

Numerische Quadratur

Patrick Radner, Jennifer Sorensen, Florian Zopf

Aspekte der systemnahen Programmierung bei der Spieleentwicklung
Projektaufgabe - 31

16.04.2015

Theorie

Numerische
Quadratur
Newton-Cotes
Formeln
Aufgabenstellung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions
für Fließkommazahlen
Dynamische
Bibliotheken
Assembler
Implementierung

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

Theorie

Numerische Quadratur
Newton-Cotes Formeln
Aufgabenstellung

Theorie

Numerische
Quadratur
Newton-Cotes
Formeln
Aufgabenstellung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions für Fließkommazahlen
Dynamische Bibliotheken
Assembler Implementierung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions
für Fließkommazahlen
Dynamische
Bibliotheken
Assembler
Implementierung

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

Theorie

Numerische Quadratur
Newton-Cotes Formeln
Aufgabenstellung

Theorie

Numerische
Quadratur
Newton-Cotes
Formeln
Aufgabenstellung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions für Fließkommazahlen
Dynamische Bibliotheken
Assembler Implementierung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions
für Fließkommazahlen
Dynamische
Bibliotheken
Assembler
Implementierung

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

Theorie

Numerische Quadratur

Newton-Cotes
Formeln

Aufgabenstellung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln

Calling Conventions
für Fließkommazahlen

Dynamische
Bibliotheken

Assembler
Implementierung

Evaluierung

Performance

Genauigkeit

Security-Bedenken

- ▶ Lösung eines mathematischen Problems
- ▶ Annähern von Integralen durch Summation von Flächen
- ▶ Newton-Cotes Formeln

$$I_n(p) = \int_a^b p(x) dx = (b-a) * \sum_{i=0}^n \alpha_{i,n} * p(x_i)$$

- ▶ Stützstellen:

$$x_i = a + \frac{i * (b-a)}{n}$$

- ▶ Gewichte:

$$\alpha_{i,n} = \frac{1}{n} * \int_0^n \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x-j}{x-i} dx$$

Theorie

Numerische
Quadratur

Newton-Cotes
Formeln

Aufgabenstellung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln

Calling Conventions
für Fließkommazahlen

Dynamische
Bibliotheken

Assembler
Implementierung

Evaluierung

Performance

Genauigkeit

Security-Bedenken

- ▶ NC-Formeln für $n=1,2$

- ▶ ASM-Funktionen (nur Grundrechenarten):

```
float *newton_cotes_1(float (*p)(float), int a, int b)
```

```
double *newton_cotes_2(double (*p)(double), int a, int b)
```

- ▶ Polynom aus dynamischer Bibliothek

```
double f(double x)
```

- ▶ Evaluierung: Genauigkeit und Performance
- ▶ Security-Bedenken?

Theorie

Numerische
Quadratur
Newton-Cotes
Formeln

Aufgabenstellung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions
für Fließkommazahlen
Dynamische
Bibliotheken
Assembler
Implementierung

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

Theorie

Numerische Quadratur
Newton-Cotes Formeln
Aufgabenstellung

Theorie

Numerische
Quadratur
Newton-Cotes
Formeln
Aufgabenstellung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions für Fließkommazahlen
Dynamische Bibliotheken
Assembler Implementierung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions
für Fließkommazahlen
Dynamische
Bibliotheken
Assembler
Implementierung

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

Vereinfachte Newton-Cotes Formeln

Numerische
Quadratur

Patrick Radner,
Jennifer Sorensen,
Florian Zopf

Theorie

Numerische
Quadratur
Newton-Cotes
Formeln
Aufgabenstellung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln

Calling Conventions
für Fließkommazahlen
Dynamische
Bibliotheken
Assembler
Implementierung

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

$$I_1(p) = \frac{1}{2} * (b - a) * (p(a) + p(b))$$

$$I_2(p) = \frac{1}{6} * (b - a) * (p(a) + 4 * p(\frac{a+b}{2}) + p(b))$$

Calling Conventions für Fließkommazahlen

Numerische
Quadratur

Patrick Radner,
Jennifer Sorensen,
Florian Zopf

Theorie

Numerische
Quadratur
Newton-Cotes
Formeln
Aufgabenstellung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
**Calling Conventions
für Fließkommazahlen**
Dynamische
Bibliotheken
Assembler
Implementierung

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

- ▶ *-mfloat-abi=soft/softfp/hard*
- ▶ hard: *d0-d3* als Übergaberegister

Theorie

Numerische
Quadratur
Newton-Cotes
Formeln
Aufgabenstellung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions
für Fließkommazahlen
**Dynamische
Bibliotheken**
Assembler
Implementierung

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

► POSIX-Aufrufe:

```
void *dlopen(const char *filename, int flag);  
void *dlsym(void *handle, const char *symbol);
```

► `-ldl` beim Compilieren

- ▶ Vereinfachte Formeln
- ▶ Parameter:
 - ▶ r0: Funktionspointer
 - ▶ r1,r2: a,b
- ▶ Return: d0
- ▶ Funktionsaufruf → saved Registers

Theorie

Numerische
Quadratur
Newton-Cotes
Formeln
Aufgabenstellung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions
für Fließkommazahlen
Dynamische
Bibliotheken

Assembler Implementierung

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

Übersicht

Theorie

Numerische Quadratur
Newton-Cotes Formeln
Aufgabenstellung

Theorie

Numerische
Quadratur
Newton-Cotes
Formeln
Aufgabenstellung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions für Fließkommazahlen
Dynamische Bibliotheken
Assembler Implementierung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions
für Fließkommazahlen
Dynamische
Bibliotheken
Assembler
Implementierung

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

- ▶ Vereinfachte NC-Formeln lassen wenig Platz für Optimierung
- ▶ Assembler und C-Implementierung unterscheiden sich kaum.
- ▶ 1. Funktion ca. 2ms langsamer
- ▶ 2. Funktion ca. 8ms langsamer

Theorie

Numerische
Quadratur
Newton-Cotes
Formeln
Aufgabenstellung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions
für Fließkommazahlen
Dynamische
Bibliotheken
Assembler
Implementierung

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

- ▶ Vereinfachte NC-Formeln lassen wenig Platz für Optimierung
- ▶ Assembler und C-Implementierung unterscheiden sich kaum.
- ▶ 1. Funktion ca. 2ms langsamer
- ▶ 2. Funktion ca. 8ms langsamer
- ▶ bei 1 Million Durchläufen.

Theorie

Numerische
Quadratur
Newton-Cotes
Formeln
Aufgabenstellung

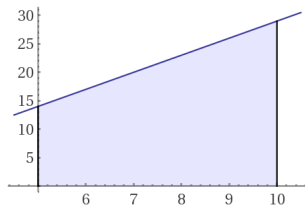
Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions
für Fließkommazahlen
Dynamische
Bibliotheken
Assembler
Implementierung

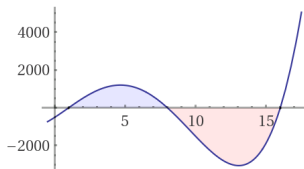
Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

Genauigkeit der Newton-Cotes Formeln



Computed by Wolfram|Alpha



Computed by Wolfram|Alpha

- ▶ links: $\int_5^{10} 3x - 1 = 107.5$
1. und 2. NC-Formel liefern gleichen Wert.
- ▶ rechts: $\int_1^{16} x^4 - 21x^3 + 52x^2 + 480x - 512 = -9843.8$
 - ▶ 1. NC-Formel: 0
 - ▶ 2. NC-Formel: -29882

→ Genauigkeit hängt von der Anzahl der Stützstellen und vom Grad des Polynoms ab.

Theorie

Numerische
Quadratur
Newton-Cotes
Formeln
Aufgabenstellung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions
für Fließkommazahlen
Dynamische
Bibliotheken
Assembler
Implementierung

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

Theorie

Numerische
Quadratur
Newton-Cotes
Formeln
Aufgabenstellung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions
für Fließkommazahlen
Dynamische
Bibliotheken
Assembler
Implementierung

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

- ▶ Nutzer stellt Code zur Verfügung
- ▶ Funktion muss nur passende Signatur haben:

`double f(double x)`

- ▶ Kann Schadcode enthalten

Theorie

Numerische
Quadratur
Newton-Cotes
Formeln
Aufgabenstellung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions
für Fließkommazahlen
Dynamische
Bibliotheken
Assembler
Implementierung

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken

- ▶ Eingabe des Polynoms via Kommandozeile
- ▶ Entwicklung eines Eingabeformats
- ▶ Parsing benötigt Zeit

Danke für Ihre Aufmerksamkeit!

Fragen?

Theorie

Numerische
Quadratur
Newton-Cotes
Formeln
Aufgabenstellung

Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions
für Fließkommazahlen
Dynamische
Bibliotheken
Assembler
Implementierung

Evaluierung

Performance
Genauigkeit
Security-Bedenken