

Calculus

Mirek Nguyen

June 25, 2023

1 Limits

1.1 Limits with infinity in the denominator

valid for $\pm\infty$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f\left(\frac{x^2 - 1}{x^3 + 1}\right) = \frac{\text{mensi}}{\text{vetsi}} = 0 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f\left(\frac{-x^4 + x}{4 + x - 2x^4}\right) = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f\left(\frac{x^{11} - x^5}{1 - x^{11}}\right) = \frac{1}{-1} = -1 \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f\left(\frac{2x^4 - 3x + 5}{1 - x^3}\right) = \frac{2 * \infty}{-1} = -\infty \quad (4)$$

1.2 Asymptotes of rational functions

- count in the boundary points $D(f)$

1. Domain

2. Limit of the function (using the zero point)

3. To which ∞ it approaches

- zprava^+ or zleva^- (choose)
- it is the proof that it is an asymptote

4. Calculate the oblique asymptote type $y = kx + q$

2 Derivace

2.1 Derivace složené funkce

$$f(g(x))' = f'(g(x)) * g'(x)$$

$$\begin{aligned}\sqrt{6x+7}' &= f'(g(x)) * g'(x) \\ &= \sqrt{g(x)}' * g'(x) \\ &= \frac{1}{2 * \sqrt{g(x)}} * g'(x) \\ &= \frac{1}{2 * \sqrt{6x+7}} * (6x+7)' \\ &= \frac{3}{\sqrt{6x+7}}\end{aligned}$$

2.2 Tečna a normála

1. Dopočítat souřadnici pro tečný bod
2. Derivace směrnice tečny a normály
 - zderivuju celou (zadanou) rovnici
3. Dosadit směrnici do rovnice
4. Převést do tvaru rovnice

$$\begin{array}{ll}y = mx + b & m \text{ je směrnice} \\ t : y - y_t = k_n * (x - x_t) & \text{rovnice tečny} \\ n : y - y_t = k_t * (x - x_t) & \text{rovnice normály} \\ k_t = f'(x) & \text{tečna} \\ k_n = -\frac{1}{f'(x)} & \text{normála}\end{array}$$

2.3 Monotonie

1. Definiční obor
2. Derivace
3. Nulové body - znaménko \pm
4. Intervaly, uzavřenost nul. bodů
 - rostoucí
 - klesající

2.4 Lokální extrémy

1. Definiční obor
2. Derivace
3. Nulové body
 - (a) dosadit do derivace
 - (b) znaménko
4. pouze v nul. bodech jsou extrémy
 - může jich být více
 - ostré lokální maximum, minimum

2.5 Globální (absolutní) extrémy

1. Definiční obor (může být zadán na intervalu)
2. Derivace
3. Nulové body derivace $f'(x) = 0$
 - (a)
 - (b)
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.