

**UPPSALA UNIVERSITET**  
**Matematiska institutionen**

Seidon Alsaody

018-471 32 81

073-990 96 58

Prov i matematik

KandData, KandMat, IT

Lärare, Fristående

Algebra I

12/4-2012

1. a)  $\leftarrow$ .  
b) 1.  
c) Ja.  $\mathbb{R} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$ , som är uppräknelig.
2. Samtliga lösningar ges av  $x = 21n - 12, y = 27 - 47n$  för alla  $n \in \mathbb{Z}$ .
3. Vi kan kalla resultatföljden för  $r_n$ .  
a)  $r_1 = 1, r_{n+1} = r_n + 2^n$  för alla  $n \geq 1$ .  
b)  $r_1 = 1, r_2 = 3, r_3 = 7, r_4 = 15, r_5 = 31$ .  
c) Den slutna formeln ges av  $r_n = 2^n - 1$  för alla  $n \geq 1$ .
4. Funktionen är injektiv ty  $1/n_1 = 1/n_2 \implies n_1 = n_2$ , men ej surjektiv, ty t ex  $2/3$  ligger inte i värdemängden.
5. (Relationen är i själva verket ekvivalent med att  $mRn \iff m = \pm n$ . Antingen visar man detta, och att denna relation i sin tur är en ekvivalensrelation, eller så visar man reflexivitet, symmetri och transitivitet direkt.)
6. Beviset bygger bl a på att 10 och 11 saknar gemensamma äkta delare.
7.  $f(x)$  har rötterna  $-1 \pm \sqrt{3}i$  och  $\pm\sqrt{3}i$ .  $g(x)$  har rötterna  $-1 \pm \sqrt{3}i$  och  $\pm i/\sqrt{3}$ .
8. Ekvationen har rötterna  $-1/4$  samt  $1 \pm \sqrt{2}i$ .