UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Robert Algervik

Baskurs i matematik
Tentamen
2014-10-24

Skrivtid: 14–19. Miniräknare är inte tillåten. På del A krävs endast svar, men på del B och del C krävs fullständiga lösningar. Maxpoäng är 40, och betygsgränserna för betygen 3, 4 och 5 är 18, 25 respektive 32 poäng.

Del A, 1 poäng per uppgift (endast svar krävs)

1. Förenkla
$$\ln(x^2-1) - 2\ln\sqrt{x+1}.$$

2. Förenkla
$$\frac{(x^2)^3}{x^{-3}\sqrt{x}}.$$

3. Förenkla
$$\frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4}.$$

4. Beräkna $\sin\left(\frac{31\pi}{6}\right)$.

5. Lös olikheten $|x-3| > 2$.

6. Låt $z = 2-3i$ och $w = 1+i$. Beräkna $\mathrm{Re}\left(\frac{z}{w}\right)$.

7. Beräkna summan
$$\sum_{k=1}^{5}(2k-5).$$

8. Lös ekvationen
$$3^x = 2.$$

Fler uppgifter på nästa sida!

Del B, 2 poäng per uppgift
(fullständiga lösningar krävs)

9. Lös ekvationen
$$\log_2(x+6) = 3 - \log_2(x-1).$$

10. Ekvationen $x^3 - 2x^2 - 5x + 10 = 0$ har roten $x = 2$. Lös ekvationen fullständigt.

11. Skissa följande ellips och ange dess mittpunkt samt axlarnas längder
$$4x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0.$$

12. Illustrera i komplexa planet mängden av alla z som uppfyller
$$2\,\mathrm{Im}(z) + \mathrm{Re}(z) = 2.$$

13. Finn det minsta positiva heltalet n sådant att $(1 - i\sqrt{3})^n$ är ett reellt tal.

14. Låt A vara en mängd som har 10 delmängder med 2 element. Hur många element har A?

Del C, 5 poäng per uppgift
(fullständiga lösningar krävs)

15. Lös ekvationen $\cos(2x) + \sin(3x) = 0$.

16. Bestäm den konstanta termen i utvecklingen av
$$x^4 \cdot \left(\frac{2}{x} - 3x^2\right)^{10}.$$

17. Lös ekvationen $z^4 = 16i$. Illustrera rötternas lägen i komplexa planet.

18. Visa med induktion att
$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Lycka till!