

# Respuesta en fase Filtros Chebyshev

clase 13

# Temas

- Introducción a los filtros digitales
  - Clasificación, Caracterización, Parámetros
- Filtros FIR (Respuesta al impulso finita)
  - Filtros de media móvil, filtros sincón enventanado, filtros personalizados
- Transformada Z
- Filtros IIR (Respuesta al impulso infinita o recursivos)
- **Respuesta en fase**
- **Filtros Chebyshev**
- Comparación de desempeño
- Ejemplos: Filtros peine, filtros pasatodo
- Aplicaciones: síntesis de cuerda pulsada, reverberadores, efectos

# Respuesta en fase

# Caracterización de un sistema

- Respuesta al impulso

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$$

- Respuesta en frecuencia

$$Y(e^{j\theta}) = H(e^{j\theta})X(e^{j\theta})$$

- Función de transferencia

$$Y(z) = H(z)X(z)$$

## Observaciones

- Las tres representaciones proveen la caracterización completa del sistema.
- Son equivalentes. Dada una de ellas, pueden deducirse las otras dos.
- La *Respuesta en frecuencia* y la *Función de transferencia* son extremadamente útiles para la representación de sistemas (lineales e invariantes en el tiempo) ya que permiten inferir rápidamente muchas propiedades de la respuesta del sistema.

# Respuesta en frecuencia

La respuesta en frecuencia es la Transformada de Fourier de Tiempo Discreto de la respuesta al impulso.

$$h[n] \xleftrightarrow{\text{DTFT}} H(e^{j\theta})$$

## Observaciones

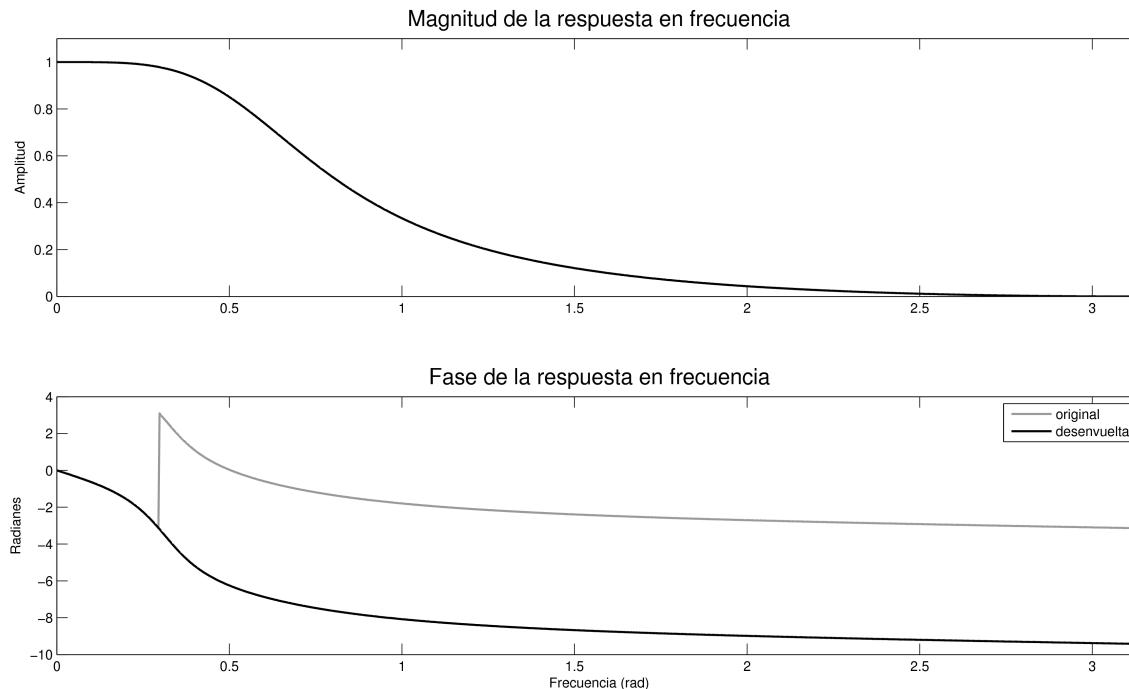
- En el caso general, es una función que toma valores complejos.
- Si la respuesta al impulso es real (no compleja), la respuesta en frecuencia es simétrica conjugada.
- Es periódica de período  $2\pi$ .
- Al ser una función compleja, se puede representar en *notación cartesiana* como la parte real y la parte imaginaria o en *notación polar* como la magnitud y la fase.
- La representación en notación polar es mas útil porque muestra directamente las propiedades del sistema.

# Respuesta en frecuencia

En representación polar, la respuesta en frecuencia asocia a cada valor de frecuencia un valor de módulo y un valor de fase.

$$H(e^{j\theta}) = |H(e^{j\theta})|e^{j\angle H(e^{j\theta})}$$

$$|H(e^{j\theta})| = \sqrt{\operatorname{Re}^2\{H(e^{j\theta})\} + \operatorname{Im}^2\{H(e^{j\theta})\}}$$
$$\angle H(e^{j\theta}) = \operatorname{atan}\left(\frac{\operatorname{Im}\{H(e^{j\theta})\}}{\operatorname{Re}\{H(e^{j\theta})\}}\right)$$



# Efecto de la respuesta de magnitud y fase

Las transformadas de Fourier de la entrada y la salida del sistema se relacionan por

$$Y(e^{j\theta}) = H(e^{j\theta})X(e^{j\theta})$$

Con la respuesta en frecuencia expresada en notación polar, la magnitud y la fase de la transformada de Fourier de la entrada y la salida están dadas por

$$|Y(e^{j\theta})| = |H(e^{j\theta})||X(e^{j\theta})|$$

$$\angle Y(e^{j\theta}) = \angle H(e^{j\theta}) + \angle X(e^{j\theta})$$

Cada componente espectral de la entrada aparece a la salida con las siguientes modificaciones:

- La magnitud queda multiplicada por la magnitud de la respuesta en frecuencia en la frecuencia del componente.
- A la fase se le suma la fase de la respuesta en frecuencia en la frecuencia del componente.

# Efecto de la respuesta de magnitud y fase

Si la magnitud y fase del filtro para cierta frecuencia es

$$|H(e^{j\theta_0})| = G_0$$

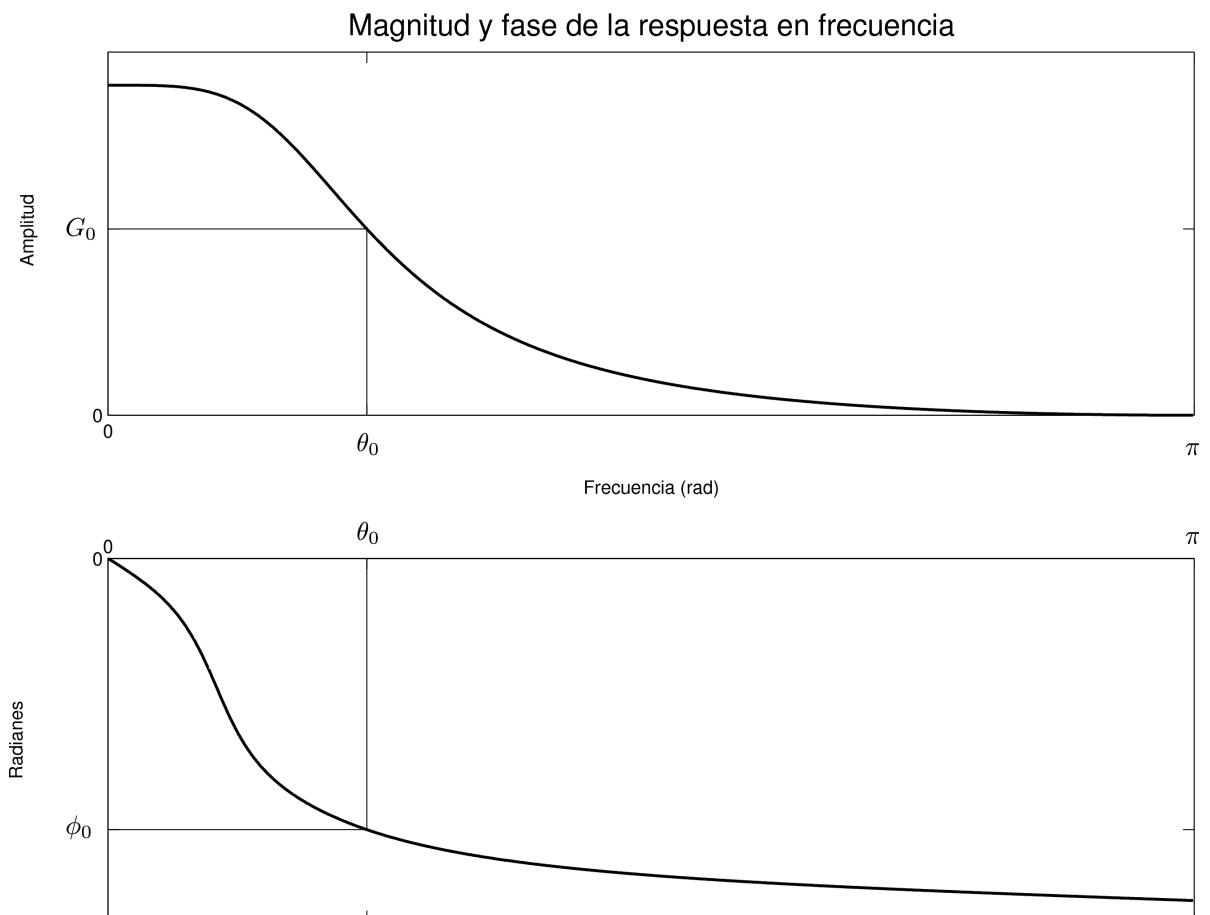
$$\angle H(e^{j\theta_0}) = \phi_0$$

## Entrada

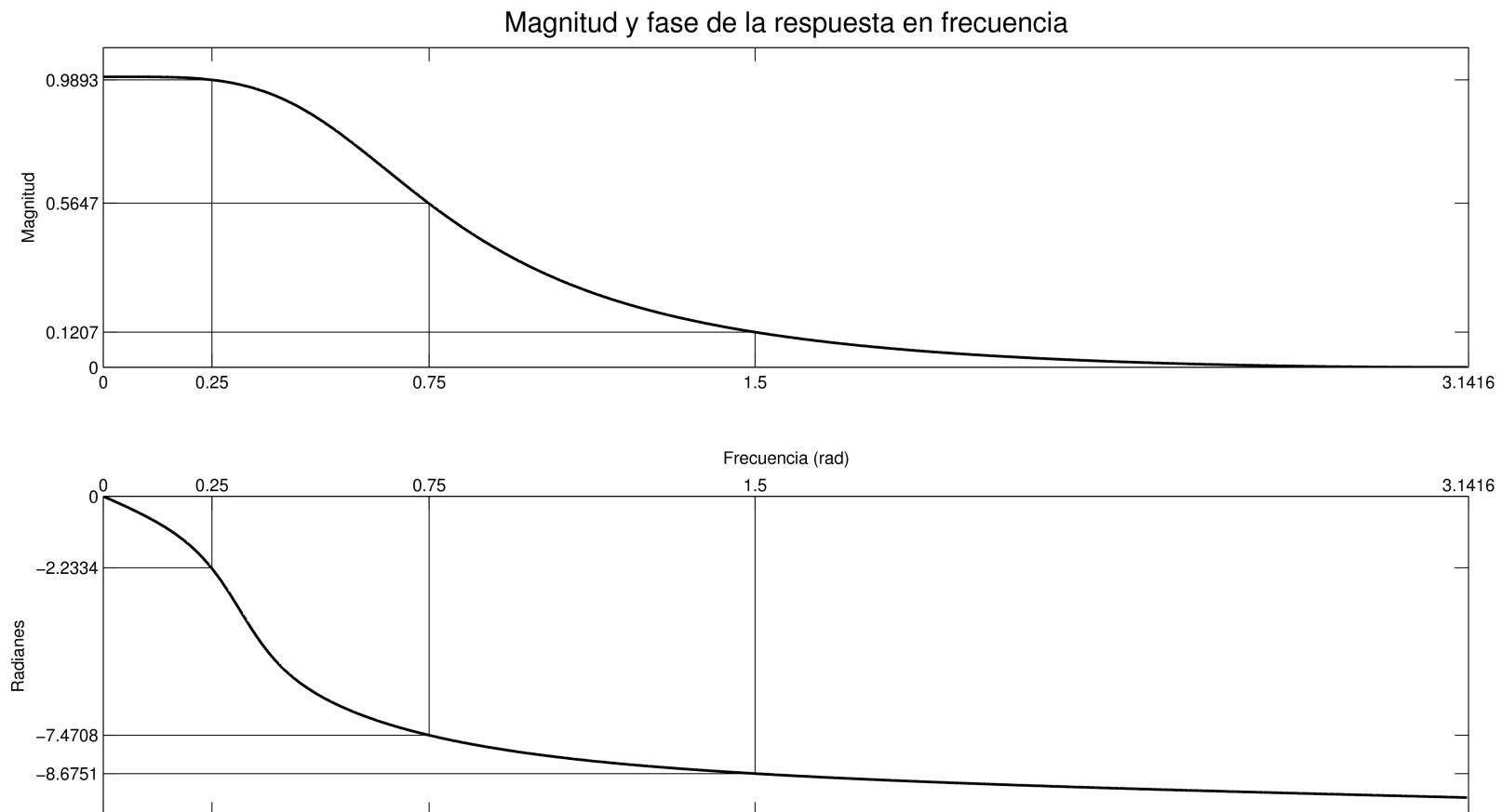
$$x[n] = \sin(\theta_0 n)$$

## Salida

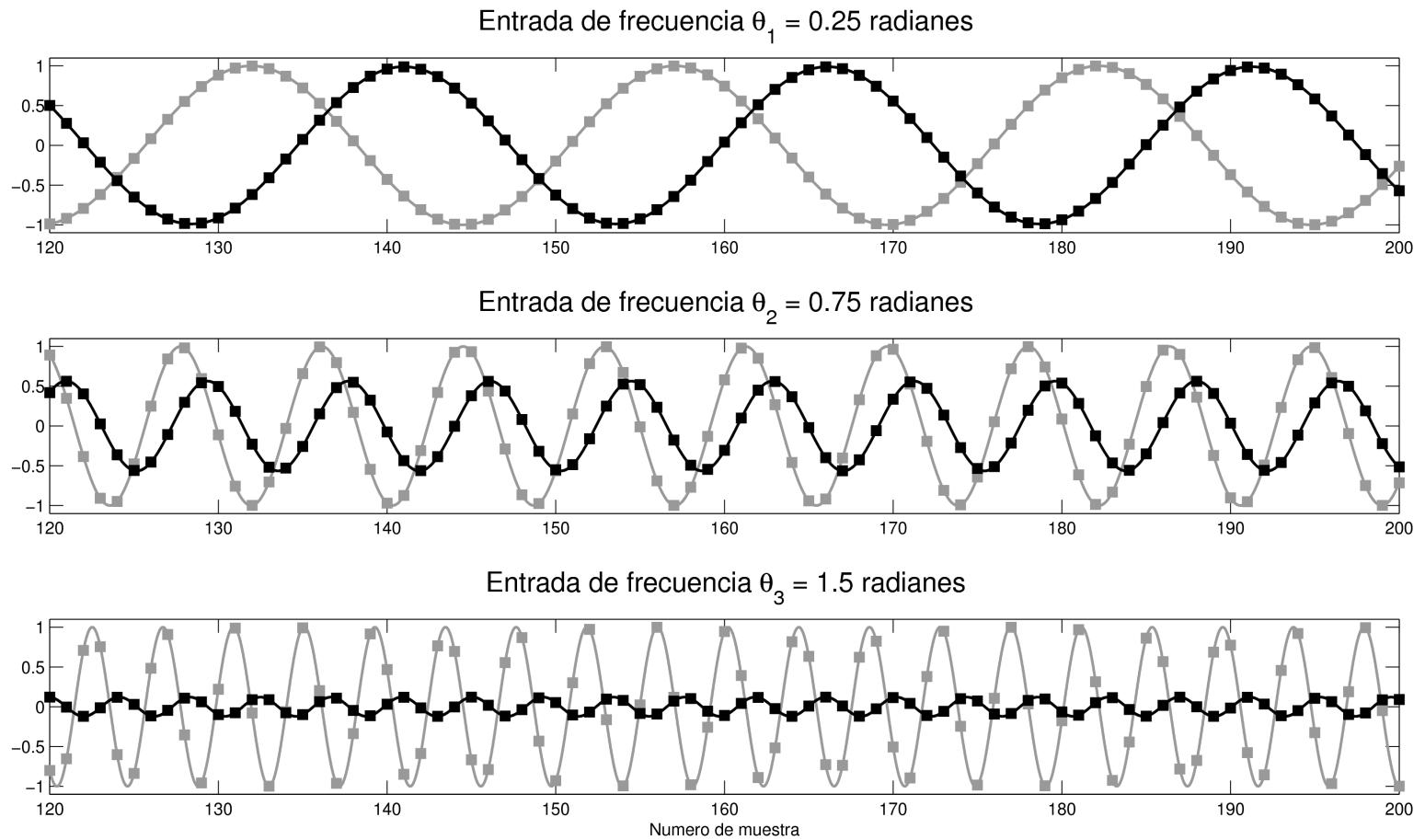
$$y[n] = G_0 \sin(\theta_0 n + \phi_0)$$



# Efecto de la respuesta de magnitud y fase



# Efecto de la respuesta de magnitud y fase



# Respuesta en fase

## Entrada

$$x[n] = \sin(\theta_0 n)$$

## Salida

$$y[n] = G_0 \sin(\theta_0 n + \phi_0)$$

El cambio de fase se puede ver como un retardo de la señal.

**Retardo de fase:** cantidad de muestras que se retarda cada frecuencia.

**Otra forma de ver lo mismo:** la fase dividida 2pi indica la cantidad de periodos que se desplaza el componente.

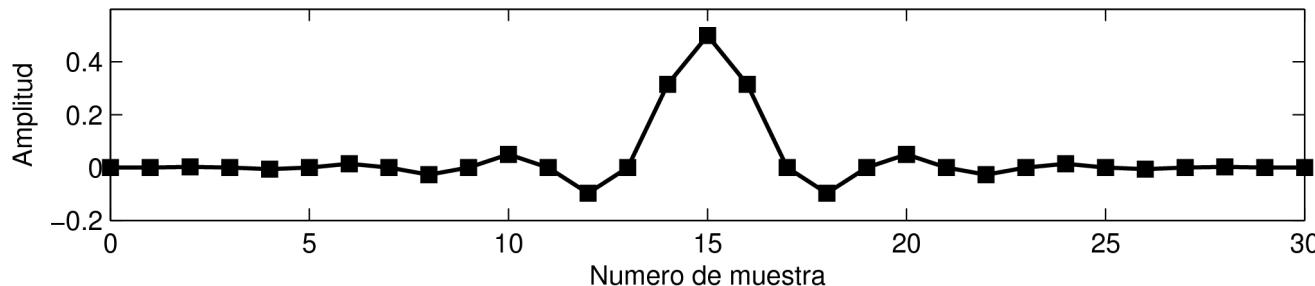
$$y[n] = G_0 \sin\left[\theta_0 \left(n - \left(-\frac{\phi_0}{\theta_0}\right)\right)\right]$$

$$\tau_\phi = -\frac{\phi(\theta)}{\theta}$$

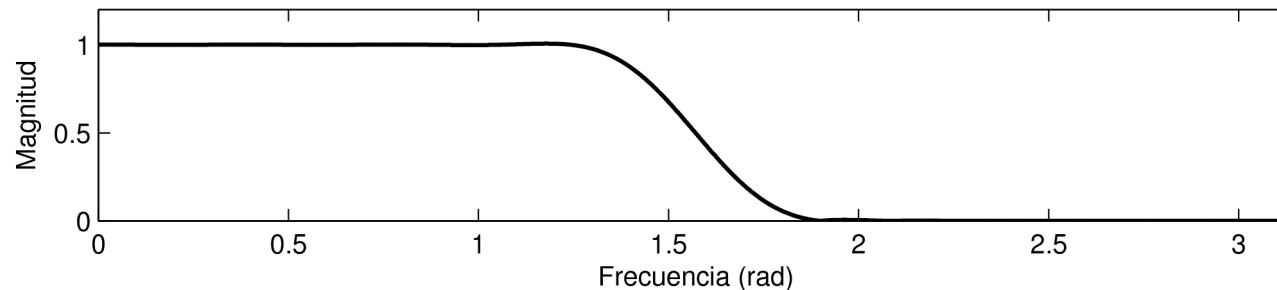
$$y[n] = G_0 \sin\left[\theta_0 n + 2\pi \left(\frac{\phi_0}{2\pi}\right)\right]$$

# Respuesta en fase

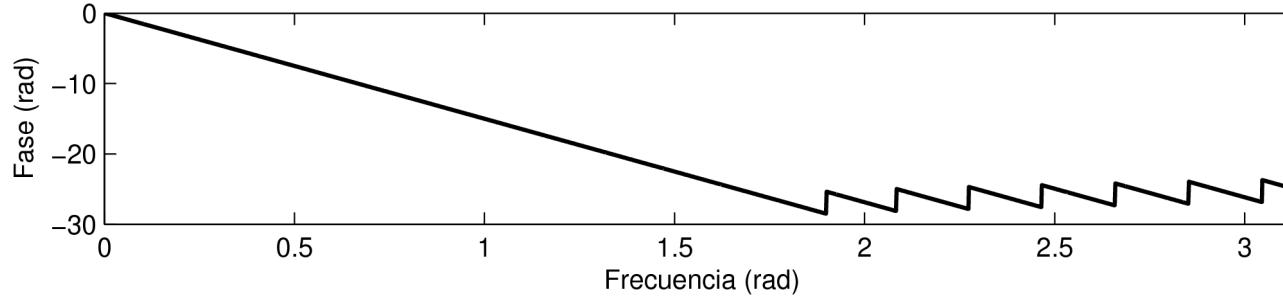
Respuesta al impulso



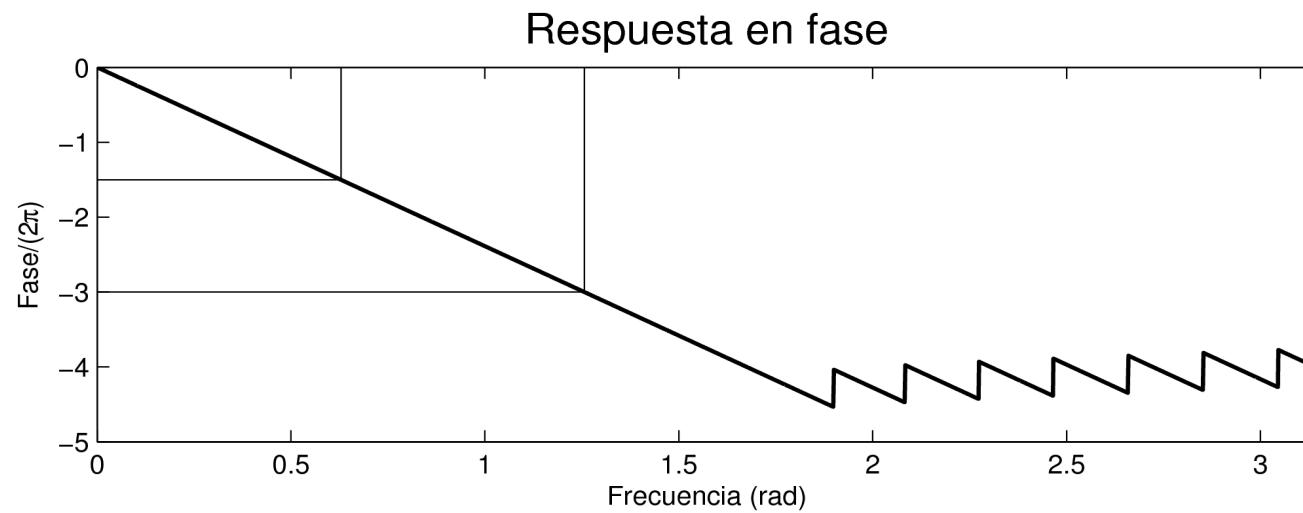
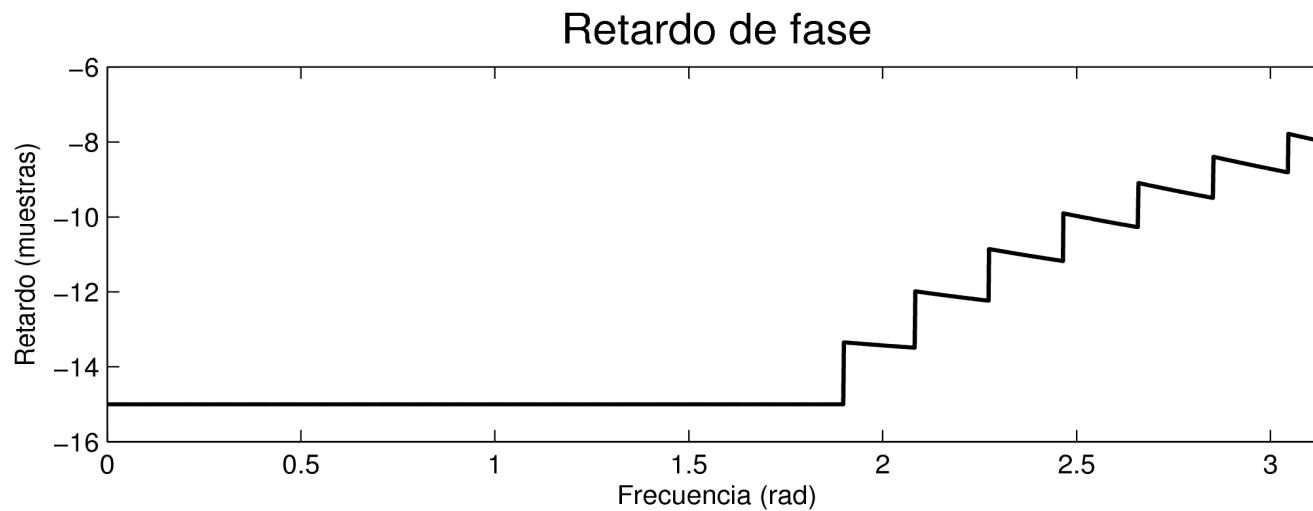
Respuesta en magnitud



Respuesta en fase

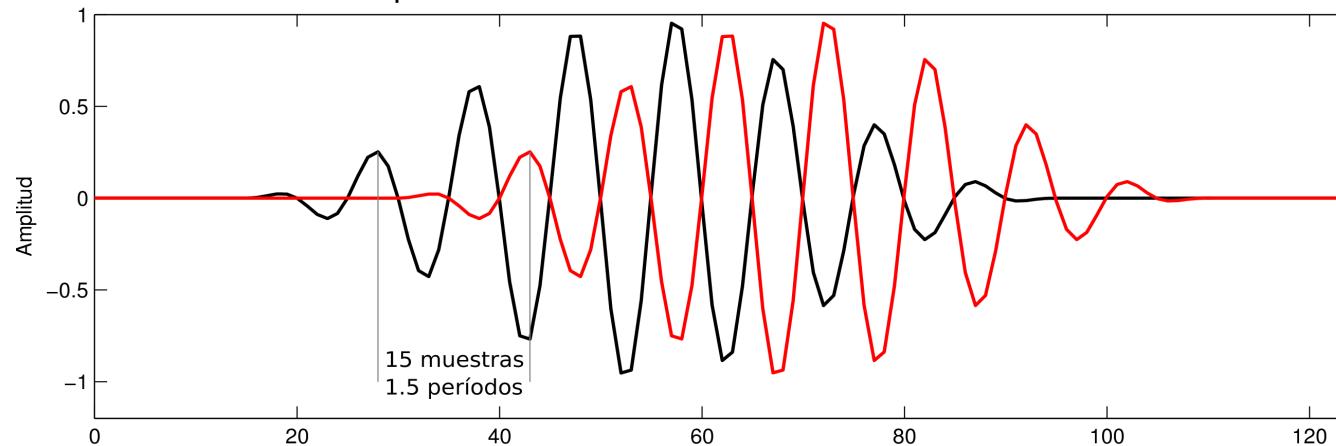


# Respuesta en fase

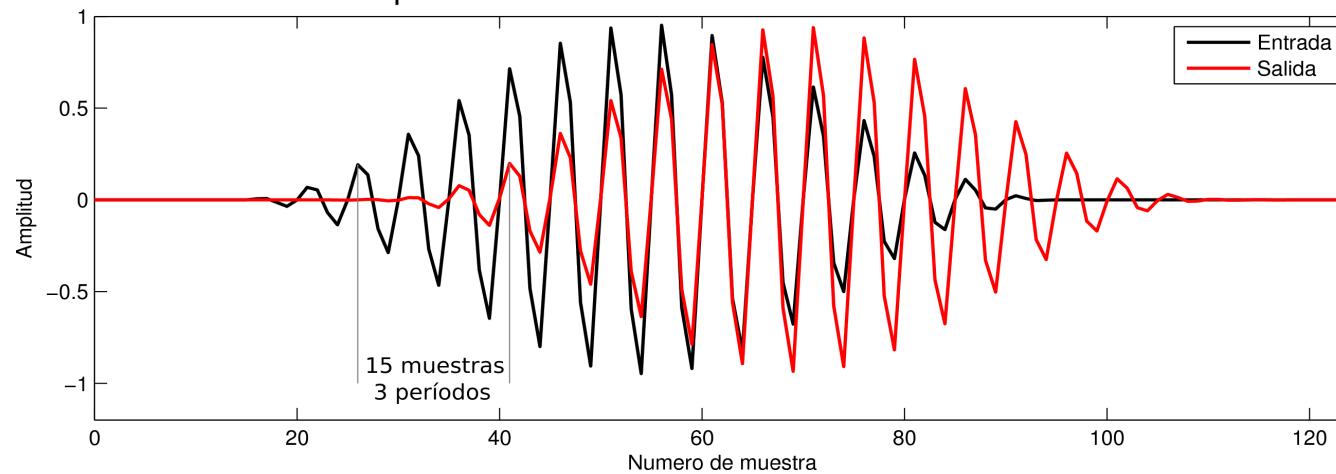


# Respuesta en fase

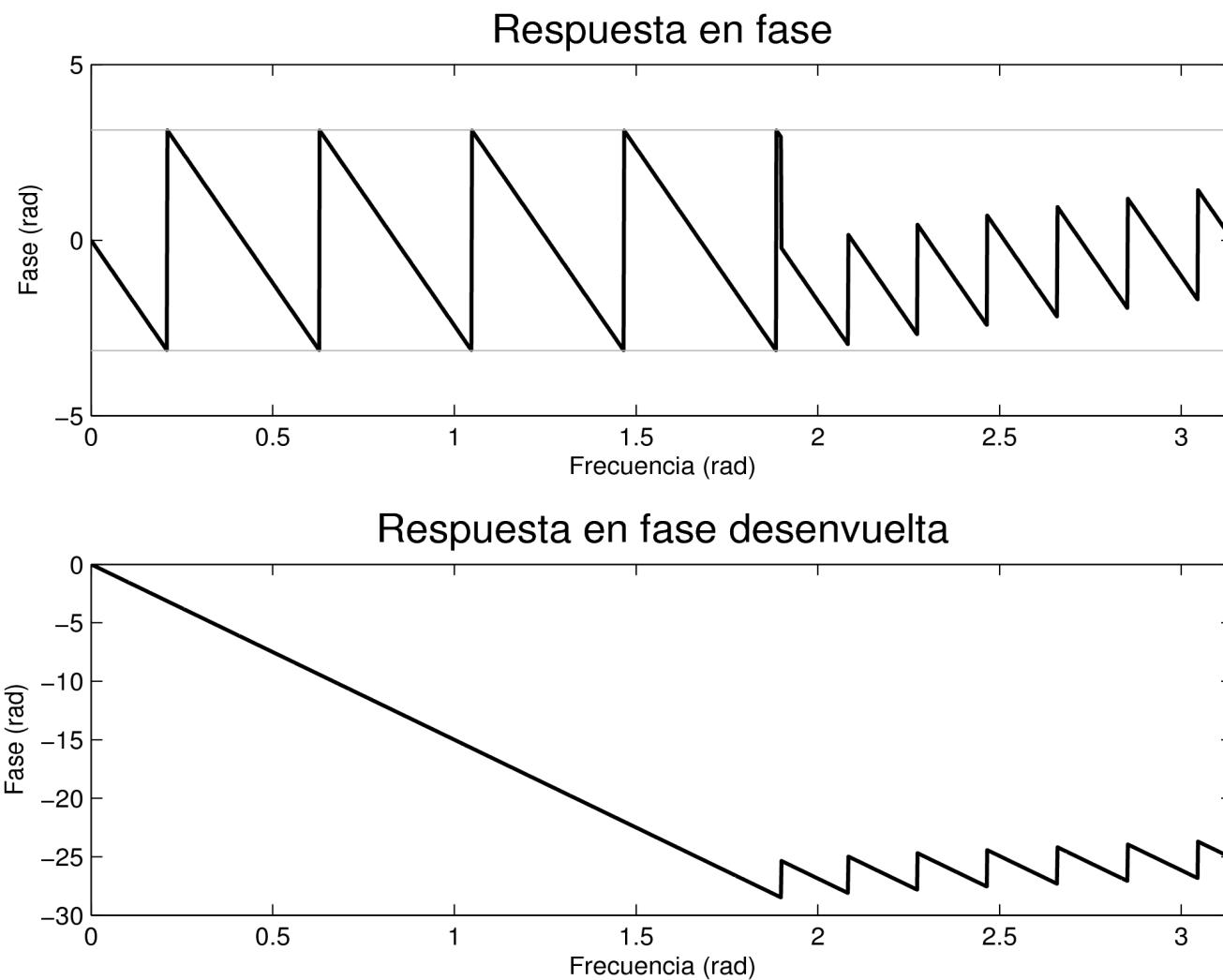
Respuesta a sinusoide de frecuencia 0.63 radianes



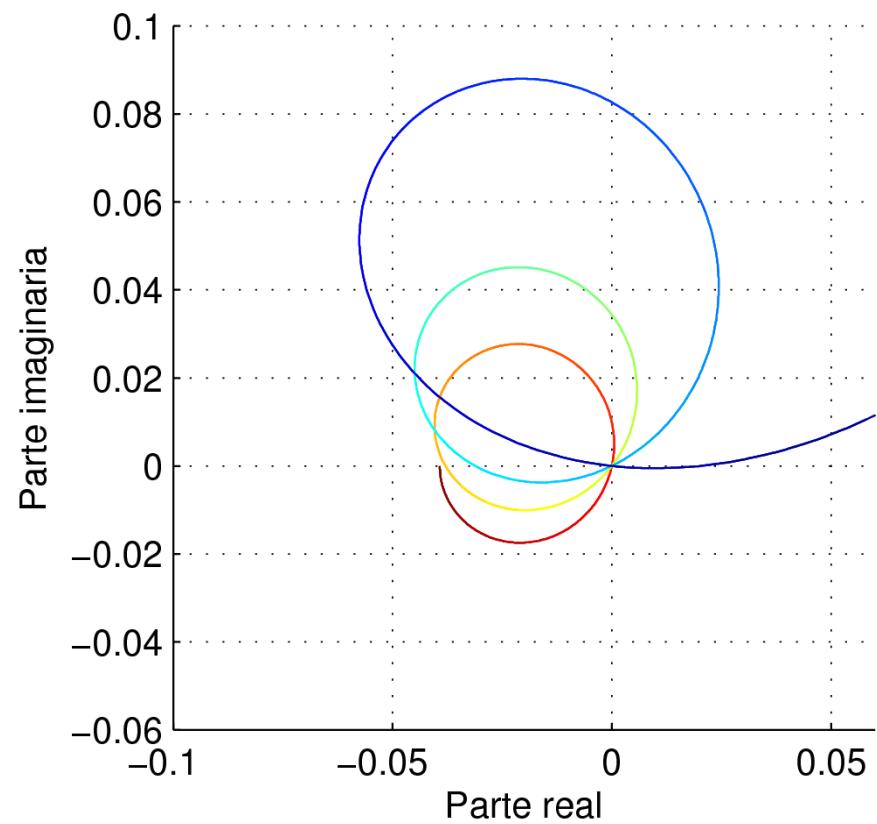
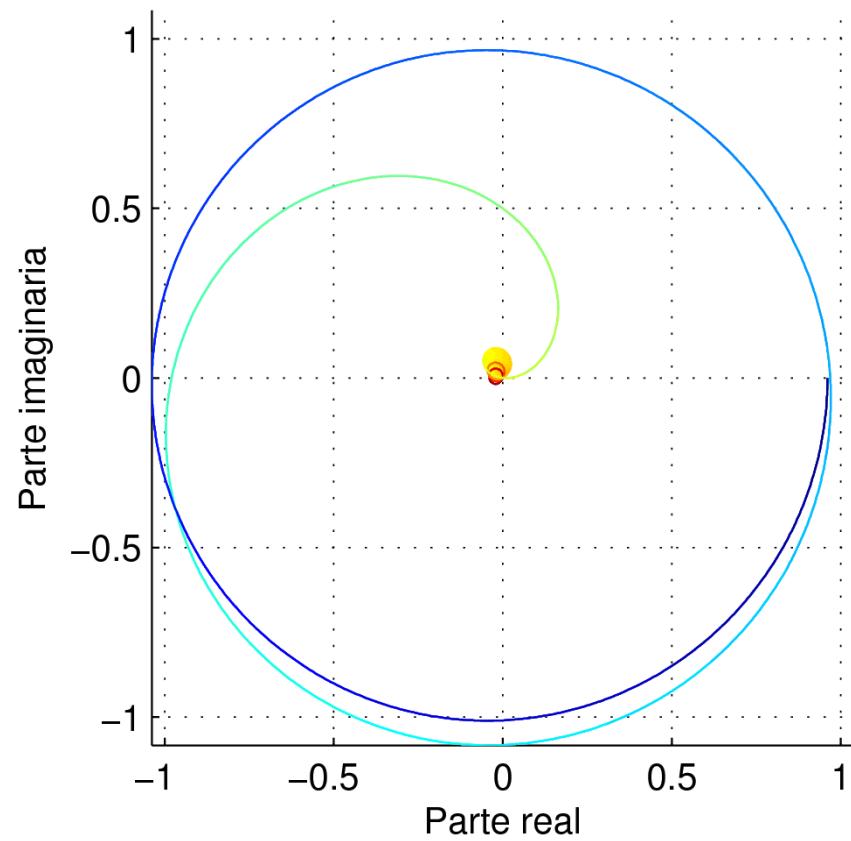
Respuesta a sinusoide de frecuencia 1.26 radianes



# Desenvolvimiento de fase

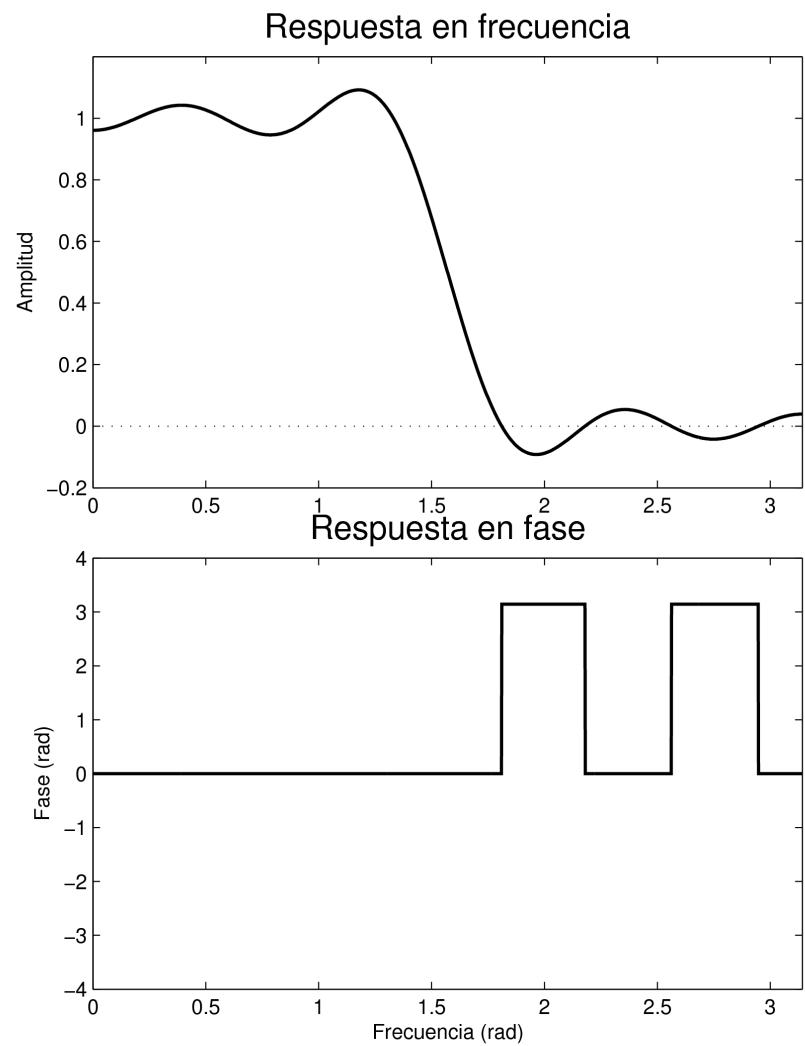
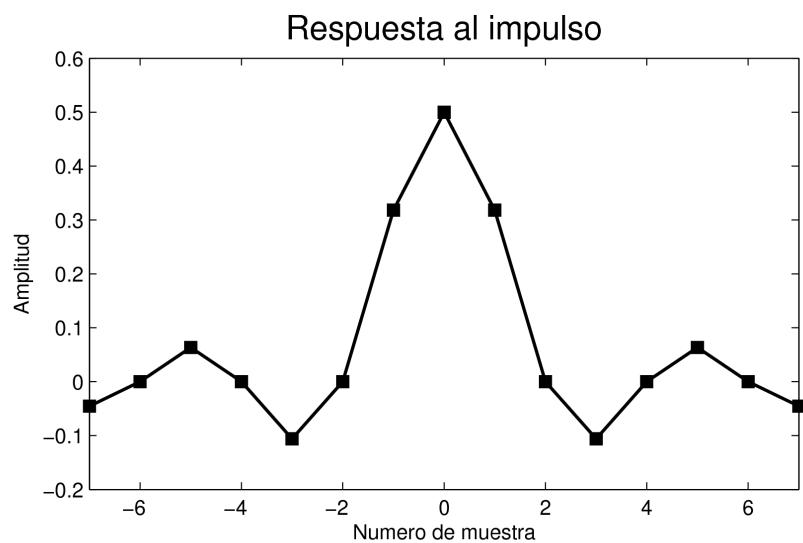


# Desenvolvimiento de fase



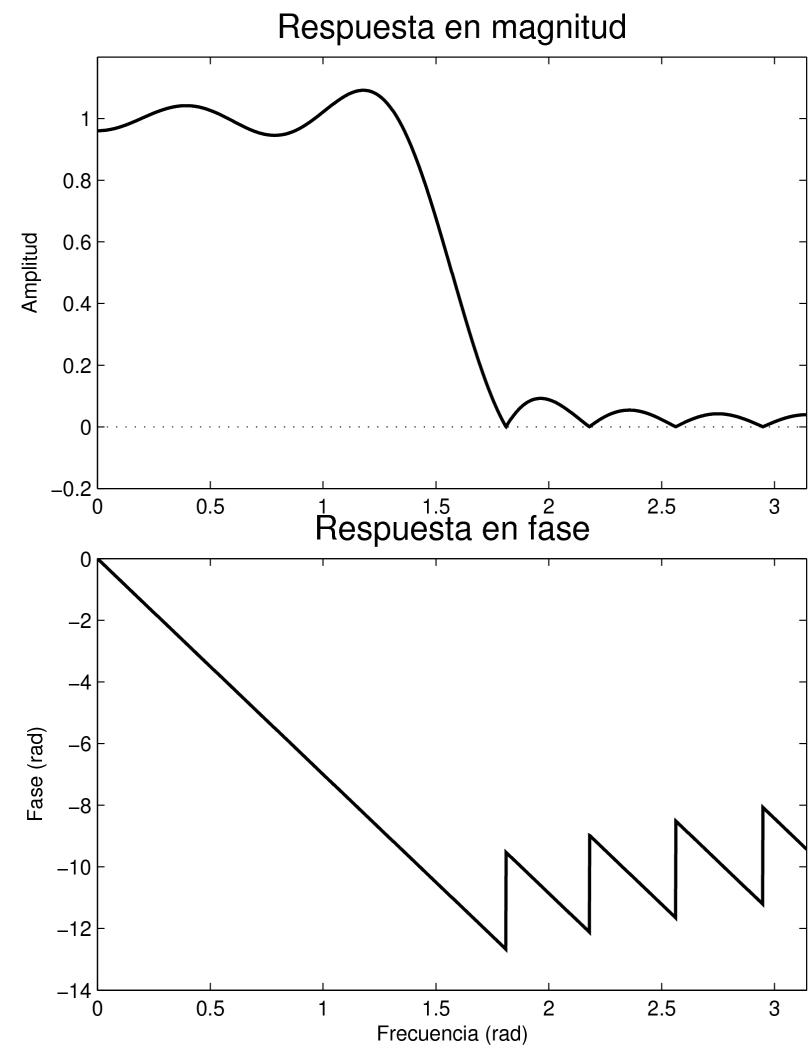
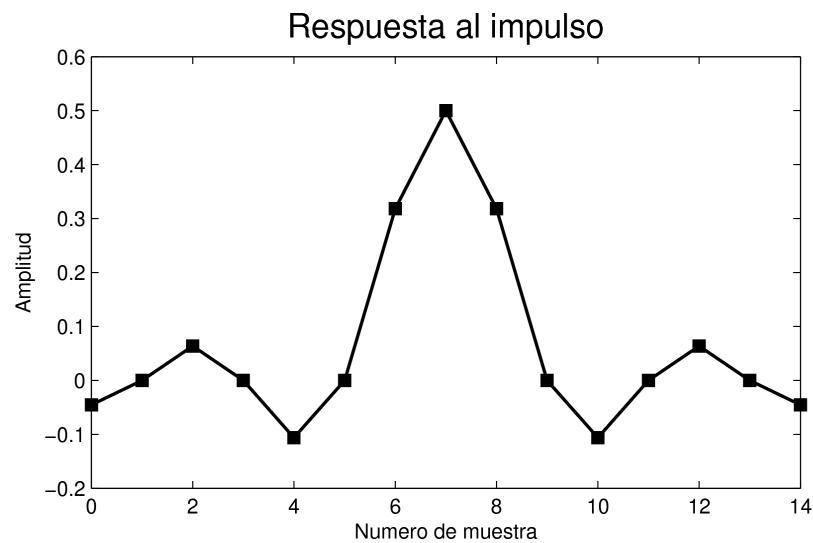
# Tipos de respuesta en fase

## Respuesta en fase nula



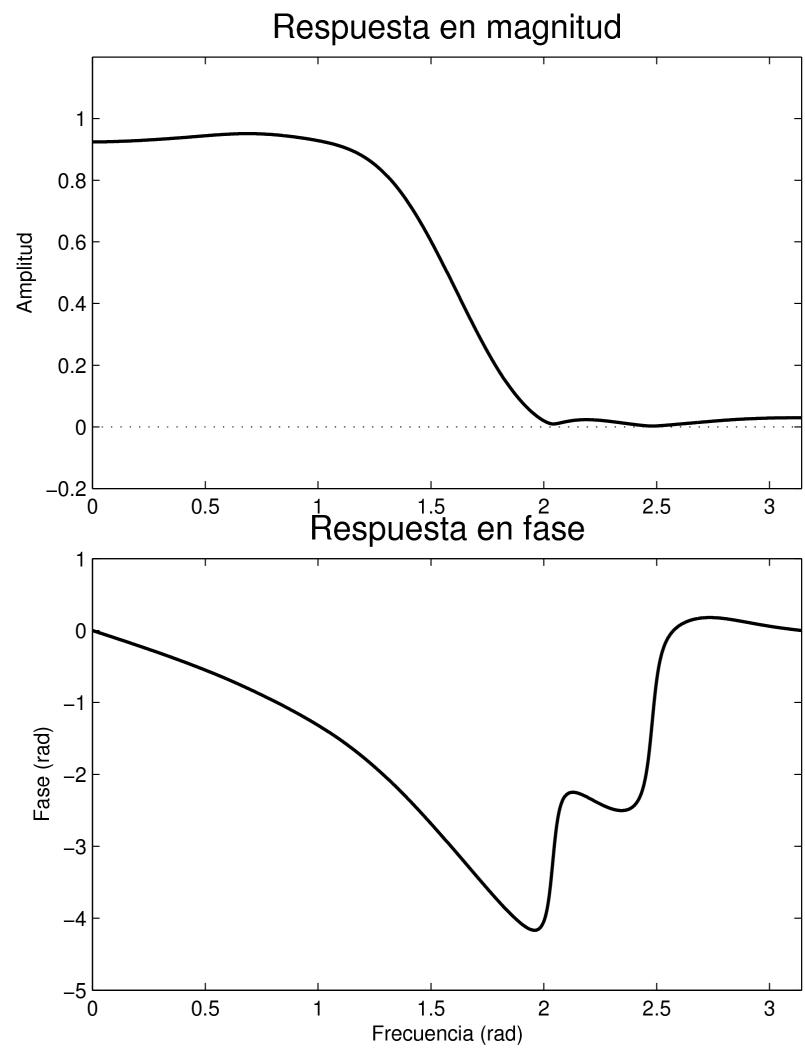
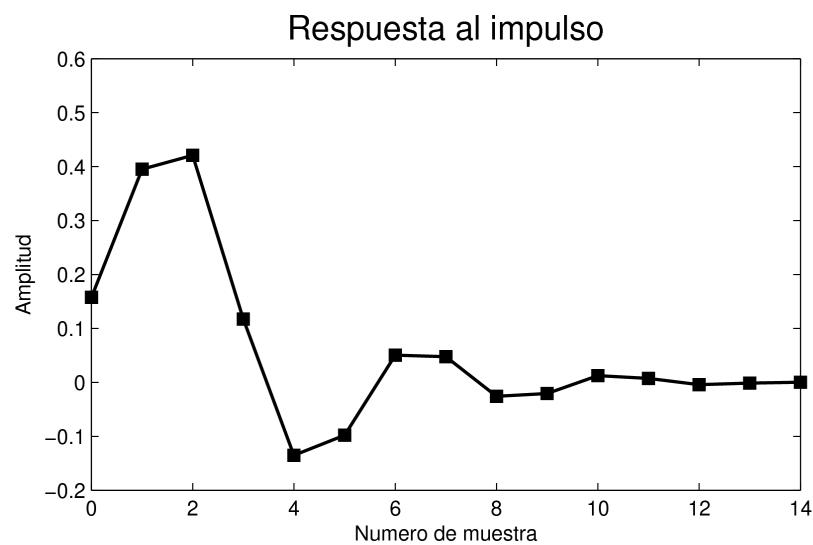
# Tipos de respuesta en fase

## Respuesta en fase lineal



# Tipos de respuesta en fase

## Respuesta en fase no lineal



# Tipos de respuesta en fase

## **Respuesta en fase nula**

## Causas

- La respuesta en fase es nula para todas las frecuencias si la respuesta al impulso es simétrica o antisimétrica.
  - Se deduce a partir de la siguiente propiedad de la DTFT:

$h[n]$	$\xleftrightarrow{\text{DTFT}}$	$H(e^{j\theta})$
real y par		real y par

$$h[n] \quad \xleftrightarrow{\text{DTFT}} \quad H(e^{j\theta})$$

real y par      real y par

# Implicancias

- El filtro tiene que tener muestras en los índices de tiempo negativos, por lo tanto, es no causal.
  - El filtro no modifica la fase de los componentes espectrales. El retardo de fase es nulo.

# Tipos de respuesta en fase

## Respuesta en fase lineal

### Causas

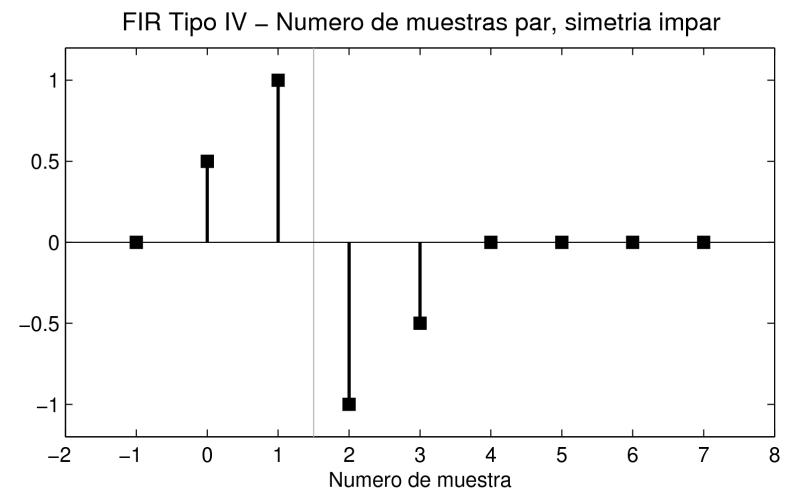
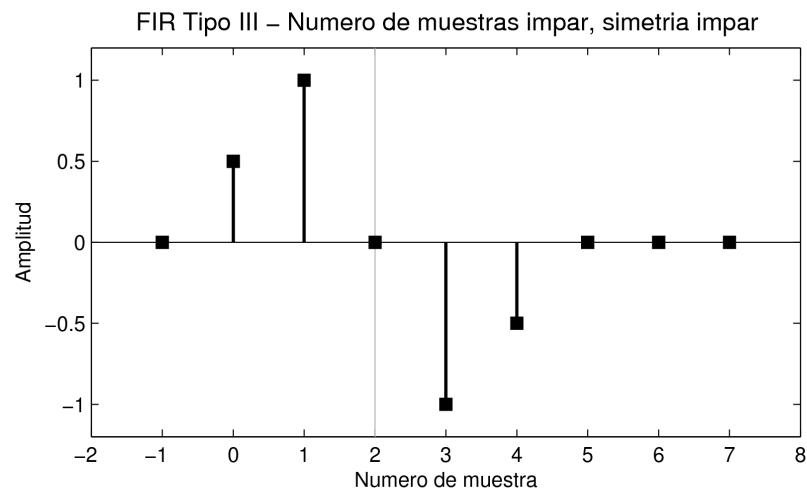
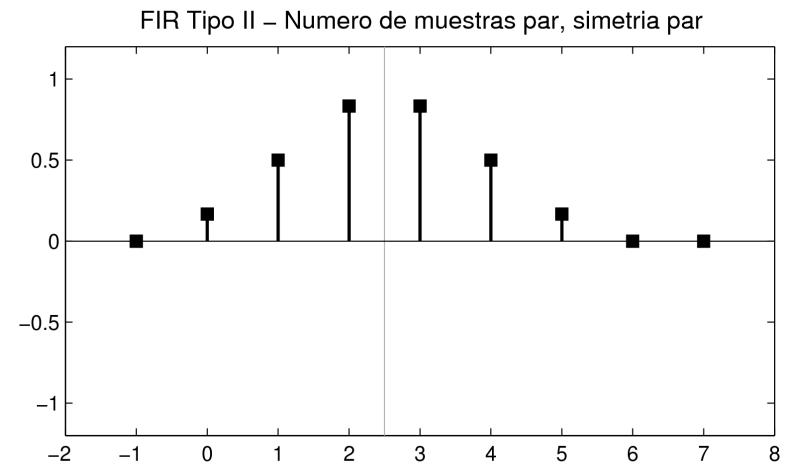
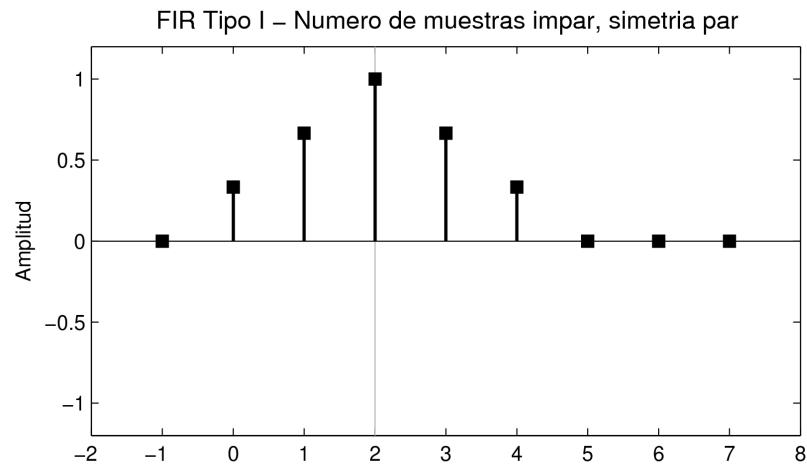
- La respuesta en fase es lineal para todas las frecuencias si la respuesta al impulso es simétrica o antisimétrica respecto a una muestra cualquiera.
- Se deduce a partir de las siguientes propiedades de la DTFT:  
$$h[n] \xrightarrow{\text{DTFT}} \begin{matrix} H(e^{j\theta}) \\ \text{real y par} \end{matrix}$$
$$h[n - n_0] \xrightarrow{\text{DTFT}} \begin{matrix} H(e^{j\theta})e^{-j\theta n_0} \\ \text{real y par} \end{matrix}$$

### Implicancias

- La fase del filtro es lineal con pendiente igual al índice de la muestra de simetría.  
$$\phi(\theta) = -\theta n_0$$
- El retardo de fase es constante para todas las frecuencias e igual al índice de la muestra de simetría.

# Tipos de respuesta en fase

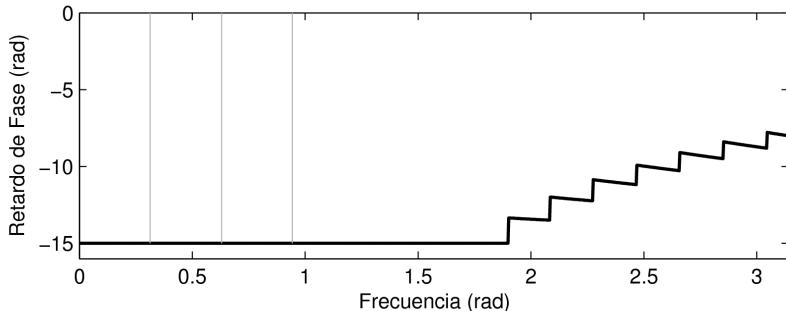
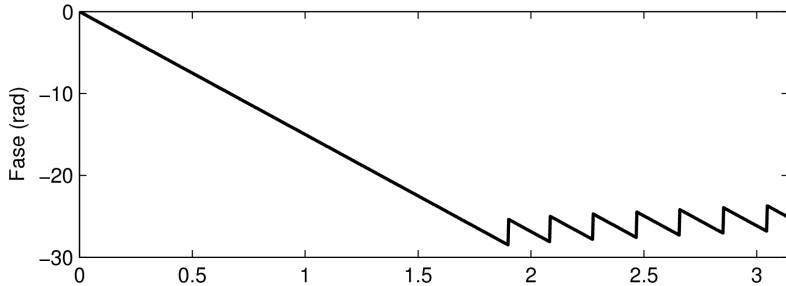
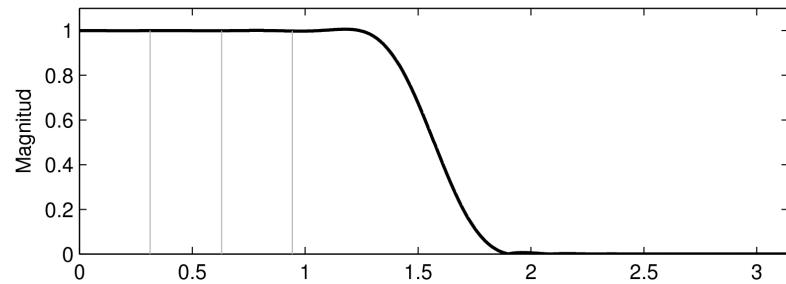
## Tipos de respuesta en fase lineal



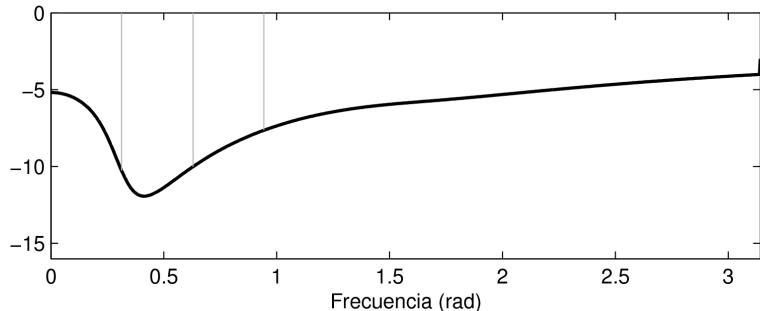
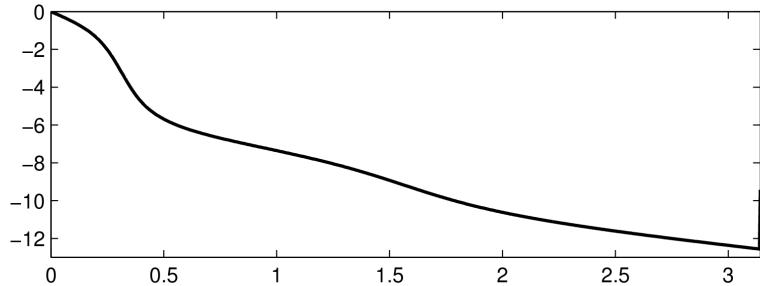
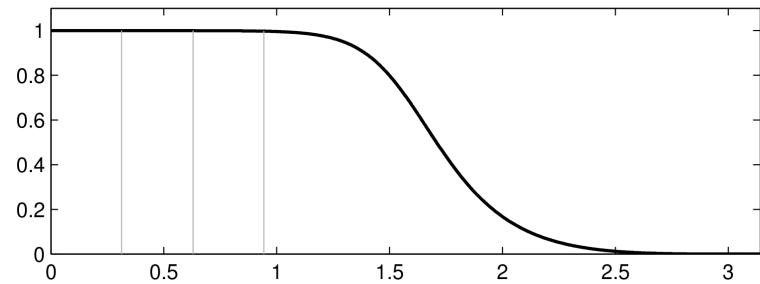
# Tipos de respuesta en fase

## Respuesta en fase no lineal

Filtro FIR de fase lineal

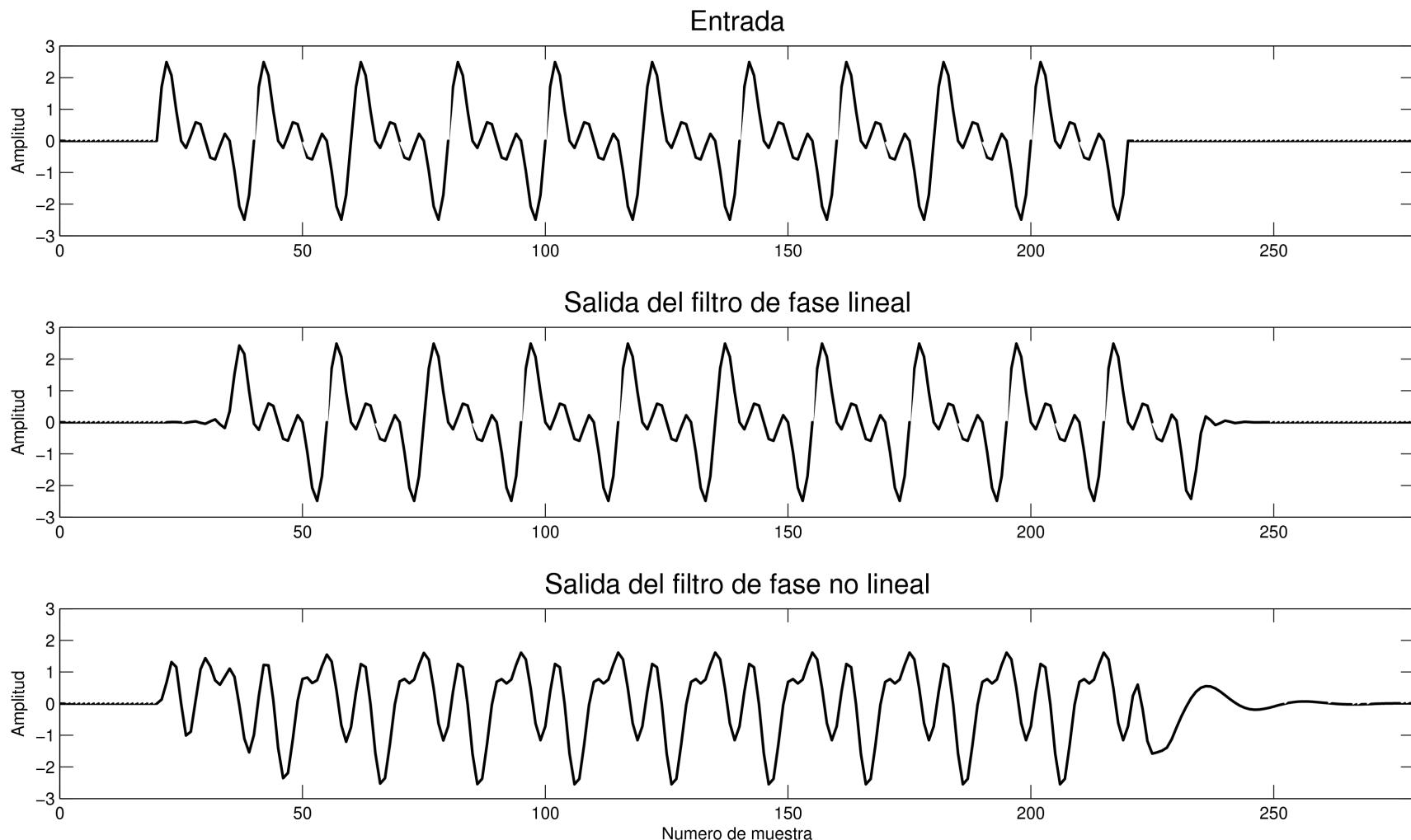


Filtro IIR de fase no lineal



# Tipos de respuesta en fase

## Respuesta en fase no lineal

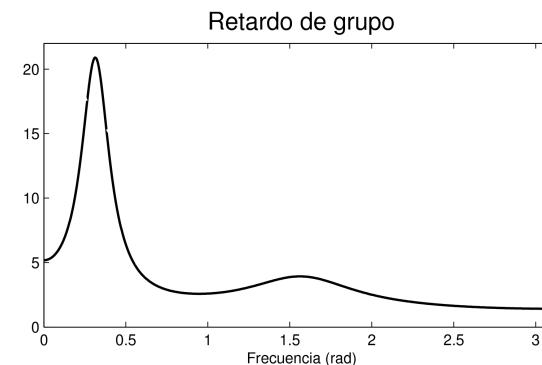
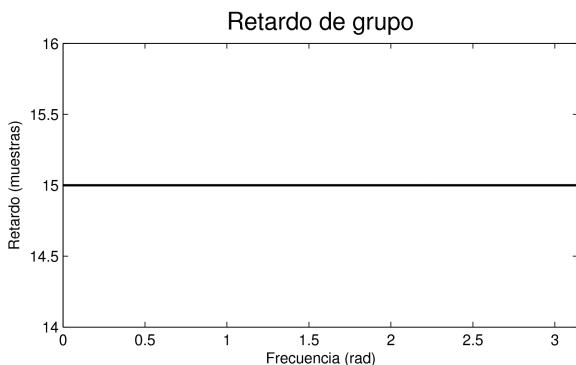
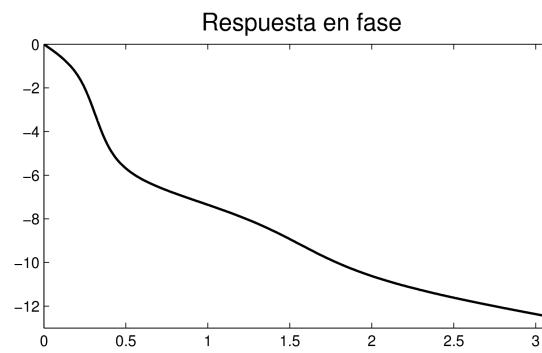
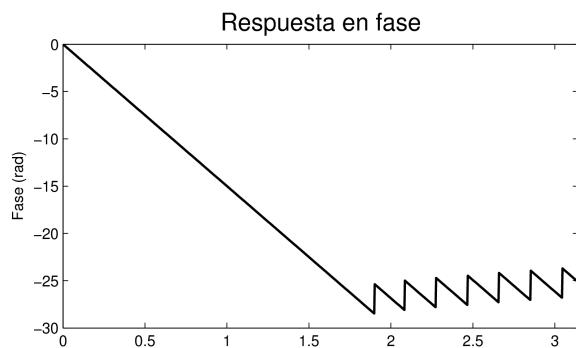


# Retardo de grupo

El **retardo de grupo** provee una medida de la linealidad de la fase. Se define como el opuesto de la derivada de la respuesta en fase:

$$\tau_g(\theta) = -\frac{d}{d\theta} \{\angle H(e^{j\theta})\}$$

La desviación del retardo de grupo de una constante indica el grado de no linealidad de la fase.



# Retardo de grupo

## Interpretación

Se considera una señal de banda angosta como entrada al filtro:

$$x[n] = s[n]\sin(\theta_0 n)$$

$s[n]$  de baja frecuencia,  
varía suavemente con  $n$ .

De esta forma, el espectro de la señal se concentra en torno a la frecuencia de la sinusoida

$$X(e^{j\theta}) \neq 0 \text{ en } \theta \approx \theta_0$$

El efecto de la fase entonces puede ser aproximado como una función lineal en torno a la frecuencia de la sinusoida.

$$\angle H(e^{j\theta}) \approx -\phi_0 - \theta n_d \quad \text{donde} \quad \left\{ \begin{array}{l} \phi_0 = -\angle H(e^{j\theta_0}) \\ n_d = -\frac{d}{d\theta} \{\angle H(e^{j\theta})\} \Big|_{\theta=\theta_0} \end{array} \right.$$

Con esta aproximación, se puede demostrar que la salida del filtro es:

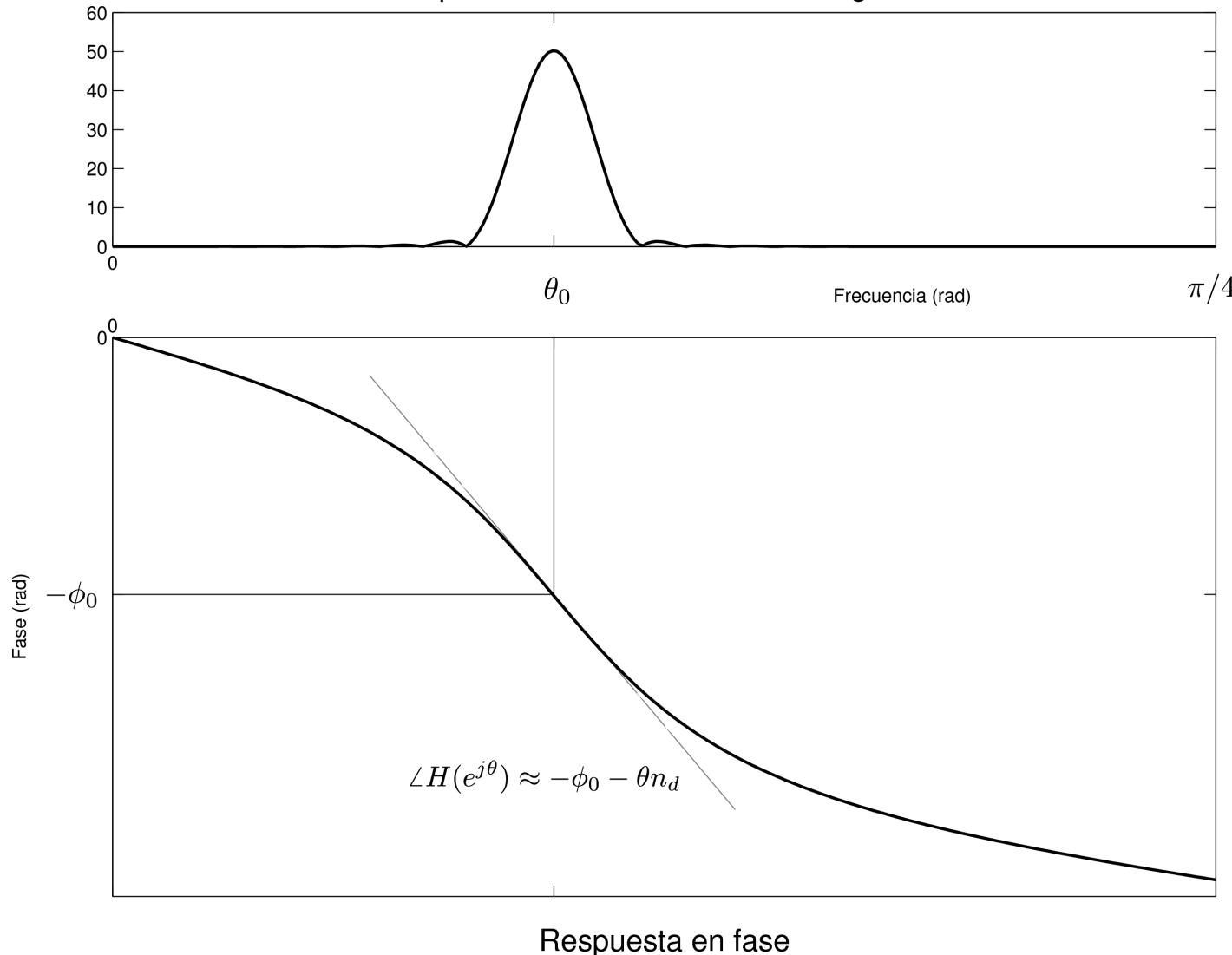
$$y[n] = |H(e^{j\theta_0})|s[n - n_d]\sin(\theta_0 n - \phi_0)$$

que indica que el retardo de la envolvente  $s[n]$  es el retardo de grupo del filtro en la frecuencia de la sinusoida

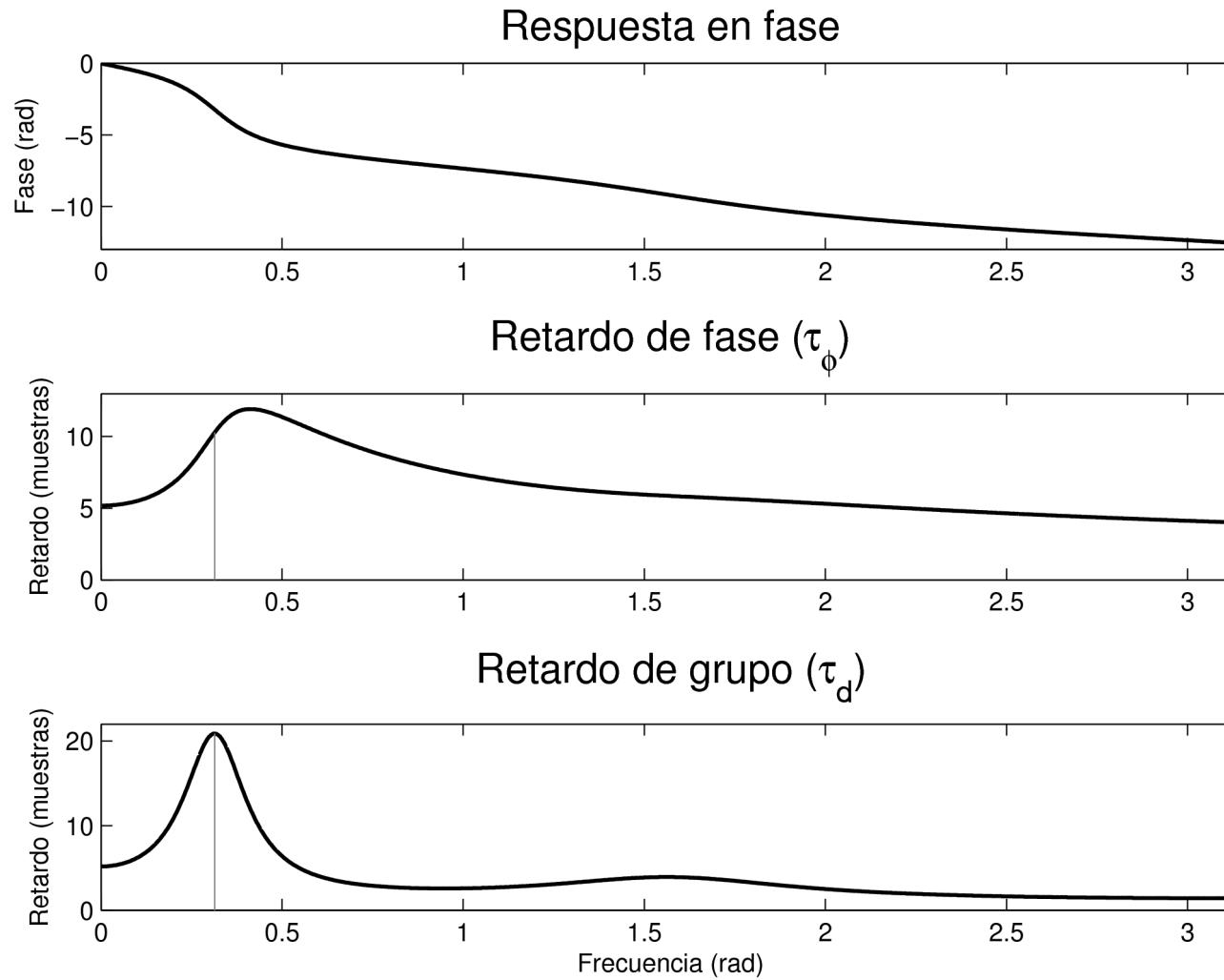
# Retardo de grupo

## Interpretación

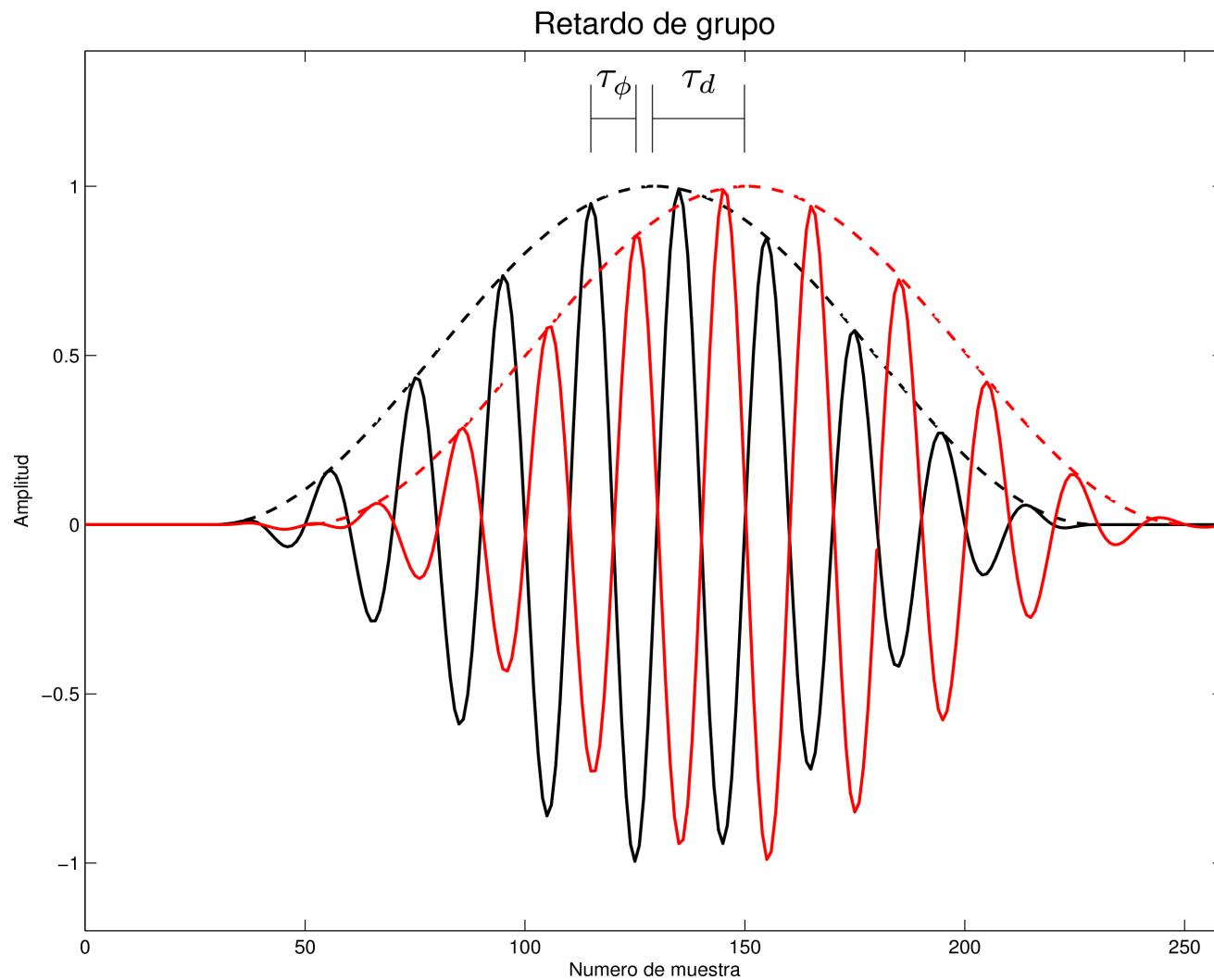
Espectro de entrada de banda angosta



# Retardo de grupo

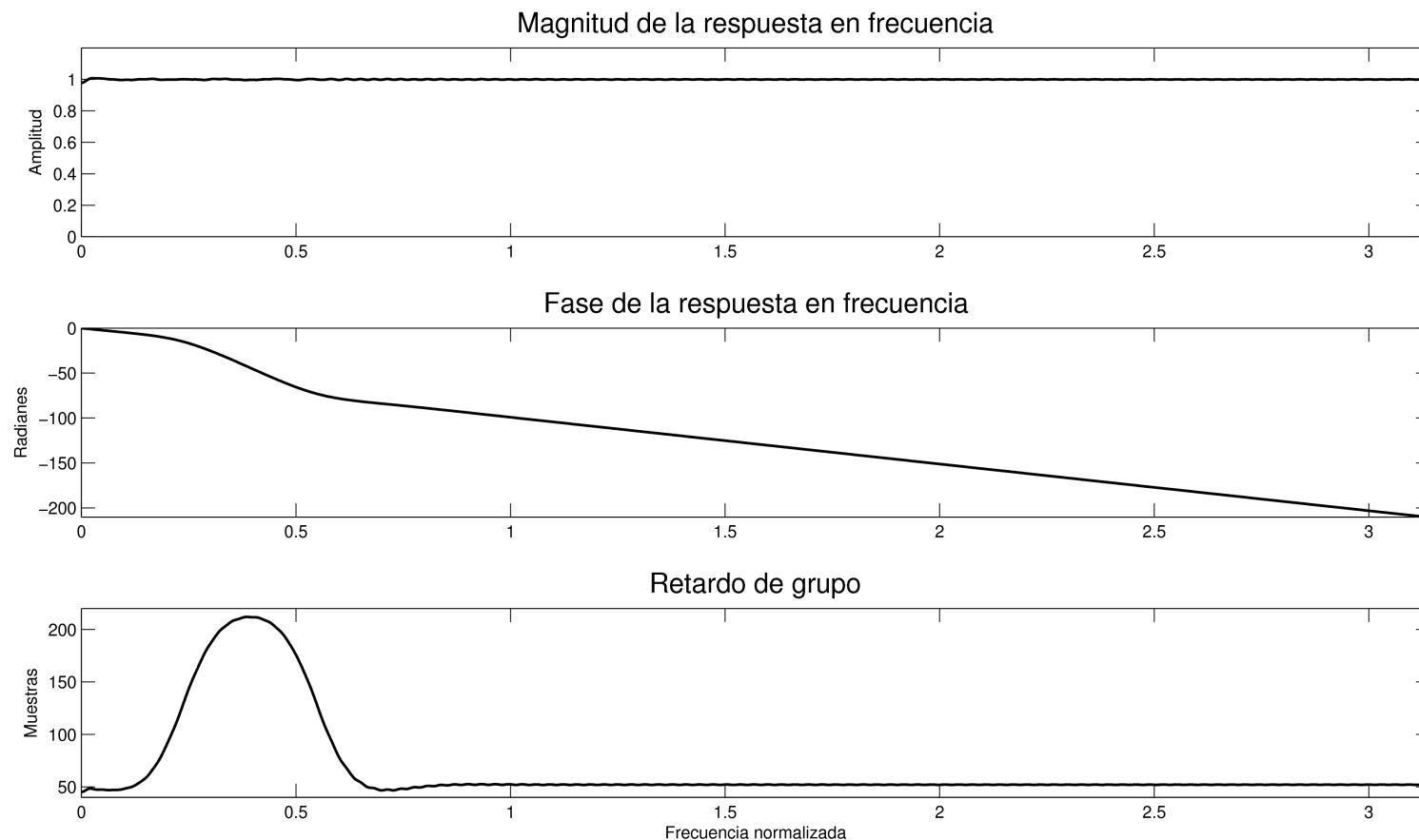


# Retardo de grupo

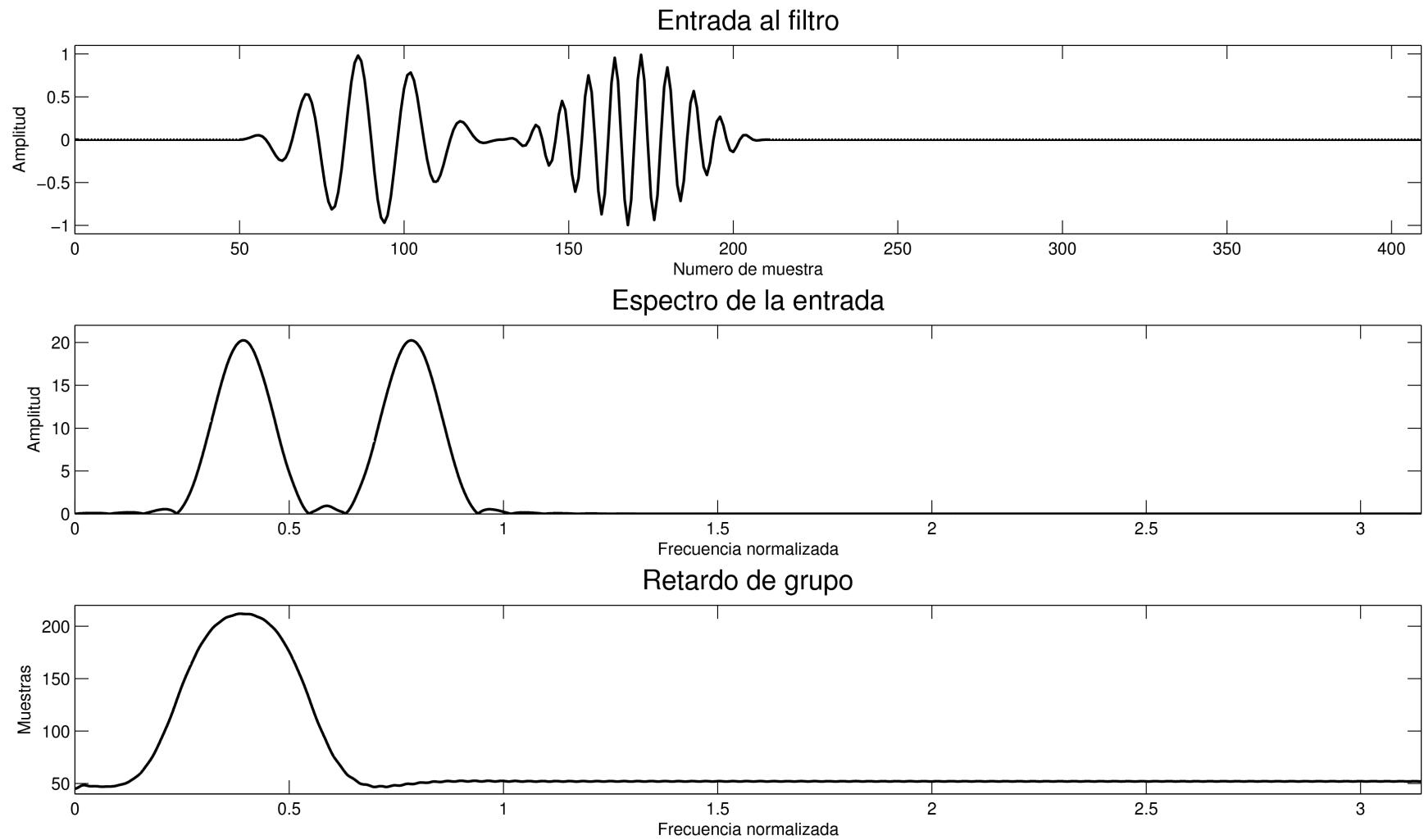


# Filtro pasa-todos

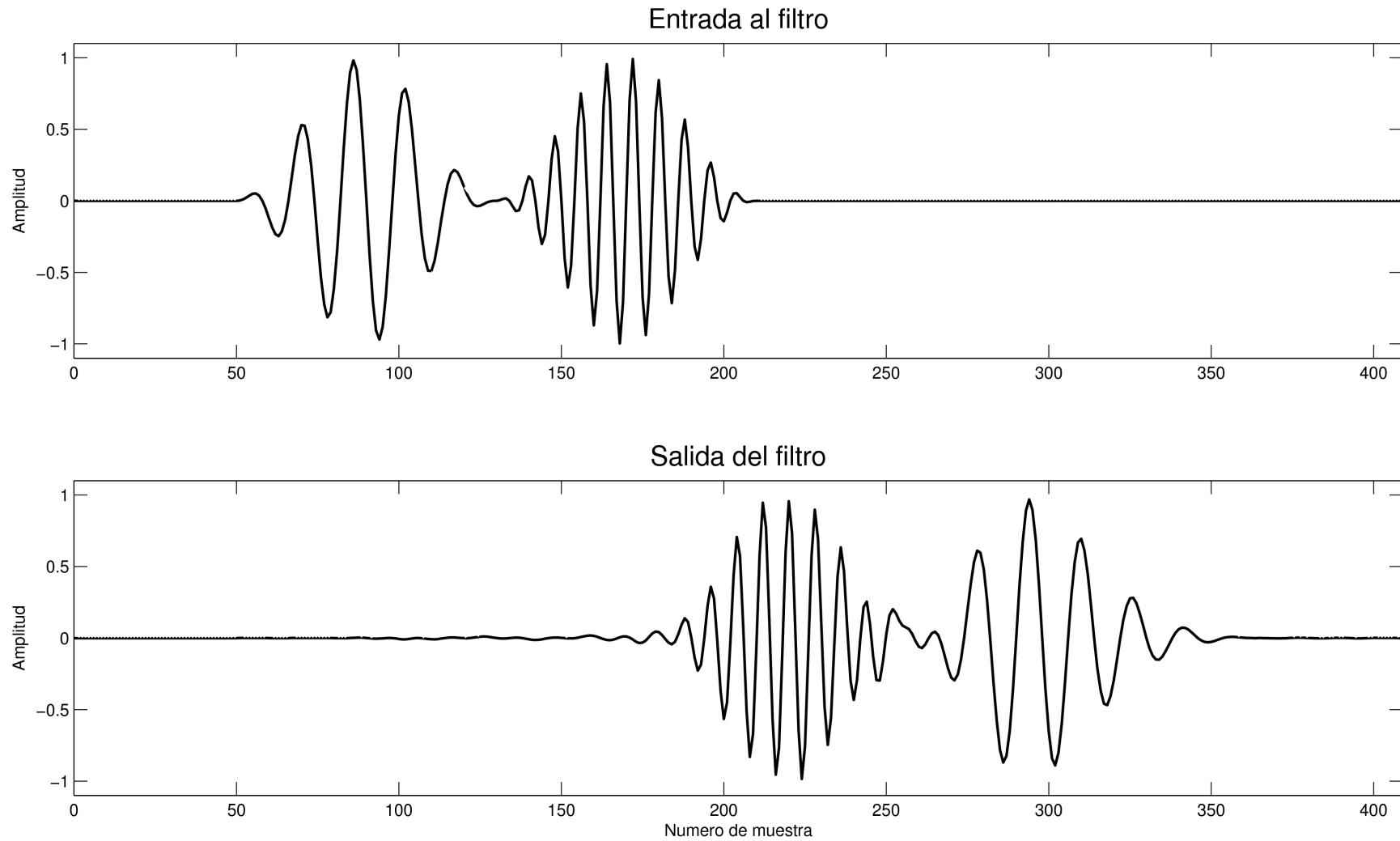
Los filtros pasa-todos permiten pasar a todos los componentes espectrales con la misma ganancia. Tienen ganancia constante para todas las frecuencias, pero pueden tener respuesta en fase arbitraria. Son usados ampliamente en efectos de audio como reverberación artificial.



# Filtro pasa-todos



# Filtro pasa-todos



# Transformaciones en frecuencia

## Inversión espectral

La técnica de inversión espectral se emplea para convertir filtros pasabajos en filtros pasaltos. El principio consiste en restar la señal original a la señal filtrada pasabajos, obteniendo una señal pasalto. La respuesta al impulso y la función de transferencia del filtro transformado son:

Respuesta al impulso

$$h_{inv}[n] = \delta[n] - h[n]$$

Función de transferencia

$$H_{inv}(z) = 1 - H(z)$$

En el caso de un filtro IIR, la transferencia del filtro transformado es:

$$H(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} \implies H_{inv}(z) = \frac{Q(z) - P(z)}{Q(z)}$$

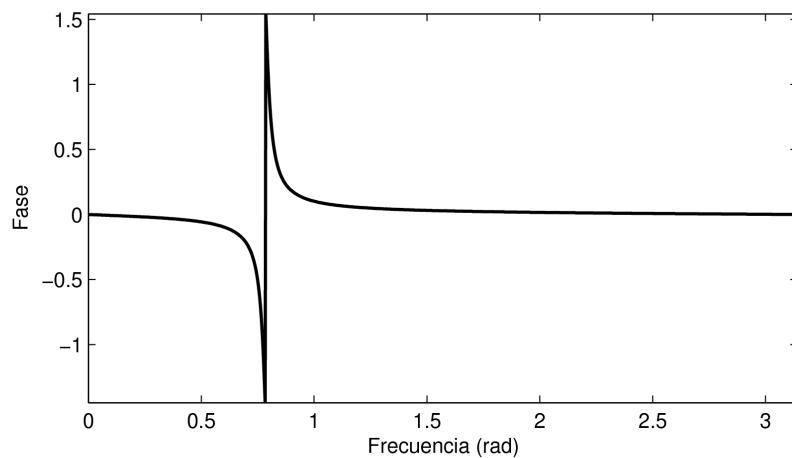
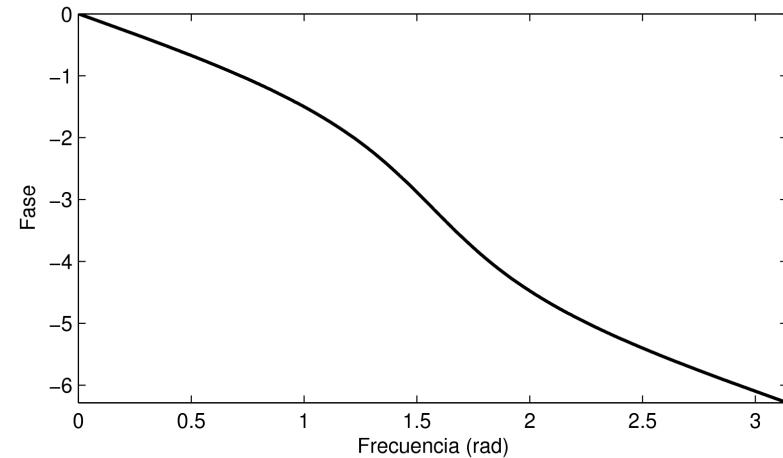
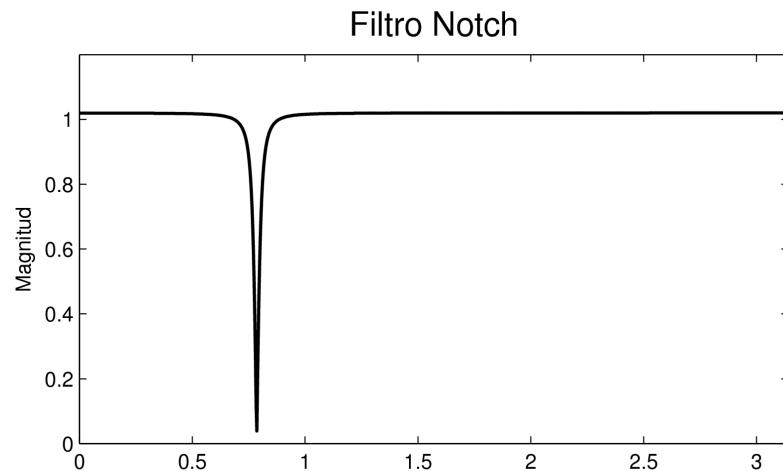
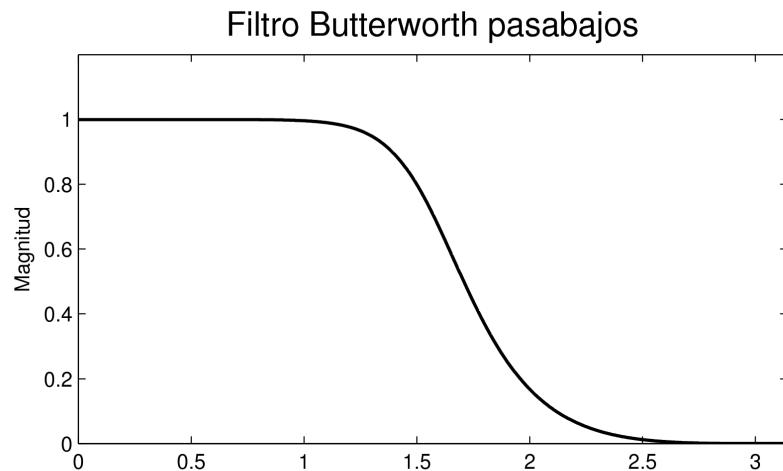
Esto implica que los coeficientes de la ecuación en recurrencia se modifican como:

$$a_i^{inv} = a_i$$

$$b_i^{inv} = a_i - b_i$$

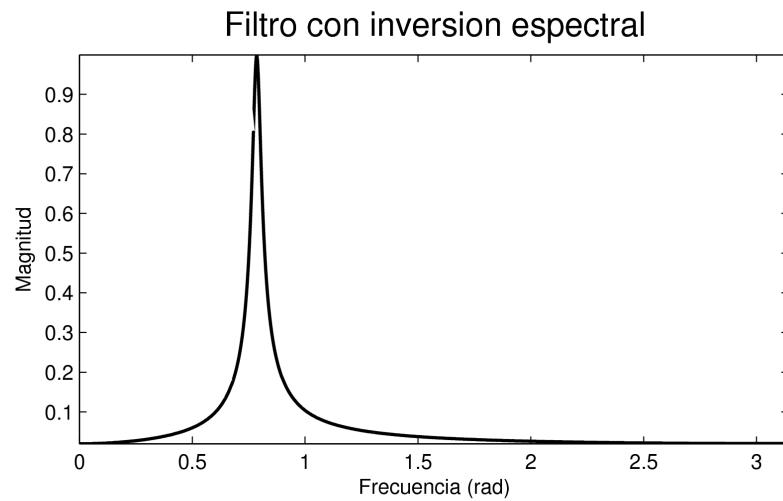
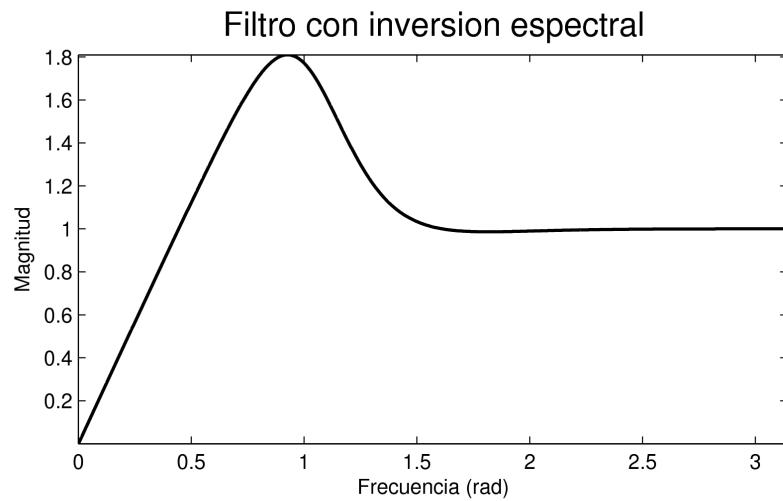
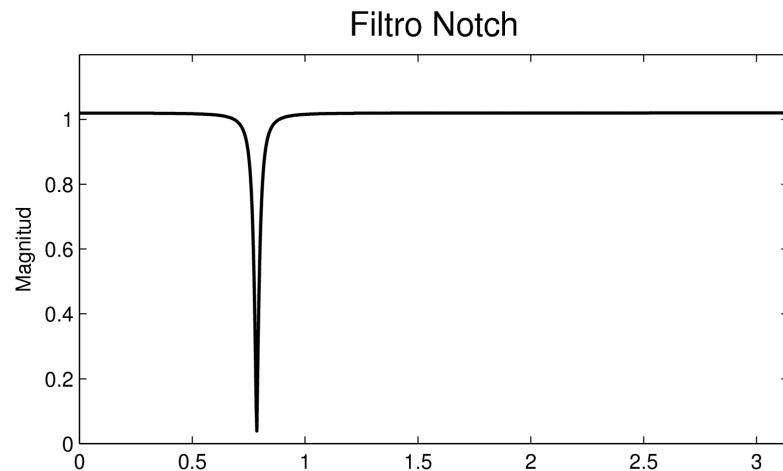
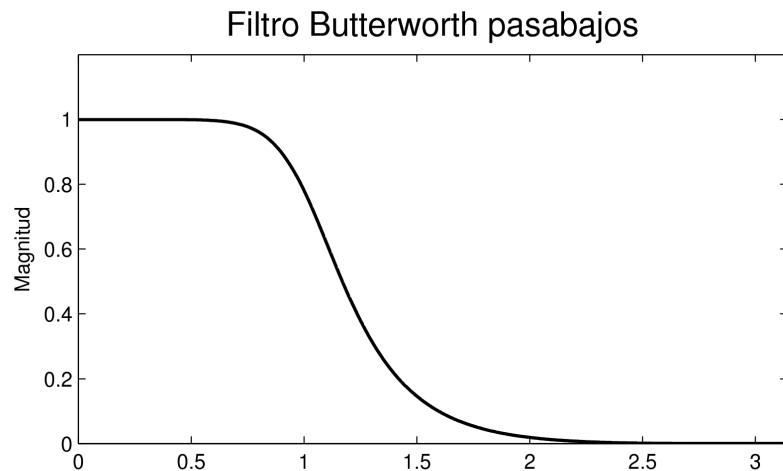
# Transformaciones en frecuencia

## Inversión espectral - Ejemplos



# Transformaciones en frecuencia

## Inversión espectral - Ejemplos



# Respuesta en fase

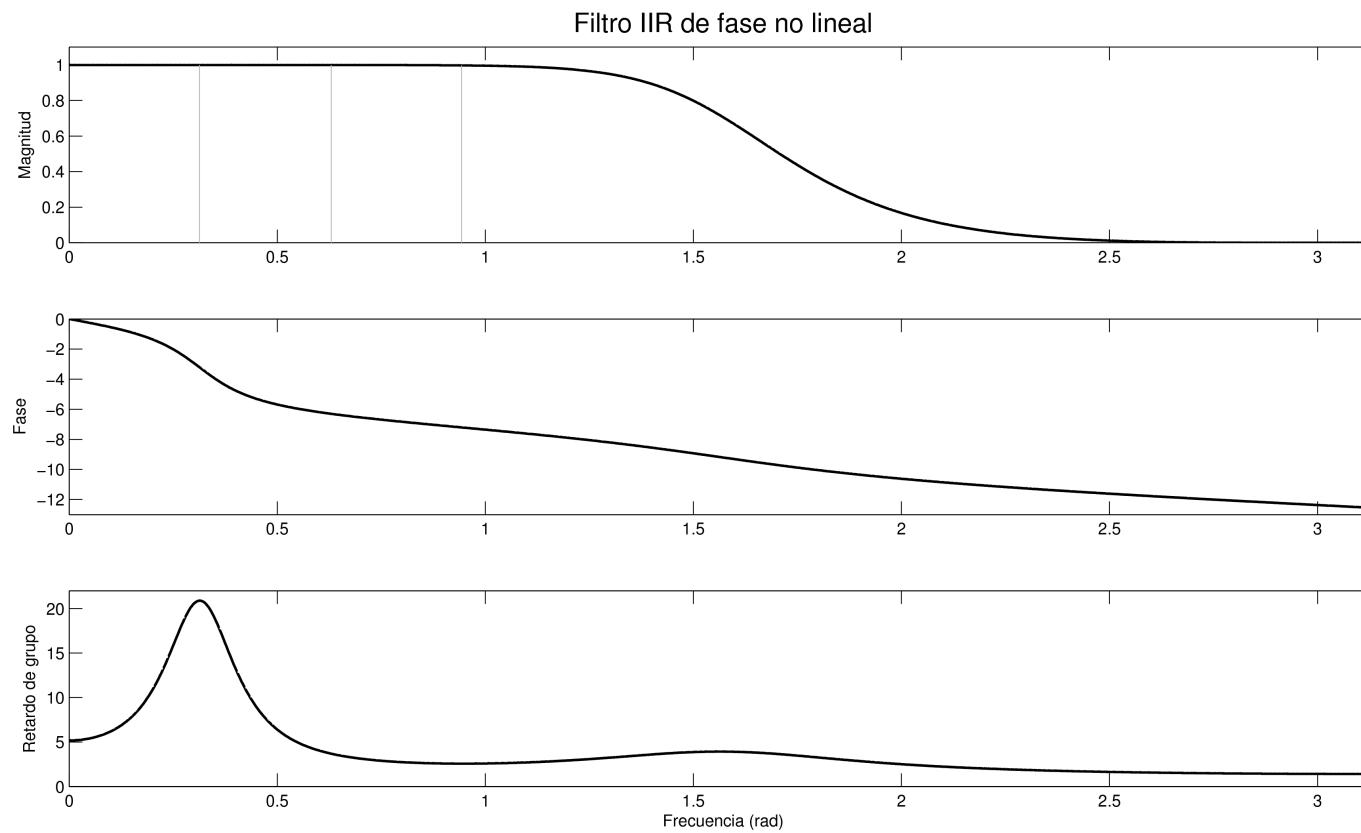
## Conclusiones

- El **retardo de fase** indica la cantidad de muestras que se retarda cada componente espectral. En general, componentes de distintas frecuencias se retardan cantidades diferentes.
- El **retardo de grupo** indica cuánto se retarda la envolvente temporal de los componentes. También depende de la frecuencia.
- Los filtros de retardo nulo implican respuesta en fase nula. Requieren simetría en torno a la muestra 0 y por lo tanto no pueden ser causales.
- Si el filtro es de fase lineal, el retardo de grupo coincide con el retardo de fase. El retardo no depende de la frecuencia y equivale a retardar la señal completa. Este efecto en general no es nocivo y puede ser compensado.
- Si el filtro no es de fase lineal, se produce **distorción de fase**. La forma de onda de la señal se modifica al ser filtrada.
- Los filtros FIR se diseñan a partir de la respuesta al impulso. Es fácil imponer fase lineal haciendo que la respuesta al impulso sea simétrica.
- Los filtros recursivos se especifican a partir de los coeficientes y suelen tener respuesta al impulso infinita. No es posible imponer fase lineal.

# Filtrado bidireccional de fase nula

El filtrado bidireccional de fase nula es una técnica para emplear filtros recursivos logrando fase nula.

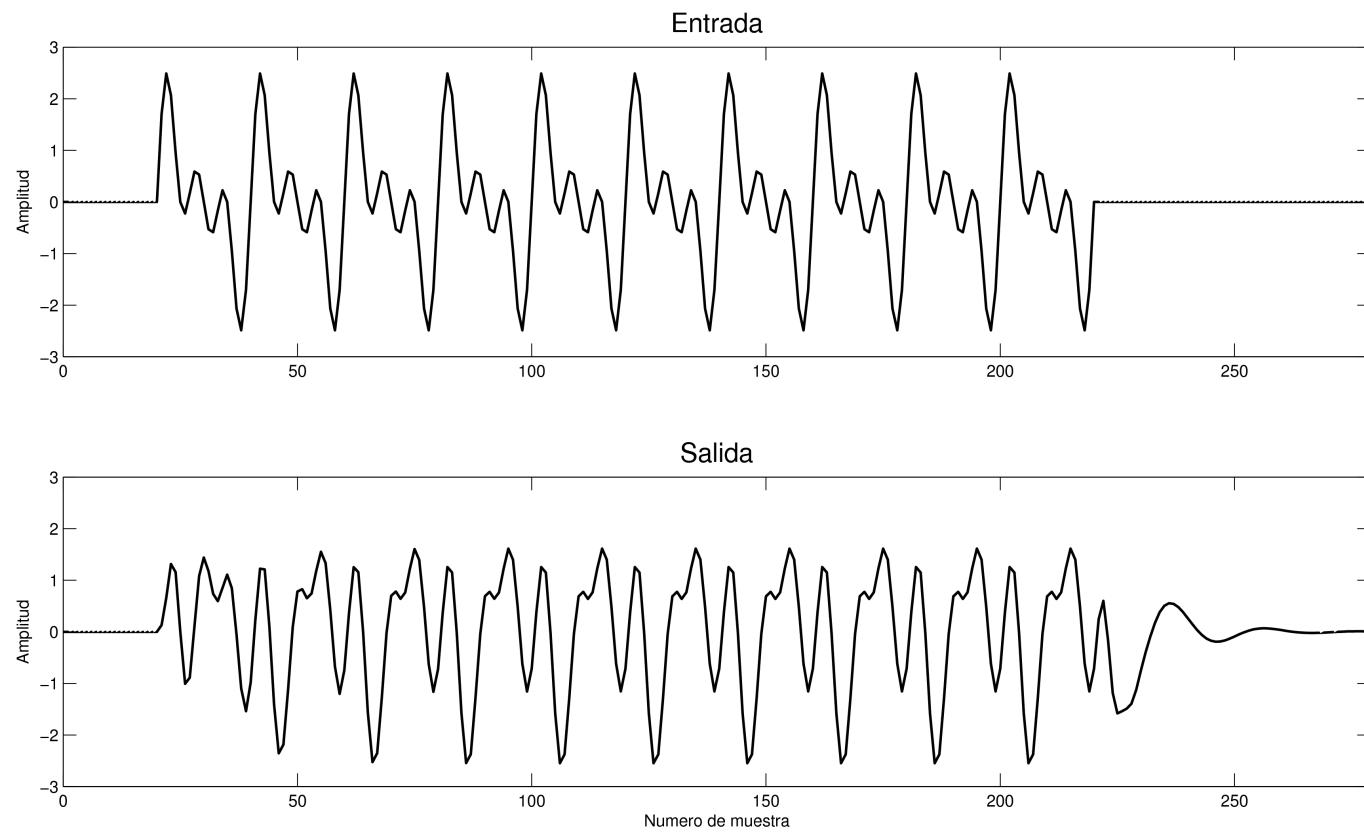
## Ejemplo



# Filtrado bidireccional de fase nula

## Filtrado normal

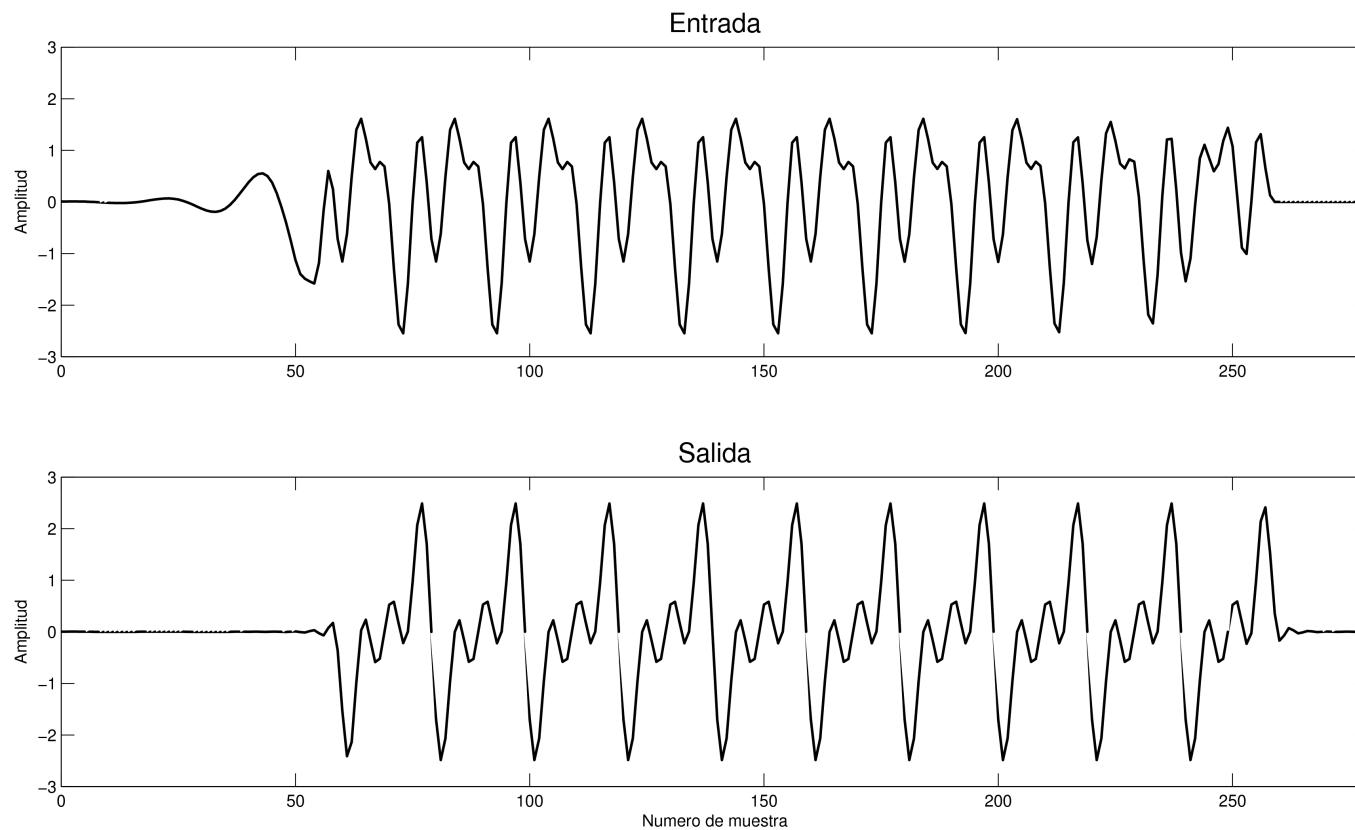
1 – Se filtra la señal de forma convencional (“Filtrado hacia adelante”)



# Filtrado bidireccional de fase nula

## Filtrado normal

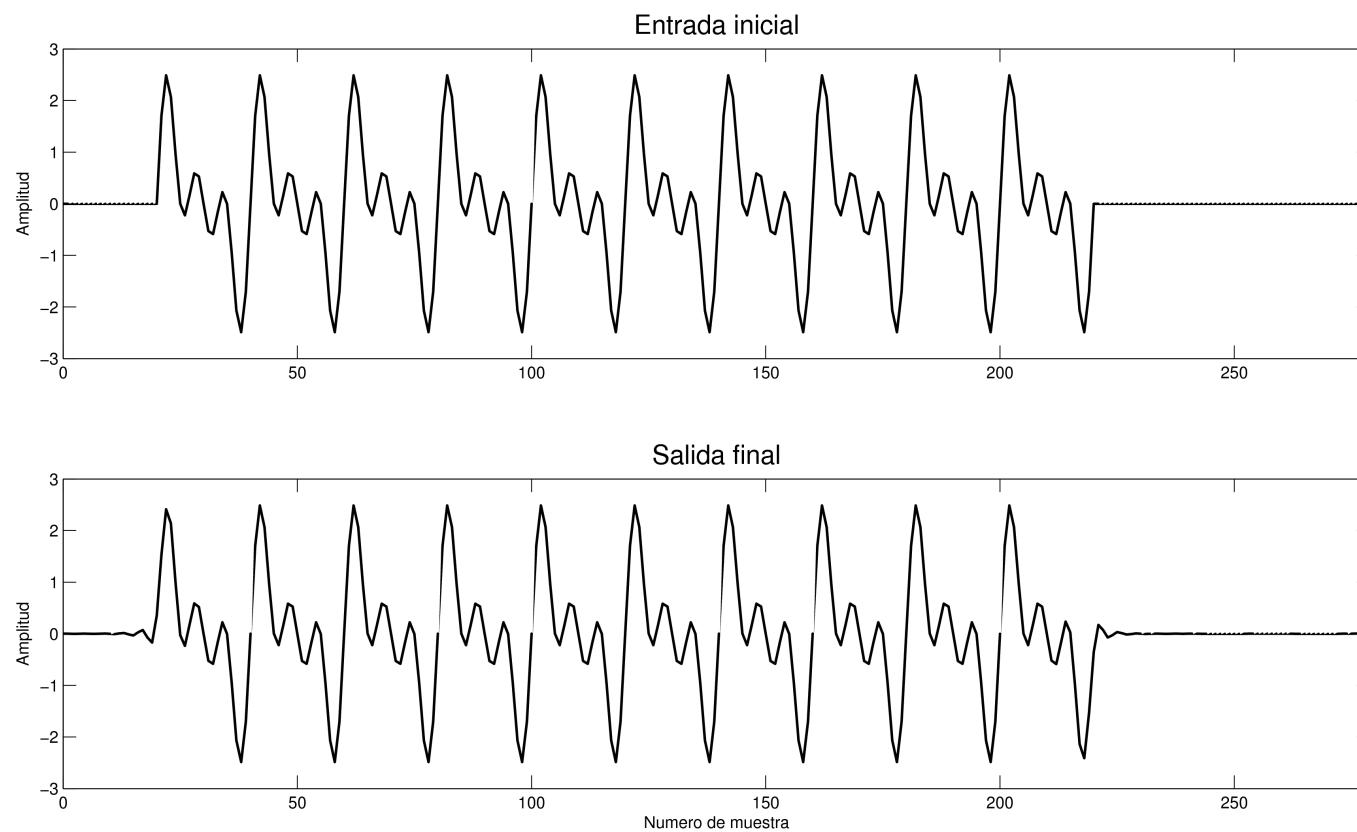
2 – Se invierte en el tiempo la salida del primer filtrado y se vuelve a filtrar (“Filtrado hacia atás”)



# Filtrado bidireccional de fase nula

## Filtrado normal

3 – Se invierte temporalmente la salida del segundo filtrado.



# Filtrado bidireccional de fase nula

## Justificación

- Invertir en el tiempo la señal y filtrar con un filtro de respuesta al impulso  $h[n]$  es equivalente a filtrar la señal con un filtro de respuesta al impulso invertida,

$$x[-n] * h[n] = x[n] * h[-n]$$

- El proceso de filtrar hacia adelante y luego hacia atrás es un sistema con los dos filtros en serie, y por lo tanto, la respuesta al impulso global es la convolución de los filtros de la serie

$$h_{bd} = h[n] * h[-n]$$

- Usando propiedades de la DTFT,

$$h[n] \xleftrightarrow{\text{DTFT}} H(e^{j\theta}) \Rightarrow h[-n] \xleftrightarrow{\text{DTFT}} H^*(e^{j\theta})$$

- Teniendo en cuenta estas consideraciones, se puede encontrar la respuesta en frecuencia del proceso de filtrado bidireccional

$$h_{bd} = h[n] * h[-n] \xleftrightarrow{\text{DTFT}} H(e^{j\theta})H^*(e^{j\theta}) = |H(e^{j\theta})|^2$$

La respuesta en frecuencia resultante es real y por lo tanto, de fase nula.

# Filtros Chebyshev

# Introducción

- Son filtros IIR usados para separar bandas de frecuencias (Pasa-bajos, pasa-altos, pasa-banda o suprimebanda)
- Tienen desempeño mas limitado que los filtros señal-enventanado, pero son apropiados en la mayoría de las aplicaciones.
- Son filtros recursivos y por lo tanto, muy rápidos de ejecutar.
- Su origen proviene de la imitación de filtros analógicos equivalentes, aprovechando el hecho de que la teoría de filtros analógicos tiene siglos de desarrollo.

# Filtros Chevyshev

- Están diseñados para tener el *roll-off* mas rápido posible a costa de permitir *ripple*. Son filtros óptimos en este sentido: dado el orden (cantidad de polos) y el ripple permitido, tienen el roll-off óptimo.
- El ripple está presente en la banda pasante o en la banda atenuante, pero no en ambas.
- Involucran un compromiso entre el roll-off y el ripple. Cuanto mayor es el ripple permitido, mas rápido es el roll-off.
- Pueden diseñarse para que el ripple sea nulo. En este caso, reciben un nombre especial: filtro Butterworth.
- Clasificación de filtros Chevyshev
  - Filtros Butterworth (sin ripple)
  - Tipo I: Ripple en la banda pasante
  - Tipo II: Ripple en la banda atenuante

# Filtros Butterworth

- No tienen ripple.
- Se diseñan especificando tres parámetros: el tipo de respuesta (pasabajos, pasaltos), la frecuencia de corte y el orden.
- Al aumentar el orden, el roll-off mejora (dejando la frecuencia de corte constante).
- Al aumentar el orden, crece el retardo de grupo, o equivalentemente, la fase es menos lineal.
- El roll-off depende de la frecuencia de corte para un orden fijo.

# Filtros Butterworth - Construcción

**Objetivo:** construir un filtro recursivo sin ripple y con el roll-off mas rápido posible

$$F(z) = \frac{z - 1}{z + 1}$$

$$H(z) = \frac{1}{1 + F(z)}$$

- En continua ( $z=1$ ) vale:  $F(1)=0$
- En la frecuencia de Nyquist ( $z=-1$ ) vale:  $F(-1) = \infty$ .
- En la circunferencia unidad vale:
- En continua ( $z=1$ ) vale:  $H(1)=1$
- En la frecuencia de Nyquist ( $z=-1$ ) vale:  $H(-1) = 0$ .
- En la circunferencia unidad vale:

$$F(e^{j\theta}) = j \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

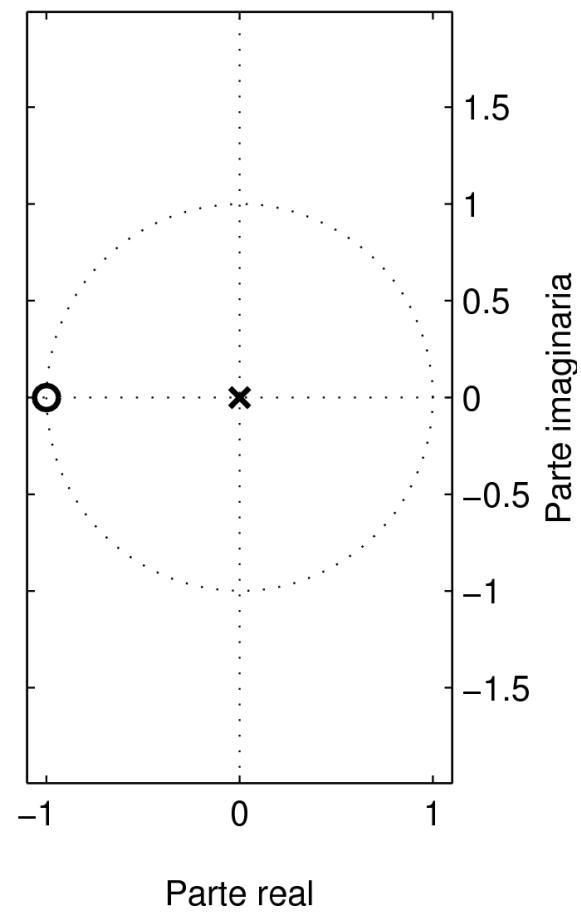
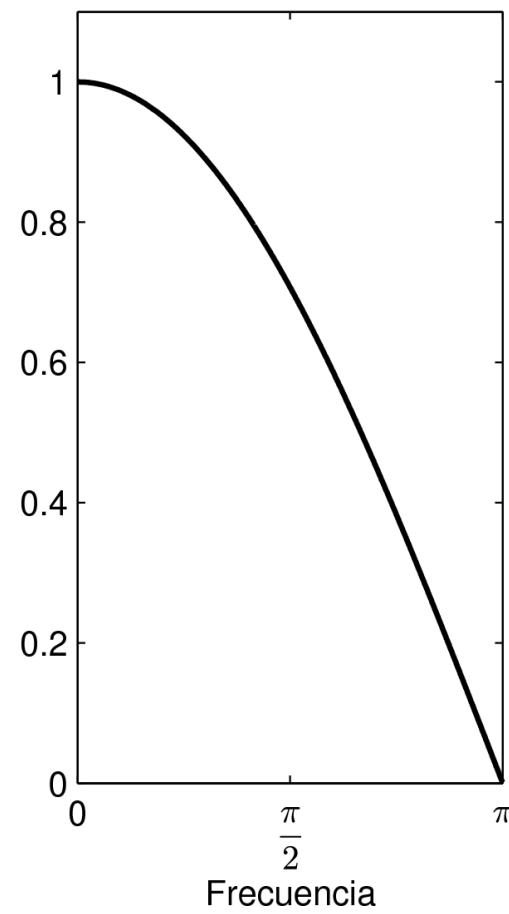
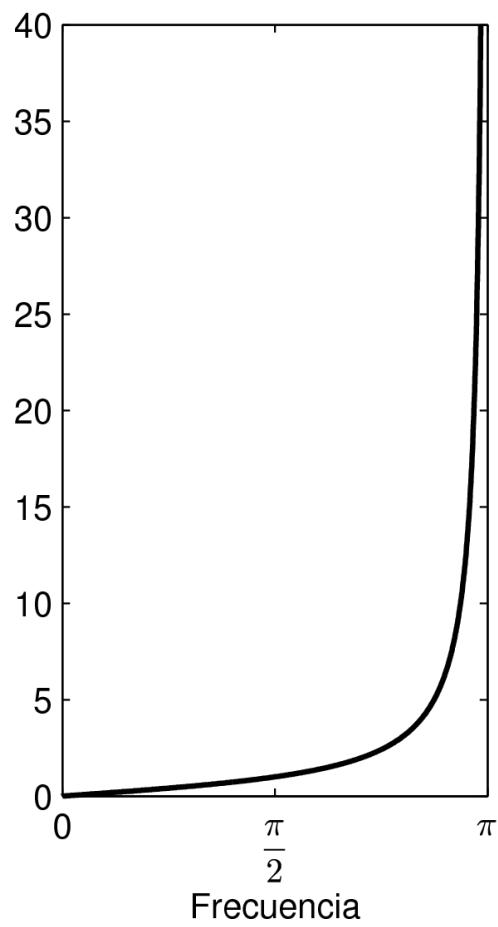
$$|H(e^{j\theta})| = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}}$$

# Filtros Butterworth - Construcción

$$|F(e^{j\theta})| = \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$|H(e^{j\theta})| = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}}$$

Diagrama de polos y ceros  
de  $H(z)$



# Filtros Butterworth - Construcción

Limitaciones:

- El roll-off es muy lento.
- La respuesta en frecuencia es compleja, lo que hace difícil controlar la respuesta en magnitud para moldearla de forma deseada

$$F(z)F(z^{-1})$$

Se considera el filtro con la siguiente función de transferencia:

En la circunferencia unidad vale

$$\begin{aligned} F(e^{j\theta})F(e^{-j\theta}) &= |F(e^{j\theta})|^2 \\ &= \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{aligned}$$

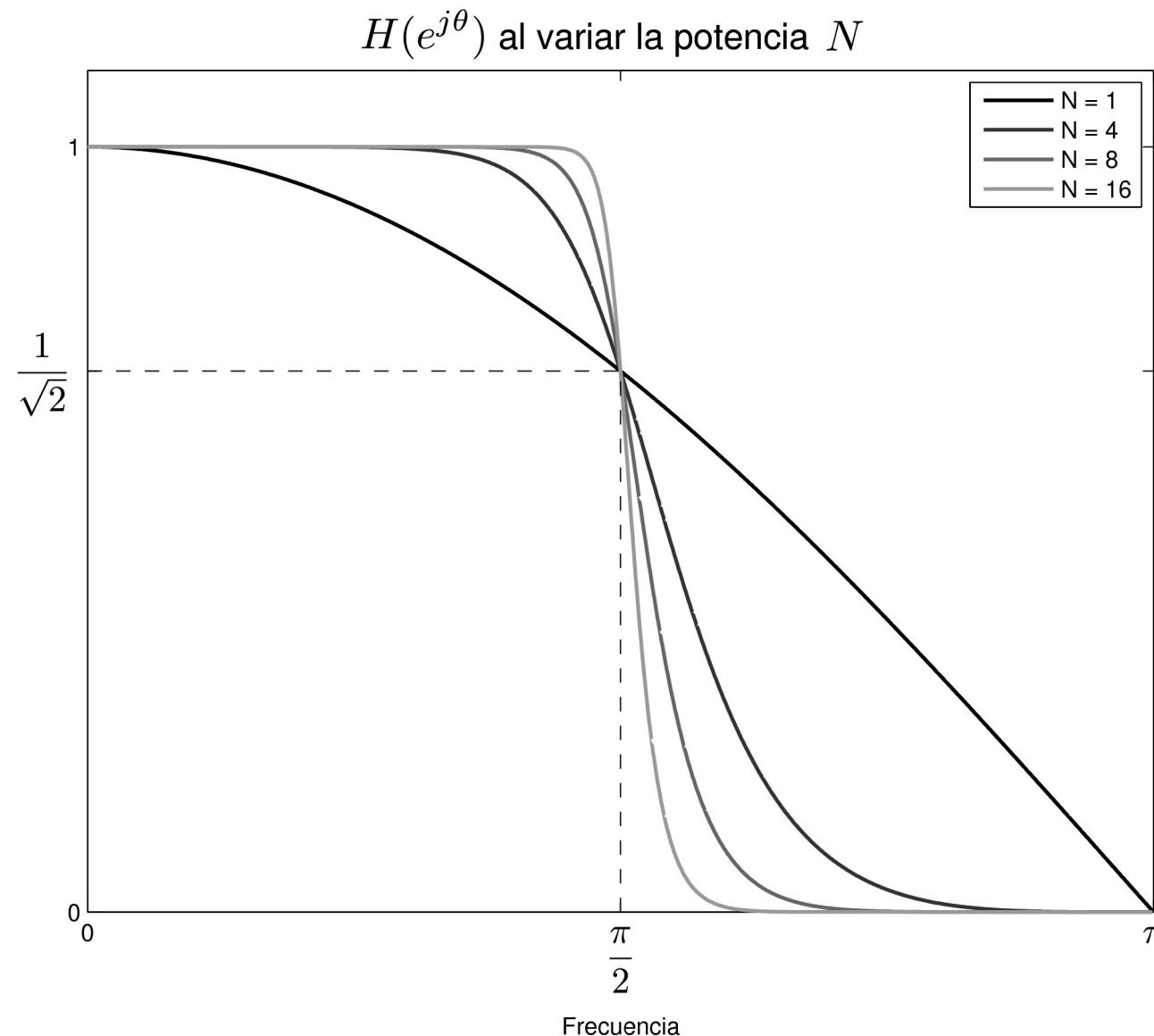
- Es real y simétrica en la circunferencia unidad.
- Los polos y los ceros son pares de números inversos.

$$H(z) = \frac{1}{1 + [F(z)F(z^{-1})]^N}$$

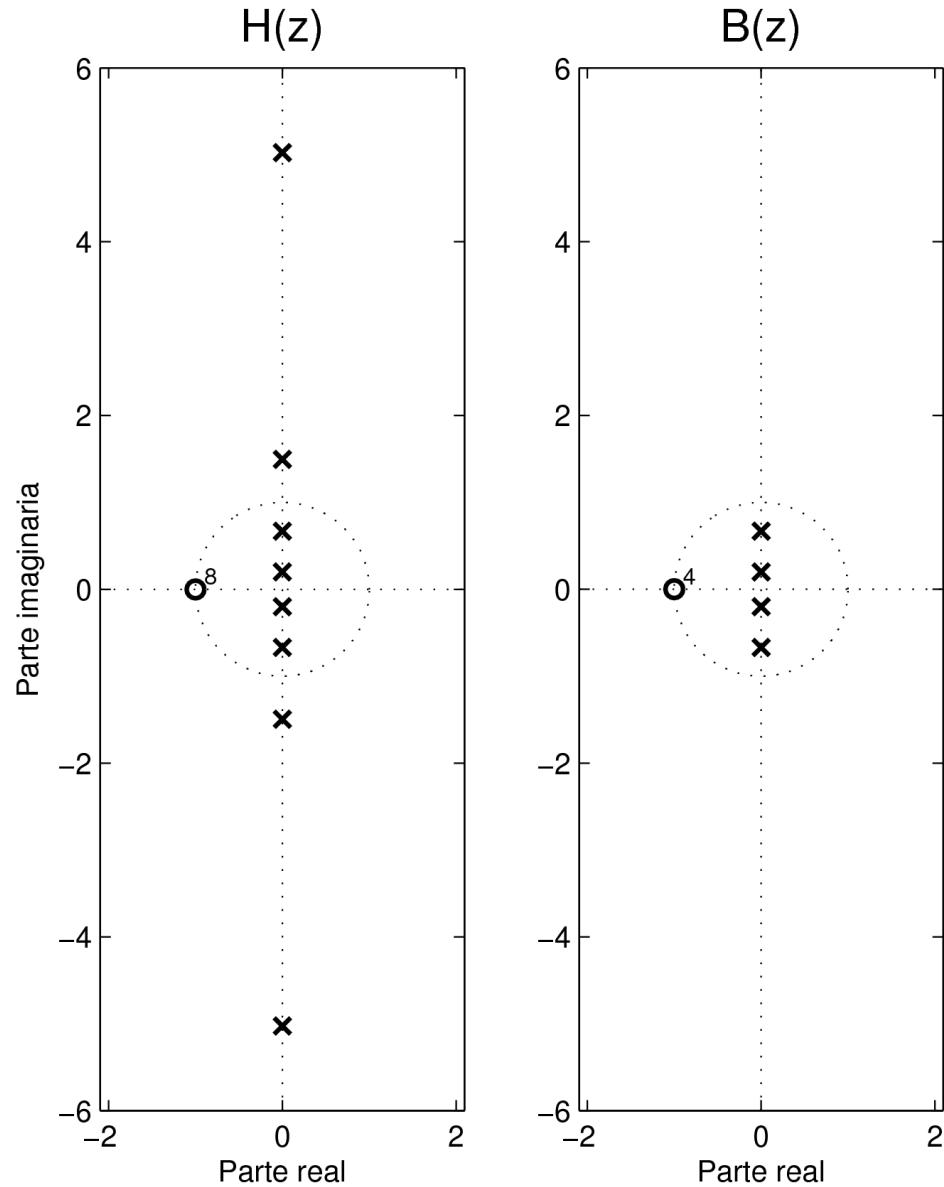
que corresponde a un filtro con la siguiente respuesta en frecuencia:

$$H(e^{j\theta}) = \frac{1}{1 + \tan^{2N}\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

# Filtros Butterworth - Construcción



# Filtros Butterworth - Construcción



**Problema:** el filtro es inestable

**Solución:** se eliminan los polos fuera del círculo unidad.

$$B(z)B(z^{-1}) = \frac{1}{1 + [F(z)F(z^{-1})]^N}$$

Factorizando  $H(z)$  de esta forma,  $B(z)$  tiene todos los polos dentro del círculo unidad.

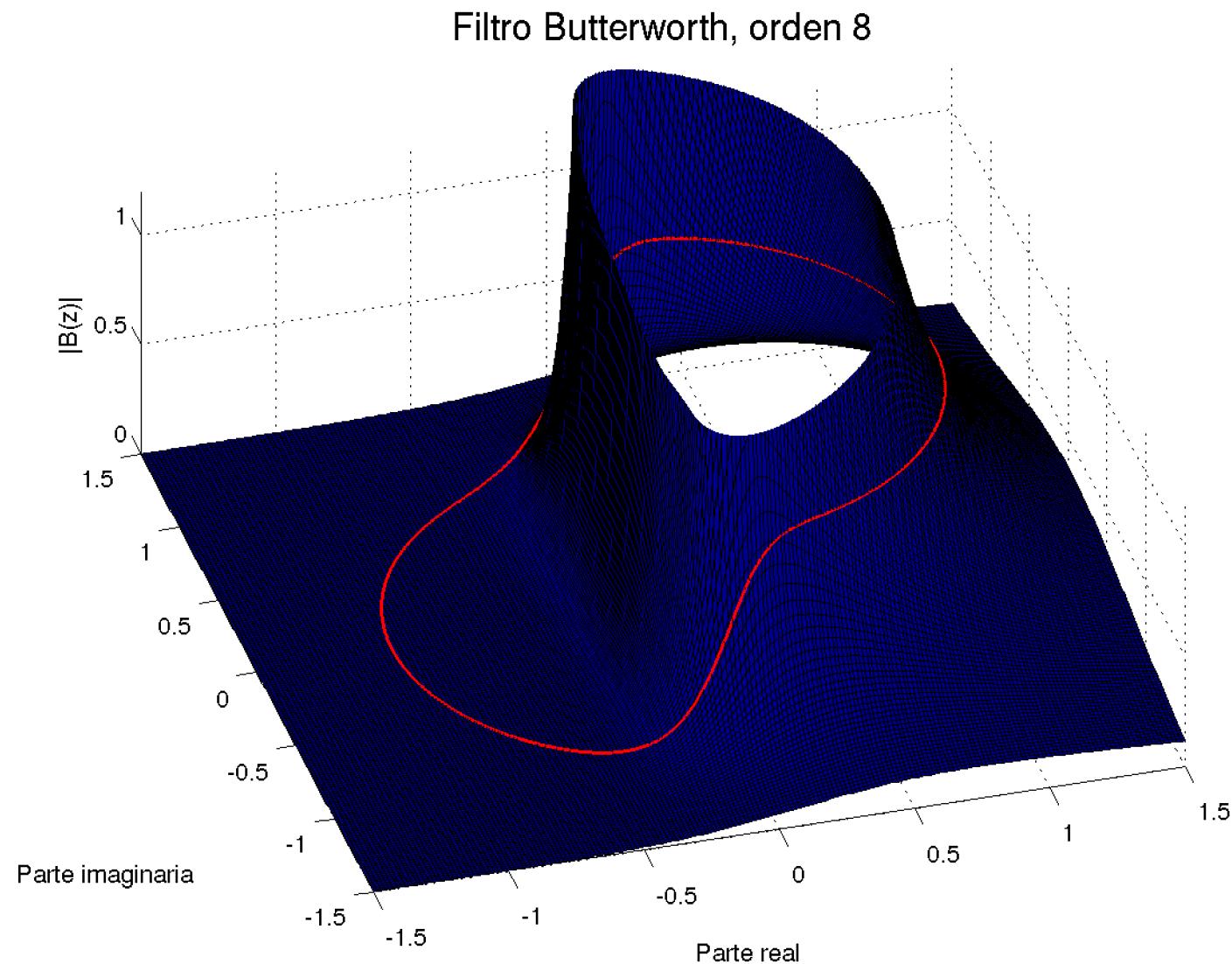
# Filtros Butterworth - Construcción

- $B(z)$  obtenida de esta forma es la función de transferencia del filtro de Butterworth de orden  $N$ .
- La función de transferencia tiene  $N$  polos en el eje imaginario
- A partir de la expresión analítica de  $B(z)$  es posible obtener los coeficientes de recursión para implementar el filtro.
- La respuesta en frecuencia del filtro de Butterworth es:

$$|B(e^{j\theta})|^2 = \frac{1}{1 + \tan^{2N} \left( \frac{\theta}{2} \right)}$$

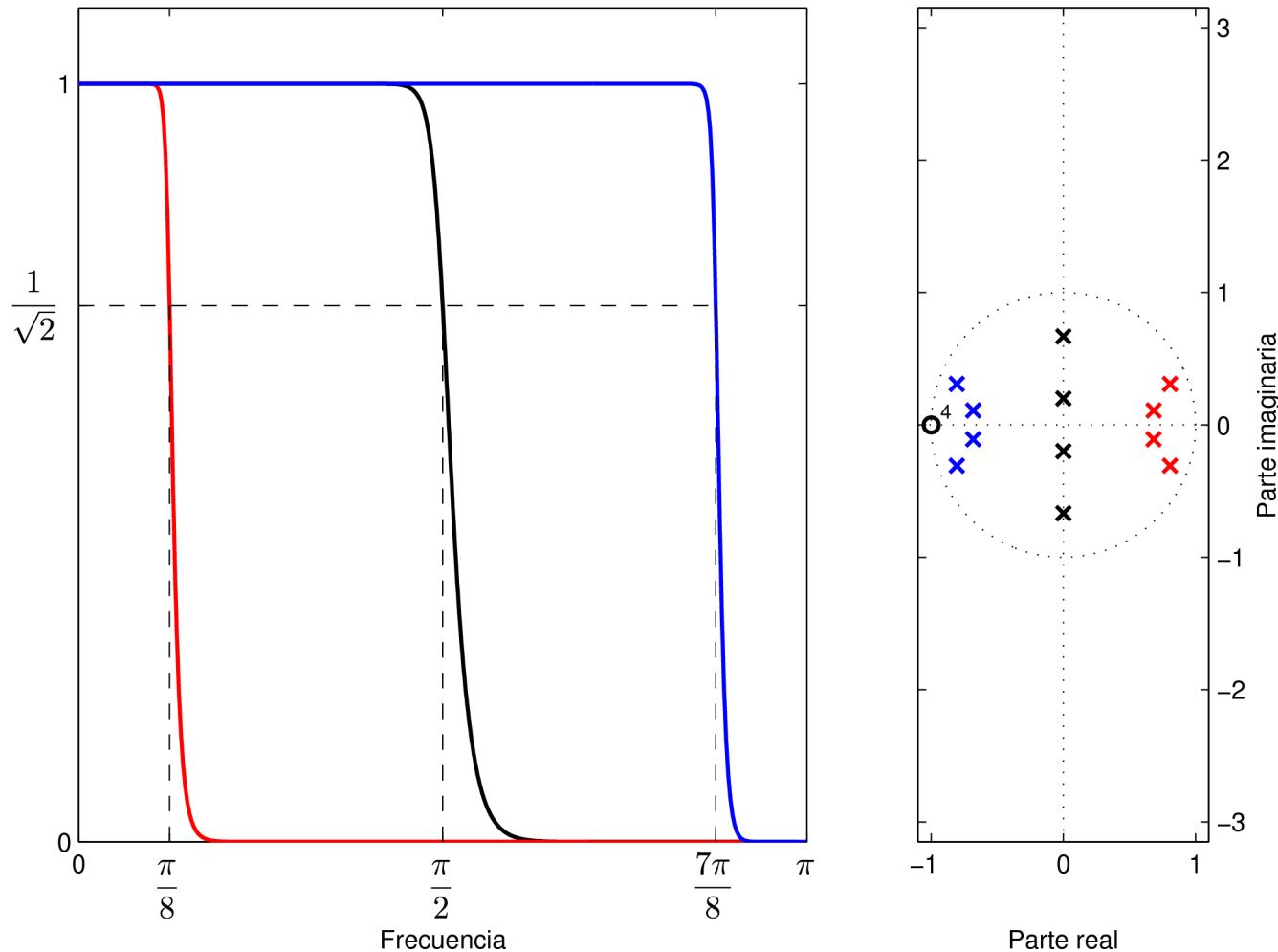
- La frecuencia de corte del filtro construido es  $\pi/2$  porque el módulo al cuadrado vale  $1/2$  en esa frecuencia.
- Para obtener filtros de otras frecuencias de corte, hay que hacer una modificación en la función  $F(z)$  inicial.

# Filtros Butterworth



# Filtros Butterworth

Filtro de Butterworth con distintas frecuencias de corte



# Filtros Butterworth pasaaltos

## Reversión espectral

La técnica de reversión espectral se emplea para convertir filtros pasabajos en filtros pasaltos. Consiste en modificar la respuesta al impulso de forma tal que la respuesta en frecuencia se desplace  $\pi$  radianes en frecuencia. Se basa en la siguiente propiedad de la DTFT:

$$(-1)^n x[n] \xrightleftharpoons{\text{DTFT}} X(e^{j(\theta+\pi)})$$

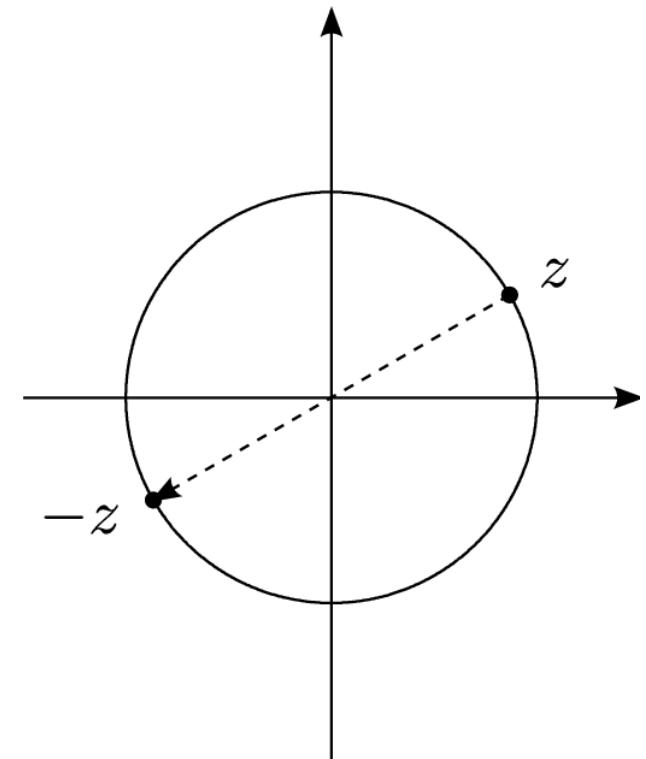
En la función de transferencia, la transformación equivale a rotar todo el plano complejo un cantidad  $\pi$  radianes:

$$(-1)^n x[n] \xrightleftharpoons{\text{TZ}} X(-z)$$

Esto implica que los coeficientes de la ecuación en recurrencia se modifican como:

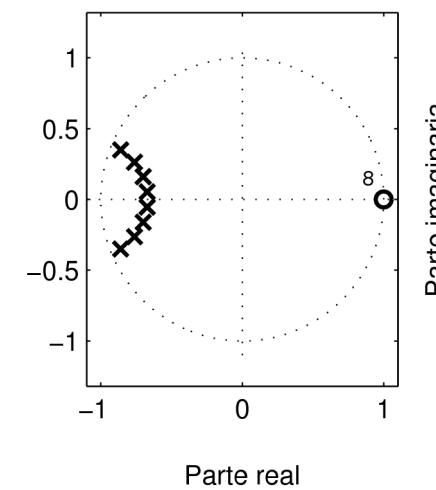
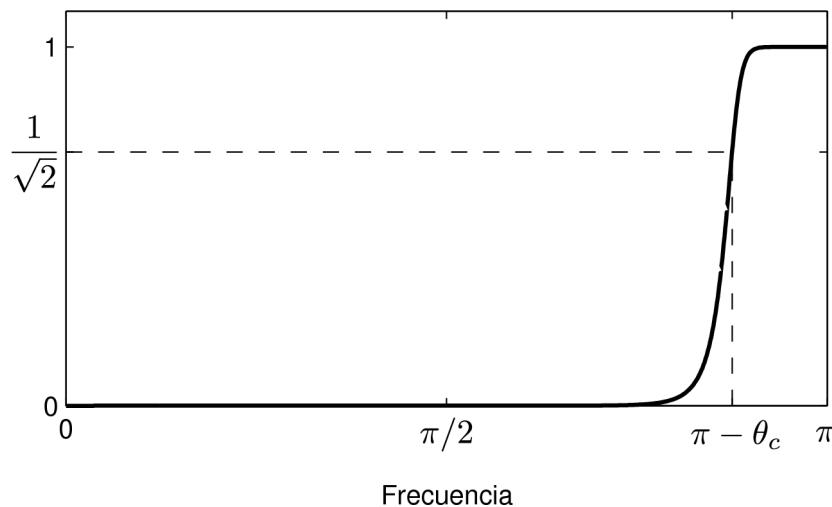
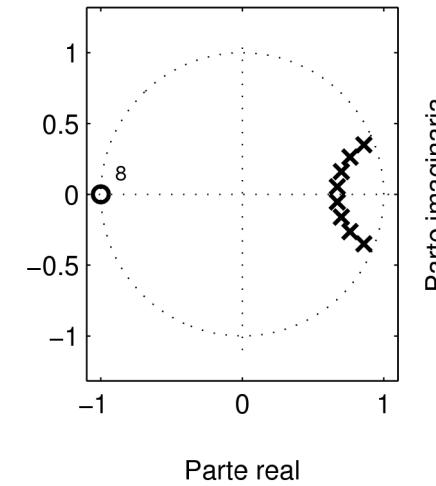
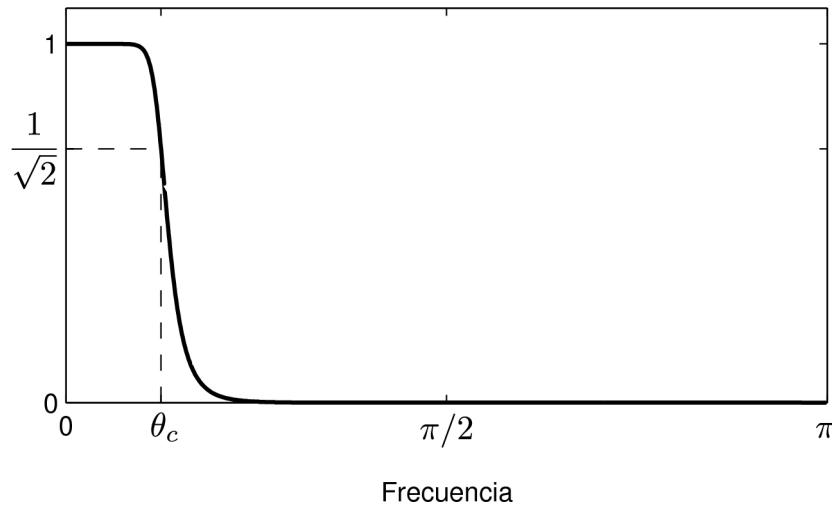
$$a_i^{rev} = (-1)^i a_i$$

$$b_i^{rev} = (-1)^i b_i$$



# Filtros Butterworth pasaaltos

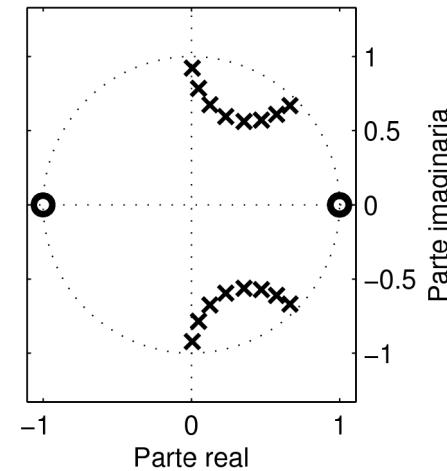
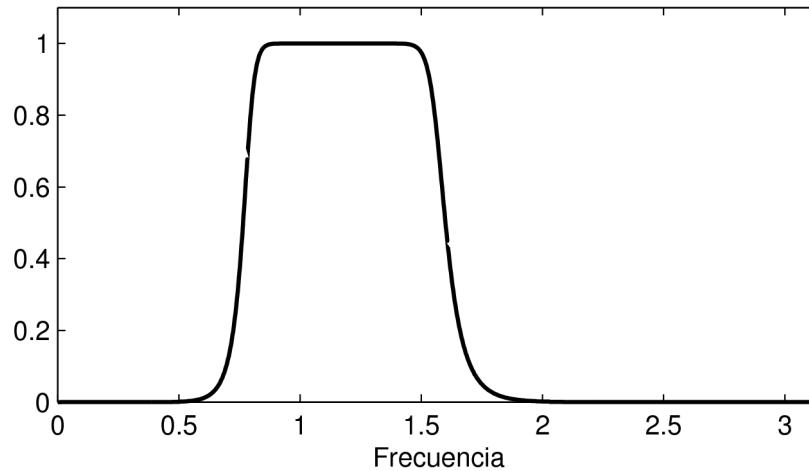
## Reversión espectral



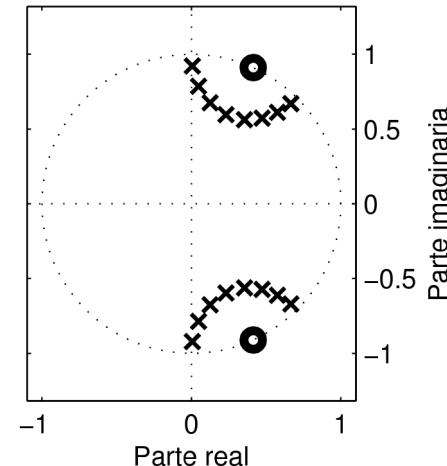
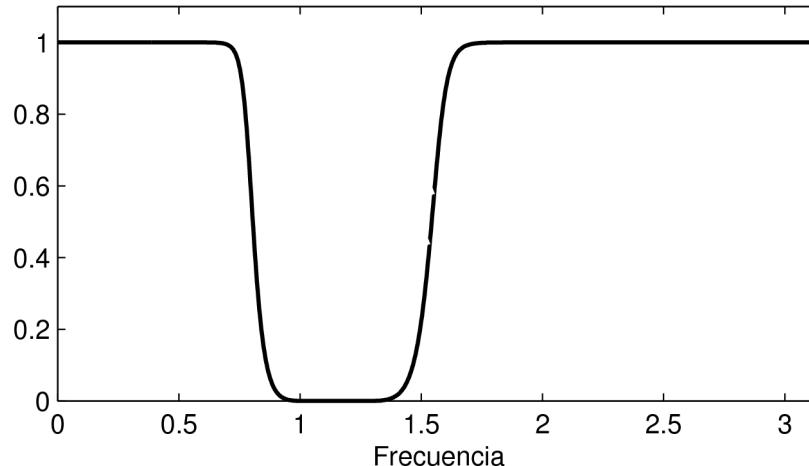
# Filtros Butterworth pasabanda y suprimebanda

Se obtienen a partir de filtros Butterworth pasabajos mediante otras transformaciones de la función de transferencia.

Filtro Butterworth pasabanda de orden 8

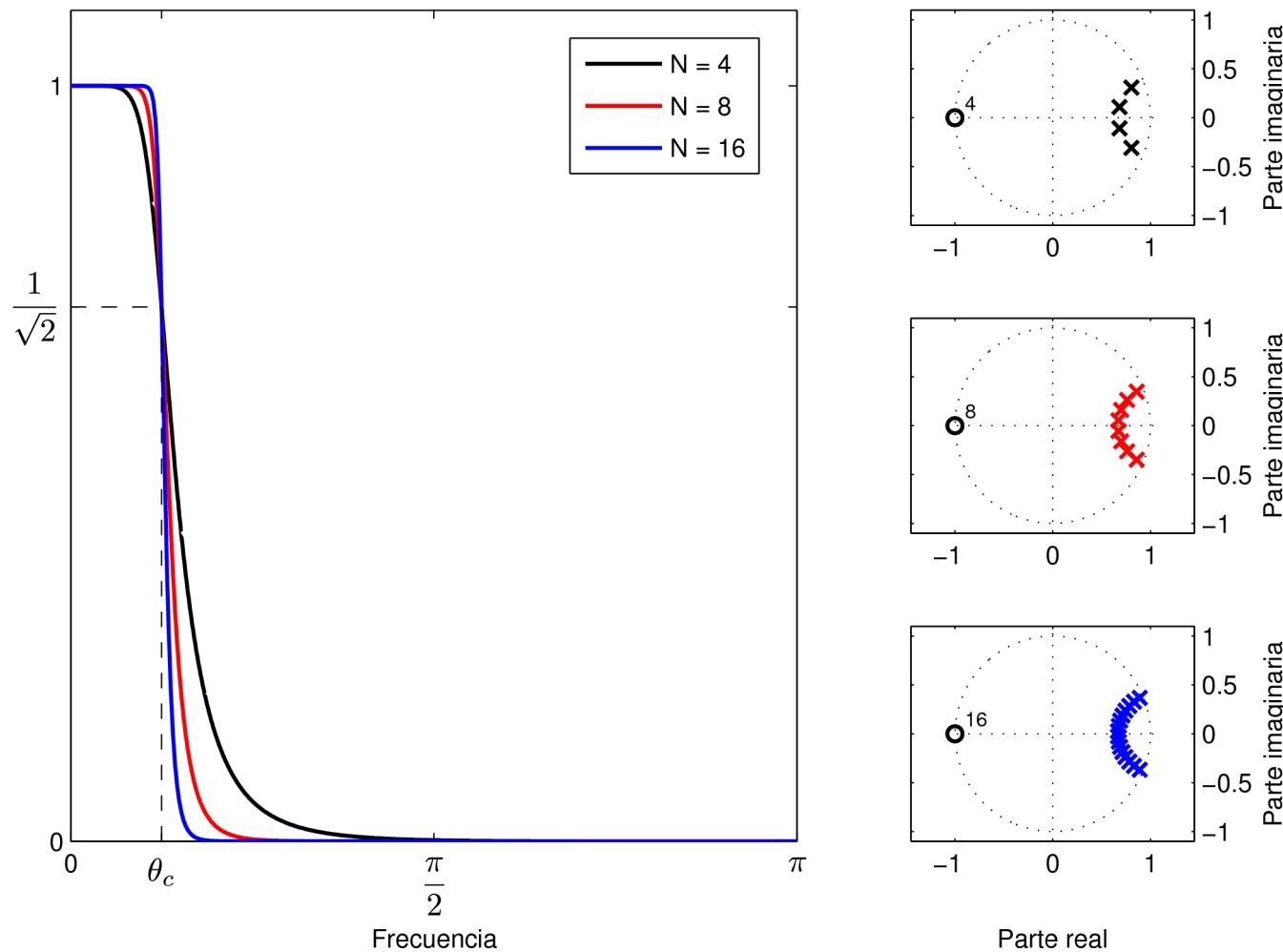


Filtro Butterworth suprimebanda de orden 8



# Filtros Butterworth - estabilidad

Filtro de Butterworth con distintos ordenes



# Filtros Butterworth - estabilidad

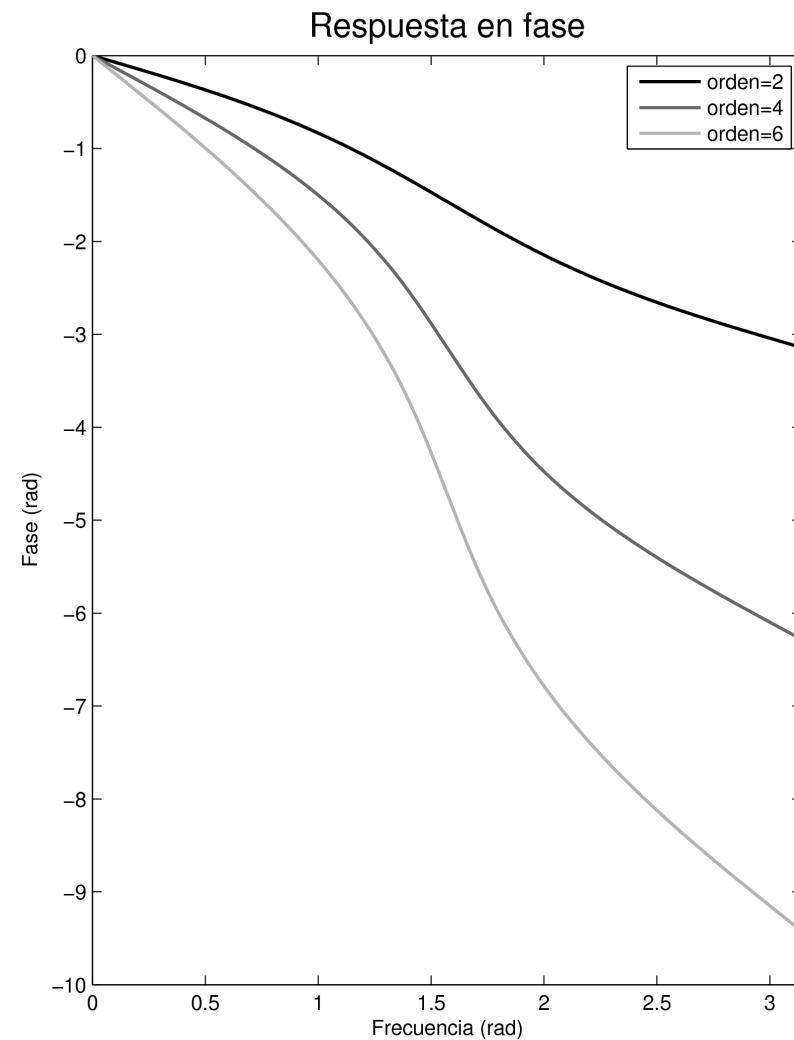
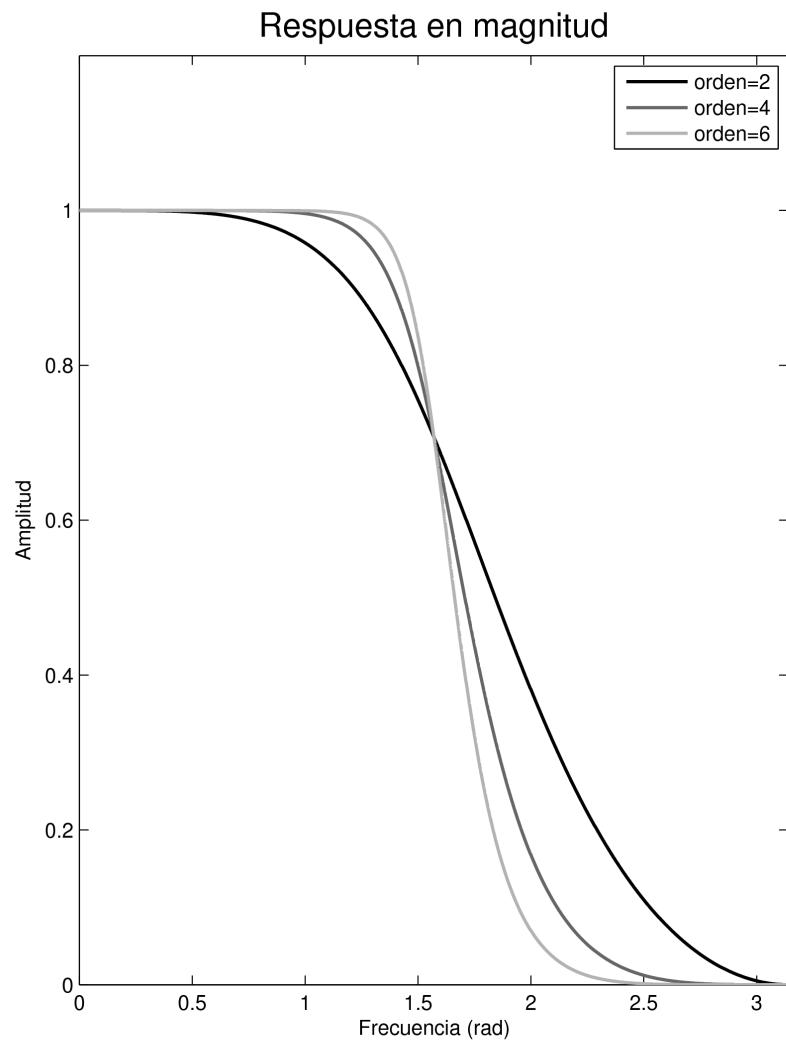
- Al incrementar el orden del filtro, los polos están mas concentrados en una región del plano.
- Cuando las raíces de un polinomio se concentran en una región, pequeñas variaciones en los coeficientes del polinomio, producen grandes variaciones en las raíces.
- El error numérico de los coeficientes del filtro al ser representados en una computadora, pueden hacer que los polos se muevan hacia afuera del círculo unidad cuando el orden del filtro es grande. El orden no se puede incrementar arbitrariamente.

## Solución para crear filtros de orden alto

Conectar varios filtros de orden bajo, por ejemplo, de orden 2, en serie.

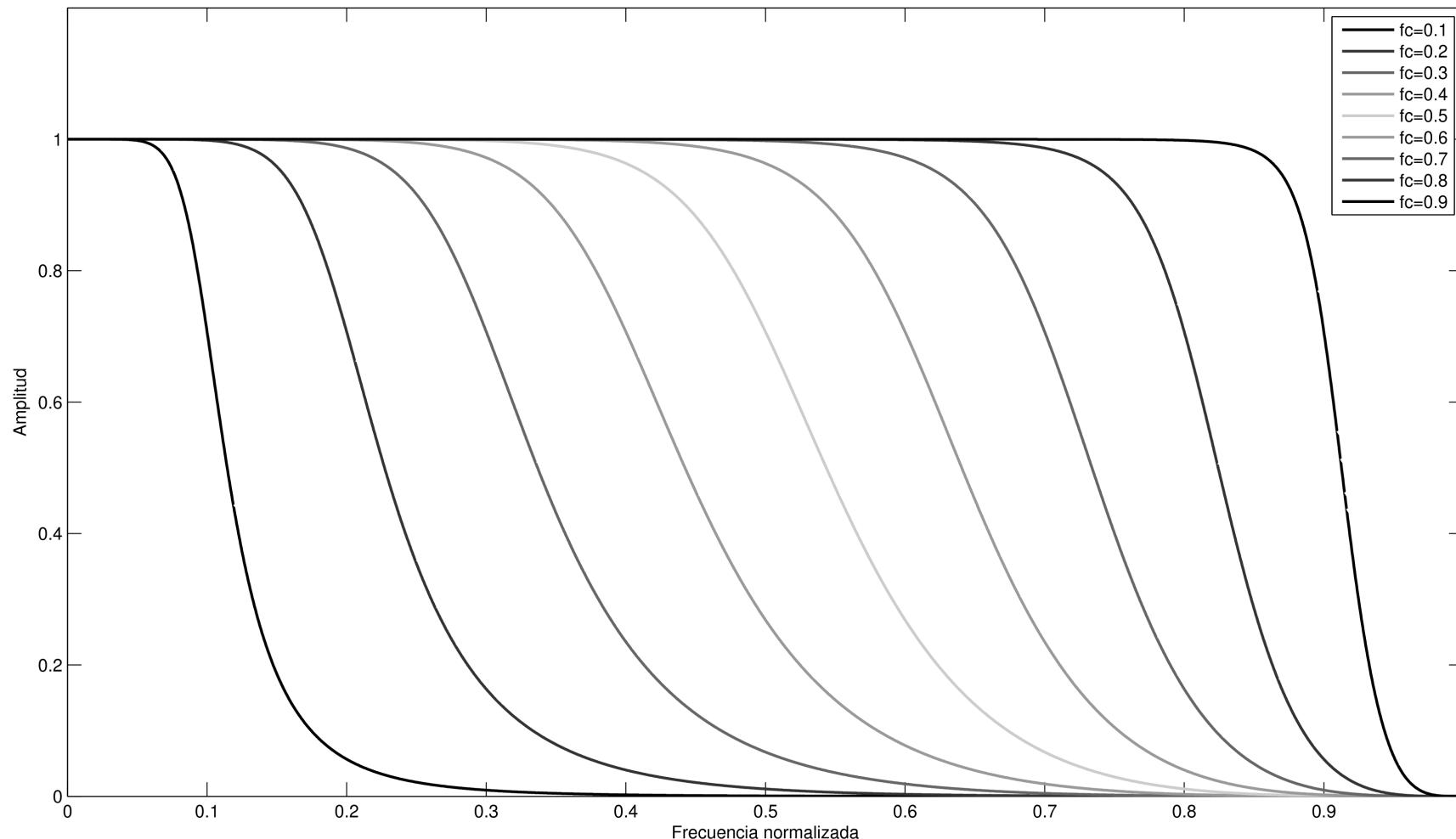
# Filtros Butterworth - parámetros

Roll-off al variar el orden (frecuencia de corte de  $\pi/2$  radianes)



# Filtros Butterworth - parámetros

Roll-off al variar la frecuencia de corte (orden = 4)

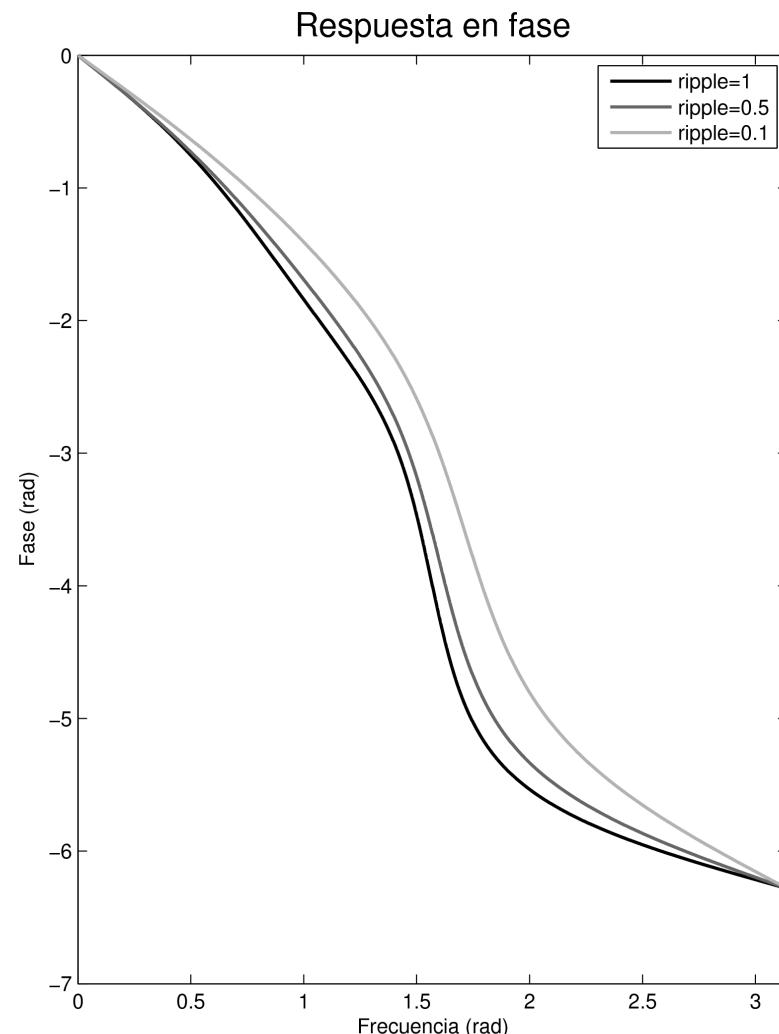
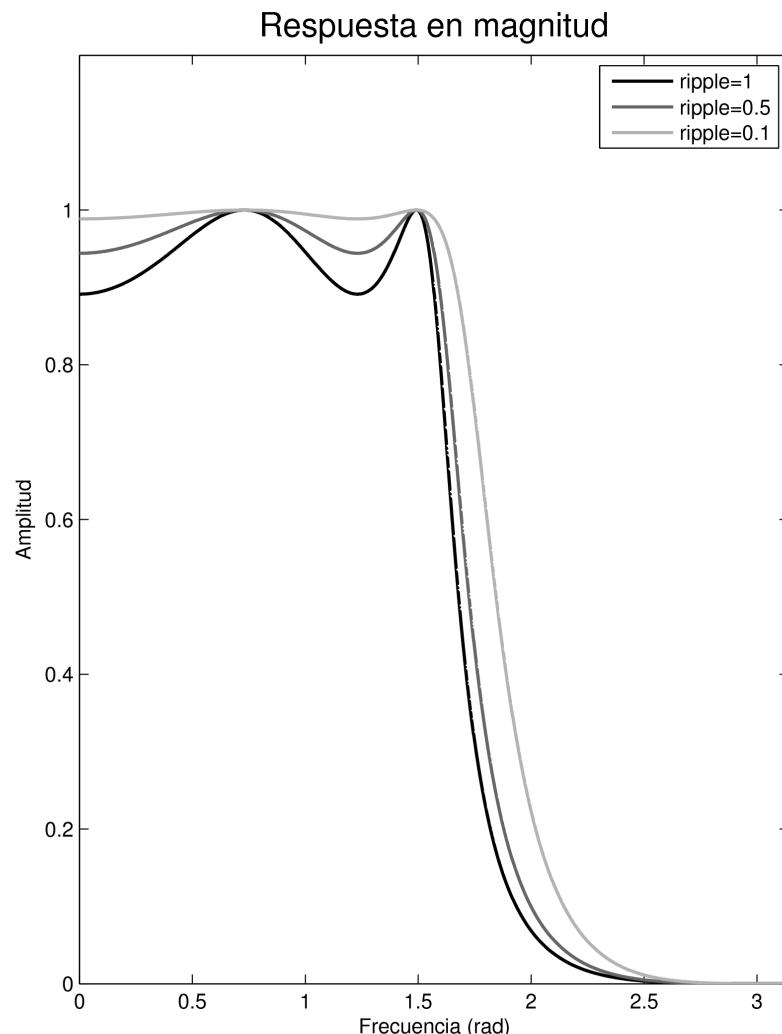


# Filtros Chevyshev

- Permiten ripple en la banda pasante o en la banda atenuada.
- Se diseñan especificando tres cuatro parámetros: el tipo de respuesta (pasabajos, pasaltos), la frecuencia de corte, el orden y el ripple en decibeles (en la banda pasante si es de tipo I o en la banda atenuada si es de tipo II).
- Al aumentar el orden, el roll-off mejora (dejando la frecuencia de corte constante y el ripple constante).
- Al permitir mayor ripple, el roll-off mejora respecto al filtro butterworth del mismo orden.
- El roll-off depende de la frecuencia de corte para un orden y ripple fijo.

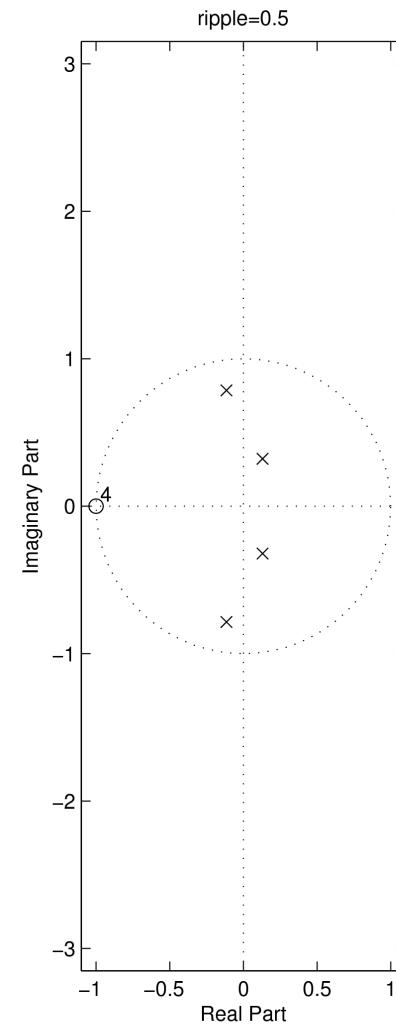
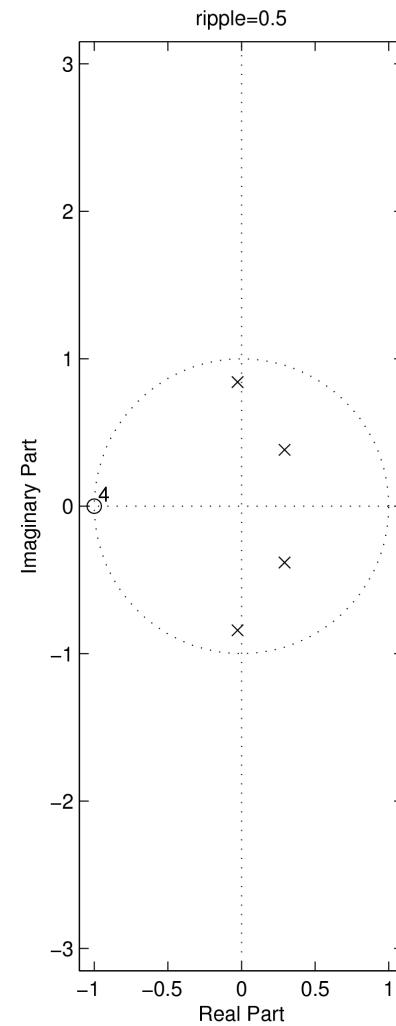
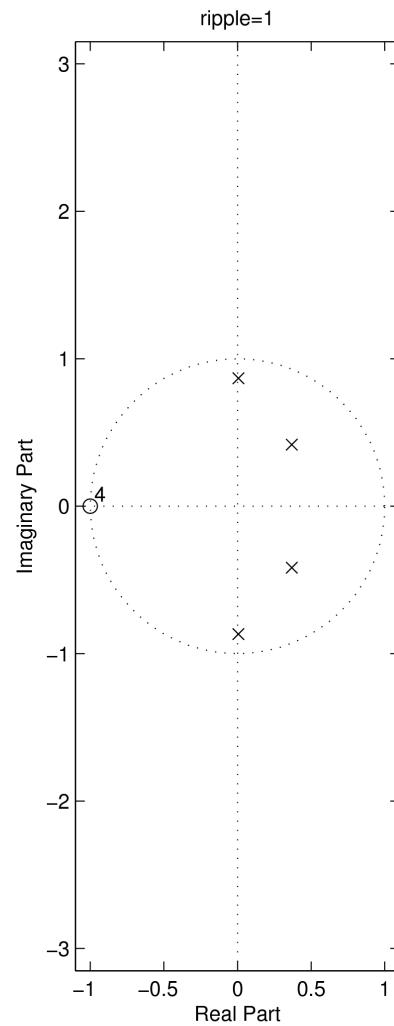
# Filtros Chevyshev Tipo I

Roll-off al variar el ripple permitido en la banda pasante (orden = 4, fc =  $\pi/2$ )



# Filtros Chevyshev Tipo I

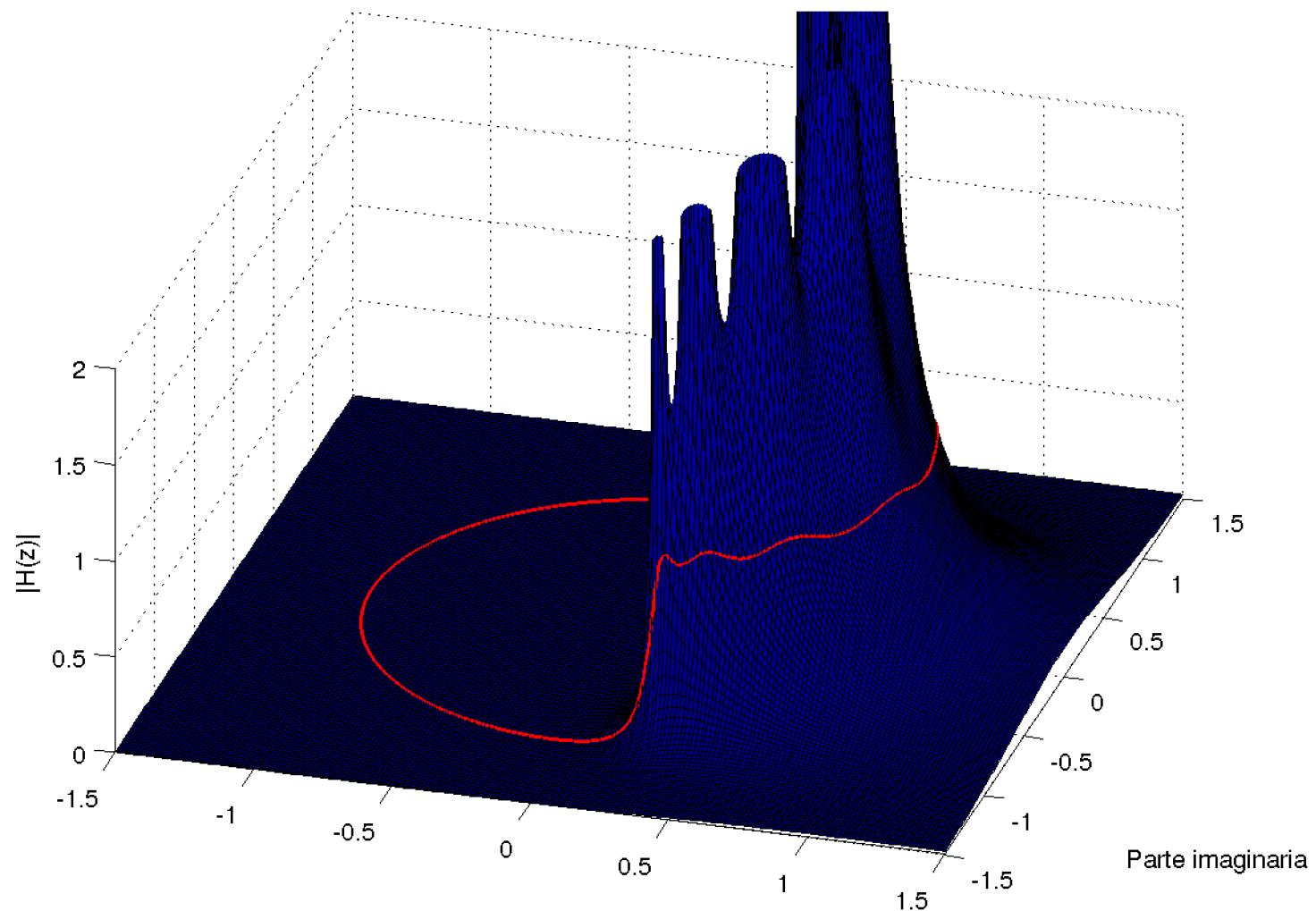
Diagrama de polos y ceros al variar el ripple permitido en la banda pasante



# Filtros Chevyshev Tipo I

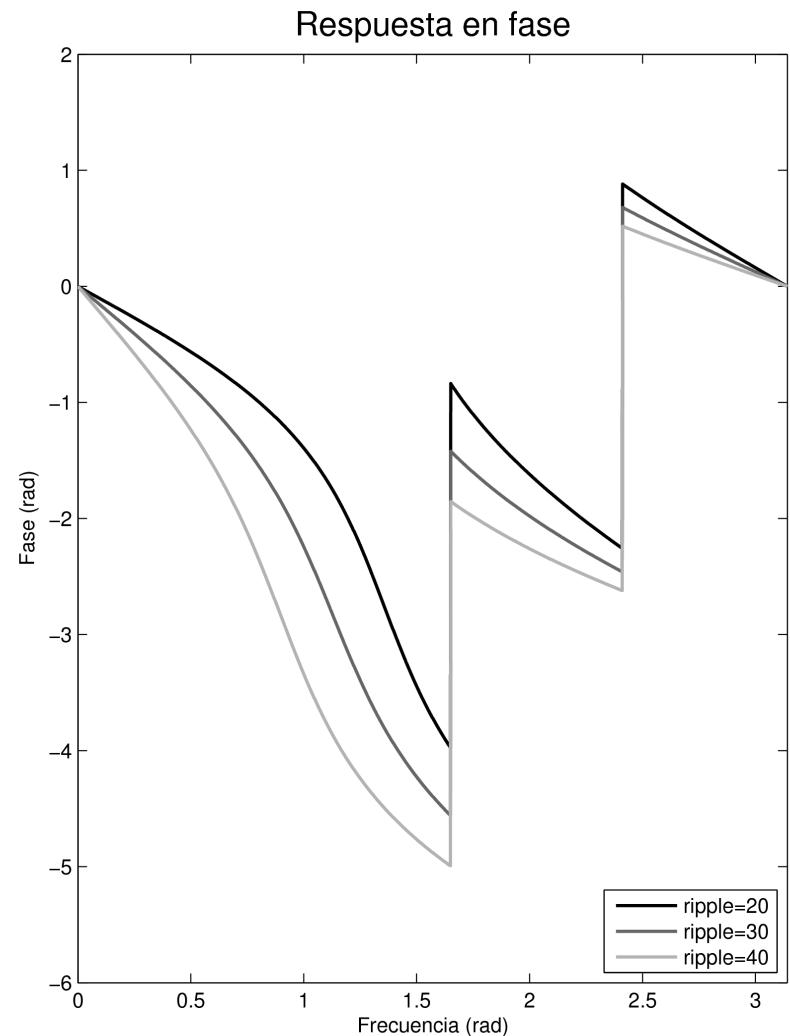
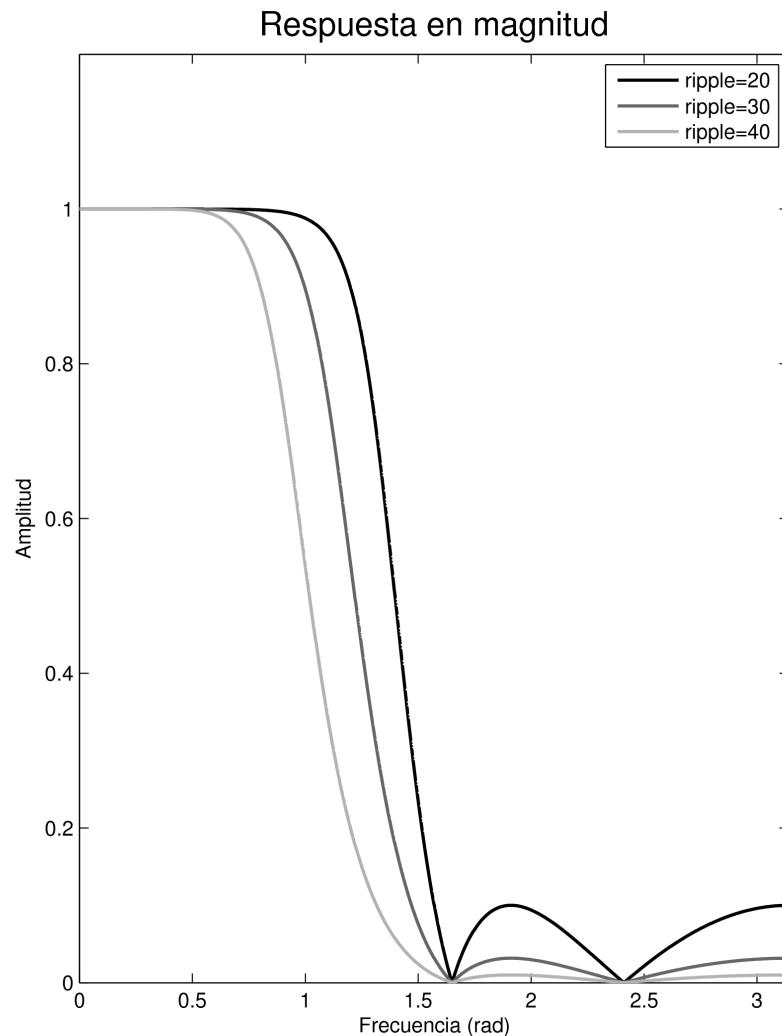
Magnitud de la transformada Z

Filtro Chevyshev tipo I, orden 8



# Filtros Chevyshev Tipo II

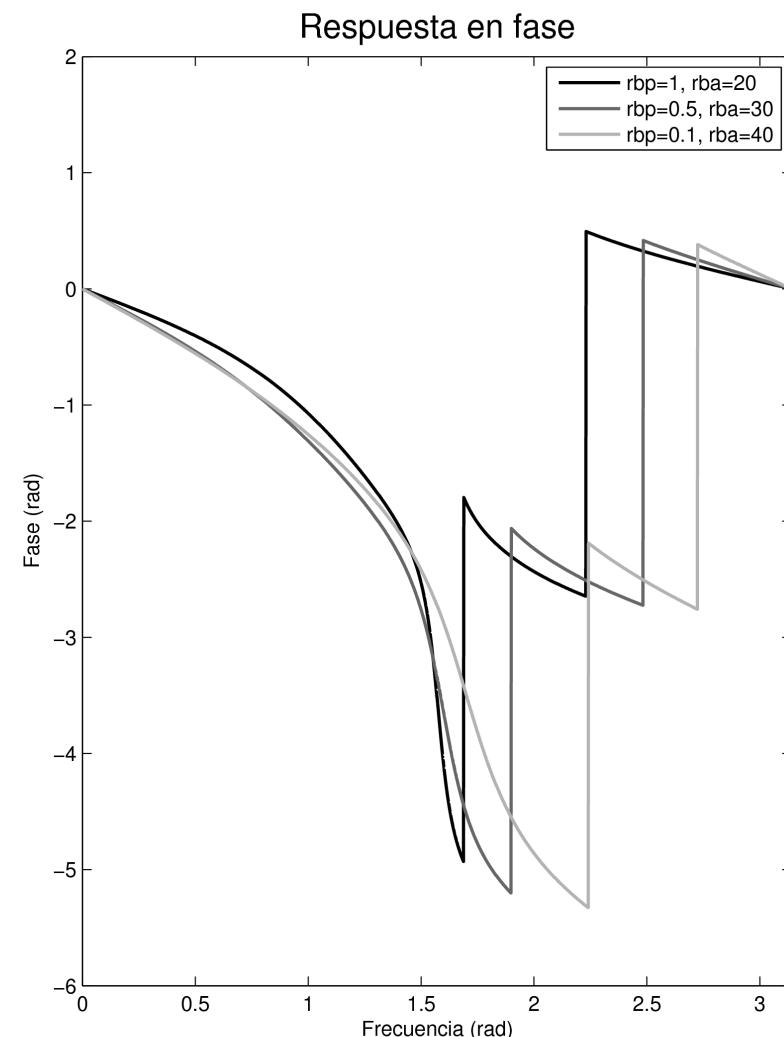
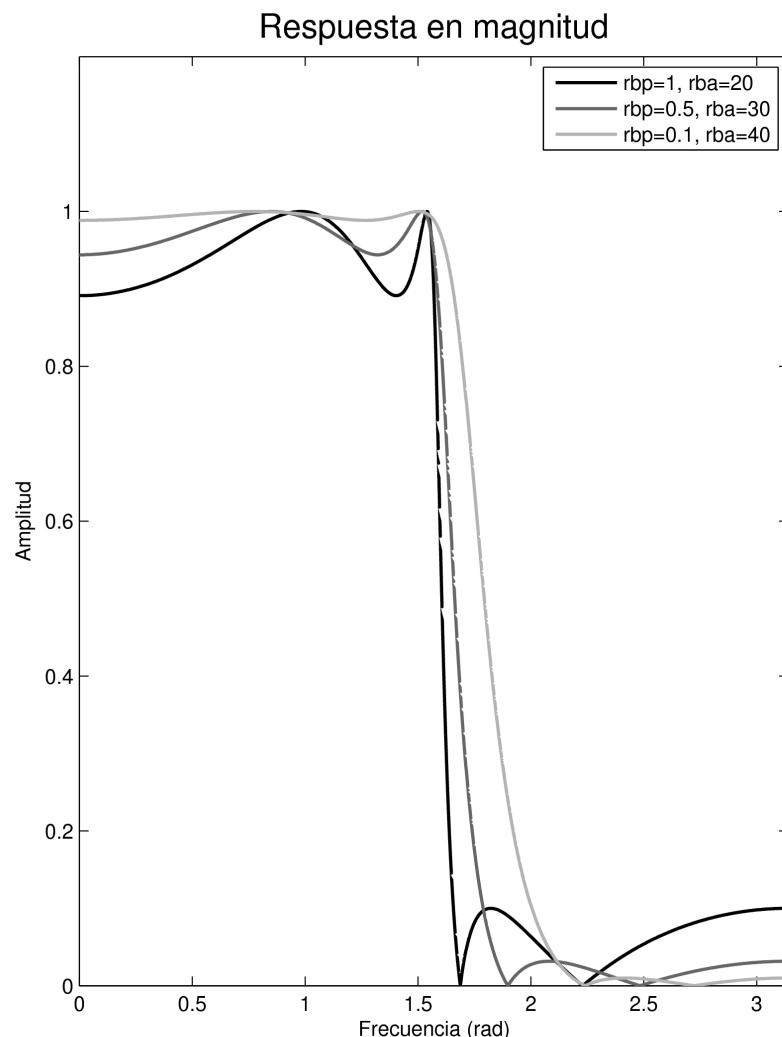
Roll-off al variar el ripple permitido en la banda atenuada (orden = 4,  $f_c = \pi/2$ )



# Filtros Elípticos

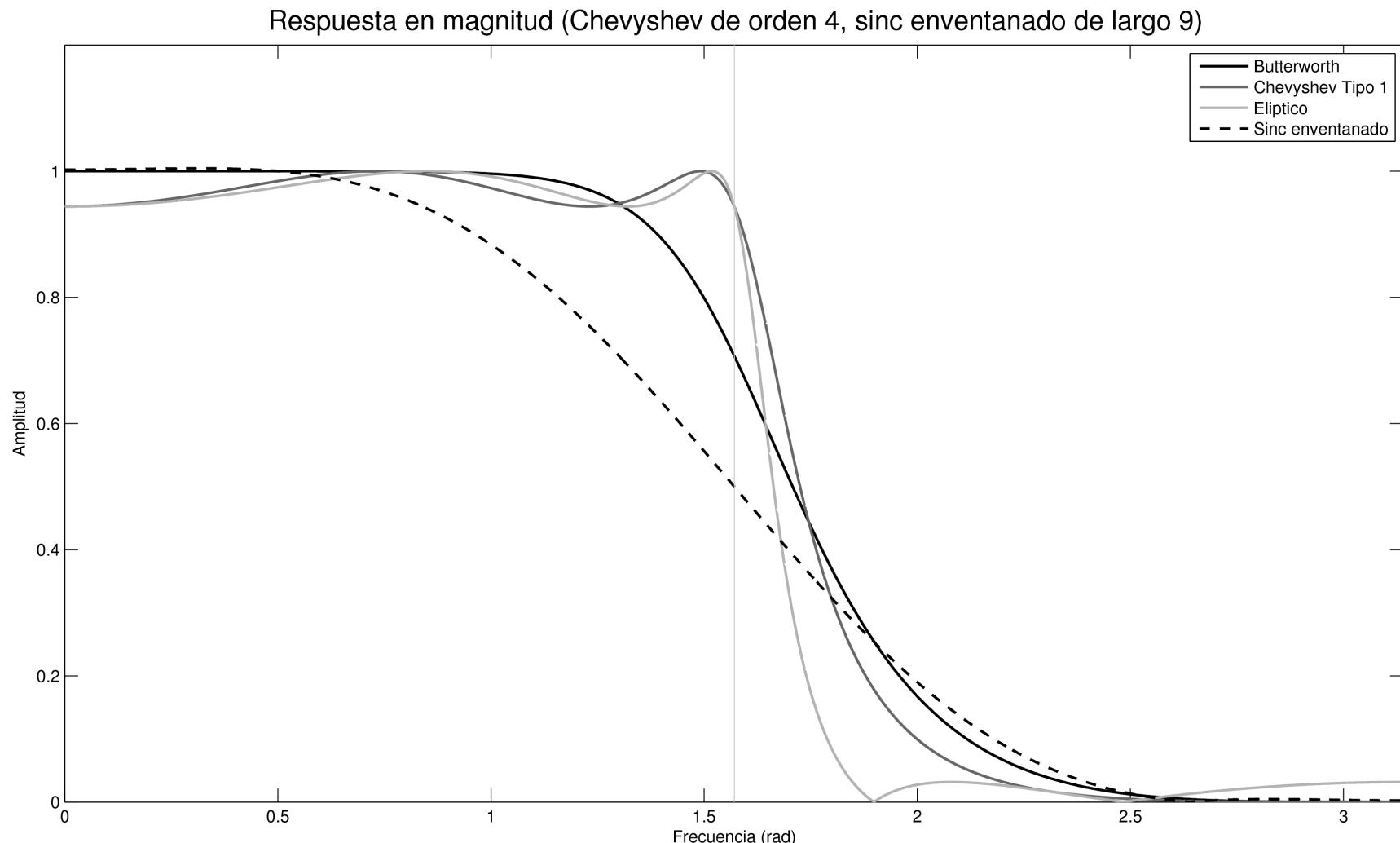
**Permiten ripple en las dos bandas**

Roll-off al variar el ripple permitido en las dos bandas (orden = 4,  $f_c = \pi/2$ )



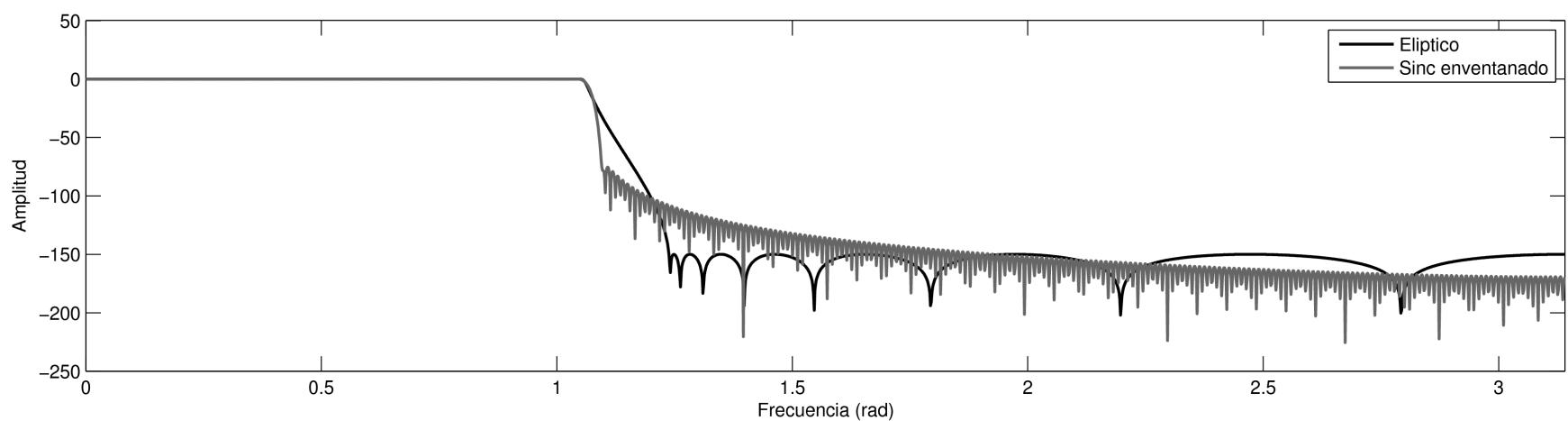
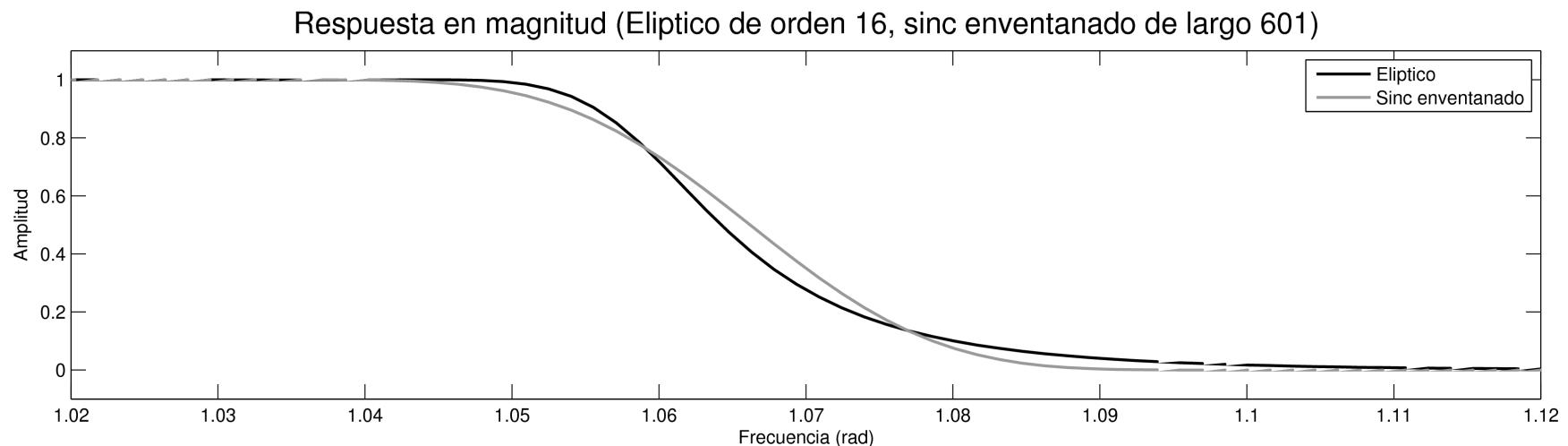
# Comparación

Comparación del roll-off de los tres tipos de filtros (orden = 4, fc =  $\pi/2$ )



# Comparación

## Comparación entre pasabajos IIR y FIR



# Filtros Chevyshev

## Observaciones

- Los filtros Butterworth tienen el roll-off mas rápido posible dado un orden considerando los filtros sin ripple.
- Los filtros Elípticos tienen el roll-off los mas rápido posible fijando el orden y el ripple.
- El roll-off depende del orden del filtro y del ripple permitido. Cuanto mayor es el orden y el ripple permitido, mas rápido es el roll-off. Además, fijando el orden y el ripple, el roll-off depende de la frecuencia de corte, siendo mas rápido en las frecuencias de los extremos del espectro.
- Son filtros mas eficientes computacionalmente respecto a los filtros FIR de selección de frecuencias.
- Presentan respuesta en fase no lineal. Esta es la principal desventaja respecto a los filtros FIR de selección de frecuencias.
- Tienen desempeño mas limitado que los filtros FIR. El orden no se puede aumentar arbitrariamente porque aparecen problemas de estabilidad.

# Bibliografía

- Smith, S.W., “*The Scientist & Engineer's Guide to Digital Signal Processing*”, 1997, California Technical Pub.
  - Cap. 19: Filtros recursivos (sección corta sobre la respuesta en fase)
  - Cap. 20: Chebyshev Filters
  - Cap. 21: Comparación de filtros
- Smith, Julius, “*Introduction to Digital Filters with Audio Applications*”, 2007, W3K Publishing.
  - Cap. 7: Análisis de la respuesta en frecuencia (sección Retardo de Fase y Retardo de Grupo)
- Steiglitz, Ken, “*Digital Signal Processing Primer: With Applications to Digital Audio and Computer Music*”, 1996, Prentice Hall.
  - Cap 13: Diseño de filtros realimentados (filtros Butterworth)
- Oppenheim, Alan V., “*Discrete-Time Signal Processing*”, Prentice Hall, 1999.
  - Cap. 5: Análisis de sistemas lineales invariantes en el tiempo