UPPSALA UNIVERSITET Matematiska institutionen Richard Miles, Erik Östergren

Baskurs i matematik Dugga 2015-09-23

Skrivtid: 8-10. Miniräknare är inte tillåten. Minst 12 poäng på duggan ger 5 bonuspoäng på ordinarie tenta. Skriv dina lösningar så att de blir lätta att följa, och redovisa tydligt hur du har resonerat.

1. Ange ett rationellt tal
$$x$$
 som uppfyller $\frac{\sqrt{7}}{2} < x < \frac{\sqrt{10}}{2}$. (1)

2. Beräkna
$$i^{47}$$
. (1)

3. Bestäm de
$$x$$
 som uppfyller olikheten $|2 - x| \le 11$. (1)

4. Förkorta uttrycket
$$\frac{x^2 + 11x + 30}{2x + 12}.$$
 (1)

5. Beräkna

$$\frac{17 - 6i}{2 - 3i}$$

(2)

- 6. Två personer väljs från en större grupp bestående av n personer för att ta hand om ett ärende. Bestäm den större gruppens storlek n om det finns 36 olika sätt att välja de två personerna. (2)
- 7. Skriv med hjälp av summatecken och beräkna summan

$$5 + \frac{13}{2} + 8 + \frac{19}{2} + \dots + \frac{37}{2} \tag{3}$$

8. Visa med induktion

$$\sum_{k=1}^{n} 7^k = \frac{7(7^n - 1)}{6}$$

för alla positiva heltal n.

(3)

9. Bestäm koefficienten för förstagradstermen i utvecklingen av

$$\left(\frac{1}{x} + 2x\right)^9\tag{3}$$

10. Bestäm intervallet bestående av alla reella tal x som uppfyller

$$|5 - x| \geqslant |4 - 2x|$$

(3)