Universidad Nacional de Río Negro

Escuela de Producción, Tecnología y Medio Ambiente

Ingeniería Electrónica

Entregable N° 4

Detección de múltiples Señales inmersas en ruido

Alumno: Mirko Manuel Pojmaevich
Profesores: Areta Javier, Marinsek Gonzalo

Materia: Procesos Estocásticos | **Código:** B5602

Fecha de entrega: 27 de octubre de 2022

Rev.	Fecha	Profesor	Nota

Índice

1. Ejercicios

Considere la estimación de la DEP de una señal a partir de sus m muestras, utilizando el periodograma dado por

$$S_x(e^{j2\pi f}) = \frac{1}{m}|X(e^{j2\pi f})|^2$$

donde $X(e^j 2\pi f)$ es la TFD de la secuencia $x[n]$

$$X(e^{j2\pi f}) = \sum_{k=0}^{m-1} x[k]e^{j2\pi f}$$

1. Considere el periodograma de una señal iid de 128 muestras. Calcule analíticamente la forma de la DEP del proceso. Analice el efecto de la longitud de la secuencia.
2. Genere 4 realizaciones de una secuencia iid Gaussiana de media cero y varianza unitaria de 128 muestras. Calcule y grafique el periodograma, y en la misma gráfica superponga la DEP analítica.
3. Para hacer un análisis estadístico del periodograma, calcule $N = 2, 5, 10, 50, 100$ y 500 periodogramas como en el punto anterior. En figuras separadas, grafique el promedio de los N periodogramas, y su desviación estándar (para cada f_k), comparando con la DEP teórica.
4. Analice los resultados obtenidos y comente sobre la precisión del periodograma para la estimación de la DEP de un proceso.

2. Ejercicio 1

Como es iid:

$$
\begin{aligned}
R_x(\tau) &= \sigma_x^2 \cdot \delta(\tau) \\
S_x(e^{j2\pi f}) &= \mathfrak{F}\left\{R_x(\tau)\right\} \\
S_x(e^{j2\pi f}) &= \mathfrak{F}\left\{\sigma_x^2 \cdot \delta(\tau)\right\} \\
S_x(e^{j2\pi f}) &= \sigma_x^2 \cdot \mathfrak{F}\left\{\delta(\tau)\right\} \\
S_x(e^{j2\pi f}) &= \sigma_x^2 \cdot 1 \\
S_x(e^{j2\pi f}) &= \sigma_x^2
\end{aligned}
$$

La TFD transforma un arreglo de muestras del tiempo a un arreglo de muestras de frecuencia, del mismo largo. Aumentar las muestres tomadas de nuestra secuencia nos daría mas muestras del espectro.

3. Ejercicio 2

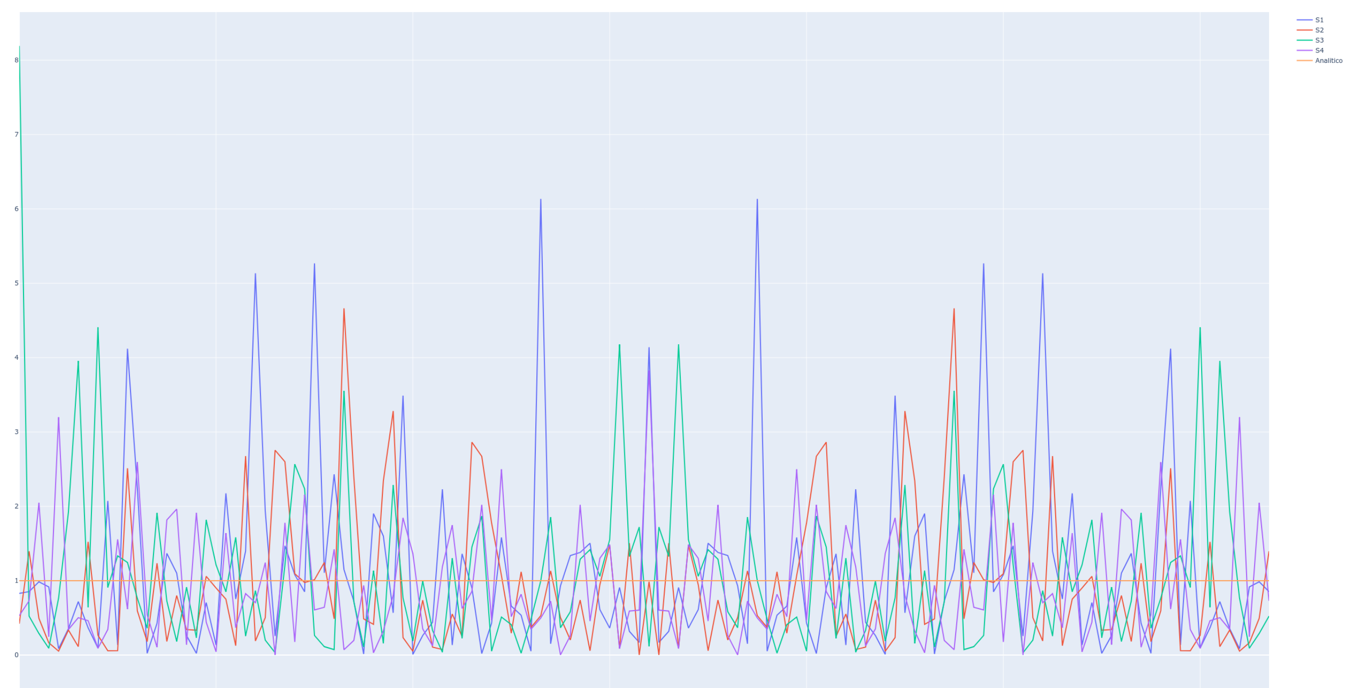

Figura 1: Periodograma de 4 realizaciones, junto al calculo analítico

4. Ejercicio 3

Calculando la desviación estándar utilizando el estimador mostrado en la ecuación 1

$$s^2 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{f=0}^{N} (S_x(e^{j2\pi f}) - \mu)^2 \qquad (1)$$
$$\text{con } \mu = \sigma_x^2 = 1$$

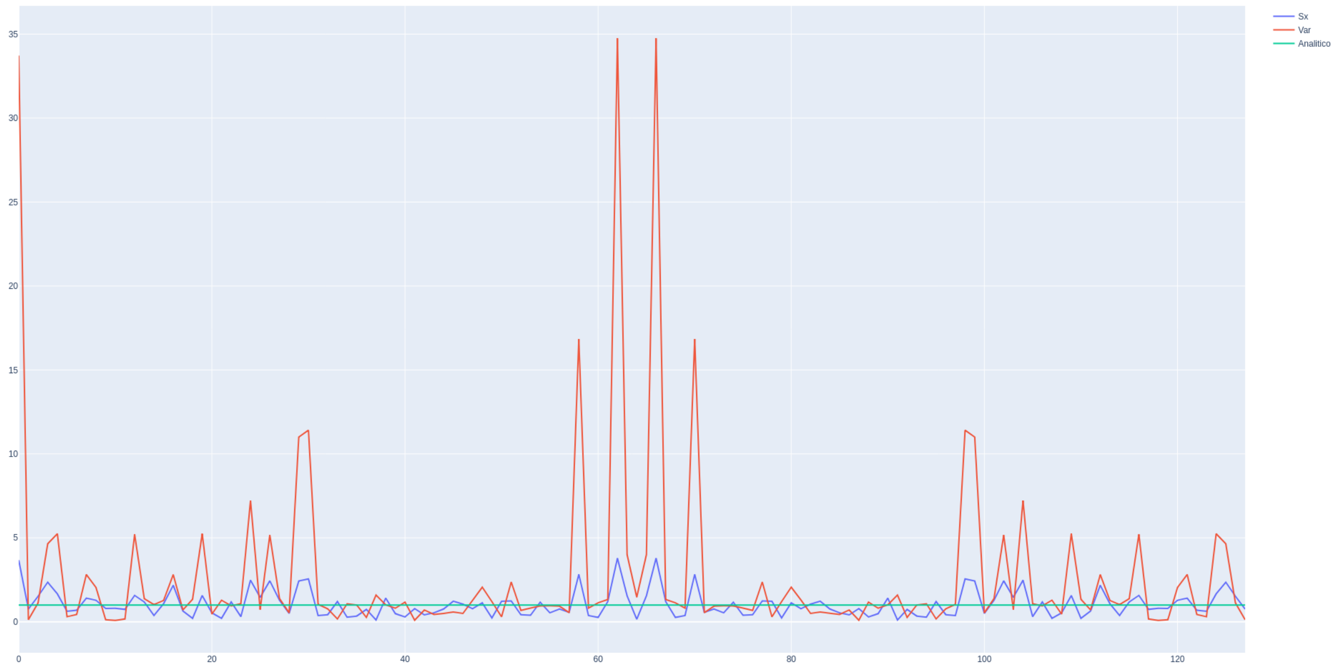

Figura 2: Promedio de 2 periodogramas, junto al calculo analítico

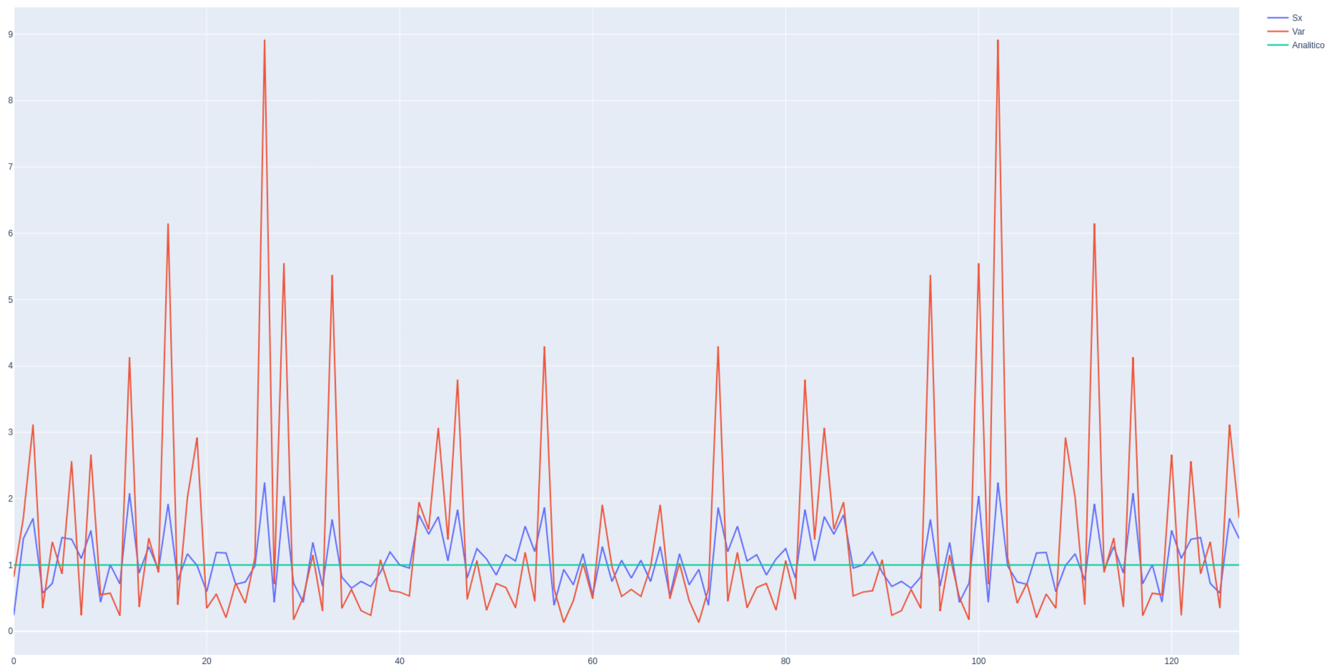

Figura 3: Promedio de 5 periodogramas, junto al calculo analítico

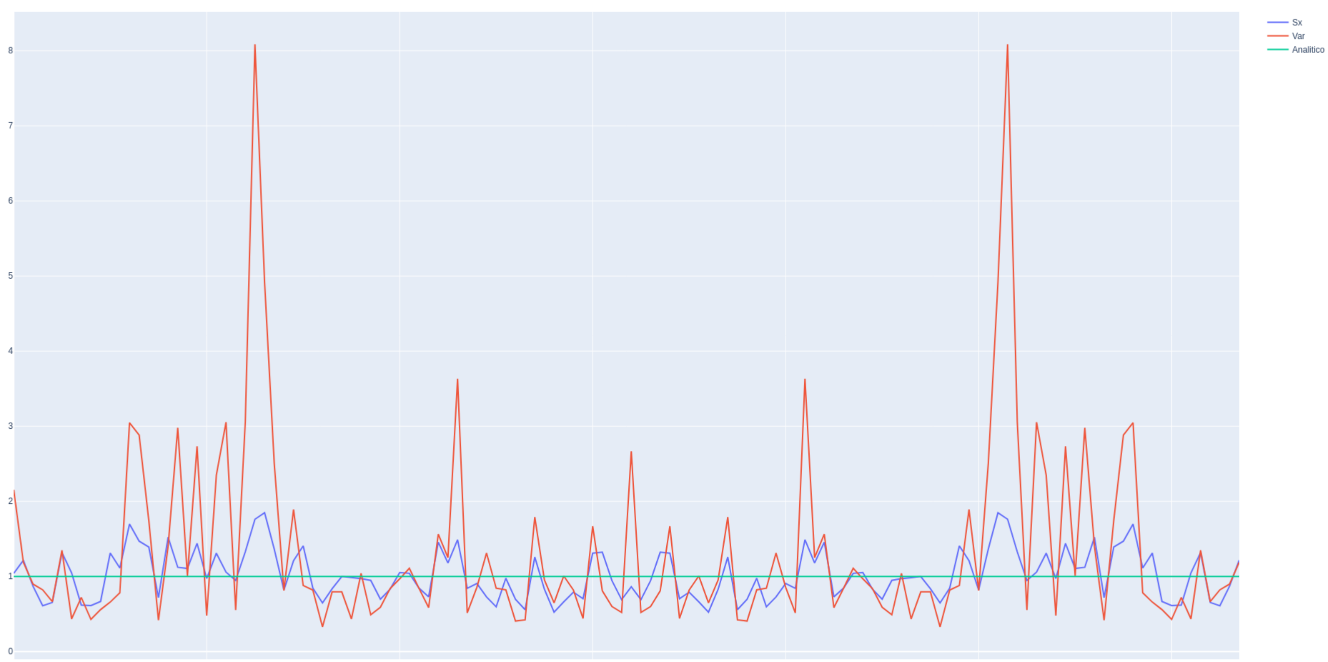

Figura 4: Promedio de 10 periodogramas, junto al calculo analítico

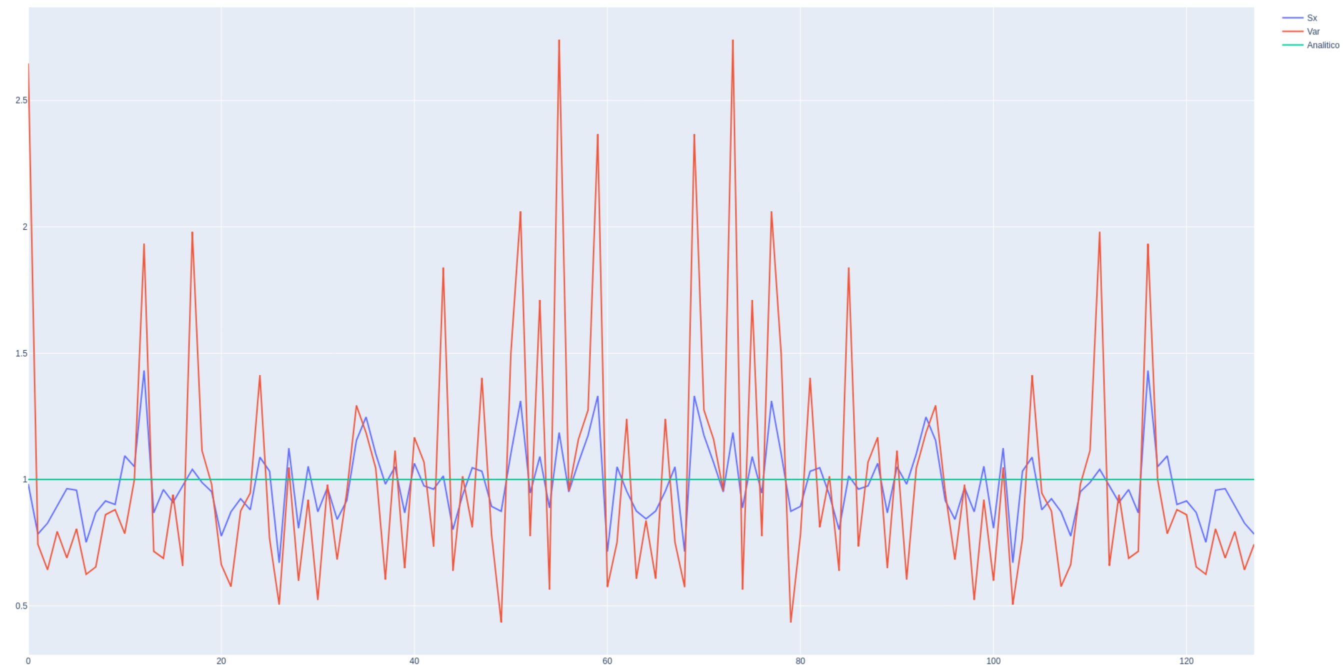

Figura 5: Promedio de 50 periodogramas, junto al calculo analítico

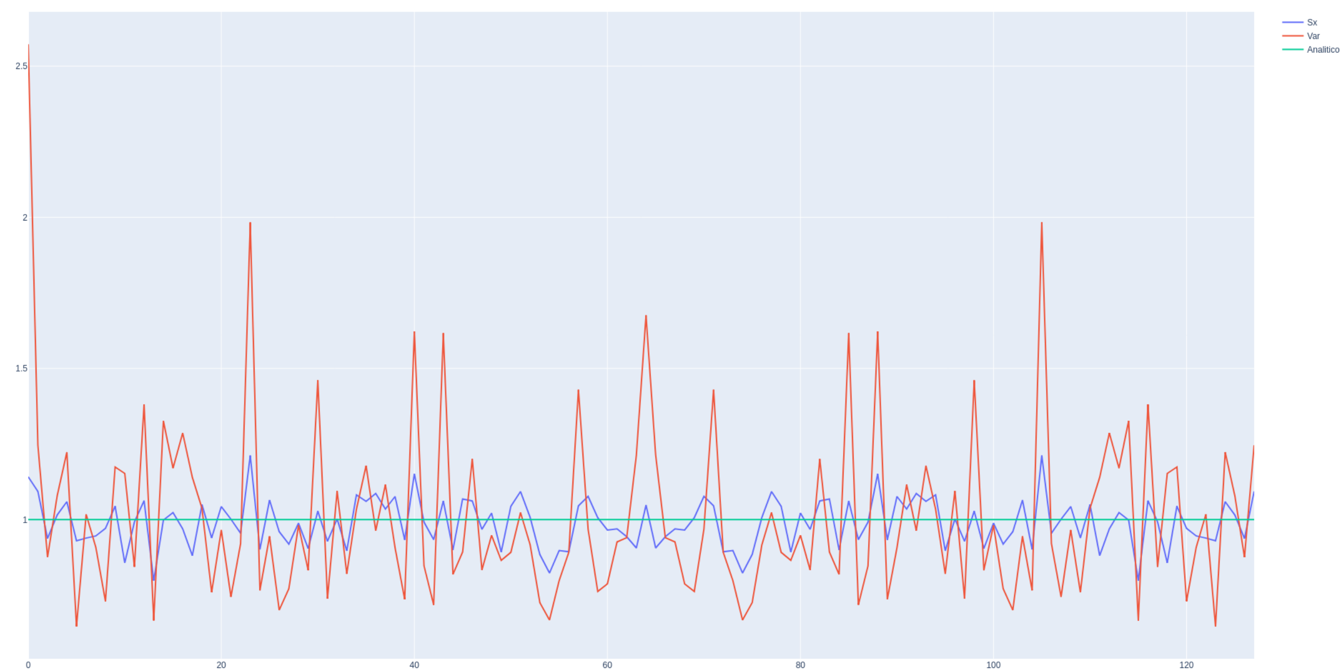

Figura 6: Promedio de 100 periodogramas, junto al calculo analítico

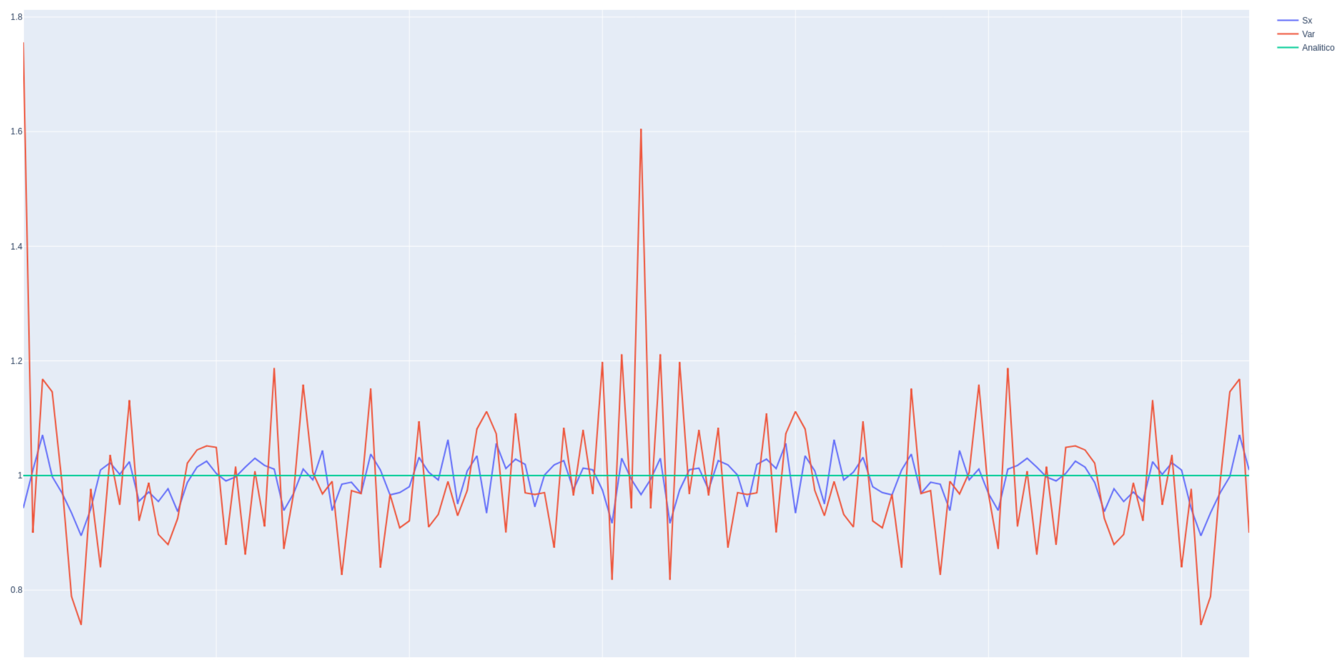

Figura 7: Promedio de 500 periodogramas, junto al calculo analítico

5. Ejercicio 4

Teniendo en cuenta los resultados de la sección 4. Podemos ver como los periodogramas generan una aproxima con media en el espectro real, pero su varianza resulta muy grande. Esta, sin embargo, se puede reducir, promediando los periodogramas de múltiples realizaciones.