Cluster Analysis

Alice Cappella

Per effettuare la *cluster analysis* sul dataset `cars` possiamo percorrere due strade differenti:

1. selezionare le variabili quantitative e qualitative maggiormente legate alla variabile di interesse (`prezzo_auto`) ed applicare metodologie che consentono la presenza di variabili di natura mista;
2. selezionare solamente le variabili quantitative maggiormente correlate con `prezzo_auto` in modo tale da poter sfruttare diversi metodi di *clustering*.

Percorriamo innanzitutto la prima strada e, dopo aver calcolato la correlazione tra le variabili quantitative e l'indice η^2 per quelle qualitative, selezioniamo solamente le variabili più legate con `prezzo_auto`.

```
library(dplyr)
library(reshape2)

cars = read.csv("cars-clean-v2-imputed.csv")
cars = cars %>%
  mutate_if(is.character,as.factor) %>%
  mutate(across(.cols = where( ~ n_distinct(.) < 6),as.factor))
cars_numeric = cars %>%
  select(where(is.numeric))
corr = cor(cars_numeric)
corr
```

```
##                 prezzo_auto   anno_prod chilometraggio         kW         cv
## prezzo_auto     1.000000000  0.63752274    -0.51652262 0.52384490 0.52440789
## anno_prod       0.637522737  1.00000000    -0.73344857 0.01276064 0.01329855
## chilometraggio -0.516522624 -0.73344857     1.00000000 0.14327581 0.14368187
## kW              0.523844905  0.01276064     0.14327581 1.00000000 0.99996172
## cv              0.524407894  0.01329855     0.14368187 0.99996172 1.00000000
## cilindrata      0.158240706 -0.29655606     0.42460803 0.58181038 0.58228208
## peso            0.485241771  0.01230163     0.19755467 0.76182209 0.76259711
## emissioni      -0.003456499 -0.23685878     0.22524855 0.35679034 0.35668196
## consumi        -0.006565334 -0.17318064     0.06380238 0.20449605 0.20407614
##                  cilindrata       peso    emissioni      consumi
## prezzo_auto     0.15824071 0.48524177 -0.003456499 -0.006565334
## anno_prod      -0.29655606 0.01230163 -0.236858781 -0.173180639
## chilometraggio  0.42460803 0.19755467  0.225248552  0.063802384
## kW              0.58181038 0.76182209  0.356790341  0.204496047
## cv              0.58228208 0.76259711  0.356681964  0.204076143
## cilindrata      1.00000000 0.66065242  0.287018630  0.057074325
## peso            0.66065242 1.00000000  0.304695758  0.098770857
## emissioni       0.28701863 0.30469576  1.000000000  0.730125752
## consumi         0.05707432 0.09877086  0.730125752  1.000000000
```

Prendendo come soglia 0.3 possiamo notare che le variabili più correlate con la variabile di interesse risultano: `anno_prod`, `chilometraggio` (negativamente), `kw` e `cv` (di cui ne verrà selezionata solo una dato che riportano informazioni simili) e `peso`.

Procediamo con il calcolo dell'indice η^2.

```
var_qualitative = names(select(cars,where(is.factor)))
eta2_results = sapply(var_qualitative,function(var) {
  eta2(cars$prezzo_auto,cars[[var]])})
eta2_df = data.frame(variabile = names(eta2_results),eta2 = eta2_results)
eta2_df[which(eta2_df$eta2 > 0.3),]
```

```
##         variabile      eta2
## marca       marca 0.3287687
## modello   modello 0.5750314
## marce       marce 0.3118093
```

Prendendo come soglia 0.3, le variabili con un valore maggiore dell'indice sono `marca`, `modello` e `marce`.

A questo punto possiamo selezionare le variabili individuate.

```
cars_cluster = cars[,c(rownames(eta2_df)[which(eta2_df$eta2 > 0.3)],
                       names(which(abs(corr)[,1] > 0.3)))]
```

Come già specificato eliminiamo la variabile `kW`.

```
cars_cluster$kW = NULL
head(cars_cluster)
```

```
##   marca modello      marce prezzo_auto anno_prod chilometraggio cv peso
## 1  Fiat   Panda          5        6900      2013          32958 69  940
## 2  Fiat   Panda    6 o piu       11000      2022          20132 69  980
## 3  Fiat   Panda Automatico        3800      2004         116000 60  935
## 4  Fiat   Panda    6 o piu       10890      2022          27685 69 1055
## 5  Fiat   Panda          5        5900      2011          98000 69  930
## 6  Fiat   Panda          5        4900      2009          99817 60  930
```

Passiamo alla standardizzazione del nuovo insieme di dati. Procediamo a passi, iniziamo con le variabili qualitative ed effettuiamo un *One-Hot Encoding*, ossia trasformiamo le variabili categoriali in variabili *dummy* una per ogni modalità che ciascuna variabile presenta.

```
cars_cluster = dummy.data.frame(cars_cluster,names = c("marca","modello","marce"))
cars_cluster = cars_cluster %>%
  mutate_if(~ all(. %in% c(0,1)),as.factor)
head(cars_cluster)
```

```
##   marcaAlfa Romeo marcaAudi marcaBMW marcaCitroen marcaCUPRA marcaDacia
## 1               0         0        0            0          0          0
## 2               0         0        0            0          0          0
## 3               0         0        0            0          0          0
## 4               0         0        0            0          0          0
## 5               0         0        0            0          0          0
## 6               0         0        0            0          0          0
##   marcaFiat marcaFord marcaHyundai marcaJeep marcaKia marcaLancia
## 1         1         0            0         0        0           0
## 2         1         0            0         0        0           0
## 3         1         0            0         0        0           0
## 4         1         0            0         0        0           0
## 5         1         0            0         0        0           0
## 6         1         0            0         0        0           0
##   marcaMercedes-Benz marcaMG marcaMINI marcaNissan marcaOpel marcaPeugeot
## 1                  0       0         0           0         0           0
## 2                  0       0         0           0         0           0
```

```
## 3                 0       0         0           0         0           0
## 4                 0       0         0           0         0           0
## 5                 0       0         0           0         0           0
## 6                 0       0         0           0         0           0
##   marcaRenault marcaSuzuki marcaToyota marcaVolkswagen modello2008 modello208
## 1            0           0           0               0          0          0
## 2            0           0           0               0          0          0
## 3            0           0           0               0          0          0
## 4            0           0           0               0          0          0
## 5            0           0           0               0          0          0
## 6            0           0           0               0          0          0
##   modello3008 modello500 modello500X modelloA1 modelloA3 modelloAustral
## 1           0          0           0         0         0              0
## 2           0          0           0         0         0              0
## 3           0          0           0         0         0              0
## 4           0          0           0         0         0              0
## 5           0          0           0         0         0              0
## 6           0          0           0         0         0              0
##   modelloAvenger modelloAygo-X modelloC3 modelloC3 Aircross modelloCaptur
## 1              0             0         0                 0             0
## 2              0             0         0                 0             0
## 3              0             0         0                 0             0
## 4              0             0         0                 0             0
## 5              0             0         0                 0             0
## 6              0             0         0                 0             0
##   modelloClio modelloCompass modelloCorsa modelloCountryman modelloDuster
## 1           0              0           0                 0             0
## 2           0              0           0                 0             0
## 3           0              0           0                 0             0
## 4           0              0           0                 0             0
## 5           0              0           0                 0             0
## 6           0              0           0                 0             0
##   modelloFiesta modelloFocus modelloFormentor modelloGLA modelloGolf modelloi10
## 1             0           0                0         0          0          0
## 2             0           0                0         0          0          0
## 3             0           0                0         0          0          0
## 4             0           0                0         0          0          0
## 5             0           0                0         0          0          0
## 6             0           0                0         0          0          0
##   modelloIgnis modelloJuke modelloKuga modelloMokka modelloPanda modelloPicanto
## 1            0          0          0            0            1              0
## 2            0          0          0            0            1              0
## 3            0          0          0            0            1              0
## 4            0          0          0            0            1              0
## 5            0          0          0            0            1              0
## 6            0          0          0            0            1              0
##   modelloPolo modelloPuma modelloQ3 modelloQashqai modelloRenegade
## 1           0          0         0              0               0
## 2           0          0         0              0               0
## 3           0          0         0              0               0
## 4           0          0         0              0               0
## 5           0          0         0              0               0
## 6           0          0         0              0               0
##   modelloSandero modelloSportage modelloT-Cross modelloT-Roc modelloTaigo
```

```
## 1              0              0              0           0           0
## 2              0              0              0           0           0
## 3              0              0              0           0           0
## 4              0              0              0           0           0
## 5              0              0              0           0           0
## 6              0              0              0           0           0
##   modelloTiguan modelloTipo modelloTonale modelloTucson modelloVitara modelloX1
## 1             0           0             0             0             0         0
## 2             0           0             0             0             0         0
## 3             0           0             0             0             0         0
## 4             0           0             0             0             0         0
## 5             0           0             0             0             0         0
## 6             0           0             0             0             0         0
##   modelloYaris modelloYaris Cross modelloYpsilon modelloZS marce5 marce6 o piu
## 1            0                  0             0         0      1            0
## 2            0                  0             0         0      0            1
## 3            0                  0             0         0      0            0
## 4            0                  0             0         0      0            1
## 5            0                  0             0         0      1            0
## 6            0                  0             0         0      1            0
##   marceAutomatico prezzo_auto anno_prod chilometraggio cv peso
## 1               0        6900      2013          32958 69  940
## 2               0       11000      2022          20132 69  980
## 3               1        3800      2004         116000 60  935
## 4               0       10890      2022          27685 69 1055
## 5               0        5900      2011          98000 69  930
## 6               0        4900      2009          99817 60  930
```

Per le variabili quantitative effettuiamo la classica standardizzazione.

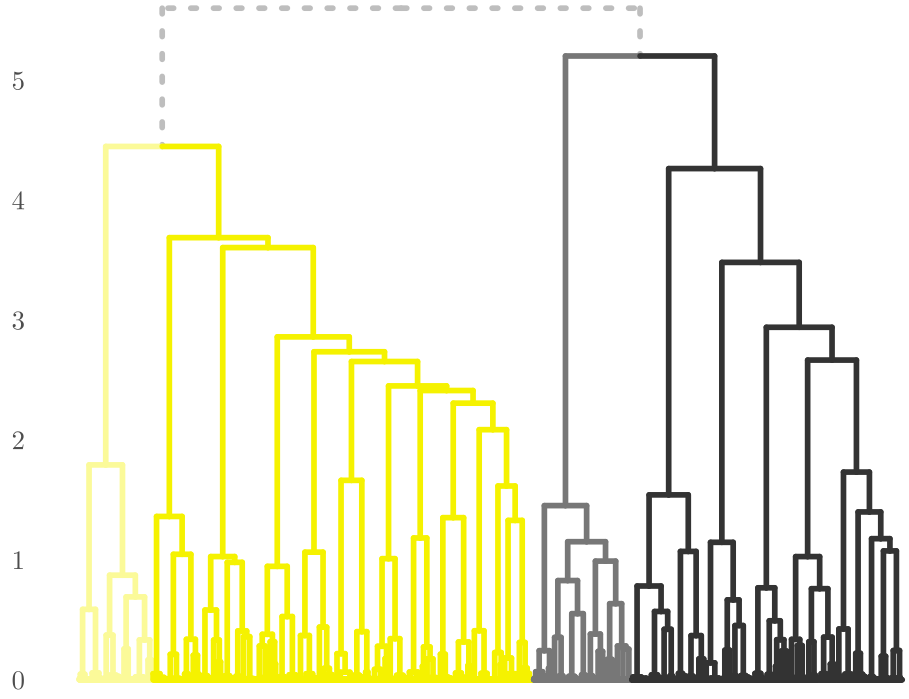
```
var_sel = c("prezzo_auto","anno_prod","chilometraggio","cv","peso")
cars_cluster[,var_sel] = scale(cars_cluster[,var_sel])
```

Possiamo ora calcolare una misura di dissimilarità per variabili di natura mista, il **coefficiente di *Gower***. Si specifica che considerando sia variabili quantitative che qualitative sarà possibile solamente applicare i metodi di tipo gerarchico. In particolare, come metodo di agglomerazione utilizziamo il legame di *Ward*.

```
library(cluster)
gower = daisy(cars_cluster,metric = "gower")
hc = hclust(gower,method = "ward.D")
```

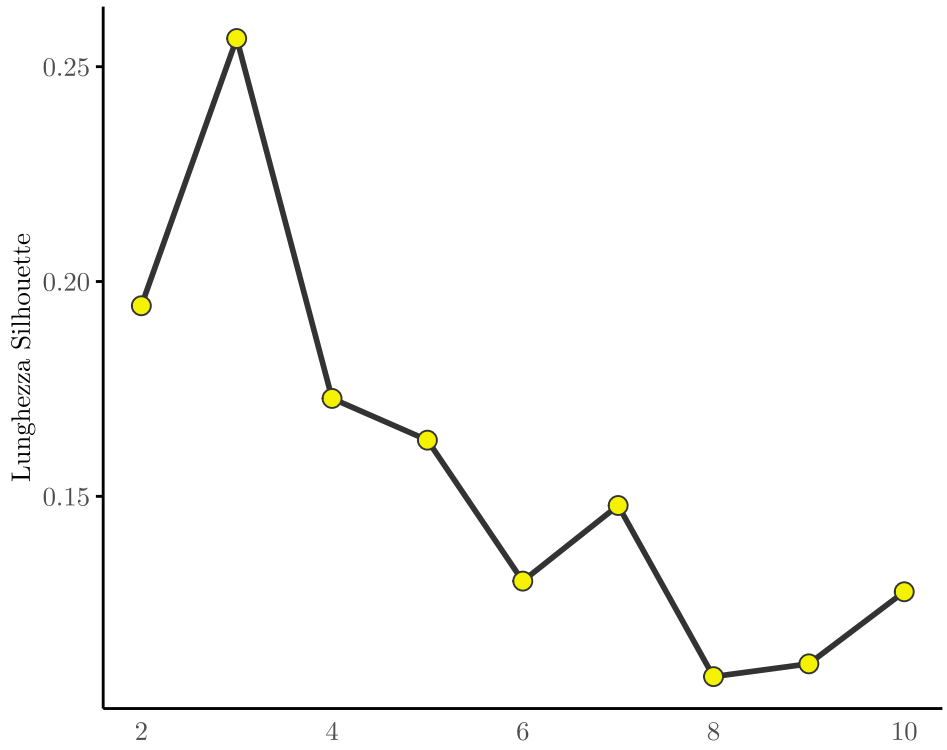
Rappresentiamo il dendrogramma da cui possiamo presumere la presenza di quattro gruppi.

```
hc_data = dendro_data_k(hc,4)
plot_ggdendro(hc_data,show_labels = F,direction = "tb",expand.y = 0,
              scale.color = c("grey","#FBFA99","#F5F200","#777777","#333333"),
              branch.size = 1) +
  theme_minimal() +
  theme(text = element_text(family = "CMUSerif"),
        axis.title = element_blank(),
        axis.text = element_text(size = 10),
        panel.grid = element_blank())
```



Non avendo la possibilità di realizzare lo *screeplot* della varianza spiegata al crescere del numero di gruppi, sfuttiamo il valore di ***silhouette*** che fornisce un'indicazione della coesione interna e della separazione esterna dei *cluster*.

```
sil_width = c(NA)
for(i in 2:10){
  pam_fit = pam(gower,
                diss = TRUE,
                k = i)
  sil_width[i] = pam_fit$silinfo$avg.width
}
silhouette.df = data.frame(x = 2:10,
                       sil_width = sil_width[2:10])

silhouette.df %>%
  ggplot(aes(x,sil_width)) +
  geom_line(col = "#333333",size = 1) +
  geom_point(shape = 21,color="#333333",fill = "#F5F200",size = 3) +
  ylab("Lunghezza Silhouette") +
  theme_minimal()+
  theme(axis.text.x = element_text(size = 10),
        axis.ticks.x = element_blank(),
        axis.text.y = element_text(size = 10),
        axis.title.y = element_text(size = 10),
        axis.title.x = element_blank(),
        text = element_text(family = "CMUSerif"),
        panel.grid = element_blank(),
        axis.line  = element_line(colour = "black"),
        axis.ticks = element_line(colour = "black"))
```



Utilizzando questa metrica, si può notare un picco in corrispondenza di tre gruppi.

Percorriamo ora la seconda strada e concentriamoci sulle variabili quantitative. Oltre a quelle già identificate in precedenza, creiamo un'altra variabile relativa alla somma del numero di *optional* che ogni modello riporta. Se questa nuova variabile presenza una correlazione con `prezzo_auto` superiore a 0.3 verrà inclusa nell'insieme di variabili da utilizzare per fare *clustering*.

```
cars = read.csv("cars-clean-v2-imputed.csv")
cars2 = cars[,names(which(cor(cars_numeric)[,1] > 0.3))]
cars2$kW = NULL
cars2$optional = NA
for(i in 1:nrow(cars2)){
  cars2$optional[i] = sum(as.numeric(cars[i,32:ncol(cars)]))
}
cor(cars2$prezzo_auto,cars2$optional)
```

```
## [1] 0.3134447
```

Includiamo anche la variabile `optional` appena creata e standardizziamo `cars2`.

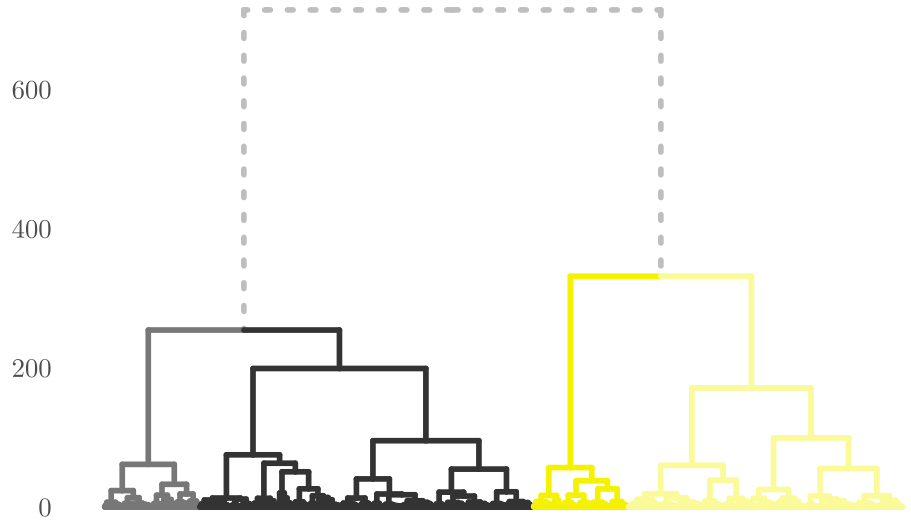
```
cars2 = scale(cars2) %>%
  as.data.frame()
```

Iniziamo con il metodo gerarchico dell'analisi dei gruppi. Calcoliamo le distanze tra le unità utilizzando la distanza euclidea mentre come metodo di agglomerazione il legame di *Ward*.

```
dist_df = dist(cars2)
hc2 = hclust(dist_df,method = "ward.D")
```

Rappresentiamo il dendogramma da cui, anche in questo caso, si può notare la presenza di quattro gruppi.

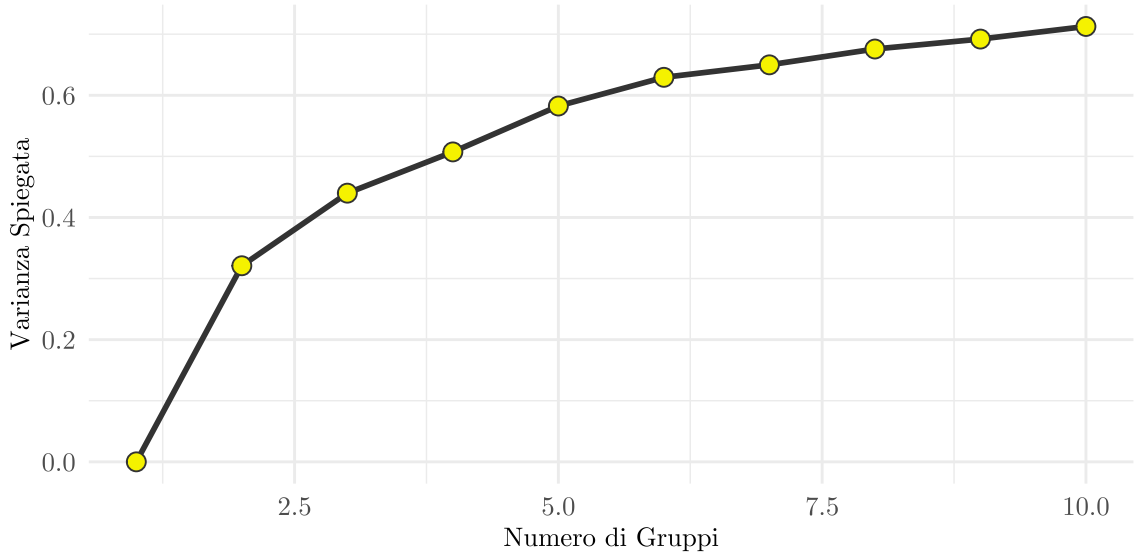
```
hc2_data = dendro_data_k(hc2,4)
plot_ggdendro(hc2_data,show_labels = F,direction = "tb",expand.y = 0,
              scale.color = c("grey","#F5F200","#FBFA99","#333333","#777777"),
              branch.size = 1) +
  theme_minimal() +
  theme(text = element_text(family = "CMUSerif"),
        axis.title = element_blank(),
        axis.text = element_text(size = 10),
        panel.grid = element_blank())
```



Procediamo ora ai metodi non gerarchici e utilizziamo l'algoritmo *k-means*. Applichiamo questo algoritmo per un numero di gruppi che va da 1 a 10. In questo caso sarà possibile rappresentare lo *screeplot* della varianza spiegata all'aumentare del numero di *cluster* e sfruttarlo per capire qual è il numero più adeguato di gruppi.

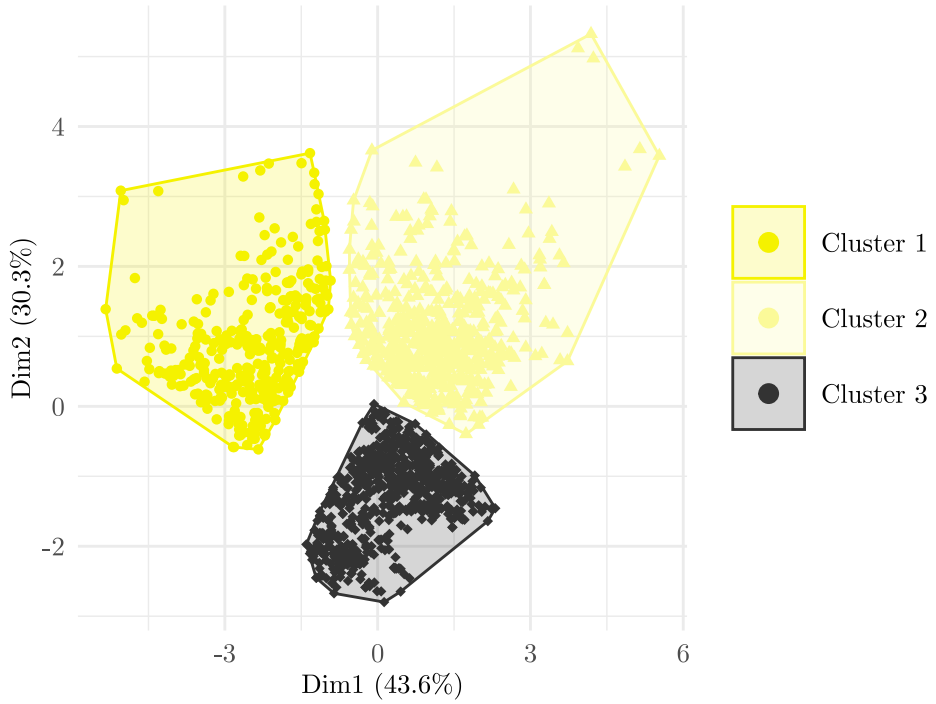
```
list_of_output = vector("list")
list_of_df = vector("list")
var_expl = vector()
tot_within = vector()
i = 1
n_max = 10
for(n_groups in 1:n_max) {
  list_of_output[[i]] = kmeans(cars2,centers = n_groups)
  temp = cars2
  temp$ID_Group = list_of_output[[i]]$cluster
  list_of_df[[i]] = temp
  var_expl[i] = list_of_output[[i]]$betweenss /
    list_of_output[[i]]$totss
  tot_within[i] = list_of_output[[i]]$tot.withinss
  i = i + 1
}

names(list_of_df) = 1:n_max
names(list_of_output) = 1:n_max
names(var_expl) = 1:n_max
```

```r
var_expl_df = data.frame(
  n_groups = names(var_expl),
  var_expl = unlist(var_expl)
)
var_expl_df$n_groups = as.numeric(as.character(var_expl_df$n_groups))
ggplot(var_expl_df, aes(x = n_groups, y = var_expl)) +
  geom_line(col = "#333333",size = 1) +
  geom_point(shape = 21,color="#333333",fill = "#F5F200",size = 3) +
  labs(x = "Numero di Gruppi", y = "Varianza Spiegata")+
  theme_minimal()+
  theme(axis.text = element_text(size = 10),
        axis.title = element_text(size = 10),
        text = element_text(family = "CMUSerif"))
```



Lo *screeplot* in questa situazione non è molto di aiuto, infatti non si evidenzia la presenza di un gomito. Possiamo però provare a selezionare 3 gruppi e vedere come le unità sono suddivise in un piano a due dimensioni, ottenuto utilizzando l'analisi delle componenti principlali.

```r
cars2$cluster = list_of_output[[3]]$cluster
fviz_cluster(list_of_output[[3]],cars2,geom = "point",main = "")+
  scale_fill_manual(values = palette_function(3),
                    labels = paste("Cluster",1:3,sep = " "))+
  scale_colour_manual(values = palette_function(3),
                      labels = paste("Cluster",1:3,sep = " "))+
  scale_shape_manual(labels = rep(" ",3),values = c(16:(16 + 3)),guide = "none")+
  labs(paste("Cluster",1:3,sep = " "))+
  theme_minimal()+
  theme(axis.text.x = element_text(size = 10),
        axis.ticks.x = element_blank(),
        axis.text.y = element_text(size = 10),
        axis.title = element_text(size = 10),
        text = element_text(family = "CMUSerif"),
        legend.title = element_blank(),
        legend.text = element_text(size = 10),
        legend.key.size = unit(1,'cm'))
```



Possiamo notare che i gruppi individuati sono ben separati.

Per cercare di interpretare le due dimensioni effettuiamo l'analisi delle componenti principali e vediamo quali variabili sono rappresentate dalle prime due componenti.

```
prcomp(cars2[,-6])
```

```
## Standard deviations (1, .., p=5):
## [1] 1.5743505 1.1475728 0.8842480 0.4939071 0.4226802
##
## Rotation (n x k) = (5 x 5):
##                    PC1        PC2         PC3         PC4          PC5
## prezzo_auto 0.5443254 -0.2559500  0.32051698 -0.22680299 -0.695721733
## anno_prod   0.3084547 -0.7010317  0.25910436  0.20046724  0.553252194
## cv          0.5035831  0.4328125  0.05852018 -0.59093073  0.454371725
## peso        0.4935705  0.4432955  0.03905706  0.74722522 -0.002519635
## optional    0.3337032 -0.2433240 -0.90839624 -0.02878615 -0.058508683
```

La prima componente principale rappresenta tutte le variabili eccetto l'anno di produzione che è invece inclusa maggiormente nella seconda componente principale con segno negativo. Resta comunque complesso fornire un'interpretazione del grafico appena realizzato ma aiuta a visualizzare come le unità sono state suddivise.

Passiamo alle procedure di *clustering* basate sul modello. Stimiamo diverse mistura gaussiana con un numero di componenti che va da 1 a 5. Non consideriamo un numero superiori di componenti per parsimonia.

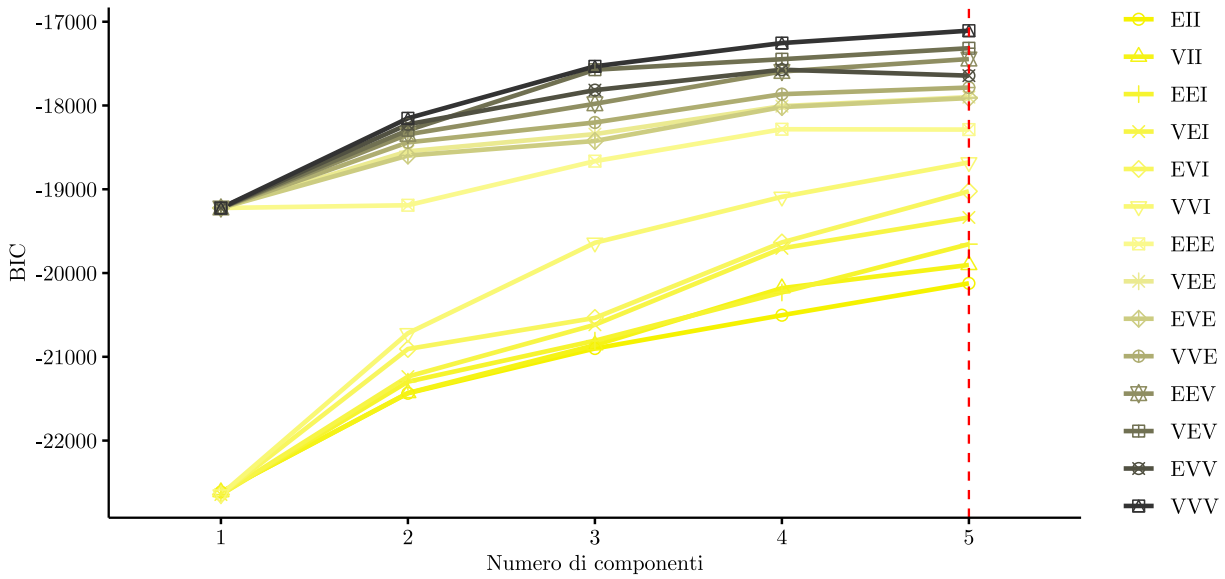
```
library(mclust)
mbc = Mclust(cars2[,-6],G = 1:5,verbose = F)
summary(mbc)
```

```
## ----------------------------------------------------
## Gaussian finite mixture model fitted by EM algorithm
## ----------------------------------------------------
##
## Mclust VVV (ellipsoidal, varying volume, shape, and orientation) model with 5
## components:
##
##  log-likelihood    n  df       BIC       ICL
##        -8170.11 1591 104 -17106.92 -17691.17
##
## Clustering table:
##   1   2   3   4   5
## 165 355 136  94 841
```

Vengono selezionate 5 componenti, ossia vengono individuati 5 gruppi. Dal *summary* possiamo poi notare che è stato selezionato il modello più flessibile (VVV), che prevede una forma ellissoidale delle componenti, con volume, forma e orientamente differente per ognuna di esse.

La struttura di matrice di varianze e covarianze delle componenti viene selezionata mediante l'indicatore BIC. Possiamo visualizzare l'andamento dell'indicatore di informazione automatica per le 14 possibili strutture di matrice di varianze e covarianze all'aumentare del nuemro di componenti.

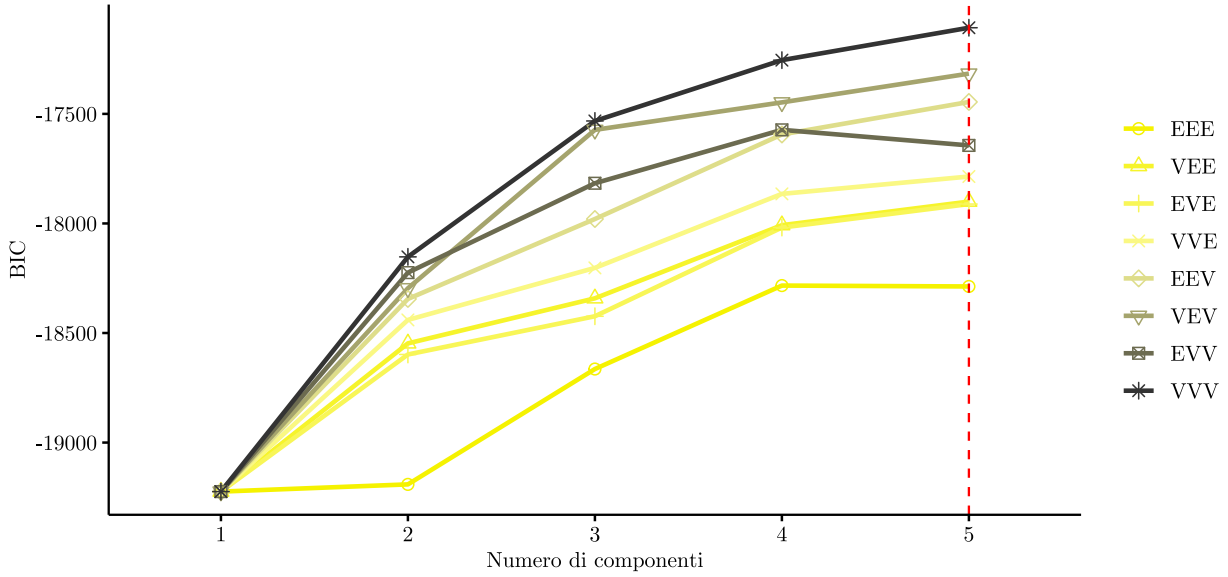
```
fviz_mclust_bic(mbc,legend = "right",shape = "model",size = 1,
                palette = palette_function(14))+
  labs(x = "Numero di componenti")+
  theme(legend.text = element_text(size = 10),
        axis.title = element_text(size = 10),
        axis.text = element_text(size = 10),
        title = element_blank(),
        text = element_text(family = "CMUSerif"))
```



Il BIC è riportato con segno negativo, cerchiamo quindi la struttura che massimizza l'indicatore.

Evidenziando due fascie di strutture separate, si può pensare di visualizzare solamente quelle con valore del BIC maggiore. Ristimiamo allora la mistura considerando solamente queste strutture per la matrice di varianze e covarianze delle componenti.

```
var_type = colnames(as.matrix(mbc[["BIC"]] > -2500))[7:14]
mbc2 = Mclust(cars2[,-6],G = 1:5,modelNames = var_type,verbose = F)
fviz_mclust_bic(mbc2,legend = "right",shape = "model",size = 1,
                palette = palette_function(8))+
  labs(x = "Numero di componenti")+
  theme(legend.text = element_text(size = 10),
        axis.title = element_text(size = 10),
        axis.text = element_text(size = 10),
        title = element_blank(),
        text = element_text(family = "CMUSerif"))
```



Il modello selezionato è, come già specificato, un modello VVV con 5 componenti. Potrebbe però essere adeguato considerare un modello di mistura con meno componenti, come ad esempio $G = 3$ dato che il guadagno in termini di BIC ottenuto passando da 3 a 5 componenti non è elevato. In corrispondenza di tre componenti si può inoltre osservare un modello che presenta un valore del BIC molto simile a quello selezionato. Questo modello è EEV che, a differenza di VVV, prevede un uguale volume per le componenti.