UPPSALA UNIVERSITET

Tentamen i envariabelanalys 1MA013

Matematiska institutionen

Datum: 2018-01-02 Skrivtid: 8:00-13:00

Examinator: Wulf Staubach

Antal uppgifter: Uppgifter 2-9 är värda 5 poäng var. Lösningarna skall vara försedda med tydliga och kortfattade förklaringar. Inga räknedosor eller andra hjälpmedel är tillåtna.

- 1. Om du påbörjade kursen under hösten 2017, så skall du ange antalet erhållna kryss från redovisningsuppgifterna. I annat fall, var god och ange om du blivit godkänd på redovisningsdelen av kursen vid ett tidigare tillfälle eller genom komplettering eller annan överrenskommelse med den kursansvarige. Glöm inte att besvara frågan, annars får du problem med registreringen av ditt betyg!
- 2. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x\to 0} \frac{e^{-2x^2}-\cos(2x)}{x\sin x-x^2}$.
- 3. Rita grafen till funktionen $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$. Var noga med att ange eventuella lokala extrempunkter och asymptoter.
- 4. Bestäm volymen av den kropp som alstras genom att rotera grafen av funktionen f(x) = $\ln x$, $0 \le x \le 1$, runt y-axeln.
- 5. Bestäm konvergensen eller divergensen av följande generaliserade integraler:

(a)
$$\int_1^\infty \frac{x^2 + x}{x^3 + \sin x} \, dx$$

(b)
$$\int_0^\infty \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \, dx$$

- 6. Lös differentialekvationen $y' + \frac{x}{1+x^2}y = x$, med begynnelsevillkoret y(0) = 0.
- 7. Bestäm den allmänna lösningen till ekvationen $y'' + 9y = \sin 3x$.
- 8. För vilka värden på variabeln x, konvergerar eller divergerar potensserien $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k2^k x^k}{3^k}$.
- 9. Bestäm konvergensen eller divergensen av följande serier:

(a)
$$\sum_{k=1}^{\infty} 2k \sin \frac{1}{k}$$

(a)
$$\sum_{k=1}^{\infty} 2k \sin \frac{1}{k}$$

(b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{1+\sqrt{k}}$