UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Hania Uscka-Wehlou

Dugga i matematik
Linjär algebra och geometri 1
24 november 2017
STS, X, K, KeKand, Lärare

Skrivtid: 14:00–16:00. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Det maximala poängtalet för varje uppgift är 5 poäng. För godkänt krävs minst 12 poäng.

1. Lös ekvationssystemet:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \phantom{{}+2x_3} + x_4 = 3 \\ \phantom{x_1 + {}} x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \phantom{{}+x_4} = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 7. \end{cases}$$

2. Låt

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & t & 0 \\ t & 1 & 1 \\ 1 & t & 1 \end{pmatrix}$$

där $t \in \mathbb{R}$ är en parameter.

a) Ange A_0, A_{-3} och A_π (alltså A_t för $t = 0$, $t = -3$ och $t = \pi$).

b) Beräkna determinanten $\det(A_t)$ och bestäm $\operatorname{rang}(A_t)$ för varje $t \in \mathbb{R}$.

c) Bestäm alla t för vilka matrisen A_t är inverterbar och beräkna inversen A_2^{-1}.

3. Låt

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Bestäm alla matriser X som uppfyller ekvationen $AXB = AB + A^2$.

4. Antag att

$$A = \begin{pmatrix} x & 3 & 1 & t \\ y & 0 & 1 & z \\ z & 2 & 1 & y \\ t & 5 & 1 & x \end{pmatrix}$$

och att matrisens determinant $\det(A)$ är lika med 3. Beräkna (med endast rad- och kolonnoperationer) följande determinanter. Motivera dina svar:

$$\begin{vmatrix} 2x & 9 & -1 & t-15 \\ 2y & 0 & -1 & z \\ 2z & 6 & -1 & y-10 \\ 2t & 15 & -1 & x-25 \end{vmatrix}, \qquad \begin{vmatrix} x & 3x+3 & x+1 & t-4x \\ y & 3y & y+1 & z-4y \\ z & 3z+2 & z+1 & y-4z \\ t & 3t+5 & t+1 & x-4t \end{vmatrix}, \qquad \det(2A).$$