# Calculus

Mirek Nguyen

## Contents

# 1 Limita

## 1.1 Limita s nekonečnem v podílu

- platí pro $\pm\infty$

$$\lim_{x\to\infty} f(\frac{x^2-1}{x^3+1}) = \frac{mensi}{vetsi} = 0$$
$$\lim_{x\to\infty} f(\frac{-x^4+x}{4+x-2x^4}) = \frac{stejny}{stejny} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$
$$\lim_{x\to\infty} f(\frac{x^{11}-x^5}{1-x^{11}}) = \frac{stejny}{stejny} = \frac{1}{-1} = -1$$
$$\lim_{x\to\infty} f(\frac{2x^4-3x+5}{1-x^3}) = \frac{vetsi}{mensi} = \frac{2*\infty}{-1} = -\infty$$

## 1.2 Asymptoty racionálních funkcí

- počítají se v krajních bodech $D(f)$

1. Definiční obor
2. Limita dané funkce (pomocí nul. bodu)
3. Do jakého $\infty$ se blíží
   - $zprava^+$ nebo $zleva^-$ (vybrat si)
   - je to důkaz, že je asymptotou
4. Vypočítat šikmou asymptotu typu $y = kx + q$

# 2 Derivace

## 2.1 Derivace složené funkce

$$f(g(x))' = f'(g(x)) * g'(x)$$

$$\begin{aligned}
\sqrt{6x+7}' &= f'(g(x)) * g'(x) \\
&= \sqrt{g(x)}' * g'(x) \\
&= \frac{1}{2 * \sqrt{g(x)}} * g'(x) \\
&= \frac{1}{2 * \sqrt{6x+7}} * (6x+7)' \\
&= \frac{3}{\sqrt{6x+7}}
\end{aligned}$$

## 2.2 Tečna a normála

1. Dopočítat souřadnici pro tečný bod
2. Derivace směrnice tečny a normály
    - zderivuju celou (zadanou) rovnici
3. Dosadit směrnici do rovnice
4. Převést do tvaru rovnice

$$\begin{aligned}
y &= mx + b && \text{m je směrnice} \\
t : y - y_t &= k_n * (x - x_t) && \text{rovnice tečny} \\
n : y - y_t &= k_t * (x - x_t) && \text{rovnice normály} \\
k_t &= f'(x) && \text{tečna} \\
k_n &= -\frac{1}{f'(x)} && \text{normála}
\end{aligned}$$

## 2.3 Monotonie

1. Definiční obor
2. Derivace
3. Nulové body - znaménko $\frac{+}{-}$
4. Intervaly, uzavřenost nul. bodů
    - rostoucí
    - klesající

### 2.4 Lokální extrémy

1. Definiční obor
2. Derivace
3. Nulové body
   (a) dosadit do derivace
   (b) znaménko
4. pouze v nul. bodech jsou extrémy
   - může jich být více
   - ostré lokální maximu, minimum

### 2.5 Globální (absolutní) extrémy

1. Definiční obor (může být zadán na intervalu)
2. Derivace
3. Nulové body derivace $f'(x) = 0$
   (a) vypočítat
   (b) vyjde konkrétní výsledek
   (c) musí být v interavalu D(f)
4. K nul. bodům D(f) přidáme hodnotu z $f'(x) = 0$
5. Do funkce f(x) zadáváme hodnoty x z nul. bodů

### 2.6 Konvexita, konkávita

1. Definiční obor
2. 1. derivace a 2. derivace
3. Nulové body
   - podezřelé z inflexe (mění se zde znaménko)
   - zkontrolovat, zda leží v D(f)
4. Znaménko nulových bodů
   - $\cup$ konvexní (+)
   - $\cap$ konkávní (-)
5. Interval konvexity, konkávity
6. Inflexe - inflexní body

- změna konvexity, konkávity
- definovaná, spojitá v bodě
- $I_1[x_1; y_1]$

# 3 Integrace

## 3.1 Určitý integrál pomocí přímé metody

$$\int_a^b f(x)\,dx = \Big[F'(x)\Big]_a^b = F(b) - F(a) \tag{1}$$

1. Převést na primitivní funkci
    - rozdělit zlomek na dva (o stejném jmenovateli)
2. Integrace (abych se zbavil $F'(x) \to$ negace)
3. Dosadit $\to$ budu mít 2 funkce
4. Odečíst

## 3.2 Určitý integrál pomocí substituce

- pro složené funkce

$$\int_a^b f(g(x)) * g'(x)\,dx = \begin{vmatrix} g(x) = t & a \to g(a) \\ g'(x)\,dx = \ dt & b \to g(b) \end{vmatrix} =$$

$$\text{I. způsob} = \int_{g(a)}^{g(b)} f(t)\,dt = \Big[F(t)\Big]_{g(a)}^{g(b)} = F(g(b)) - F(g(a))$$

$$\text{II. způsob} = \int_?^? f(t)\,dt = \Big[F(t)\Big]_?^? =$$

$$= \Big[F(t)\Big]_a^b = F(b) - F(a)$$

zde existuje mez, vrátím substituci

## 3.3 Diferenciální rovnice

1. Převést na formu y=...
2. Přepsat y $\to \frac{dy}{dx}$
3. Vynásobím L a P rovnici "dx"

$$y' = f(x) * g(x) = \frac{dy}{dx}$$

$$y' = \frac{dy}{dx}$$