

Skrivtid: 08:00–10:00. Inga hjälpmedel förutom skrivdon. Lösningarna skall vara försedda med motiveringar. Varje uppgift ger maximalt 5 poäng. För godkänt krävs 12 poäng.

1. Bestäm för vilka värden på konstanterna a och b som det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + ax_2 - x_3 = 1 \\ x_2 + x_3 = b \end{cases}$$

har

- (a) en unik lösning,
- (b) oändligt många lösningar,
- (c) ingen lösning (är inkonsistent),

samt lös ekvationssystemet i det fallet där vi har oändligt många lösningar.

2. Finn alla matriser X som uppfyller ekvationen

$$BXB = I_3 + B, \quad \text{där} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

och I_3 är identitetsmatrisen av ordning 3.

3. För vilka värden på a är matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 0 \\ 1 & 0 & 1+a \end{pmatrix}$$

inverterbar? Beräkna inversen A^{-1} för dessa värden på a .

4. Beräkna determinanten

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$