

## Enunciados de Problemas de Programação Linear - Contexto de Computação

### Problema 1: Otimização de Uso de Servidores em um Data Center

Uma empresa de cloud computing possui um data center com dois tipos de servidores:

Servidores A e Servidores B.

● Servidor A: Custa \$100/dia para operar, pode processar 500 requisições/segundo e consome 10 kWh de energia.

● Servidor B: Custa \$150/dia para operar, pode processar 800 requisições/segundo e consome 15 kWh de energia.

A empresa precisa garantir uma capacidade de processamento mínima de 10.000 requisições/segundo e tem um orçamento diário máximo de \$3.000 para operação de servidores. Além disso, o consumo total de energia não deve exceder 200 kWh por dia.

Objetivo: Minimizar o custo diário total de operação, atendendo às demandas de processamento e restrições de energia.

$$500x + 800y \geq 10000$$

$$100x + 150y \leq 3000$$

$$10x + 15y \leq 200$$

X	Y	Vf1	Vf2	Vf3	LD
500	800	-1	-	-	10000
100	150	-	1	-	3000
10	15	-	-	1	200
100	150	-	-	-	F

### Problema 2: Alocação de Tarefas para Processadores Heterogêneos

Um sistema de processamento distribuído tem três processadores com diferentes capacidades e custos de utilização por unidade de tempo:

● Processador 1: Custo de \$5/minuto, capacidade de processar 10 tarefas/minuto.

● Processador 2: Custo de \$7/minuto, capacidade de processar 15 tarefas/minuto.

● Processador 3: Custo de \$4/minuto, capacidade de processar 8 tarefas/minuto.

Um conjunto de 500 tarefas precisa ser processado em um período de 60 minutos.

Devido a licenças de software, o Processador 1 não pode ser utilizado por mais de 40 minutos, e o Processador 2 deve ser utilizado por pelo menos 30 minutos.

Objetivo: Minimizar o custo total de utilização dos processadores, garantindo que todas as tarefas sejam processadas dentro do tempo limite e respeitando as restrições de uso de cada processador.

$$10P1 + 15P2 + 8P3 \leq 60$$

$$P1 \leq 40$$

$$P2 \leq 30$$

X	Y	Z	Vf1	Vf2	Vf3	LD
10	15	8	1	-	-	60
40	0	0	-	1	-	40
0	30	0	-	-	1	30
5	7	4	-	-	-	F

### Problema 3: Otimização de Largura de Banda para Transmissão de Dados

Uma rede de comunicação tem capacidade total de 100 Mbps. Três tipos de dados precisam ser transmitidos:

- Dados de Prioridade Alta (A): Requerem 2 Mbps por unidade de dado, geram \$10 de receita por unidade.
- Dados de Prioridade Média (B): Requerem 1.5 Mbps por unidade de dado, geram \$7 de receita por unidade.
- Dados de Prioridade Baixa (C): Requerem 1 Mbps por unidade de dado, geram \$4 de receita por unidade.

A gerência da rede estabeleceu que a quantidade de dados de prioridade alta deve ser pelo menos 20 unidades, e a quantidade total de dados de prioridade média e baixa não pode exceder 50 unidades. Além disso, a quantidade de dados de prioridade alta não pode ser mais do que o dobro da quantidade de dados de prioridade média.

Objetivo: Maximizar a receita total gerada pela transmissão dos dados, respeitando a capacidade da rede e as prioridades estabelecidas.

$$2A + 1.5B + 1C \leq 100$$

$$A \geq 20$$

$$B + C \leq 50$$

$$A \leq 2(B + C)$$

X	Y	Z	Vf1	Vf2	Vf3	Vf4	LD
2	1.5	1	1	-	-	-	100
1	0	0	-	-1	-	-	20
0	1	1	-	-	1	-	50
2	-	-	-	-	-	1	B+C
10	7	4	-	-	-	-	F

#### Problema 4: Escalonamento de Jobs em um Sistema Batch

Um sistema batch precisa executar três tipos de jobs: Job X, Job Y e Job Z. Cada job requer diferentes quantidades de tempo de CPU e memória:

- Job X: 5 minutos de CPU, 2 GB de memória, gera 8 pontos de "valor" para o sistema.
- Job Y: 3 minutos de CPU, 3 GB de memória, gera 6 pontos de "valor".
- Job Z: 6 minutos de CPU, 1 GB de memória, gera 10 pontos de "valor".

O sistema tem disponível 120 minutos de tempo de CPU e 60 GB de memória. A gerência determinou que pelo menos 5 Jobs X e 3 Jobs Y devem ser executados. O número total de Jobs Z executados não deve exceder a soma do número de Jobs X e Y.

Objetivo: Maximizar o "valor" total dos jobs executados, respeitando as restrições de recursos e as políticas de execução.

$$5X + 3Y + 6Z \leq 120$$

$$2X + 3Y + Z \leq 60$$

$$X \geq 5$$

$$Y \geq 3$$

$$Z \leq X + Y$$

X	Y	Z	Vf1	Vf2	Vf3	Vf4	Vf5	LD
5	3	6	1	-	-	-	-	120
2	3	1	-	1	-	-	-	60
1	0	0	-	-	-1	-	-	5
0	1	0	-	-	-	-1	-	3
0	0	1	-	-	-	-	1	X+Y
8	6	10	-	-	-	-	-	F

#### Problema 5: Configuração de Rede Wi-Fi em um Campus

Um campus universitário precisa instalar pontos de acesso Wi-Fi para cobrir três áreas:

A, B e C. Existem dois modelos de roteadores disponíveis: Modelo Alpha e Modelo Beta.

● Modelo Alpha: Custa \$200, cobre 50 m<sup>2</sup> na Área A, 30 m<sup>2</sup> na Área B, e 20 m<sup>2</sup> na Área C.

● Modelo Beta: Custa \$300, cobre 40 m<sup>2</sup> na Área A, 60 m<sup>2</sup> na Área B, e 30 m<sup>2</sup> na Área C.

As áreas mínimas a serem cobertas são: Área A (200 m<sup>2</sup>), Área B (180 m<sup>2</sup>), Área C (150 m<sup>2</sup>). O orçamento total para roteadores é de \$3.000. O número de roteadores Modelo Alpha não pode ser mais do que o dobro do número de roteadores Modelo Beta.

Objetivo: Minimizar o custo total de aquisição dos roteadores, garantindo a cobertura mínima em todas as áreas e respeitando o orçamento.

$$50x+40y\geq 200$$

$$30x+60y\geq 180$$

$$20x+30y\geq 150$$

$$200x+300y\leq 3000$$

$$x\leq 2y$$

$$Z=200x+300y$$

X	Y	Vf1	Vf2	Vf3	Vf4	Vf5	LD
50	40	-1	-	-	-	-	200
30	60	-	-1	-	-	-	180
20	30	-	-	-1	-	-	150
200	300	-	-	-	1	-	3000
1	0	-	-	-	-	1	2y
200	300	-	-	-	-	-	z

#### Problema 6: Otimização de Armazenamento de Dados em Nuvem

Uma empresa precisa armazenar três tipos de dados em um serviço de nuvem: dados de clientes, dados de projetos e backups. O serviço de nuvem oferece dois planos de armazenamento: Padrão e Premium.

● Plano Padrão: Custa \$0.05/GB/mês, oferece 100 IOPS (operações de entrada/saída por segundo) por GB.

- Plano Premium: Custa \$0.10/GB/mês, oferece 200 IOPS por GB.

A empresa precisa armazenar um total de 500 GB de dados. Os dados de clientes exigem pelo menos 150 GB de armazenamento, e os dados de projetos exigem pelo menos 100 GB. A performance total (IOPS) deve ser de no mínimo 80.000 IOPS.

Objetivo: Minimizar o custo mensal de armazenamento, atendendo às necessidades de capacidade e performance.

$$0.05X + 0.1Y \geq 500$$

$$X \geq 150$$

$$Y \geq 100$$

$$100X + 200Y \geq 80000$$

X	Y	Vf1	Vf2	Vf3	Vf4	LD
0.05	0.1	-1	-	-	-	500
1	0	-	-1	-	-	150
0	1	-	-	-1	-	100
100	200	-	-	-	-1	80000
0.05	0.10	-	-	-	-	F

#### Problema 7: Design de Arquitetura de Microserviços

Uma equipe de desenvolvimento está projetando uma nova arquitetura de microserviços e precisa decidir quantos microserviços de cada tipo (Tipo 1 e Tipo 2) serão implantados.

- Microserviço Tipo 1: Requer 2 unidades de CPU, 4 GB de RAM, e tem um custo de desenvolvimento de \$500. Aumenta a performance em 10%.

- Microserviço Tipo 2: Requer 3 unidades de CPU, 2 GB de RAM, e tem um custo de desenvolvimento de \$700. Aumenta a performance em 15%.

A equipe tem um limite de 30 unidades de CPU e 40 GB de RAM disponíveis para a nova arquitetura. O custo total de desenvolvimento não pode exceder \$5.000. A equipe deseja que a performance total seja de pelo menos 100%.

Objetivo: Maximizar o aumento total de performance do sistema, respeitando os recursos de hardware e o orçamento de desenvolvimento.

$$2X + 3Y \leq 30$$

$$4X + 2Y \leq 40$$

$$500X + 700Y \leq 5000$$

$$10X + 15Y \geq 100$$

X	Y	Vf1	Vf2	Vf3	Vf4	LD
2	3	1	-	-	-	30
4	2	-	1	-	-	40
500	700	-	-	1	-	5000
10	15	-	-	-	-1	100
10	15	-	-	-	-	f

#### Problema 8: Otimização de Publicidade Online (PPC)

Uma agência de marketing digital está gerenciando uma campanha de Pay-Per-Click (PPC) e precisa alocar seu orçamento entre três plataformas: Google Ads, Facebook Ads e LinkedIn Ads.

- Google Ads: Custo de \$0.50/clique, gera 0.1 conversões/clique.
- Facebook Ads: Custo de \$0.30/clique, gera 0.05 conversões/clique.
- LinkedIn Ads: Custo de \$1.00/clique, gera 0.2 conversões/clique.

O orçamento total é de \$1.000. A agência deseja gerar pelo menos 50 conversões. O número de cliques no Google Ads deve ser no mínimo o dobro do número de cliques no Facebook Ads. O número de cliques no LinkedIn Ads não pode exceder 500.

Objetivo: Maximizar o número total de cliques obtidos, respeitando o orçamento e as metas de conversão.

$$0.5G + 0.3F + 1L \leq 1000$$

$$0.1G + 0.05F + 0.2L \geq 50$$

$$0.1G \geq 0.05F \times 2$$

$$0.2L \leq 500$$

X	Y	Z	Vf1	Vf2	Vf3	Vf4	LD
0.5	0.3	1	1	-	-	-	1000
0.1	0.05	0.2	-	-1	-	-	50
0.1	0	0	-	-	-1	-	$0.05F \times 2$
0	0	0.2	-	-	-	1	500
1	1	1	-	-	-	-	f

#### Problema 9: Balanceamento de Carga em Cluster de Containers

Um cluster Kubernetes possui dois tipos de nós (nodes) para executar containers: Nós de Alta Memória e Nós de Alta CPU.

● Nó de Alta Memória: Pode hospedar 10 containers, tem 32 GB de RAM e 4 CPUs.

● Nó de Alta CPU: Pode hospedar 8 containers, tem 16 GB de RAM e 8 CPUs.

O cluster precisa hospedar um total de pelo menos 100 containers. A demanda total por RAM é de 400 GB, e a demanda total por CPU é de 200 CPUs. O custo de manutenção diária de um Nó de Alta Memória é \$20, e de um Nó de Alta CPU é \$25.

Objetivo: Minimizar o custo total diário de manutenção dos nós, garantindo a capacidade de hospedagem de containers e os recursos de RAM e CPU.

$$10M + 8C \geq 100$$

$$32M + 16C \geq 400$$

$$4M + 8C \geq 200$$

X	Y	Vf1	Vf2	Vf3	LD
10	8	-1	-	-	100
32	16	-	-1	-	400
4	8	-	-	-1	200
20	25	-	-	-	F

#### Problema 10: Otimização de Backups de Dados

Uma empresa precisa realizar backups de seus dados em dois locais: Servidor Local e Nuvem. Três tipos de dados (Críticos, Importantes, Auxiliares) precisam ser salvos.

● Servidor Local: Custo de armazenamento \$0.01/GB, velocidade de backup 100 MB/s.

● Nuvem: Custo de armazenamento \$0.05/GB, velocidade de backup 50 MB/s.

A empresa tem um orçamento máximo de \$200 para armazenamento. Os dados críticos totalizam 500 GB e devem ter uma cópia local. Os dados importantes totalizam 300 GB e podem ser armazenados em qualquer local. Os dados auxiliares totalizam 200 GB e também podem ser armazenados em qualquer local. A velocidade total de backup deve ser de pelo menos 1000 MB/s.

Objetivo: Minimizar o custo total de armazenamento dos backups, garantindo as capacidades e velocidades mínimas de backup para cada tipo de dado.