

UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Robert Algervik

Baskurs i matematik
Tentamen
2013-03-13

Skrivtid: 8-13. Miniräknare är inte tillåten. På del A krävs endast svar, men på del B och del C krävs fullständiga lösningar. Som mest kan tentan ge 40 poäng. Betygsgränserna för betygen 3, 4 och 5 är 18, 25 respektive 32 poäng.

Del A, 1 poäng per uppgift (endast svar krävs)

1. Förenkla

$$\frac{1 - 4x^2}{2x - 1}.$$

2. Beräkna $\sin(-11\pi/3)$.

3. Låt $z = 4 + 8i$ och $w = \sqrt{3} + i$. Beräkna $\bar{z}/|w|$.

4. Finn alla reella lösningar till $|7 - 3x| = 5$.

5. Beräkna $\tan^2 x$ givet att $\cos x = 2/3$.

6. Beräkna $\log_4 8$.

7. Lös ekvationen $3^x = 2^{x+1}$.

8. Ge exempel på två heltal n och k sådana att

$$\binom{n}{k} = 20.$$

Fler uppgifter på nästa sida!

Del B, 2 poäng per uppgift
(fullständiga lösningar krävs)

9. Lös olikheten

$$\frac{3x-2}{x+1} < 1.$$

10. Vad blir kvoten och resten vid division av $3x^3 + 2x - 5$ med $x - 2$?
11. Hur många av delmängderna till $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ har 3 element samt egenskapen att antingen både 1 och 2 är med eller att varken 1 eller 2 är med?
12. Illustrera i komplexa talplanet alla tal z som samtidigt uppfyller både att $|z - i| < 1$ och att $|z + 1 + i| > 2$.
13. Ange medelpunkt och radie till cirkeln $x^2 - 2x + y^2 + 6y + 1 = 0$.
14. Lös ekvationen $\log_2(x + 1) + \log_2(x - 2) = 2$.

Del C, 5 poäng per uppgift
(fullständiga lösningar krävs)

15. Ange förstgradstermen i uttrycket

$$\left(2x - \frac{3}{x}\right)^{15}.$$

16. Lös ekvationen $z^3 = \sqrt{3} - i$.
17. Lös ekvationen $\sin 4x - \cos 2x = 0$.
18. Bevisa med induktion

$$\sum_{k=0}^n \left(\frac{4}{5}\right)^k = 5 - \frac{4^{n+1}}{5^n},$$

för alla heltal $n \geq 0$.

Lycka till!