UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Ketil Tveiten

Prov i matematik
Linjär algebra och geometri I -
1MA025
2016-10-19

Skrivtid: 08.00 – 13.00. Tillåtna hjälpmedel: Skrivdon.
Tentamen består av **8 frågor** *om* **5 poäng** *för totalt* **40 poäng**. *De preliminära betygsgränserna är som följer: 18 till 24 poäng ger betyget 3, 25 till 31 poäng ger betyget 4, 32 till 40 poäng ger betyget 5.*

1. (5 p) Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 6x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2 \\ x_1 + x_3 - 2x_4 = 3 \end{cases}.$$

(Denna uppgift kan skippas om du har klarat duggan.)

2. (5 p) Finn alla matriser X som uppfyller ekvationen

$$ABX + X = C + BAX,$$

där $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ och $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

3. (5 p) Lös ekvationen för x:

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & x \\ 0 & 3 & x & 3 \\ 4 & x & 4 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

4. (5 p) För vilka $a \in \mathbb{R}$ är matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & a-1 & 0 \\ a & 1-a & -1 \end{pmatrix}$$

inverterbar? Hitta inversen A^{-1} för dom a där inversen finns.

5. Betrakta matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 6 & 0 \\ 6 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Vad är $rang(A)$? (2 p)

(b) Är vektorerna $v_1 = (2, 4, 6, 1)$, $v_2 = (1, 6, 2, 1)$ och $v_3 = (0, 0, 2, 0)$ linjärt oberoande? (2 p)

(c) Vad är $rang(A^T)$? (1 p)

6. (5 p) Beräkna minsta avståndet mellan punkten $P = (1, 0, 2)$ och planet π som innehåller punkterna $Q : (1, 1, 1)$, $R : (2, 2, 2)$ och $S : (-1, -2, 1)$.

7. (5 p) Betrakta följande linjäravbildningar $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$: S, given av spegling i x-axeln; T, given av spegling i linjen $x = y$, och U, given av rotation om origo med vinkel $-\pi/2$ (alltså i riktning *medurs*). Vad är standardmatrisen för den samansatte avbildningen $U \circ T \circ S$?

8. (5 p) Punkterna $P_1 = (2, 2, 3)$, $P_2 = (8, 0, -1)$ och $P_3 = (0, 1, 1)$ i $\mathbb{R}^3$ bildar en triangel. Bestäm arean på denna triangel.

LYCKA TILL!!