

Critères Chatter

RMS + CV

2.1 RMS : Extraction d'enveloppe et réduction de dimension

Objectif. Extraire une mesure lente représentant l'évolution énergétique du régime vibratoire, tout en réduisant significativement le débit de données.

Définition (fenêtre de N échantillons).

$$v_{\text{RMS}}(k) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2}$$

- ▶ Moyennisation quadratique \Rightarrow sensible à l'**énergie instantanée**.
- ▶ Extraction de l'**enveloppe** (modulation d'amplitude conservée).
- ▶ Réduction du **débit des données** par un facteur N .
- ▶ Compromis du choix de N : bruit résiduel vs. inertie de détection.

Sortie.

$$a_j = v_{\text{RMS}}(j), \quad j = 1, \dots, K$$

Séquence lente utilisée pour le monitoring statistique.

RMS et monitoring μ - σ -CV

Séquence RMS (extrait de la vitesse).

$$v_{\text{RMS}}(j) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2}, \quad j = 1, \dots, K$$

Statistiques du monitor (fenêtre glissante de taille n).

Justification.

- ▶ Régime stable : excitation quasi-déterministe \Rightarrow **faible dispersion**.
- ▶ Mode instable naissant : enveloppe **irrégulière** (effet régénératif).

Mise à jour incrémentale et décision 3σ

Nouvelle valeur RMS : $v_{\text{RMS},j+1}$

Mise à jour en $\mathcal{O}(1)$.

$$\mu_n = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n v_{\text{RMS}}(j), \quad \sigma_n = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (v_{\text{RMS}}(j) - \mu_n)^2}, \quad CV_n = \frac{\sigma_n}{\mu_n} = I_{\text{CV}},$$

Interprétation.

- ▶ Stable \rightarrow CV faible et quasi constant.
- ▶ Transition \rightarrow croissance progressive et caractéristique de CV.
- ▶ Chatter établi \rightarrow CV élevé et persistant.

Décision : règle 3σ .

$$|v_{\text{RMS},j+1} - \mu_n| > 3\sigma_n \quad \Rightarrow \quad \text{instabilité (chatter)}$$

Limite. Si l'usinage démarre *déjà* en chatter \rightarrow pas de transition \rightarrow CV peut rester faible.

Solution. Ajouter un **seuil minimal RMS** pour détecter un niveau énergétique anormal.

Entrées fixes

Nom	Symbole	Unité	Description brève
Signal d'entrée	$x(t)$	—	Signal temporel pour le calcul du RMS
Fréquence d'échantillonnage	f_s	Hz	Conversion temps (\leftrightarrow) échantillons
Taille de fenêtre	N	échantillons	Nombre d'échantillons par fenêtre
Durée de fenêtre	T_{win}	s	Fenêtre en secondes (si temps utilisé)
RMS d'entrée (moniteur CV)	$a_{\text{RMS}}(k)$	—	RMS alimentant le moniteur de CV
Fenêtre maximale (moniteur CV)	N_{max}	échantillons	Limite supérieure d'échantillons du moniteur
Minimum pour CV stable	$N_{\text{min}, CV}$	échantillons	Seuil minimal d'échantillons pour CV

Sorties intermédiaires

Nom	Symbole	Unité	Description brève
Séquence RMS	$a_{\text{RMS}}[k]$	—	RMS par fenêtre
Indices de fenêtre	$[i_{\text{ini}}, i_{\text{fin}})$	échantillons	Plage d'échantillons de chaque fenêtre
Temps centraux	t_k	s	Horodatage de chaque fenêtre
Indice discret	k	—	Compteur de fenêtres / pas
Échantillons actuels	n	échantillons	Taille effective du moniteur CV
Moyenne RMS	μ	—	(p. ex., mobile) du moniteur CV
Écart-type	σ	—	Dispersion dans le moniteur CV
Coefficient de variation	CV	—	Rapport σ/μ
Drapeau d'alerte	alert	—	Signal binaire d'alarme
Motif d'alerte	reason	—	Étiquette : cv; rms ou aucune

EMD + HHT

Analyse temps–fréquence adaptative : EMD, Hilbert et HHS

Objectif. Décomposer la vitesse $v(t)$ en composantes intrinsèques pour isoler le mode flexible sensible au chatter.

Décomposition EMD.

$$v(t) = \sum_{k=1}^N u_k(t) + r(t), \quad u_k(t) : \text{IMFs}, \quad r(t) : \text{résidu lent.}$$

Différence clé. L'EMD extrait les composantes **à partir des données** (\neq Fourier : sinusoides fixes; \neq ondelettes : bases imposées).

IMF : conditions locales.

$$\# \text{zéros} \approx \# \text{extremums} \implies u_k(t) = \underbrace{A_k(t) \cos \phi_k(t)}_{\text{mono-composante}}, \quad \underbrace{\phi_k(t)}_{\text{phase instantanée croissante}}$$

Extraction d'un IMF (sifting).

- ▶ Détection des extrema $\Rightarrow e_{\max}(t), e_{\min}(t)$.
- ▶ Moyenne locale : $m(t) = \frac{1}{2}(e_{\max}(t) + e_{\min}(t))$.
- ▶ Signal centré : $h(t) = v(t) - m(t)$.
- ▶ Si $h(t)$ vérifie les conditions IMF $\Rightarrow u_1(t) = h(t)$, sinon recommencer.

Lien avec le chatter. L'IMF-1 concentre la **haute fréquence** du mode flexible, première composante affectée par l'instabilité.




Signal analytique (Hilbert)

Mode choisi. On analyse l'**IMF 1** issu de l'EMD, le plus sensible au mode flexible et donc le premier à réagir au pré-chatter.

Signal analytique complexe. La transformée de Hilbert construit un signal complexe dont la phase et l'amplitude évoluent sans ambiguïté :

$$z(t) = \text{IMF}_1(t) + j \mathcal{H}[\text{IMF}_1(t)] = A(t)e^{j\phi(t)}.$$

Quantités instantanées.

$A(t)$	$\phi(t)$	$\omega(t) = \dot{\phi}(t)$
		
niveau d'énergie	phase instantanée	fréquence instantanée

Pourquoi cela fonctionne. Le signal analytique élimine les composantes négatives du spectre :

$$Z(\omega) = 0 \quad \text{pour } \omega < 0,$$

ce qui permet de définir une fréquence instantanée **physiquement cohérente**.

Vers le HHS. La trajectoire $(t, \omega(t), A(t))$ fournit une carte énergie–temps–fréquence idéale pour suivre l'intensification du mode flexible.

HHS et indicateur I_{EMD}

Carte HHS du mode extrait. À partir du signal analytique $z(t) = A(t)e^{j\phi(t)}$, chaque point

$$(t, \omega(t), A(t))$$

alimente une carte énergie–temps–fréquence (HHS).

- ▶ **Stable** : énergie modérée, $\omega(t)$ quasi stationnaire.
- ▶ **Pré-chatter** : migration de $\omega(t)$ vers la bande où l'on attend le mode flexible, et hausse de $A(t)$.

Principe de l'indicateur. Le pré-chatter se traduit par une **occupation croissante** de la bande fréquentielle associée au mode de chatter.

Indicateur EMD–Hilbert–HHS.

$$I_{\text{EMD}}(t) = \# \{ \text{points du HHS tels que } \omega(t) \in \mathcal{B}_{\text{mode}} \text{ et } A(t) > \tau \}$$

$\mathcal{B}_{\text{mode}}$ = bande où l'on attend le mode flexible du système.

Décision.

- ▶ Stable : $I_{\text{EMD}}(t)$ faible et quasi constant.
- ▶ Pré-chatter : $I_{\text{EMD}}(t)$ **augmente de manière soutenue**.
- ▶ Indicateur adapté à une **détection précoce** du chatter.

Entrées et sorties principales

Nom	Symbole	Type	Rôle
Signal de force	$F(t)$	Entrée	Signal de base pour le chatter.
Fréquence d'échantillonnage	f_s	Entrée	Lien temps–échantillons et bande utile.
Ensemble d'IMF	$u_k(t)$	Sortie	Modes oscillatoires extraits de $F(t)$.
Indice d'IMF sélectionnée	k_{sel}	Sortie	Repère du mode porteur du chatter.
IMF sélectionnée	$u_{\text{sel}}(t)$	Sortie	Signal concentrant la bande de chatter.
Amplitude instantanée	$A(t)$	Sortie	Mesure locale d'intensité du mode.
Fréquence instantanée	$f_{\text{inst}}(t)$	Sortie	Évolution fréquentielle locale du mode.
Comptage d'événements	$C[n]$	Sortie	Indice discret de présence de chatter.
Indice temporel des fenêtres	n_c	Sortie	Position temporelle des comptages.
Spectre de Hilbert–Huang	$\text{HHS}(t, f)$	Sortie	Carte énergie temps–fréquence.
Grille de fréquences HHS	f_{grid}	Sortie	Axe fréquence du HHS.
Métadonnées du processus	meta	Sortie	Résumé paramètres et résultats clés.

Paramètres de configuration essentiels (1/2)

Paramètre	Symbole	Rôle
Bande de chatter	B_{ch}	Zone fréquentielle cible du chatter.
Mode de sélection d'IMF	s_{IMF}	Stratégie de choix de l'IMF.
Indice d'IMF imposé	k_{IMF}	IMF fixée en mode manuel.
Mode de différence de phase	m_{ϕ}	Calcul de la fréquence instantanée $f_{\text{inst}}(t)$.

Paramètres de configuration essentiels (2/2)

Paramètre	Symbole	Rôle
Taille de fenêtre de comptage	N_{win}	Durée d'analyse par fenêtre.
Pas entre fenêtres	N_{step}	Décalage entre fenêtres successives.
Mode d'énergie	m_E	Choix de la mesure d'énergie.
Mode de seuil	m_{thr}	Stratégie de calcul du seuil.
Facteur k de MAD	k_{MAD}	Niveau de seuil en mode MAD.
Percentile de seuil	p_{thr}	Niveau de seuil en mode percentile.

EMD : idée générale et objet

Empirical Mode Decomposition (EMD) est une procédure **non linéaire** et **non stationnaire** qui décompose un signal réel $x(t)$ en

$$x(t) = \sum_{j=1}^n c_j(t) + r_n(t),$$

où :

- ▶ chaque $c_j(t)$ est une **Intrinsic Mode Function (IMF)** ;
- ▶ $r_n(t)$ est un **résidu** interprété comme **tendance**.

Différence avec Fourier / ondelettes :

- ▶ on ne choisit **aucune base a priori** (pas de sinusoides, pas de fonctions mère d'ondelette) ;
- ▶ les IMFs sont des **oscillations intrinsèques**, extraites automatiquement à partir des **échelles locales** du signal.

Point de vue conceptuel :

- ▶ l'EMD agit comme un **projecteur non linéaire, adapté aux données** sur l'ensemble des signaux de type IMF ;
- ▶ la décomposition $\{c_j, r_n\}$ dépend **fortement de la forme** du signal et non d'un système de fonctions prédéfini.

IMF : définition mathématique et sens théorique

Une fonction $c(t)$ est une **Intrinsic Mode Function (IMF)** si :

(1) Condition d'extrema / zéros

- ▶ le nombre d'**extrema locaux** (maxima + minima) et le nombre de **passages par zéro** sont **égaux** ou différent d'**au plus un**.

(2) Condition de moyenne locale nulle

- ▶ si $\mathcal{E}_{\text{sup}}(t)$ et $\mathcal{E}_{\text{inf}}(t)$ sont les enveloppes supérieure et inférieure, alors la **moyenne locale**

$$m(t) = \frac{1}{2}(\mathcal{E}_{\text{sup}}(t) + \mathcal{E}_{\text{inf}}(t)) \equiv 0$$

(au sens idéal).

Interprétation théorique :

- ▶ la première condition contrôle la **morphologie oscillatoire** (pas d'oscillations parasites à l'intérieur d'une même onde) ;
- ▶ la seconde enlève la **tendance locale** et évite le mélange de plusieurs échelles dans un même mode ;
- ▶ on obtient une oscillation **am-fm** (amplitude et fréquence modulées) **quasi monocomposante**, centrée autour de zéro ;
- ▶ la **phase** de la fonction analytique associée est **strictement croissante**, ce qui rend la **fréquence instantanée** $\omega(t) = \dot{\phi}(t)$ **physiquement interprétable**.

Opérateurs fondamentaux et propriétés théoriques de l'EMD

Opérateurs du schéma EMD :

- ▶ **Détection d'extrema** : opérateur non linéaire qui repère les points où \dot{x} change de signe ;
- ▶ **Enveloppes** $\mathcal{E}_{\text{sup}}, \mathcal{E}_{\text{inf}}$: interpolation (souvent par **spline cubique**) des maxima et minima pour approximer les « enveloppes » du signal ;
- ▶ **Moyenne locale** $m(t) = \frac{1}{2}(\mathcal{E}_{\text{sup}} + \mathcal{E}_{\text{inf}})$: **projection adaptative** de basse fréquence ;
- ▶ **Tamissage (sifting)** : itération non linéaire $h \mapsto h - m(h)$ qui pousse progressivement h vers le sous-espace des fonctions satisfaisant les conditions IMF.

Propriétés théoriques clés :

- ▶ l'EMD est **non linéaire** : $\text{EMD}(x + y) \neq \text{EMD}(x) + \text{EMD}(y)$ en général ;
- ▶ la base est **localement adaptative** : les IMFs émergent comme une **banque de filtres** allant des hautes vers les basses échelles ;
- ▶ les IMFs sont souvent **quasi orthogonales** en énergie et la reconstruction $x \approx \sum_j c_j + r_n$ est **pratiquement complète**, mais :
 - ▶ il n'y a pas de **preuve générale d'unicité** ;
 - ▶ ce n'est pas une **base de Hilbert** au sens classique.

MaxEnt + SPRT

Objectif de l'article et contexte technique

Objectif central

Développer une **méthode en ligne de détection précoce du chatter** en fraisage grande vitesse, basée sur :

- ▶ **Mise en données once-per-revolution (OPR)**
 - ▶ Un échantillon par révolution de broche (inspiré du *Poincaré sectioning*).
 - ▶ Réduit fortement la fréquence d'échantillonnage et la charge de transmission/données.
- ▶ **Principe de Maximum d'Entropie (MaxEnt)**
 - ▶ Estime l'entropie à partir des données OPR.
 - ▶ Fournit un **indicateur de chatter**.
- ▶ **Sequential Probability Ratio Test (SPRT)**
 - ▶ Intégration probabiliste cumulative.
 - ▶ Décide entre : état *stable*, *slight chatter* (incipient) et *serious chatter* (chatter avéré).

Contexte technique

Le *chatter* est une vibration auto-excitée (effet régénératif) qui dégrade la rugosité, augmente le bruit, accélère l'usure et réduit la durée de vie machine/outil.

La **détection précoce** est cruciale pour identifier :

- ▶ l'apparition initiale du chatter avant qu'il ne devienne sévère,
- ▶ la phase transitoire entre état stable et chatter pleinement développé.

La méthode exploite un *prior knowledge* du chatter, mais **ne dépend pas des paramètres de coupe** ⇒ applicable à de multiples conditions de procédé.

Principe de Maximum d'Entropie (MaxEnt) – Idée générale

Objectif de MaxEnt (Jaynes, 1957)

Lorsque l'information disponible sur une variable aléatoire est limitée, la **distribution la moins biaisée** est celle qui **maximise l'entropie de Shannon** sous les contraintes connues.

En d'autres termes : parmi toutes les distributions compatibles avec les données, on choisit celle qui introduit le **minimum d'hypothèses supplémentaires**.

Contexte chatter

En OPR (once-per-revolution), on ne dispose que d'**une mesure par révolution**. MaxEnt permet de construire une pdf « stable » et une pdf « chatter » sans nécessiter un grand nombre de données.

Variable aléatoire et données

Soit x une variable aléatoire qui génère les données :

$$x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\},$$

avec une densité de probabilité $f(x)$.

Entropie de Shannon (équation (1))

$$H(f(x)) = - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \log f(x) dx$$

- ▶ H mesure le **degré d'incertitude** ou de dispersion de la distribution.
- ▶ Plus l'entropie est élevée, plus la distribution est « uniforme » / peu structurée.

MaxEnt : formulation mathématique et lien avec le chatter

Contraintes d'information (équation (2))

Les contraintes disponibles s'écrivent :

$$E(g_j(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_j(x) f(x) dx = a_j, \quad j = 0, 1, \dots, m,$$

où :

- ▶ $g_j(x)$: fonctions connues (souvent polynômes),
- ▶ a_j : moments connus (moyenne, variance, etc.).

Exemples :

- ▶ $g_0(x) = 1 \Rightarrow E(g_0) = 1$: **normalisation**.
- ▶ $g_1(x) = x \Rightarrow E(x) = \mu$: **moyenne**.
- ▶ $g_2(x) = x^2 \Rightarrow E(x^2) = \mu_2$: **2^e moment** (variance + μ^2).

Problème d'optimisation MaxEnt

Maximiser $H(f)$ sous les contraintes (2).

En utilisant des **multiplicateurs de Lagrange**, on obtient une pdf de forme générale :

$$f(x) = \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 g_1(x) - \dots - \lambda_m g_m(x)),$$

forme exponentielle typique des modèles MaxEnt.

Lien avec la détection de chatter

- ▶ En régime stable \Rightarrow on identifie une pdf $p_0(x)$.
- ▶ En présence de chatter \Rightarrow la pdf évolue vers $p_1(x)$.
- ▶ La différence p_0 vs p_1 est ensuite exploitée par le **SPRT** pour décider si le processus est *stable*, en *slight chatter* ou en *serious chatter*.

Test Séquentiel du Rapport de Vraisemblance (SPRT)

Une fois les deux distributions construites :

- ▶ $p_0(x)$: distribution associée à l'état **normal** / **stable**,
- ▶ $p_1(x)$: distribution associée au **chatter**,

il faut décider **en temps réel** laquelle des deux hypothèses est la plus plausible.

Le SPRT est adapté car il :

- ▶ nécessite très peu de données,
- ▶ prend une décision en temps moyen minimal,
- ▶ est optimal au sens statistique de Wald.

Hypothèses (équations (3)–(4)) :

$$H_0 : p = p_0 \quad (3)$$

$$H_1 : p = p_1 \quad (4)$$

Interprétation :

- ▶ H_0 : la machine est en régime **normal** / **stable**,
- ▶ H_1 : la mesure provient d'un régime **anormal** (**chatter**).

Log-Likelihood Ratio (LLR) – équation (5) :

$$\log \Lambda(x_i) = \log \left(\frac{p(x_i | H_1)}{p(x_i | H_0)} \right) \quad (5)$$

- ▶ valeur élevée \Rightarrow l'échantillon ressemble davantage au chatter,
- ▶ valeur faible \Rightarrow l'échantillon est plus compatible avec le régime normal.

Accumulation séquentielle de l'évidence – équation (6) :

$$S_n = S_{n-1} + \log \Lambda(x_n) = \log \left(\frac{p(x_1, \dots, x_n | H_1)}{p(x_1, \dots, x_n | H_0)} \right) \quad (6)$$

avec condition initiale :

$$S_0 = 0.$$

Interprétation :

- ▶ S_n est l'évidence **cumulative** en faveur de H_1 (chatter),
- ▶ S_n croît rapidement \Rightarrow forte probabilité de chatter,
- ▶ S_n décroît \Rightarrow forte probabilité de régime normal.

Seuils de décision – équations (7)–(8)

On définit deux seuils :

- ▶ seuil **inférieur** : a ,
- ▶ seuil **supérieur** : b ,

en fonction des risques statistiques :

- ▶ α : risque de rejeter H_0 alors qu'il est vrai (faux positif de chatter),
- ▶ β : risque d'accepter H_0 alors qu'il est faux (faux négatif, chatter non détecté).

$$a = \log \left(\frac{\beta}{1 - \alpha} \right) \quad (7), \quad b = \log \left(\frac{1 - \beta}{\alpha} \right) \quad (8)$$

On a typiquement $a < 0 < b$ et la zone $a < S_n < b$ correspond à une **région d'indécision**.

Règle d'arrêt :

- ▶ si $S_n \leq a \Rightarrow$ accepter H_0 : régime stable,
- ▶ si $S_n \geq b \Rightarrow$ accepter H_1 : chatter présent,
- ▶ si $a < S_n < b \Rightarrow$ continuer à acquérir des données.

Algorithme MaxEnt + SPRT – Étapes 1-2

Étape 1 – Connaissances a priori (configuration)

- ▶ **Taille de segment N (échantillons OPR) :**
 - ▶ Segments de N échantillons OPR (une mesure par révolution).
 - ▶ Compromis **réactivité** (petit N) vs **précision de la pdf** (grand N).
 - ▶ Dans l'article : $N \approx 20\text{--}30$ révolutions.
- ▶ **Deux pdf MaxEnt de référence :**
 - ▶ p_0 : pdf de l'état **chatter-free**.
 - ▶ p_1 : pdf de l'état **early chatter**.
- ▶ **Niveaux de risque du SPRT :**
 - ▶ α : probabilité de **faux positif** (chatter détecté à tort).
 - ▶ β : probabilité de **faux négatif** (chatter non détecté).
 - ▶ En pratique : $\alpha = \beta \in \{0.05, 0.01\}$.
 - ▶ Dans l'article : $\alpha = \beta = 0,01$.
 - ▶ Seuils :

$$a = \log\left(\frac{\beta}{1 - \alpha}\right), \quad b = \log\left(\frac{1 - \beta}{\alpha}\right).$$

Étape 2 – Acquisition des données OPR

- ▶ Une mesure de vibration **par révolution** de broche.
- ▶ Chaque segment contient N échantillons OPR.
- ▶ L'échantillonnage OPR :

Algorithme MaxEnt + SPRT – Étapes 3–4

Étape 3 – MaxEnt par segment

- ▶ Pour chaque segment : données $\{x_1, \dots, x_N\}$.
- ▶ Calcul de la pdf MaxEnt à partir des contraintes (moments) choisies.
- ▶ Calcul de l'entropie H (ou d'un paramètre dérivé) : **indicateur de chatter** pour ce segment.
- ▶ Cet indicateur constitue l'observation x_n utilisée par le SPRT.

Étape 4 – Test séquentiel (SPRT)

- ▶ Mise à jour de la somme des log-rapports de vraisemblance :

$$S_n = S_{n-1} + \log \Lambda(x_n), \quad S_0 = 0.$$

- ▶ **Décision à chaque nouveau segment :**

- ▶ Si $S_n \leq a$: régime **stable**, on accepte H_0 et on applique la règle de *reset* :

$$S_n = 0,$$

pour éviter qu'une longue histoire stable ne « masque » un futur chatter.

- ▶ Si $S_n \geq b$: **early chatter détecté**, on accepte $H_1 \Rightarrow$ action corrective (adaptation de paramètres, arrêt, etc.).
- ▶ Si $a < S_n < b$: **zone d'indécision**, on poursuit la surveillance et l'acquisition de nouveaux segments.

Chaîne de traitement : MaxEnt + SPRT

- ▶ **Entrée** : signal continu de vibration / déplacement du procédé d'usinage.
- ▶ **Échantillonnage once-per-revolution (OPR)** :
 - ▶ 1 échantillon par révolution \Rightarrow suite scalaire de déplacement (x_1, x_2, \dots) ,
 - ▶ chaque x_n est le **déplacement** mesuré à la révolution n .
- ▶ **Segmentation** :
 - ▶ blocs de taille N (20–30 révolutions par segment),
 - ▶ le segment n regroupe $\{x_1, \dots, x_N\}$.
- ▶ **Phase hors-ligne (offline)** :
 - ▶ construire un indicateur $H_{\text{seg},n}$ par segment n (MaxEnt),
 - ▶ apprendre les PDF $P_0(H)$ (état stable, sans chatter) et $P_1(H)$ (early chatter),
 - ▶ fixer les niveaux de risque α, β et les seuils a, b du SPRT.
- ▶ **Phase en ligne (online)** :
 - ▶ calculer $H_{\text{seg},n}$ en quasi temps réel pour chaque nouveau segment n ,
 - ▶ appliquer le SPRT sur $H_{\text{seg},n}$ en utilisant P_0, P_1, a, b ,
 - ▶ décider chatter-free / early chatter avec un horizon de décision adaptatif.
- ▶ **Idée clé** : la phase hors-ligne apprend les PDF de l'indicateur (P_0, P_1), la phase en ligne exploite ces PDF pour détecter l'early chatter le plus tôt possible.

Phase hors-ligne (1) : MaxEnt sur chaque segment

Pour chaque segment n OPR, on dispose des données de déplacement $\{x_1, \dots, x_N\}$:

- ▶ On modélise une variable aléatoire x (déplacement) avec une PDF $f(x)$ représentant la distribution de ces données.
- ▶ Entropie de Shannon associée à la PDF f :

$$H(f) = - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \log f(x) dx \quad (1)$$

- ▶ **Principe de maximum d'entropie (MaxEnt)** : choisir $f(x)$ qui maximise $H(f)$ sous les contraintes
- ▶ **PDF normale pour le segment n** (hypothèse du papier) :

$$f_{\text{seg},n}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} \exp\left(-\frac{(x - \mu_n)^2}{2\sigma_n^2}\right),$$

où μ_n est la moyenne du déplacement sur le segment n et σ_n^2 sa variance.

- ▶ Entropie associée au segment n :

$$H_{\text{seg},n} = - \int f_{\text{seg},n}(x) \log f_{\text{seg},n}(x) dx.$$

- ▶ $H_{\text{seg},n}$ = **indicateur scalaire** qui résume la complexité statistique du segment n .

Phase hors-ligne (2) : P_0 , P_1 et entropie de la normale

- ▶ À partir de nombreux segments étiquetés :
 - ▶ **chatter-free** \Rightarrow collection de $H_{\text{seg},n}$ sous H^0 ,
 - ▶ **early chatter** \Rightarrow collection de $H_{\text{seg},n}$ sous H^1 .
- ▶ (1) Séparation en deux intégrales clés :

$$\log f_{\text{seg},n}(x) = -\frac{1}{2} \log(2\pi\sigma_n^2) - \frac{(x - \mu_n)^2}{2\sigma_n^2},$$

donc

$$\begin{aligned} H_{\text{seg},n} &= - \int f_{\text{seg},n}(x) \left[-\frac{1}{2} \log(2\pi\sigma_n^2) - \frac{(x - \mu_n)^2}{2\sigma_n^2} \right] dx \\ &= \frac{1}{2} \log(2\pi\sigma_n^2) \underbrace{\int f_{\text{seg},n}(x) dx}_{=1} + \frac{1}{2\sigma_n^2} \underbrace{\int f_{\text{seg},n}(x) (x - \mu_n)^2 dx}_{=\sigma_n^2}. \end{aligned}$$

- ▶ (2) Expression finale de l'entropie :

$$H_{\text{seg},n} = \frac{1}{2} \log(2\pi\sigma_n^2) + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \log(2\pi e \sigma_n^2).$$

$$P_0(H_{\text{seg},n}^0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}} \exp\left(-\frac{(H_{\text{seg},n}^0 - \mu_0)^2}{2\sigma_0^2}\right), \quad P_1(H_{\text{seg},n}^1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{(H_{\text{seg},n}^1 - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right).$$

Phase en ligne (1) : MaxEnt en temps réel et hypothèses

- ▶ En fonctionnement :
 - ▶ acquisition OPR \Rightarrow suite (x_1, x_2, \dots) ,
 - ▶ segmentation en blocs de taille N (même N que hors-ligne).
- ▶ Pour chaque segment observé n :
 - ▶ on construit $f_{\text{seg},n}(x)$ par MaxEnt (mêmes hypothèses que hors-ligne),
 - ▶ on calcule l'entropie $H_{\text{seg},n}$ du segment n .
- ▶ **SPRT appliqué à la suite $\{H_{\text{seg},n}\}$:**
 $H_0 : H \sim P_0(H)$ (chatter-free), $H_1 : H \sim P_1(H)$ (early chatter),
où P_0 et P_1 proviennent de la phase hors-ligne.
- ▶ Si P_0 et P_1 sont modélisées par des normales :

$$P_0(H_{\text{seg},n}^0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}} \exp\left(-\frac{(H_{\text{seg},n}^0 - \mu_0)^2}{2\sigma_0^2}\right),$$

$$P_1(H_{\text{seg},n}^1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{(H_{\text{seg},n}^1 - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right).$$

avec (μ_0, σ_0^2) et (μ_1, σ_1^2) estimés hors-ligne.

- ▶ Le problème de détection est donc réduit au choix entre deux PDF normales pour l'indicateur $H_{\text{seg},n}$.

Phase en ligne (2) : accumulateur séquentiel et décision

- ▶ **Rapport de vraisemblance logarithmique (LLR)** : pour chaque nouveau segment avec entropie $H_{\text{seg},n}$,

$$\log \Lambda(H_{\text{seg},n}) = \log \frac{P_1(H_{\text{seg},n})}{P_0(H_{\text{seg},n})} \quad (5)$$

- ▶ **Accumulateur séquentiel** :

$$S_n = S_{n-1} + \log \Lambda(H_{\text{seg},n}), \quad S_0 = 0 \quad (6)$$

- ▶ **Seuils du SPRT** (définis hors-ligne à partir de α, β) :

$$a = \log \frac{\beta}{1 - \alpha}, \quad b = \log \frac{1 - \beta}{\alpha}.$$

- ▶ **Règle de décision à chaque segment n** :

- ▶ si $S_n \leq a$: accepter H_0 (chatter-free) ; en pratique, on remet souvent $S_n = 0$ pour lancer un nouveau test,
 - ▶ si $S_n \geq b$: accepter H_1 (early chatter détecté) \Rightarrow déclencher une alarme ou une action corrective,
 - ▶ si $a < S_n < b$: pas de décision, on continue à accumuler des segments.
- ▶ Le nombre de segments nécessaires s'adapte automatiquement : moins si la situation est clairement instable, plus si elle est ambiguë.

MaxEnt + SPRT + V Pres

Modélisation statistique par MaxEnt sur segments OPR

Principe. Distribution maximale d'entropie. Indicateur statistique

Extraction OPR à partir du signal de vitesse.

$$v_n = v(t_n), \quad t_n = t_{n-1} + T_{\text{rev}}, \quad T_{\text{rev}} = \frac{60}{\text{RPM}}.$$

Suite OPR :

$$v = (v_1, v_2, \dots).$$

Segmentation en blocs de N révolutions.

$$v_{\text{seg},n} = \{ v_1^{(n)}, \dots, v_N^{(n)} \}, \quad v_i^{(n)} = v_{(n-1)N+i}.$$

Chaque segment $v_{\text{seg},n} \in \mathbb{R}^N$ représente une tranche dynamique cohérente du procédé.

Modélisation MaxEnt (contrainte par μ, σ^2).

$$f_{\text{seg},n}(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\text{seg},n}^2}} \exp\left(-\frac{(v - \mu_{\text{seg},n})^2}{2\sigma_{\text{seg},n}^2}\right).$$

Entropie du segment et construction des PDF P_0 , P_1

Entropie du segment : indicateur scalaire.

L'entropie reflète le **niveau de désordre statistique** d'un segment : un régime plus instable produit une distribution plus étalée, donc une entropie plus élevée.

$$H_{\text{seg},n} = - \int f_{\text{seg},n}(v) \log f_{\text{seg},n}(v) dv = \frac{1}{2} \log(2\pi e \sigma_{\text{seg},n}^2).$$

Construction des PDF P_0 (chatter-free) et P_1 (early chatter).

À partir de segments étiquetés :

- ▶ segments **chatter-free** \Rightarrow valeurs $H_{\text{seg},n}^0$,
- ▶ segments **early chatter** \Rightarrow valeurs $H_{\text{seg},n}^1$.

Ajustement de deux lois normales :

$$P_0(H) = \mathcal{N}(\mu_0, \sigma_0^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}} \exp\left(-\frac{(H - \mu_0)^2}{2\sigma_0^2}\right),$$
$$P_1(H) = \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{(H - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right).$$

Ces PDF décrivent respectivement :

- ▶ la distribution de l'indicateur $H_{\text{seg},n}$ en régime **chatter-free**,
- ▶ la distribution en régime **early chatter**.

Phase en ligne : calcul de $H_{\text{seg},n}$ et test SPRT

Acquisition en temps réel (OPR).

Le signal de vibration est échantillonné once-per-revolution :

$$(v_1, v_2, \dots, v_k, \dots)$$

Construction des segments (taille N).

$$\mathcal{S}_n = \{v_{(n-1)N+1}, \dots, v_{nN}\}$$

Chaque segment n est traité immédiatement après sa formation.

PDF MaxEnt et entropie en temps réel.

$$f_{\text{seg},n}(v) = \mathcal{N}(\mu_{\text{seg},n}, \sigma_{\text{seg},n}^2), \quad H_{\text{seg},n} = \frac{1}{2} \log(2\pi e \sigma_{\text{seg},n}^2).$$

Test SPRT appliqué à la séquence $\{H_{\text{seg},n}\}$.

$$\log \Lambda(H_{\text{seg},n}) = \log \frac{P_1(H_{\text{seg},n})}{P_0(H_{\text{seg},n})}, \quad I_{\text{SPRT}}(n) = I_{\text{SPRT}}(n-1) + \log \Lambda(H_{\text{seg},n}),$$

Seuils et règle de décision (risques α, β).

$$I_{\text{SPRT}}(n) \leq a \Rightarrow H_0 \quad a = \log \frac{\beta}{1-\alpha} \quad (\text{chatter} - \text{free})$$

$$I_{\text{SPRT}}(n) \geq b \Rightarrow H_1 \quad b = \log \frac{1-\beta}{\alpha} \quad (\text{earlychatter})$$

Si $a < I_{\text{SPRT}}(n) < b$: continuer (pas de décision).

STT+SVD V Pres

Méthode SST–SVD pour la détection précoce du chatter

Principe général.

Représentation temps–fréquence très affinée (SST) et une analyse matricielle locale (SVD)

STFT — Short-Time Fourier Transform

$$S_{\text{STFT}}(t, \xi) = \int \underbrace{v(\tau)}_{\text{signal}} \underbrace{g(\tau - t)}_{\text{fenêtre}} \underbrace{e^{-i\xi(\tau - t)}}_{\text{analyse fréquentielle}} d\tau$$

- ▶ Bonne carte TF, mais énergie **étalée** autour des crêtes.
- ▶ Séparation limitée entre chatter, modes et harmoniques TPF.

SST — Synchrosqueezing Transform

$$T_v(f, t) = \text{SST}\{v(t)\} \quad \text{avec} \quad \hat{\omega}(t, \xi) = \frac{\partial_t S_{\text{STFT}}(t, \xi)}{i S_{\text{STFT}}(t, \xi)}.$$

- ▶ **Synchro** : réallocation selon la fréquence instantanée estimée.
- ▶ **Squeezing** : énergie **resserrée** sur les crêtes TF réelles.
- ▶ Modes mieux isolés, harmoniques plus faciles à retirer.

Idée clé. SST produit une carte TF nette, idéale pour l'analyse locale **fenêtre TF + SVD**.

Fenêtre TF locale M_i et décomposition SVD

Fenêtre TF locale M_i .

$$M_i[f, k\Delta t] = T_v^{\text{filt}}(f, t_{i-(K-k)}), \quad M_i \in \mathbb{R}^{M \times K}.$$

Idée. M_i glisse sur la carte TF et capture la dynamique locale du mode.

Décomposition SVD du bloc M_i .

$$M_i = U_i D_i V_i^T, \quad D_i = \text{diag}(d_1^i, d_2^i, \dots).$$

- ▶ U_i : patrons fréquentiels.
- ▶ V_i : patrons temporels.
- ▶ d_1^i : 1^{er} singulier = énergie dominante du segment TF.

Indicateur principal.

$$I_{\text{SST}}(t_i) = d_1^i.$$

Stable $\Rightarrow d_1^i$ varie lentement ; Chatter $\Rightarrow d_1^i$ augmente nettement.

Règle de décision : critère 3σ .

$$|d_1^{i,i} - \mu| \leq 3\sigma \Rightarrow \text{stable}, \quad |d_1^{i,i} - \mu| > 3\sigma \Rightarrow \text{chatter}.$$

μ et σ estimés sur une phase stable (normalité vérifiée par Lilliefors).

Conclusion

Comparaison des indicateurs.

- ▶ Performances élevées lorsque chaque méthode est **optimisée**.
- ▶ Approches SST–SVD / MaxEnt–SPRT : **phase hors-ligne obligatoire**.
- ▶ Dépendance forte à la modélisation stable / pré-chatter.

Indicateur proposé.

- ▶ **Sans apprentissage** : exploitable directement en ligne.
- ▶ Très **réactif** aux variations locales.
- ▶ En régime stable mais non stationnaire : **faux positifs possibles**.
- ▶ En chatter établi : comportement **stable et fiable**.

Pistes futures.

- ▶ Fusion de sensibilité locale + robustesse statistique.
- ▶ Améliorer la **généralisabilité** entre conditions d'usage.

Perspectives élargies

État actuel.

- ▶ Indicateurs variés : énergétiques, statistiques, temps–fréquence.
- ▶ Bonnes performances une fois **optimisés** individuellement.
- ▶ Limites : dépendance au bruit, stabilité variable selon l'usage.

Évolutions possibles des indicateurs.

- ▶ Ajouter d'autres familles : phase–espace, corrélation, entropies avancées.
- ▶ Fusion de plusieurs indicateurs → **détecteur hybride**.
- ▶ Pondération adaptative selon les conditions d'usage.

Vers l'intelligence artificielle.

- ▶ Utiliser les indicateurs comme **features** pour modèles ML.
- ▶ Entraîner des classifieurs robustes (SVM, Random Forest, LSTM).
- ▶ Détection prédictive : anticiper le chatter avant les signatures directes.

Objectif final.

- ▶ Un système unifié : **réactif**, **robuste au bruit**, et **généralisable** à plusieurs scénarios.

Perspectives

Indicateurs actuels.

- ▶ Panel déjà large : énergie, variabilité, temps–fréquence.
- ▶ Bon potentiel une fois les méthodes **calibrées**.
- ▶ Comportement dépendant du bruit et des conditions d'usage.

Extensions possibles.

- ▶ Explorer d'autres familles d'indicateurs (phase–espace, entropie, cohérence).
- ▶ Combiner plusieurs indicateurs pour améliorer la **robustesse**.
- ▶ Ajustements adaptatifs selon les régimes d'usage.

Ouvertures vers des approches avancées.

- ▶ Les indicateurs pourraient servir de **signaux d'entrée** pour des modèles d'apprentissage automatique.
- ▶ Possibilité d'étudier des outils prédictifs pour anticiper plus tôt l'instabilité.
- ▶ Opportunité d'intégrer ces pistes selon les besoins industriels.

Vision générale.

- ▶ Aller vers un système plus **robuste**, **réactif** et adaptable à des scénarios variés.

État d'avancement de la thèse

Indicateurs et méthodes.

- ▶ Développement complet des indicateurs : énergie, variabilité, TF, statistiques.
- ▶ Pipeline unifié de calcul et de comparaison opérationnel.

Production scientifique.

- ▶ Article **HSM 2025** : accepté en journal et déjà **disponible en ligne**.
- ▶ Article **Manufacturing 21** : version avancée en cours (cadre de comparaison des indicateurs).

État actuel et continuité.

- ▶ Le volet “détection par indicateurs” est **stabilisé**.
- ▶ La méthodologie est prête pour intégrer l'évolution des **paramètres dynamiques** du procédé (usinage non stationnaire, parois minces, raideur variable).
- ▶ Prochaine étape naturelle : articulation entre détection d'instabilité et **modèles dynamiques évolutifs**.

Perspective globale.

- ▶ Convergence vers une approche complète : **simulation + indicateurs + dynamique variable**.