

4. Übungsblatt zum Vorkurs Physik I - Lösungen

Wintersemester 2020/21
Für den x.x.2020

Prof. Dr. Carsten Westphal
Prof. Dr. Jan Kierfeld

Aufgabe 1: Beispiel

Warum ist der Himmel blau?

- a) Weil Blau eine schöne Farbe ist
- b) Die Sonne ist eigentlich blau
- c) Wegen der Frequenzabhängigkeit der Rayleigh-Streuung

Aufgabe 2: Kurvendiskussion

- a) Bestimmen Sie die Extrempunkte der Funktion f mit $f(x) = e^{2x} + e^{-x}$.

Bestimmung der Ableitungen: $f'(x) = 2e^{2x} - e^{-x}$, $f''(x) = 4e^{2x} + e^{-x}$ (immer größer Null)

Notwendige Bedingung für einen Extrempunkt:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2e^{2x} - e^{-x} = 0 \mid \cdot e^x \Leftrightarrow 2e^{3x} - 1 = 0 \Leftrightarrow 2e^{3x} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \ln(0.5) = -0.231$$

Da $f'' > 0$ (linksgekrümmt), liegt ein Tiefpunkt vor: Tiefpunkt T(-0.231|2.52)

- b) Bestimmen Sie den Wendepunkt der Funktion f mit $f(x) = (x-1) \cdot e^x$.

Bestimmung der Ableitungen: $f'(x) = e^x + (x-1) \cdot e^x = (1+x-1) \cdot e^x = x \cdot e^x$, $f''(x) = e^x + x \cdot e^x = (x+1) \cdot e^x$

Notwendige und hinreichende Bedingung für einen Wendepunkt:

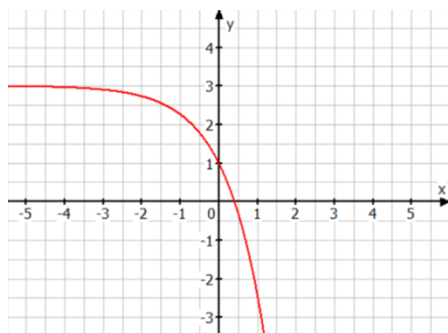
$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1) \cdot e^x = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

$$f''(0) = 1 > 0, f''(-2) = -e^{-2} < 0 \Rightarrow \text{VZW von } f \text{ von } + \text{ nach } - \text{ an der Stelle } -1$$

Wendepunkt W(-1|-0.736)

Aufgabe 3: Und weil's so schön war Kurvendiskussion

- a) Die Funktion f hat das nebenstehende Schaubild und die Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot e^x + b$ mit $(a, b \in \mathbb{R})$. Bestimmen Sie die Werte von a und b . Tipp: Betrachten Sie den Verlauf der Funktion.



Betrachte Asymptotik des Graphen: mit $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} = 0 \Rightarrow b = 3$.
Aus $f(0) = 1$ folgt $a = -2$.

- b) Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = \frac{1}{1-x} + 3$ und $g(x) = -\frac{1}{1+x}$. Geben Sie die waagrechte Asymptote der Funktion f an und bestimmen Sie die Stelle, an der f und g die gleiche Steigung haben.

Betrachte Verhalten für $+\infty$ und $-\infty \Rightarrow f(x)$ hat die waagrechte Asymptote $y = 3$.
Bestimmung der Ableitungen:

$$f(x) = (1-x)^{-1} + 3, f'(x) = (1-x)^{-2} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$g(x) = -(1+x)^{-1}, g'(x) = (1+x)^{-2} = \frac{1}{(1+x)^2}$$

Ableitungen gleichsetzen:

$$f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow (1+x)^2 = (1-x)^2 \Leftrightarrow 1 + 2x + x^2 = 1 - 2x + x^2 \Leftrightarrow 2x = -2x \Leftrightarrow x = 0$$

