

Skrivtid: 5 timmar. Tillåtna hjälpmedel: endast skrivdon. Varje uppgift ger högst 5 poäng. För betygen 3, 4 och 5 krävs minst 18, 25, resp. 32 poäng, inklusive ev. bonuspoäng. Lösningarna skall åtföljas av förklarande text. För full poäng krävs att du noggrannt motiverar varje steg i ditt resonemang. Påbörja varje uppgift på ett nytt blad. Börja med att läsa igenom hela tentan så att du kan ställa eventuella frågor under lärarbesöket. Lycka till!

1. (a) Låt A, B vara två utsagor. Visa att utsagan $(A \wedge \neg B) \wedge (B \vee \neg A)$ alltid är falsk. (3 poäng)
(b) Låt M, N vara två mängder i ett universum X . Rita Venndiagram för mängderna $M \cap N^c$ och $N \cup M^c$. (2 poäng)
2. Välj ett heltal c sådant att den Diofantiska ekvationen $195x + 84y = c$ har lösningar och lös ekvationen fullständigt för ditt val av c . Glöm inte att motivera ditt val av c . (5 poäng)
3. (a) Skriv talet 517 i bas 3. (2 poäng)
(b) Bestäm resten som fås då 13^{282} delas med 5. (3 poäng)
4. Visa med induktion att $5 \mid (7^n - 2^n)$ för alla naturliga tal $n \geq 1$. (5 poäng)
5. Relation R på heltalen ges av $a R b \Leftrightarrow ab \equiv 0 \pmod{7}$. Avgör, med bevis eller motexempel, vilka av egenskaperna reflexiv, symmetrisk och transitiv som R uppfyller. (5 poäng)
6. Låt N, M vara mängderna $N = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ och $M = \{1, 2, 3, \dots, m\}$ där $n < m$ är två naturliga tal.
 - (a) Konstruera en injektion $f: N \rightarrow M$ eller $f: M \rightarrow N$. (2 poäng)
 - (b) Konstruera en surjektion $g: N \rightarrow M$ eller $g: M \rightarrow N$. (2 poäng)
 - (c) Vad kan vi säga om hur kardinaliteterna för N och M förhåller sig till varandra utifrån del (a) och (b)? (1 poäng)

7. Polynomet $p(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 - 4x + 2$ har ett nollställe $x = -1 + i$. Hitta samtliga nollställen till p . (5 poäng)
8. Låt r vara polynomet som ges av $r(x) = x^4 + x^3 + 8x^2 + 7x + 2$.
- (a) Visa att inget reellt tal $x \geq 0$ kan vara ett nollställe till r . (2 poäng)
 - (b) Visa att r inte har några rationella nollställen. (3 poäng)