UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Wulf Staubach, Erik Östergren

Prov i matematik
Baskurs i matematik 5hp
2016-10-21

Skrivtid: 8-13. Miniräknare är inte tillåten. På del A krävs endast svar, men på del B och del C krävs fullständiga lösningar. Som mest kan tentan ge 40 poäng. Betygsgränserna för betygen 3, 4 och 5 är 18, 25 respektive 32 poäng.

Del A, 1 poäng per uppgift (endast svar krävs)

1. Beräkna $\sin\left(\frac{7\pi}{3}\right)$.

2. Beräkna arean av cirkeln $x^2 - 4x + y^2 - 2y + 4 = 0$

3. Förenkla så långt som möjligt

$$\left(\frac{1}{x^2-4}\right)/\left(\frac{1}{2x-4}\right)$$

4. Beräkna

$$\operatorname{Im}\left(\frac{i}{1+i}\right)$$

5. Beräkna $\log_4 32$.

6. Bestäm ekvationen för linjen som går igenom punkten $(-4, 1)$ och är parallell med linjen $2x - 3y + 5 = 0$.

7. Hur många olika 3-siffriga tal kan man bilda utav talen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

8. Beräkna

$$(1+i)^5$$

och ge svaret på formen $a + ib$.

Del B, 2 poäng per uppgift (fullständiga lösningar krävs)

9. Bestäm koefficienten av x^2 i utvecklingen av

$$\left(x^3 - \frac{1}{x}\right)^{10}$$

10. För vilka x gäller olikheten $|2x - 5| > 1$.

[Fler uppgifter på nästa sida]

11. Lös följande ekvation

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

12. Lös ekvationen

$$3^{2x} - 6 \cdot 3^x + 5 = 0$$

13. Bestäm symmetrilinjen och största eller minsta värdet (i förekommande fall) av funktionen $y = -4x^2 + 8x + 2$.

14. Lös ekvationen

$$\ln(x + 1) = 1 + \ln(x - 1)$$

Del C, 5 poäng per uppgift (fullständiga lösningar krävs)

15. Lös ekvationen

$$z^4 = \frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}$$

och illustrera rötternas läge i komplexa planet.

16. Ekvationen $x^4 - 2x^2 - 3x - 2 = 0$ har en lösning $x = \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Bestäm de övriga lösningarna.

17. Beräkna summan

$$\sum_{k=0}^{50}(2k - 2^{-k} - 2)$$

18. Visa med induktion att för alla heltal $n \geq 1$, gäller följande likhet:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{n}{2n+1}$$