UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Konstantinos Tsougkas

Prov i matematik

Flervariabelanalys 1MA016
2019–11–6

Skrivtid: 8.00–10.00. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Varje uppgift ger maximalt 6 poäng. Duggan består av fyra uppgifter värda 6 poäng vardera, d.v.s. maximalt kan man få 24 poäng på duggan. Ett resultat om minst 8, 12, 16 resp. 20 poäng ger 1, 2, 3 resp. 4 bonuspoäng vid det ordinarie tentamenstillfället i januari. Bonuspoäng räknas endast vid resultat 16 poäng och över på tentamen. Lösningar skall motiveras.

1. Avgör om gränsvärdet existerar och i såfall beräkna detta värde

a) $\displaystyle \lim_{(x,y)\to(0,0)} \left(\frac{x^{2019}}{x^{2018} + y^{2018}} + 2019 \right)$

b) $\displaystyle \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\tan(x^5 y)}{xy^5}$

2. En partikels läge vid tidpunkten $t \geq 0$ ges av

$$\mathbf{r}(t) = (3\sin(t), 3\cos(t), 4t)$$

a) Bestäm, partikelns hastighet v, fart s och acceleration a då den befinner sig i punkten $(0, -3, 4\pi)$.

b) Beräkna längden av partikelns bana från $(3, 0, 2\pi)$ till $(0, -3, 4\pi)$.

c) Beräkna $v(t) \cdot a(t)$ och tolka resultatet geometriskt.

3. **a)** Bestäm en ekvation för tangentplanet till grafen av funktionen

$$f(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}$$

i punkten som ges av $(x, y) = (2, 1)$.

b) Bestäm riktningsderivatan av f längs vektorn $u = (1, 1)$ i punkten $(2, 1)$.

4. **a)** Vad menas med en harmonisk funktion på $\mathbb{R}^2$? Ge ett exempel på en harmonisk funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

b) Bestäm och klassificera alla stationära punkter till

$$f(x, y) = 3x^2 y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 1$$

Lycka till!