

«Тензорная форма сигналов в системах автоматического управления.»

Автор: Н.Ф. Сорокин

23 декабря 2019 г.

Известно, что построение системы управления

2 Обработка тензорных сигналов. Общие положения и принципы.

Тензорным сигналом будем называть совокупность скалярных сигналов, однозначно кодирующих некоторую изменяющуюся во времени геометрическую сущность - тензор, независимую от выбора базиса системы координат.

Особенностью тензорного сигнала является множественность его возможных представлений вплоть до того, что в различных частях системы управления один и тот же тензорный сигнал может быть представлен разным набором компонент (так например, тензор угловой ориентации может быть представлен матрицей поворота, кватернионом или вектором наименьшего поворота, а компоненты линейной скорости и всех прочих векторов будут зависеть от текущего расчетного базиса). Для построения системы управления в терминах тензоров следует учитывать, что операции над тензорными сигналами производятся с учетом их геометрической природы и должны, при необходимости, выполняться с правильными преобразованиями компонентных представлений (и базисов систем координат компонентных представлений). Поскольку не все тензорные уравнения являются линейными, для замыкания цепей систем управления следует использовать такие компонентные представления тензорных сигналов, которые дают наилучшую линейность с замыкаемыми по ним параметрами. Это позволяет добиться наилучшего качества управления и предсказуемости поведения системы.

Важное практическое значение в ТАУ имеет дифференцирование и интегрирование сигналов. Поскольку не все тензорные сигналы являются линейными и могут быть продифференцированы в компонентном представлении, для построения систем управления с тензорными сигналами введем операцию поиска "линейной тензорной производной".

Линейной производной тензорного сигнала $A(t)$ по параметру t будем называть сигнал $B(t)$, для которого существует компонентное представление $b_i(t)$ численно равное локальной производной по параметру t некоего компонентного представления $a_i(t)$ и при этом не зависящее от компонент a_i . Такой сигнал также является тензором и существует как геометрическая сущность независимо от тензорного сигнала $A(t)$.

Важность данной операции объясняется тем, что, по построению, вне зависимости от текущих координат a_i , тензор B в представлении b_i всегда будет линеен по отношению к тензору A в представлении a_i , а следовательно вне зависимости от выбранного режима будет одинаково входить в уравнения всех линеаризованных режимов.

Докажем, что тензор угловой скорости является линейной производной тензора

ориентации в изложенном выше смысле.

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

Интегрирование тензорного сигнала.

Операция нахождения первообразной есть операция обратная нахождению производной сигнала. В случае если мы имеем дело с линейным векторным сигналом, операция поиска первообразной сводится к интегрированию компонент входного сигнала в каком-либо неизменном базисе, но в общем случае, для нелинейных сигналов, поиск первообразной есть нетривиальная операция, а смысл ее зависит от конкретной природы сигнала (как например, в случае с ориентацией и угловой скоростью). Невозможность построить первообразную без знания природы сигнала объясняется тем, что при нахождении линейной производной для нелинейных сигналов происходит потеря информации. Приближенное численное восстановление первообразной сигнала возможно по алгоритму приращение-коррекция. Однако, на практике, в ТАУ интегрирование сигналов происходит в области малых отклонений, то есть в условии, когда приращения довольно точно передают характер поведения производной, а потому, вместо первообразной допустимо использовать интеграл компонентного представления входного тензорного сигнала.

Такой интеграл будем называть линейным интегралом тензорного сигнала по компонентному представлению S . Такой сигнал, очевидно, зависит от выбранного компонентного представления.

Следует учесть, что накапливаемый в вычислительной машине интеграл тензорного сигнала также является тензором, а потому при переходе компонентного представления в другую систему отсчета, интеграл должен пересчитываться соответственно.

3 Метод структурных схем в применении к тензорным сигналам.

Обладая операциями линейного дифференцирования и линейного интегрирования тензорных сигналов, а также операциями сумирования, вычитания и умножения (на скаляр и матрицу), мы можем применить классический метод структурных схем к тензорным сигналам.

4 Матричный коэффициент усиления сигнала

5 Анализ устойчивости

6 Группы органов управления

Невозможность создать тензорное управляющее воздействие одним органом управления очевидно разрешается при использовании нескольких совместно действующих органов управления.

Группой органов управления G будем называть совокупность органов управления, совместно решающих задачу построения тензора управления U в виде $U = U(v_0, v_1, \dots, v_n)$, где n - количество органов управления. Если относительно управляющих воздействий органов управления выполняется принцип суперпозиции, то U является линейной комбинацией.

$$U = a_0 v_0 + a_1 v_1 + \dots + a_i v_i. \quad u_i = a_j^i v^j \quad U = AV$$

Уравнение () есть система линейных уравнений к решению которой сводится задача поиска управляющего воздействия отдельных органов группы. Система () может иметь одно решение, не иметь решений вовсе или же иметь множество решений.

Случай отсутствия решений означает, что желаемое управление, требуемое от группы не может быть выполнено (вероятно, в силу физической несовместимости).

Случай множества решений означает, что желаемое управление может быть достигнуто множеством способов. Поиск оптимального решения на данном множестве требует введения функционала оптимизации и, возможно дополнительных условий.

$$F(V) \rightarrow \min \quad AV = U \quad CV \leq d$$

Если $F(V)$ - квадратичный функционал, а дополнительные условия отсутствуют, задача () является задачей квадратичного программирования.

7 Матрица чувствительности группы органов управления.

Вернемся к вопросу поиска матрица A из уравнения ().

Как было сказано выше, уравнение в форме () может быть записано, если относительно воздействия органов управления выполняется принцип суперпозиции.

Матрица A есть матрица частных производных $\frac{\partial u^i}{\partial v^j}$.

Практически значимыми примерами групп органов управления являются системы с суперпозицией силовых и мгновенных кинематических воздействий. Для них матрица A формируется из компонент линейного оператора переноса соответствующего воздействия:

Силовой перенос. Кинематический перенос.

Из формы операторов переноса следует, что линейные и угловые параметры при построении желаемого управления должны рассматриваться совместно. Такой подход свойственен для винтового исчисления / исчисления векторных моторов. Следует отметить, что векторный мотор является тензором и к нему применимо всё, описанное в предыдущих разделах.

8 Учёт неидеальности передаточных функций органов управления.

В следствие неидеальности органов управления, в структурной схеме между вычислителем и эффектом управления возникает обусловленная динамикой органов управления передаточная функция. Особенностью групп органов управления является то, что в общем случае эта функция является диагонально матричной, поскольку каждый орган управления может иметь отличающиеся передаточную функции и постоянную времени. С целью улучшения качества управления следует стремиться выравнить передаточные функции органов управления. Если различия постоянных времени и передаточных функций обусловлено конструкционно, достигнуть этого эффекта можно с помощью введения дополнительной фильтрации управляющих сигналов по каждому отдельному каналу.

9 Эффект миграции управляющего сигнала.

Инерционность органов управления также приводит к эффекту миграции управляющего сигнала, выраженного в том, что в случае изменения оператора переноса управляющего воздействия (вследствии каких-либо эволюций системы, например её поворота или изменения плеча), управление накопленное органом управления не успевает подстроиться под новую матрицу чувствительности и тензор управления получает неучтенную добавку.

Вычислим ее (учитывая, что R - линейный оператор):

$$\dot{U}_v i = R \times \dot{V}_i \quad \dot{U}_v i = R \times \frac{\partial V_i}{\partial t} + \dot{R} \times V_i$$

Второе слагаемое в этом уравнении отвечает за неучтенный сигнал миграции управляющего воздействия.

10 Вывод.