UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska Institutionen
Jörgen Östensson

Dugga
Flervariabelanalys, allmän kurs
STS1, MI2 och Gylärarma1
2016-04-18

Dugga - Flervariabelanalys, allmän kurs

Skrivtid: 14.00–16.00. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Varje uppgift ger maximalt 6 poäng. Ett resultat på minst 5, 9, 13, 17, 21 poäng ger 1, 2, 3, 4, 5 bonuspoäng, respektive. Dessa kan endast tillgodoräknas vid den ordinarie tentamen i juni 2016. Lösningar skall motiveras.

1. Betrakta funktionen

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2 .$$

Skissa nivåytorna $\{(x, y, z) : f(x, y, z) = k\}$ i fallen $k = 0$, $k = 1$ resp. $k = -1$.

2. En partikels läge vid tidpunkten t ges av $\mathbf{r}(t) = (3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$.
(a) Bestäm partikelns hastighet, fart och acceleration då den befinner sig i $(2, 3, 4)$.
(b) Beräkna längden av partikelns bana från tiden $t = 0$ till $t = 3$.

3. Låt f vara en två gånger kontinuerligt deriverbar funktion av en variabel.
Visa att funktionen $g(x, y) = f(xy)$ uppfyller den partiella differentialekvationen

$$x\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} - y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y} + \frac{\partial g}{\partial x} = 0 .$$

4. Funktionen f ges av

$$f(x, y, z) = x^2 - x - y^2 + e^z + z .$$

(a) Bestäm en ekvation för tangentplanet till ytan $f(x, y, z) = 0$ i punkten $(1, 1, 0)$.
(b) Beräkna riktningsderivatan till f i punkten $(1, 1, 0)$ m.a.p. riktningen $(3, 4, 0)$.

LYCKA TILL!

Svar till duggan 2016-04-18

1. Nivåytorna är enligt följande:
- $k = 0$, dubbelkon,
- $k = 1$, enmantlad hyperboloid,
- $k = -1$, tvåmantlad hyperboloid.

2. (a) Hastighet: $\mathbf{v} = (0, 6, 6)$. Fart: $v = 6\sqrt{2}$. Acceleration: $\mathbf{a} = (-6, 6, 6)$.
(b) Längden är $36\sqrt{2}$.

3.

4. (a) Tangentplanet har ekvation $x - 2y + 2z = -1$.
(b) Riktningsderivatan är -1.