

UPPSALA UNIVERSITET  
Matematiska institutionen  
Martin Herschend,  
Thomas Kragh

Dugga i matematik  
gylärarna1, STS1, X1,  
KandKe1, K1, W1

LINJÄR ALGEBRA  
och GEOMETRI I  
2013–11–21

*Skrivtid: 8.00 – 10.00. Tillåtna hjälpmedel: Skrivdon. Lösningarna skall vara försedda med motiveringar. Varje korrekt löst uppgift ger högst 5 poäng. För godkänt krävs minst 12 poäng.*

1. Lös det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = -5 \\ -x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 9 \\ 3x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 6x_4 = 7 \\ 2x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 3x_4 = c \end{cases}$$

för alla värden på  $c \in \mathbb{R}$ .

2. För vilka värden på den reella konstanten  $a$  är matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & -a \\ 2 & a & 1 \end{pmatrix}$$

inverterbar? Bestäm  $A^{-1}$  för dessa värden på  $a$ .

3. Låt

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Finn alla matriser  $X$  som uppfyller ekvationen

$$AX - AB = C.$$

4. Lös ekvationen

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 2 & 1 \\ 1 & x & 1 & 2 \\ 2 & 1 & x & 1 \\ 1 & 2 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$$

**LYCKA TILL!**

**Svar till duggan i  
LINJÄR ALGEBRA  
och GEOMETRI I 2013–11–21**

**1.** Lösning:

- När  $c \neq 3$  finns där inga lösningar.
- När  $c = 3$  är alla lösningar:  $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1 - 10t, -1 + 3t, t, 2), \quad t \in \mathbb{R}.$

**2.**  $A$  är inverterbar om  $a \neq \pm 1$  och inversen är då

$$A^{-1} = \frac{1}{1 - a^2} \begin{pmatrix} a^2 + 1 & -a & -a^2 \\ -2a & 1 & a \\ -2 & a & 1 \end{pmatrix}$$

**3.**  $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

**4.**  $x = -4, 0, 2.$