

南京工程学院 2018-2019 复变函数期末试题

一、单项选择题：本题共 4 小题，每小题 6 分，共 24 分。

1. 若 $f(z^z + 1) = |z|$ ，则 $f(1) =$

A. 0

B. 1

C. $\sqrt{2}$

D. 2

2. 方程 $|z - 2i| = |z + 2|$ 所表示的曲线为

A. 圆

B. 双曲线

C. 抛物线

D. 直线

3. 若 $f(z) = \bar{z}$ ，则 $f(z)$

A. 处处解析

B. 处处不可导

C. 仅在原点可导

D. 仅在虚轴上可导

4. 设 C 是正向椭圆 $x^2 + y^2 = 1$ ，则 $\oint_C \frac{1}{z-3} dz =$

A. $-2\pi i$

B. 2π

C. 0

D. 1

5. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} z^n$ 的收敛半径为

A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 2

6. $z=0$ 是函数 $\frac{\sin z}{z}$ 的

A. 本性奇点

B. 可去奇点

C. 一级极点

D. 二级极点

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分。

1. $\operatorname{Im} [(1+i)^8 + (1-i)^8] =$ _____。

2. $\sin(3\pi + i) =$ _____。

3. 若 $f(z) = z \ln z$ ，则 $f'(i) =$ _____。

4. $\oint_{|z|=1} \frac{1}{z(z-3)} dz =$ _____。

5. $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z+2)}$ 在 $z=i$ 处的泰勒级数的收敛半径为 _____。

6. 设 $f(z) = \frac{ze^z}{z^2-1}$ ，则 $\operatorname{Res}[f(z), -1] =$ _____。

三、计算题：本题共 5 小题，每小题 8 分，共 40 分。

1. 计算

$$\operatorname{Ln}(3-4i)$$

并指出其主值

2. 设函数

$$f(z) = (x^2 - y^2 + ax + by) + i(cxy + 3x + 2y)$$

则当常数 a 、 b 、 c 取何值时, $f(z)$ 在复平面内处处解析, 并求 $f'(z)$

3. 求函数

$$f(z) = \frac{z}{(z-1)(z-2)}$$

在 $z=0$ 处的泰勒展开式

4. 将

$$f(z) = \frac{1}{z^2(z-3)}$$

在 $|z-3| > 1$ 内展开成洛朗级数

5. 计算积分:

$$\oint_{|z|=2} \frac{2z+1}{z^2+z} dz$$

四、应用题: 本题共 1 小题, 每小题 12 分, 共 12 分。

1. 已知解析函数

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$$

的实部与虚部之和为

$$u+v = x^3 - y^3 + 3x^2y - 3xy^2 - 2x - 2y$$

求 $f(z)$