

Envariabelanalys Del 1
Svar till tentan den 8 januari 2016

1.
 - a) gränsvärdet är 2,
 - b) gränsvärdet är $3/2$.
2.
 - a) Funktionen $f(x)$ är kontinuerlig precis när $a = -1$.
 - b) Funktionen är *inte* deriverbar för $x = 1$.
3.
 - a) Det sökta intervallet är $[-1, 1]$.
 - b) Inversens derivata i $x = 1$ är $-1/3$.
4. Tangentlinjens ekvation är $y = x$.
5. Taylorpolynomet är

$$T(x) = \sqrt{2} - \frac{1}{4\sqrt{2}}(x - \pi/2)^2.$$

6. Polynomet, som vi kallar $P(x)$, har derivata $P'(x) = 3x^2 + 4$ som är positiv för alla x . Det innebär att polynomet är strängt växande och således kan det ha *högst ett* nollställe. Vidare har vi att $P(0) = -6 < 0$ och $P(2) = 10 > 0$, så enligt satsen om mellanliggande värden finns ett nollställe i intervallet $(0, 2)$.
7.
 - Lodräta asymptoter är $x = 2$ och $x = -2$.
 - Vågrät asymptot är $y = 1$.
 - Lokalt maximum med värde $1/4$ i $x = 0$.
 - Grafen är konvex i $x > 2$ och $x < -2$, konkav för $-2 < x < 2$.
8. Den maximala arean är $1/\sqrt{2}$.

Gunnar