UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Ketil Tveiten

Prov i matematik
Linjär algebra och geometri I - 1MA025
2016-03-14

Skrivtid: 08.00 – 13.00. Tillåtna hjälpmedel: Skrivdon.
Tentamen består av **8 frågor** *om* **5 poäng** *för totalt* **40 poäng**. *De preliminära betygsgränserna är som följer: 18 till 24 poäng ger betyget 3, 25 till 31 poäng ger betyget 4, 32 till 40 poäng ger betyget 5.*

1. (5 p) Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + 3x_5 = 0 \\ x_2 + 2x_4 = 3 \end{cases}.$$

2. (5 p) Finn alla matriser X som uppfyller ekvationen

$$AX^{-1} - AB = AC^T,$$

där $A = \begin{pmatrix} 19 & 7 & 54 \\ 9 & 2 & -369 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ och $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

3. (5 p) Lös ekvationen för x:

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$$

4. (5 p) För vilka $a \in \mathbb{R}$ är matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ a & 0 & 1 \\ 1 & a & 0 \end{pmatrix}$$

inverterbar? Hitta inversen A^{-1} för dom a där inversen finns.

5. Låt $v_1 = (1,2,3,4), v_2 = (0,1,0,1)$ och $v_3 = (1,1,2,2)$ vara vektorer i $\mathbb{R}^4$.

(a) Är vektorerna linjärt oberoende? (2 p)

(b) Ligger vektoren $u = (1,-1,5,3)$ i $span\{v_1, v_2, v_3\}$? (3 p)

6. (5 p) Beräkna minsta avståndet mellan punkten $P = (1, 1, 2)$ och linjen

$$l : (4, 0, 2) + t(1, 0, -1).$$

7. (5 p) Matrisen

$$M = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 5 & -2 & -1 \\ -2 & 2 & -2 \\ -1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

representerar linjäravbildningen givet av ortogonal projektion på ett plan genom origo. Bestäm ekvationen till detta plan.

8. (5 p) Punkterna $P_1 = (1, 2, -3)$, $P_2 = (3, -2, 2)$ och $P_3 = (1, 0, -1)$ i $\mathbb{R}^3$ bildar en triangel. Bestäm arean på denna triangel.

LYCKA TILL!!