

Skrivtid: 8–13. Miniräknare är inte tillåtna. Tillåtna hjälpmedel: passare, gradskiva, linjal, penna, suddgummi.

På del A krävs endast svar, men på del B krävs fullständiga lösningar. Som mest kan tentan ge 40 poäng. Betygsgränserna för betygen 3, 4 och 5 är 18, 25 respektive 32 poäng.

### Del A, 1 poäng per uppgift (endast svar krävs)

1. Beräkna  $\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right)$ .
2. Beräkna  $\log_3 \sqrt{27}$ . (Betecknas även  ${}^3\log \sqrt{27}$ .)
3. Bestäm en ekvation för den linje som går genom punkterna  $(0, 2)$  och  $(1, 1)$ .
4. Förenkla så långt som möjligt uttrycket

$$\frac{1-x^4}{1-x^2} - x^2.$$

5. Bestäm  $\arg(2-2i)$ .
6. Ange absolutbeloppet av det komplexa talet  $(1+i)(3-i)$ .
7. Förenkla så långt som möjligt uttrycket

$$\frac{a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{3}{2}}}{\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^{-1}}.$$

8. Beräkna

$$\sum_{k=2}^4 k^2.$$

### Del B, 2-5 poäng per uppgift (fullständiga lösningar krävs)

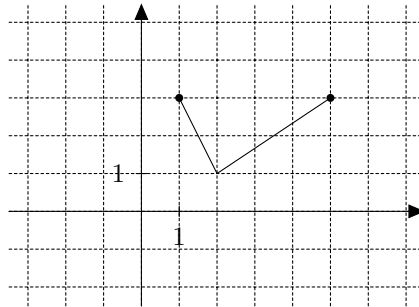
9. (2 poäng) Lös ekvationen

$$\sin 3x = -\frac{1}{2}.$$

10. (2 poäng) Bestäm mittpunkt och radie till den cirkel som ges av ekvationen

$$x^2 + y^2 - 6x + 2y + 7 = 0.$$

11. (2 poäng) Figuren nedan illustrerar kurvan  $y = f(x)$ .



Skissa kurvorna  $y = f(x+1)$  och  $y = f(-x)$  i ett graderat koordinatsystem.

12. (2 poäng) Bevisa den trigonometriska identiteten

$$\frac{1}{\cos^2 x} = \tan^2 x + 1.$$

13. (3 poäng) Lös ekvationen

$$\lg x + \lg(x - 3) = 1.$$

14. (3 poäng) Bestäm koefficienten framför  $x^{30}$  i utvecklingen av  $(2 - x^2)^{70}$ .

15. (4 poäng) Finn de punkter, där parabeln  $y = 1 - x^2$  skär cirkeln

$$x^2 + y^2 = 3.$$

16. (4 poäng) Nio personer bor i ett hus, varav tre män och sex kvinnor.

- (a) På hur många sätt kan en hyresgästförening med fyra medlemmar väljas bland dessa?
- (b) Hur många föreningar kan bildas, om den skall bestå av två män och två kvinnor?

Svaren skall räknas ut explicit och motiveras.

17. (5 poäng) Betrakta den algebraiska ekvationen

$$x^4 = 2x^3 + 2x + 1.$$

- (a) Visa, att talet  $i$  är en rot.
- (b) Lös ekvationen fullständigt.

18. (5 poäng) Låt  $n$  vara ett positivt heltal, och definiera

$$T_n = 1 + 4 + 7 + 10 + \cdots + (3n - 5) + (3n - 2).$$

- (a) Skriv uttrycket för  $T_n$  med summanotation (summatecknet  $\sum$ ).
- (b) Bevisa med induktion att

$$T_n = \frac{1}{2}n(3n - 1).$$