

Skrivtid: 8–13. Miniräknare är inte tillåtna. Tillåtna hjälpmedel: passare, gradskiva, linjal, penna, suddgummi.

På del A krävs endast svar, men på del B krävs fullständiga lösningar. Som mest kan tentan ge 40 poäng. Betygsgränserna för betygen 3, 4 och 5 är 18, 25 respektive 32 poäng.

Del A, 1 poäng per uppgift (endast svar krävs)

1. Beräkna $\tan \frac{4\pi}{3}$.
2. Beräkna $\log_2 \frac{1}{2\sqrt{2}}$. (Betecknas även ${}^2\log \frac{1}{2\sqrt{2}}$.)
3. Bestäm en ekvation för den linje som går genom punkterna $(2, 0)$ och $(1, 1)$.
4. Förenkla så långt som möjligt uttrycket

$$\frac{(2+x)^2 - 8x}{2-x}.$$

5. Förenkla så långt som möjligt uttrycket

$$\frac{a^{\frac{1}{4}} \sqrt{a^{\frac{3}{2}}}}{a^{-1}}.$$

6. Bestäm $\arg(\sqrt{3} + \sqrt{3}i)$.

7. Ange absolutbeloppet av det komplexa talet $\frac{1-2i}{1+2i}$.

8. Beräkna

$$\prod_{k=-1}^2 k^3.$$

Del B, 2–5 poäng per uppgift (fullständiga lösningar krävs)

9. (2 poäng) Lös ekvationen

$$\cos 6x = \frac{1}{2}.$$

10. (2 poäng) Bevisa den trigonometriska identiteten

$$\cos(x-y) - \cos(x+y) = 2 \sin x \sin y.$$

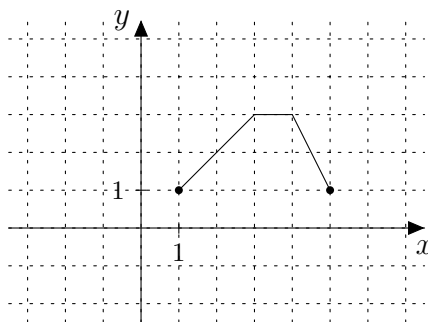
11. (3 poäng) Lös ekvationen

$$\lg 2^x + \lg 5^x = 7.$$

12. (3 poäng) Bestäm den konstanta termen i utvecklingen av

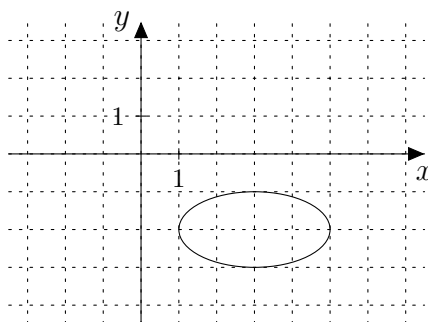
$$\left(2x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^{50}.$$

13. (2 poäng) Figuren nedan illustrerar kurvan $y = f(x)$.



Skissa kurvorna $y = f(x - 1)$ och $y = -f(x)$ i ett graderat koordinatsystem.

14. (2 poäng) Ange en ekvation för ellipsen i figuren.



15. (4 poäng) Finn de punkter, där hyperbeln $xy = \frac{1}{2}$ skär cirkeln

$$x^2 + y^2 = 1.$$

16. (4 poäng) En viss matematisk institution har fem manliga och fem kvinnliga professorer. En av kvinnorna är Sonja. De tänker utse en ledningsgrupp, bestående av tre män och tre kvinnor.

- (a) På hur många sätt kan ledningsgruppen väljas, om Sonja skall vara en av de kvinnliga ledamöterna?
- (b) På hur många sätt kan ledningsgruppen väljas, om Sonja inte får vara med?

Svaren skall räknas ut explicit och motiveras.

17. (5 poäng) Betrakta den algebraiska ekvationen

$$2x^3 + 7x^2 + 6x = 5.$$

- (a) Visa, att talet $-2 - i$ är en rot.
- (b) Lös ekvationen fullständigt.

18. (5 poäng) Låt n vara ett positivt heltal, och definiera

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}.$$

- (a) Beräkna S_2 .
- (b) Bevisa med induktion att

$$S_n = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$$

gäller för alla positiva heltal.