

Intro

- Modelos mixtos
- AIC

Ustedes

- Conocimientos de R (saben abrirlo, cargar paquetes y datos, saben hacer operaciones y gráficos).
- Quieren crear modelos mixtos en R y conocer la sintaxis. La clase de hoy esta en el repositorio: Clonen/Descarguen los materiales.

Preguntas

Responder en el chat 💬

- Han visto modelos mixtos en artículos o tesis?
- Alguien ha escuchado que es el AIC?

Créditos & Recursos

Lecturas

- Intro por Gabriela Hajduk
- Introduccion por Athanasia Mowinckel
- Lectura sobre mixed-models with R Michel Clark

Videos en español

• • Modelos mixtos por Alejandra Tapia

Imagenes

 Portada Unsplash by Ilse Orsel

1. Modelos lineares mixtos

1.1. Intro

Modelos lineales:

- Errores aleatorios independientes
- Errores aleatorios siguen una distribución normal

Modelos lineales mixtos

- Incorpora efectos aleatorios para acomodar la correlación entre las observaciones
- Condicionado a los efectos aleatorios, los errores aleatorios son independientes con varianza constante
- Errores aleatorios con distribución normal
- Efectos aleatorios con distribución normal
- Efectos aleatorios y errores aleatorios son independientes

¿Porque usarlos?

- Datos pueden presentar heterogeneidad
- Por ejemplo: pueden estar agrupados por provenir de diferentes áreas, o presentar medidas repetidas
- Medidas repetidas induce a una estructura de correlación, que si no se considera puede llevar a estimaciones sesgadas
- Afectando las predicciones y por lo tanto las decisiones basadas en esos datos

1.2. Datos

Paquetes a cargar para leer los datos

```
library(tidyverse)
library(readr)
library(dplyr)
library(here)
```

Cargar datos

```
url <- "https://raw.githubusercontent.com/MiriamLL/Prueba/master/dragone
download.file(url, "dragons.csv")
dragones <- read_csv("dragons.csv")</pre>
```

Nota Estos datos son repetidamente utilizados para enseñar modelos mixtos. Entonces pueden encontrar estos ejemplos explicados de diferente manera en linea fácilmente.

1.2. Datos

Los datos contienen 480 observaciones contenidas en 4 columnas: calificación, tamaño, montaña, sitio.

glimpse(dragones)

1.3. Preguntas

Imaginemos que:

Se entrenaron dragones y se recopilaron datos de diferentes montañas.





Entre mas rápido aprendieron el entrenamiento mejor calificación, también se midieron y se anotó en que sitio y en que región provienen.

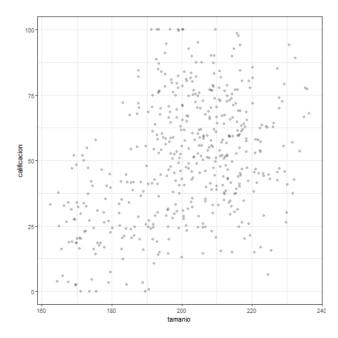




¿Afectará el tamaño de los dragones sus calificaciones?

1.4. Inspeccionar datos

Creemos un gráfico de puntos



1.5 Modelo lineal

Cargar paquetes

```
library(broom)
```

Ajustar un modelo lineal

```
ajuste_lm <- lm(calificacion ~ tamanio, data=dragones)
```

Mirar estadísticos del modelo

```
broom::tidy(ajuste_lm) %>% tibble::as_tibble()
```

¿Entre más grandes, más inteligentes? 😌

1.5 Modelo lineal

Información sobre el modelo.

```
glance(ajuste_lm) %>%
  tibble::as_tibble()
```

Información sobre el ajuste del modelo. Esta función agrega los valores ajustados, los residuales y otros al data frame.

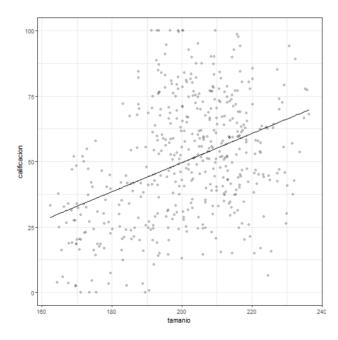
```
info_ajuste_lm<-augment_columns(ajuste_lm, dragones)
info_ajuste_lm</pre>
```

```
## # A tibble: 480 x 11
      calificacion tamanio montania sitio .fitted .se.fit
                                                           .resid
##
                                                                      .hat .sig
                     <dbl> <chr>
                                            <dbl>
                                                    <dbl>
                                                            <dbl>
                                                                    <dbl>
##
             < db 1 >
                                    <chr>
                                                                            <db
                                                                             21
                      166. Bavarian a
                                             30.5
                                                     2.35 - 14.4
                                                                  0.0122
##
             16.1
   1
             33.9
                     168. Bayarian a
                                                     2.24 2.23
                                                                  0.0111
                                                                             21
##
                                             31.7
##
             6.04
                     166. Bavarian a
                                             30.7
                                                     2.33 - 24.7
                                                                  0.0121
                                                                             21
                                                                             21
                                                     2.23 - 12.9
##
    4
            18.8
                     168. Bavarian a
                                             31.7
                                                                  0.0111
    5
            33.9
                     170. Bavarian a
                                             33.0
                                                     2.11 0.875 0.00989
                                                                             21
##
                   169. Bayarian a
                                             32.3
                                                                             21
##
            47.0
                                                     2.18 14.8
                                                                  0.0105
                                                                             21
##
              2.56
                     170. Bayarian a
                                             32.8
                                                     2.13 -30.2 0.0101
##
              3.88
                      164. Bavarian a
                                             29.9
                                                     2.41 - 26.0
                                                                  0.01292 / 5621
```

1.5 Modelo lineal

Gráficar el modelo lineal.

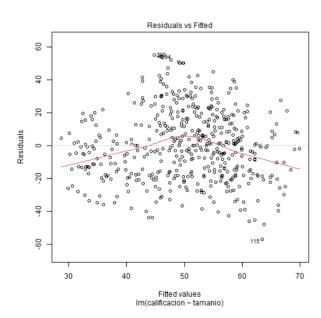
```
info_ajuste_lm %>%
  ggplot(aes(x=tamanio,y=calificacion))+
  geom_jitter(alpha=.2)+
  geom_line(aes(x=tamanio,y=.fitted))+
  theme_bw()
```



1.6. Supuestos

Problemas de linealidad, media no es cero, varianza no es constante.

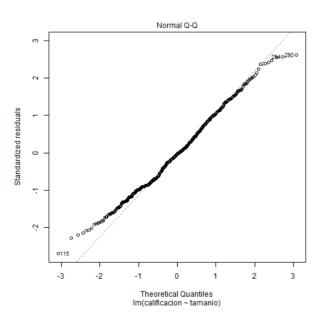
plot(ajuste_lm, which=1)



1.6. Supuestos

Normalidad

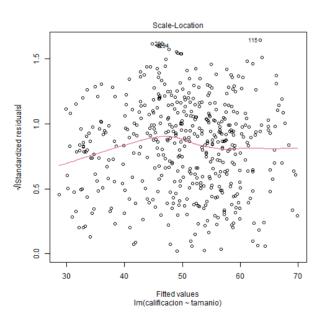
plot(ajuste_lm, which=2)



1.6. Supuestos

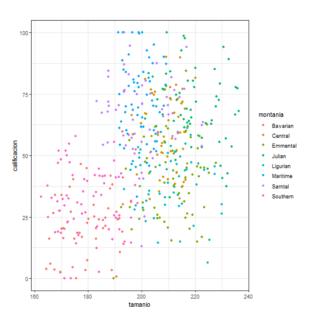
Homoscedasticidad

plot(ajuste_lm, which=3)



1.7. Inspeccionar

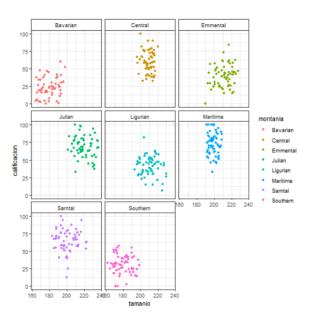
Al graficar las montañas por separado. ¿Que notan?



1.8. Inspeccionar

Separando por montañas. ¿Que notan?

```
dragones %>%
  ggplot(aes(tamanio, calificacion
      colour = montania))+
  geom_jitter(alpha=2) +
  facet_wrap(~ montania) +
  theme_bw()+
  theme(strip.background=element_
```



1.9. Efectos aleatorios

No se puede omitir la montaña , ¿pero como la incluimos?

- Como factor aleatorio.
- 🗹 Que es un factor aleatorio y como saber cuando es aleatorio

Paquetes

```
library(broom.mixed)
library(lme4)
```

Sintaxis de los efectos aleatorios (random effects):

```
ajuste_lmer <- lmer(calificacion ~ tamanio + (1|montania), data = dragones)
```

Nota Que se llamen efectos aleatorios poco tiene que ver con que aleatoriedad matemática. Es confuso pero por ahora lo más sencillo es pensar en ellos como variables de agrupamiento.

1.9. Efectos aleatorios

Mirar nuestro nuevo modelo.

1.9. Efectos aleatorios

Mirar los ajustes del modelo.

```
glance(ajuste_lmer) %>%
  tibble::as_tibble()
## # A tibble: 1 x 6
  sigma logLik AIC BIC REMLcrit df.residual
##
  <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <int>
## 1 15.0 -1996, 3999, 4016, 3991.
                                          476
```

¿No hay valor p? 🏵 🙀





Lecturas sobre valor p:

- Explicación por parte del desarrollador del paquete Imer: Douglas Bates
- Compilación de recursos sobre el valor p por Rocio Joo

1.9. Valor p

2 fixed <NA> tamanio

3 ran_pars montania sd__(Intercept) 18.4

4 ran_pars Residual sd__Observation 15.0

A pesar de que no se recomienda usar valor p, la librería lmerTest te puede dar un valor p.

Considera que: all the F ratios use the same denominator - Douglas Bates

1 fixed <NA> (Intercept) 43.7 17.1 2.55 177. 0.0

0.0332 0.0786 0.422 473. 0.6

NA

NA

NA

NA

NA NA

NA

NA

1.10. Efecto de la montaña

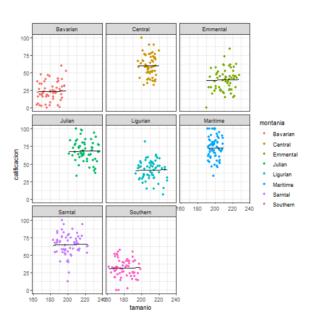
Ver información del ajuste: valores ajustados (.fitted), residuales (.resid) augment_columns agrega los valores ajustados, los residuales y otros al data frame.

```
info_ajuste_lmer<- augment_columns(ajuste_lmer,dragones)
info_ajuste_lmer</pre>
```

```
## # A tibble: 480 x 8
##
     calificacion tamanio montania sitio .fitted .resid
                                                          .hat .cooksd
##
            <fdb>>
                    <dbl> <chr> <dbl> <chr>
                                           <fdb> <fdb> <fdb>
                                                                  <dbl>
            16.1
                                            22.9 -6.78 0.0224 0.00240
##
                     166. Bayarian a
##
            33.9
                     168. Bayarian a
                                            23.0 10.9 0.0209 0.00577
   3
##
            6.04 166. Bayarian a
                                            22.9 -16.9 0.0221 0.0147
            18.8
                     168. Bayarian a
                                            23.0 -4.16 0.0208 0.000836
##
##
            33.9
                     170. Bayarian a
                                            23.1 10.8 0.0194 0.00524
##
            47.0
                  169. Bayarian a
                                            23.0 24.0 0.0201 0.0270
##
             2.56
                     170. Bavarian a
                                            23.1 -20.5 0.0195 0.0191
             3.88
                  164. Bavarian a
                                            22.9 -19.0 0.0233 0.0197
##
##
             3.60
                  168. Bavarian a
                                            23.0 -19.4
                                                       0.0209 0.0183
             7.36
                     180. Bavarian a
##
  10
                                            23.4 -16.0 0.0165 0.00980
  # ... with 470 more rows
```

1.10. Efecto de la montaña

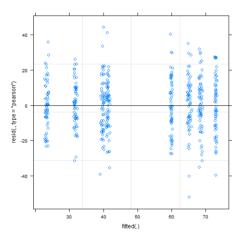
Veamos el efecto de las montañas en la calificación.



1.11. Supuestos

Al incluir montaña en el modelo, no se observan problema se linealidad, la media y varianza son constantes.

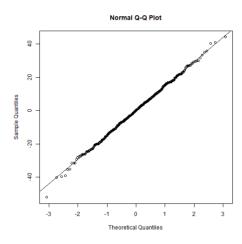
plot(ajuste_lmer)



1.11. Supuestos

Al incluir montaña en el modelo, no se ven problemas en los residuales del modelo.

```
qqnorm(resid(ajuste_lmer))
qqline(resid(ajuste_lmer))
```



1.11. Modelo mixto

Ver ajustes del modelo mixto que incluye montañas

Se ve que la varianza de el sistema montañoso es 339.7. Entonces las montañas son claramente importantes porque explican mucha de la variación. Como saber cuanto explican de la variación? Se puede tomar la varianza de la montaña y dividirla por el total de la varianza.

```
summary(ajuste_lmer)
```

```
339.7/(339.7 + 223.8)
```

[1] 0.6028394

Otro valor interesante es el AIC. Hablaremos más adeltante de esto.

```
AIC(ajuste_lmer)
```

[1] 3999.203

2.1. Modelo completo

Al incluir montaña nos hemos dado cuenta que es importante incluirla, ¿sera importante incluir sitio también?

Lo que nos lleva a preguntarnos, con los datos que tenemos como sabemos: ¿Que modelo se ajusta mejor a nuestros datos?





2.1. Efectos aleatorios anidados

En nuestros datos de dragones: la variable de **sitio** es un factor con tres niveles: un sitio a, b y c, pero existe un anidamiento (nesting) del sitio con la montaña. Los sitios no tienen significado si no le asignamos las montañas.

Para no tener que estar recordando que esto ocurre, lo mejor es crear una nueva variable anidada (nested).

2.2. Efectos aleatorios cruzados

De acuerdo a lo que vimos anteriormente, entonces no podemos poner los efectos aleatorios separados.

Este modelo trata los efectos aleatorios como cruzados.

Para efectos cruzados es cuando el factor aparece en más de un nivel en otros factores, un ejemplo seria si el mismo dragón aparece en más de un sistema montañoso.

2.3. Efectos aleatorios anidados

Con los datos de dragones, una manera de crear un modelo completo sería la siguiente.

```
summary(lmer_completo)
```

Si buscan ejemplos otras maneras de escribir esto son:

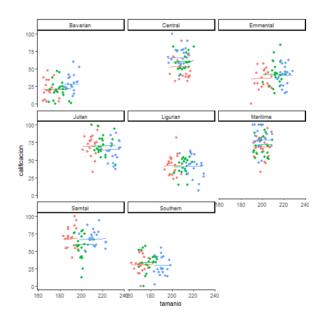
```
(1|montania/sitio)
(1|montania) + (1|montania:sitio)
```

2.4. Modelo completo

Ahora que creamos un modelo considerando los efectos aleatorios, nos queda claro que el análisis inicial (el modelo linear) nos daba resultados que **no eran correctos**, los dragones no son más inteligentes entre más grandes.

En el futuro podemos elegir dragones más pequeños para entrenarlos.

```
ggplot(dragones, aes(x = tamanio,
  facet_wrap(~montania, nrow=3) +
  geom_point() +
  theme_classic() +
  geom_line(data = cbind(dragones
  theme(legend.position = "none")
```



3. AIC

3.1. AIC

El AIC (Akaike Information Criterion) es un modelo matemático para evaluar que tan bien se ajusta el modelo a los datos generados.

En estadística se usa mucho para comparar modelos posibles y determinar cual es el mejor modelo.

AIC se calcula a partir de:

- El numero de variables independientes que se usó para construir el modelo
- El estimado de máxima verosimilitud (maximum likelihood), (que tan bien el modelo reproduce los datos)

$$AIC = 2K - 2ln(L)$$

Fuente: Scribbr

K es el número de variables independientes y L es el estimado de máxima verosimilitud.

El mejor modelo se identifica a partir de un AIC, que explica la mayor cantidad de variación usando el menor numero de variables independientes.

3.1. AIC

Los AIC son muy usados para evaluar la combinación completa de los predictores y el mejor modelo se considera el que tiene el menor valor de AIC

Model selection based on AICc:

	K	AICc	Delta_AICc	AICcWt	Cum.Wt	LL
combination.mod	5	1743.02	0.00	0.96	0.96	-866.45
interaction.mod	9	1749.35	6.33	0.04	1.00	-865.49
age.sex.mod	4	1760.59	17.57	0.00	1.00	-876.26
age.mod	3	1764.91	21.89	0.00	1.00	-879.43
sex.mod	3	2815.68	1072.66	0.00	1.00	-1404.82
consumption.mod	3	2820.86	1077.84	0.00	1.00	-1407.41

Fuente: Scribbr

- K es el numero de parametros del modelo. El default es 2, asi que cualquier modelo con un parametro dara una K de 2+1=3.
- AlCc es el calculo del AlC, la c viene de corregido para muestras pequeñas. Entre más pequeño el AlC mejor es el ajuste del modelo.
- Delta AIC es la diferencia entre los valores de AIC. Diferencias pequeñas (<2 unidades) no son consideradas significativas. Si varios modelos tienen menos de estas unidades, el mejor modelo es el que es más parsimonioso, es decir el que tiene el menor numero de parámetros
- AlCcWT: es la proporción del total de poder predictivo dado por el set de modelos probados en el modelo.

3.2. Selección del modelo

De acuerdo a lo que vimos, es fácil omitir algunas variables pero también podríamos incluir algunas que no son importantes (lo que se conoce como overfit).

Para resolver este problema lo que se hace es una selección del modelo.

Pero, hay que ser muy cuidadosos en lo que se refiere a la selección del modelo. Para hacer una buena selección hay que tener claro cual es la **pregunta**.

En lo que respecta a biología, se puede usar la selección de modelos para revisar parámetros que no corresponden al núcleo de la pregunta.

También se recomienda tener 10 veces más datos que parámetros.

• Da click aquí para mirar algunas formulas y explicacion a detalle

3.3. Selección del modelo

De mejor a peor lo que podemos usar para comparar modelos son:

- Z-test de Wald
- t-test de Wald (en este modelo los valores tendrían que estar balanceados)
- Prueba de razón de verosimilitud (en inglés: Likelihood ratio tests). Usando anova() o drop1())
- Markov chain Monte Carlo (MCMC) o un bootstramp parámetrico con intervalos de confignza

3.4. Compara modelos

En nuestro ejemplo de dragones podemos comparar

Modelo completo.

• Modelo reducido. Nota que este modelo no incluye tamaño.

Comparación de los modelos.

```
anova(lmer_reducido, lmer_completo)
```

3.5. Compara modelos

Al comparar los modelos encontramos que no son significativamente diferentes. Es decir, **tamaño** no ayuda a explicar la calificación de los dragones.

3.6. Otro ejemplo

Veamos otro ejemplo.

```
library(readr)
```

Que pasa si tenemos tres modelos en mente a comparar.

```
url <- "https://raw.githubusercontent.com/MiriamLL/Prueba/master/bmi_dat
download.file(url, "bmi_data.csv")
bmi_datos <- read_csv("bmi_data.csv")</pre>
```

Fuente: Scribbr

Estos datos de bebidas azucaradas, y contiene información de:

- Sexo (Female/Male)
- Edad (númerico) 🚷 🚱 🚭 📵
- Consumo (númerico) 🗓 🗑
- BMI (indice de masa corporal)

3.7. Construir modelos

Primer modelo

```
mod_edad <- lm(bmi ~ age, data = bmi_datos)</pre>
```

Segundo modelo

```
mod_sexo <- lm(bmi ~ sex, data = bmi_datos)</pre>
```

Tercer modelo

```
mod_consumo <- lm(bmi ~ consumption, data = bmi_datos)</pre>
```

3.8. Usar AlCmodavg

Comparar modelos

```
library(AICcmodavg)

modelos <-list(mod_edad, mod_sexo, mod_consumo)
modelos_nombres<-c('mod_edad', 'mod_sexo', 'mod_consumo')</pre>
```

La edad parece ser de las variables más importantes para explicar indice de masa corporal.

mod consumo 3 2820.86 1055.96 0

1 - 1407.41

3.9. Comparar muchos modelos

Pero resulta evidente que habrá que incluir la combinación de sexo y edad.

```
mod_sexo_edad <- lm(bmi ~ age + sex, data = bmi_datos)</pre>
```

Incluir la combinación de sexo, edad y consumo de bebidas azucaradas.

```
mod\_combinacion <- lm(bmi ~ age + sex + consumption, data = bmi\_datos)
```

Finalmente probar la interacción entre estas variables.

```
mod_interaccion <- lm(bmi ~ age*sex*consumption, data = bmi_datos)</pre>
```

Con todos los modelos se puede crear una lista y un vector con los nombres de los modelos para poder identificarlos.

```
modelos <-list(mod_edad, mod_sexo, mod_consumo, mod_sexo_edad, mod_comb:
modelos_nombres<-c('mod_edad', 'mod_sexo', 'mod_consumo', 'mod_sexo_edad</pre>
```

3.9. Comparar muchos modelos

Responder en el chat En base al AIC ¿Cual es el mejor modelo?

```
aictab(cand.set = modelos, modnames = modelos_nombres)
##
  Model selection based on ATCc:
##
                     AICc Delta AICc AICcWt Cum.Wt
##
                 K
                                                      \mathbf{H}
  mod combinacion 5 1743.02
                          0.00 0.96 0.96 -866.45
  mod_interaccion 9 1749.35 6.33 0.04 1.00 -865.49
## mod_sexo_edad 4 1760.59 17.57 0.00 1.00 -876.26
## mod_edad 3 1764.91 21.89 0.00 1.00 -879.43
## mod sexo 3 2815.68 1072.66 0.00 1.00 -1404.82
## mod_consumo 3 2820.86 1077.84 0.00 1.00 -1407.41
mod_combinacion <- lm(bmi ~ age + sex + consumption, data = bmi_datos)</pre>
```

3.10. MASS

Otra cosa que podemos hacer es pedirle a R que construya los modelos con base a la información que le damos.

```
bmi_mod_comp <- lm(bmi ~., data = bmi_datos)</pre>
```

Nota tu dataframe solo debe incluir las columnas de las variables que te interesa incluir.

Un paquete que tambien te permite comparar modelos es MASS.

```
library(MASS)
```

La ventaja de este paquete es que la función stepAIC te permite elegir: direction = c("both", "backward", "forward").

Da click aquí la explicación de Stepwise regression a detalle

3.10. MASS

De entrada ya nos dice cual fue el mejor modelo.

```
summary(step.model)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = bmi \sim sex + age + consumption, data = bmi_datos)
##
## Residuals:
##
      Min 10 Median 30
                                      Max
## -2.67918 -1.18845 0.00031 1.22444 2.48676
##
## Coefficients:
##
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 17.78422   0.26730   66.534   < 2e-16 ***
## sexMale -0.28402 0.12392 -2.292 0.0223 *
      ## age
## consumption 1.35082 0.30323 4.455 1.04e-05 ***
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.374 on 496 degrees of freedom
```

3.11. drop1

Otra manera de comparar modelos es usando drop1

Igualmente se puede crear el modelo completo y la función drop1 te da los resultados similares como reducir tu modelo.

Los resultados se pueden interpretar en que modelo sin el termino es significativamente diferente del modelo con tal termino. Y de nuevo ofrece un AIC que entre menor es el mejor modelo.

```
drop1(bmi_mod_comp, test="F") # Tambien llamado 'type II' anova
```

```
## Single term deletions
##
## Model:
## bmi ~ sex + age + consumption
             Df Sum of Sq RSS
                                   AIC F value Pr(>F)
##
## <none>
                          936.9 321.96
                   9.9 946.8 325.23 5.2529 0.02233 *
## sex
                   7120.2 8057.1 1395.85 3769.6720 < 2.2e-16 ***
## age
                     37.5 974.3 339.57 19.8446 1.039e-05 ***
## consumption 1
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

3.12. Usando dredge

La función **dredge** del paquete MuMIN genera una tabla de selección de modelos usando las combinaciones de los efectos fijos en el modelo global.

```
library(MuMIn)
options(na.action = "na.fail")
```

- AlCc: Valores AlC con corrección
- delta: diferencia entre modelos. Por convención AIC<2 se consideran modelos aceptables.
- weight: Peso del modelo.

Todos estos valores pueden reportarse.

```
dredge(bmi_mod_comp)
```

3.13. Usando dredge

Veamos con los datos de dragones.

Nota REML es el restricted maximum likelihood.

Cuando se prueba el modelo regularmente se pone REML=FALSE. Esto es para que pueda crear modelos más sencillos a la hora de probar las combinaciones.

Pero una vez sepamos cual es el mejor modelo, podemos poner de nuevo REML=TRUE para obtener los resultados.

3.14. Usando dredge

El mejor modelo incluye todos los parametros.

Ver estimados del modelo.

```
summary(lmer_completo)
```

Cuando más de un modelo se encuentra dentro de las 2 unidades AIC, depende de tu criterio de selección.

Una opción es primero reportar que varios modelos estuvieron dentro de las dos unidades AIC, y que se usaron todos los parámetros de los modelos con menos de 2 unidades AIC.

3.16. Usando dredge

Para reportar en la selección del modelo.

Para reportar en los estimados del modelo seleccionado.

```
Fixed effects:

Estimate Std. Error df t value Pr(>|t|)

(Intercept) 40.06668 21.86373 90.35454 1.833 0.0702 .

tamanio 0.05126 0.10368 94.18716 0.494 0.6222
```

4. Seguir aprendiendo

En la página de CRAN Task Viewer pueden encontrar referencias de paquetes de acuerdo al modelo que quieran crear.

- Base R provee: lm() y glm(). Ya usamos lm en la clase modelos lineales simples
- Ime4 provee funciones para realizar modelos generalizados mixtos lineares o no lineares (GLMM). Usamos este paquete en esta clase. Si quieren ver tutoriales de como funciona les recomiendo Video explicando Teoría: Kyle Tomlinson.
- nlme provee funciones para realizar modelos lineares y no lineares con efectos mixtos (GLM)
- mgvc provee funciones para realizar modelos aditivos (Generalized Additive Mixed Models: GAMMS)
 gms introduction to generalized additive models with R and mgvc

Otros recursos

- Usar Machine learning
- Usar estadistica bayesiana

Contacto

Recapitulando

- Modelos mixtos
- AIC

Para dudas, comentarios y sugerencias:

• Escríbeme a miriamjlerma@gmail.com

Este material esta accesible y se encuentra en mi 🗹 github y mi 🗹 página

