## UPPSALA UNIVERSITET Matematiska institutionen

Dugga 1MA016 Flervariabelanalys

Skrivtid: 14-16. Tillåtna hjälpmedel: Papper, penna, radergummi, linjal. Ett resultat på minst 8, 12, 16 respektive 20 poäng ger 1, 2, 3 respektive 4 bonuspoäng på tentan.

Alla lösningar skall vara försedda med förklarande text.

Frågor under duggan? Skriv till magnus@math.uu.se som svarar så fort han kan.

Tips: Börja med att titta igenom uppgifterna och se vilka delar du vet hur man löser! Gör dessa noggrant först och se till att inte tappa poäng på dem.

- 1. Betrakta funktionen  $f(x, y, z) = xy z^2$  på  $\mathbb{R}^3$ .
  - (a) I vilken riktning växer funktionen snabbast i punkten P = (1, 1, 1)? (2)
  - (b) Vilken är tillväxthastigheten i denna riktning? (2)
  - (c) Ge en ekvation för tangentplanet till nivåytan f(x, y, z) = 0 i (1, 1, 1). (2)
- **2.** Betrakta funktionen  $f(x,y) = 1 + x^2 + 2y^2 2xy^2$  på  $\mathbb{R}^2$ .
  - (a) Bestäm alla stationära punkter för f(x, y) och avgör deras typ. (4)
  - (b) Skissa hur nivåkurvorna f(x,y) = c ser ut mycket nära origo och förklara utifrån funktionsuttrycket f(x,y) varför de ser ut som de gör. (2)
- **3.** Betrakta funktionen  $F(x, y, z) = yz + e^{xz}$  på  $\mathbb{R}^3$ .
  - (a) Visa att ekvationen F(x, y, z) = 0 definierar z som funktion z(x, y) i närheten av punkten (0, 1, -1). Beskriv vad villkoret du använder betyder geometriskt. (2)
  - (b) Beräkna de partiella derivatorna  $\frac{\partial z}{\partial x}(0,1)$  och  $\frac{\partial z}{\partial y}(0,1)$ . (3)
  - (c) Ange linjariseringen av funktionen z(x,y) i punkten (x,y) = (0,1). (1)
- **4.** Betrakta de två ytorna i  $\mathbb{R}^3$  givna av  $x^2 + y^2 = 4$  och x + y + z = 2.
  - (a) Ge en parametrisering  $\mathbf{r}(t)$  av skärningskurvan mellan ytorna. (2)
  - (b) Beräkna en riktningsvektor för tangentlinjen i en allmän punkt på kurvan. Uttryck svaret som funktion av punktens koordinater (x, y, z). (2)
  - (c) Hitta största och minsta värde för funktionen

$$f(x, y, z) = \frac{x(x^2 + y^2)}{2(x + y + z)}$$

på skärningskurvan. (2)