# Numerische Quadratur

Patrick Radner, Jennifer Sorensen, Florian Zopf

Aspekte der systemnahen Programmierung bei der Spieleentwicklung Projektaufgabe - 31

16.04.2015

### Numerische Quadratur

Patrick Radner, Jennifer Sorensen, Florian Zopf

### Theorie

Quadratur Newton-Cotes Formeln

### Lösungsfindung

Calling Conventions für Fließkommazahlen Dynamische Bibliotheken

### aluierung

## Theorie

Numerische Quadratur Newton-Cotes Formeln Aufgabenstellung

# Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln Calling Conventions für Fließkommazahlen Dynamische Bibliotheken Assembler Implementierung

# Evaluierung

Performance Genauigkeit Security-Bedenken

### Numerische Quadratur

Patrick Radner, Jennifer Sorensen, Florian Zopf

### Theorie

Quadratur Jewton-Cotes ormeln Jufgabenstellung

### ösungsfindung

für Fließkommaz Dynamische Bibliotheken

### aluierung

## Theorie

Numerische Quadratur Newton-Cotes Formeln Aufgabenstellung

# Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln Calling Conventions für Fließkommazahler Dynamische Bibliotheken Assembler Implementierung

# Evaluierung

Performance Genauigkeit Security-Bedenker

### Numerische Quadratur

Patrick Radner, Jennifer Sorensen, Florian Zopf

### Theorie

uadratur ewton-Cotes ormeln

### ösungsfindung

r Fließkommaza ynamische ibliotheken ssembler

### aluierung

# Numerische Quadratur

- Numerische Quadratur Patrick Radner,
- Jennifer Sorensen, Florian Zopf

### Theorie

### Numerische Quadratur

Formeln
Aufgabenstellung

Aufgabenste

### ösungsfindung

Calling Conventions für Fließkommazahle

Bibliotheken

Assembler

Assembler mplementierung

### aluierung

- Lösung eines mathematischen Problems
- ► Annähern von Integralen durch Summation von Flächen
- Newton-Cotes Formeln

# Newton-Cotes Formeln

$$I_n(p) = \int_a^b p(x)dx = (b-a) * \sum_{i=0}^n \alpha_{i,n} * p(x_i)$$

► Stützstellen:

$$x_i = a + \frac{i * (b - a)}{n}$$

Gewichte:

$$\alpha_{i,n} = \frac{1}{n} * \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\i\neq i}}^n \frac{x-j}{x-i} dx$$

### Numerische Quadratur

Patrick Radner, Jennifer Sorensen, Florian Zopf

### Theorie

Numerische Quadratur

### Newton-Cotes Formeln

Aufgabenstellui

### Lösungsfindung

Calling Conventions für Fließkommazahlen

### Dynamische Bibliotheken

Assembler Implementierung

### raluierung

# Aufgabenstellung

- Numerische Quadratur
- Patrick Radner. Jennifer Sorensen. Florian Zopf

### Aufgabenstellung

- ► NC-Formeln für n=1,2
- ASM-Funktionen (nur Grundrechenarten): float \*newton\_cotes\_1(float ( \*p)(float), int a, int b)

double \*newton\_cotes\_2(double ( \*p)(double), int a, int b)

Polynom aus dynamischer Bibliothek

double f(double x)

- Evaluierung: Genauigkeit und Performance
- Security-Bedenken?

### Theorie

Numerische Quadratur Newton-Cotes Formeln Aufgabenstellung

# Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln Calling Conventions für Fließkommazahlen Dynamische Bibliotheken Assembler Implementierung

## Evaluierung

Performance Genauigkeit Security-Bedenke

### Numerische Quadratur

Patrick Radner, Jennifer Sorensen, Florian Zopf

### Theorie

Jumerische Juadratur Jewton-Cotes ormeln

### Lösungsfindung

ereinfachte Formeln illing Conventions r Fließkommazahler rnamische bliotheken

### aluierung

# Vereinfachte Newton-Cotes Formeln

$$I_1(p) = \frac{1}{2} * (b - a) * (p(a) + p(b))$$

$$I_2(p) = \frac{1}{6} * (b - a) * (p(a) + 4 * p(\frac{a + b}{2}) + p(b))$$

### Numerische Quadratur

Patrick Radner, Jennifer Sorensen, Florian Zopf

### Theorie

ewton-Cotes ormeln

### Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln Calling Conventions für Fließkommazahlen Dynamische Bibliotheken

## /aluierunσ

# Calling Conventions für Fließkommazahlen

- -mfloat-abi=soft/softfp/hard
- ▶ hard: d0-d3 als Übergaberegister

### Numerische Quadratur

Patrick Radner, Jennifer Sorensen, Florian Zopf

### Theorie

Quadratur Newton-Cotes Formeln

### Lösungsfindung

### Calling Conventions für Fließkommazahlen

Bibliotheken Assembler

### aluierung

# Dynamische Bibliotheken/Shared Objects

POSIX-Aufrufe:

```
void *dlopen(const char *filename, int flag);
void *dlsym(void *handle, const char *symbol);
```

► -ldl beim Compilieren

### Numerische Quadratur

Patrick Radner, Jennifer Sorensen, Florian Zopf

#### I heorie

Quadratur Newton-Cotes FormeIn

Aurgabenstellun

### .ösungsfindung

Vereinfachte Formeln Calling Conventions

### Dynamische Bibliotheken

Assembler Implementierung

### . .

aluierung

Genauigkeit Security-Bedenken

# Assembler Implementierung

Vereinfachte Formeln

r1,r2: a,b

r0: Funktionspointer

► Funktionsaufruf → saved Registers

Parameter:

Return: d0

Patrick Radner, Jennifer Sorensen, Florian Zopf

Numerische

Quadratur

Assembler

Implementierung

### **Theorie**

Numerische Quadratur Newton-Cotes Formeln Aufgabenstellung

# Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln Calling Conventions für Fließkommazahler Dynamische Bibliotheken Assembler Implementierung

# Evaluierung

Performance Genauigkeit Security-Bedenken

### Numerische Quadratur

Patrick Radner, Jennifer Sorensen, Florian Zopf

### Theorie

umerische uadratur ewton-Cotes ormeln ufgabenstellung

### ösungsfindung

ereinfachte Formeln alling Conventions r Fließkommazahlen ynamische bliotheken

### Evaluierung

## Performance

- Vereinfachte NC-Formeln lassen wenig Platz für Optimierung
- Assembler und C-Implementierung unterscheiden sich kaum.
- ▶ 1. Funkion ca. 2ms langsamer
- 2. Funktion ca. 8ms langsamer

### Numerische Quadratur

Patrick Radner, Jennifer Sorensen. Florian Zopf

Performance

## Performance

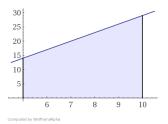
- Vereinfachte NC-Formeln lassen wenig Platz für Optimierung
- Assembler und C-Implementierung unterscheiden sich kaum.
- ▶ 1. Funkion ca. 2ms langsamer
- 2. Funktion ca. 8ms langsamer
- bei 1 Million Durchläufen.

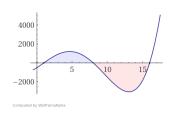
### Numerische Quadratur

Patrick Radner, Jennifer Sorensen. Florian Zopf

Performance

# Genauigkeit der Newton-Cotes Formeln





- ▶ links:  $\int_5^{10} 3x 1 = 107.5$ 
  - 1. und 2. NC-Formel liefern gleichen Wert.
- rechts:  $\int_1^{16} x^4 21x^3 + 52x^2 + 480x 512 = -9843.8$ 
  - ▶ 1. NC-Formel: 0
  - ▶ 2. NC-Formel: -29882

ightarrow Genauigkeit hängt von der Anzahl der Stützstellen und vom Grad des Polynoms ab.

Numerische Quadratur

Patrick Radner, Jennifer Sorensen, Florian Zopf

Theorie

Numerische Quadratur Newton-Cote

Aufgabenstellu

Lösungstindung Vereinfachte Formel

Calling Conventions ür Fließkommazahle Dynamische Bibliotheken

Evaluierung

Performance

Genauigkeit Security-Bed

Security-Bedenker

# Security-Bedenken

Nutzer stellt Code zur Verfügung

Kann Schadcode enthalten.

Funktion muss nur passende Signatur haben:

double  $f(double \times)$ 

Numerische Quadratur

Patrick Radner, Jennifer Sorensen. Florian Zopf

Security-Bedenken

# Lösung

- ► Eingabe des Polynoms via Kommandozeile
- ► Entwicklung eins Eingabeformats
- ► Parsing benötigt Zeit

### Numerische Quadratur

Patrick Radner, Jennifer Sorensen, Florian Zopf

### Theorie

Quadratur Newton-Cotes Formeln

### \_ösungsfindung

Vereinfachte Formein Calling Conventions für Fließkommazahlen Dynamische

Dynamische Bibliotheken Assembler

/aluierung

### aluierung

Performance Genauigkeit Security-Bedenken

16/16

4 D > 4 B > 4 B > 4 B > B = 900

# Danke für Ihre Aufmerksamkeit!

Fragen?

### Numerische Quadratur

Patrick Radner, Jennifer Sorensen, Florian Zopf

#### I heorie

Quadratur Vewton-Cotes Formeln

Autgabenstenung

### Lösungsfindung

Vereinfachte Formeln
Calling Conventions
für Fließkommazahlen
Dynamische
Bibliotheken

Bibliotheken Assembler Implementierung

### valuierung