

UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Qimh Xantcha,
Thomas Kragh

Dugga i matematik
gylärarna1, STS1, X1,
KandKe1, K1, W1

LINJÄR ALGEBRA
och GEOMETRI I
2014–11–24

Skrivtid: 8.00 – 10.00. Tillåtna hjälpmedel: Skrivdon. Lösningarna skall vara försedda med motiveringar. Varje korrekt löst uppgift ger högst 5 poäng. För godkänt krävs minst 12 poäng.

1. Lös det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 6x_4 + 2x_5 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 3x_3 + cx_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 6x_4 + x_5 = 3 \end{cases}$$

för alla värden på $c \in \mathbb{R}$.

2. För vilka värden på den reella konstanten a är matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ a & 1 & 1 \\ a+1 & a+1 & 2 \end{pmatrix}$$

inverterbar? Bestäm A^{-1} för dessa värden på a .

3. Låt

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Finn alla matriser X som uppfyller ekvationen

$$B + X^{-1} = C.$$

4. Lös ekvationen

$$\begin{vmatrix} x & 2 & x & 2x \\ x & x & x-1 & 2x \\ x-1 & x & x-2 & 1 \\ x & x & x-3 & 2x \end{vmatrix} = 0$$

LYCKA TILL!

**Svar till duggan i
LINJÄR ALGEBRA
och GEOMETRI I 2014–11–24**

1. Lösning:

- När $c \neq 6$: $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (-1 - 2t, t, 1, 0, 0)$, $t \in \mathbb{R}$.
- När $c = 6$: $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (-1 - 2t - \frac{1}{3}s, t, 1 + \frac{1}{3}s, -\frac{1}{3}s, s)$, $t \in \mathbb{R}$.

2. A är inverterbar om $a \neq \pm 1$ och inversen är då

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a+1} & \frac{-2a}{1-a^2} & \frac{a}{1-a^2} \\ \frac{1}{a+1} & \frac{2}{1-a^2} & \frac{-1}{1-a^2} \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. $X = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. $x_1 = 0, x_2 = \frac{3}{2}, x_3 = 2$.