UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Richard Miles, Erik Östergren

Prov i matematik
Baskurs i matematik 5hp
2016-01-16

Skrivtid: 9-14. Miniräknare är inte tillåten. På del A krävs endast svar, men på del B och del C krävs fullständiga lösningar. Som mest kan tentan ge 40 poäng. Betygsgränserna för betygen 3, 4 och 5 är 18, 25 respektive 32 poäng.

Del A, 1 poäng per uppgift (endast svar krävs)

1. Beräkna
$$\sin\left(\frac{8\pi}{3}\right)$$

2. Förenkla
$$\frac{4a^2-b^2}{b^2-2ab}$$

3. Lös olikheten
$$|4-3x|>3$$

4. Bestäm värdet på det reella talet a så att
$$\frac{a-3i}{2+i}$$
blir reellt.

5. Beräkna
$$\sum_{k=1}^{50}(2k+1)$$

6. Beräkna
$$27^{-4/3}$$

7. Beräkna
$$\log_5(0,04)$$

8. Bestäm värdet på $k, k \neq 0$, så att ekvationen
$$2kx^2-4kx+1=0$$
har en dubbelrot.

[Fler uppgifter på nästa sida...]

Del B, 2 poäng per uppgift (fullständiga lösningar krävs)

9. Bestäm radie och medelpunkt i cirkeln som ges av

$$x^2 - 4x + 3 + y^2 - 7y = 0.$$

10. Bestäm den konstanta termen i utvecklingen av

$$\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^{12}$$

11. Sex personer, A, B, C, D, E och F, ska sitta vid ett runt bord. På hur många sätt kan detta ske om B och C inte får sitta bredvid varandra?

12. Lös ekvationen

$$\sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

fullständigt.

13. Illustrera i det komplexa planet mängden av alla z som uppfyller

$$|z - 3 + i| \geqslant 2 \text{ och } \mathrm{Im}(z) > 0$$

14. Beräkna $\arg(\frac{z}{w})$ om $z = 2\sqrt{3} - 2i$ och $w = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

Del C, 5 poäng per uppgift (fullständiga lösningar krävs)

15. Lös ekvationen

$$\log_3 x + \log_x \frac{1}{27} = 2$$

16. $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 6 = 0$ har en lösning $x = i$. Bestäm de övriga lösningarna.

17. Lös ekvationen $z^3 = -2 + 2i$ och illustrera rötternas läge i det komplexa talplanet.

18. Visa med induktion att för alla positiva heltal n gäller

$$\sum_{k=1}^{n} k \cdot k! = (n+1)! - 1$$