtenha a relação que determina o período de um sinal genérico descrito por:

$$x(t) = \sum_{n=1}^N A_n \sin(2\pi f_n t + \phi_n).$$

- Determine a potência associada a cada um dos sinais representados na alínea 1. Desenvolva uma função no MATLAB que, aceitando como argumentos de entrada o vetor de amostras de um sinal, x , o período de amostragem referente a esse sinal, T_a , e o período do sinal, T , retorna a potência associada ao sinal.
- Considere um conjunto de sinais definidos pela expressão da alínea 2, onde $N = 3$, $A_1 = A_2 = A_3 = 1$, e $f_1 = 10\text{Hz}$, $f_2 = 20\text{Hz}$ e $f_3 = 30\text{kHz}$. Testando diferentes valores para ϕ_n , $n = 1, 2, 3$, determinados aleatoriamente entre $]-\pi; \pi]$, mostre que as realizações obtidas para o sinal $x(t)$ são muito distintas entre si (e que o valor de pico varia notoriamente), mas que todas mantêm a mesma potência. Explique esta observação.

II. Revisão sobre Números Complexos

- Considere os números complexos $p = 2 + j3$ e $q = 2 - j3$.
 - Represente-os na forma polar.
 - Determine (e represente no plano complexo) o resultado das operações: $p + q$, $p - q$, $p * q$, p/q , \sqrt{p} , e $\sqrt{-p - q}$.

2. Efetue as seguintes operações, determinando o respectivo resultado final:

a) $\frac{1-j}{2+j} + \frac{3+j}{4+j2}$

b) $\frac{1-j}{2+j} + \frac{2+j}{2-j2}$

c) $2e^{j\frac{\pi}{2}} + 2e^{-j\frac{\pi}{2}}$

d) $1 + j + \sqrt{2}e^{j\frac{7\pi}{4}}$

3. Utilizando a relação de Euler, demonstre que:

$$\cos(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \quad \text{e que} \quad \sin(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j}.$$

4. Usando relações trigonométricas conhecidas, mostre que

$$\cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t) = \frac{1}{2} [\cos((\omega_1 - \omega_2)t) + \cos((\omega_1 + \omega_2)t)]$$

5. Considere a equação geral de coeficientes reais:

$$a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0.$$

Que condições devem ser verificadas para que esta equação tenha como solução números imaginários puros?

6. Mostre que a multiplicação de um número complexo pelo seu conjugado é igual ao quadrado do seu módulo.