

Skrivtid: 14–16. Miniräknare är ej tillåtna.

Maximalt utdelas 20 poäng. Minst 12 poäng på duggan ger 5 bonuspoäng på ordinarie tentamen. Skriv dina lösningar så att de blir lätta att följa och redovisa tydligt hur resonerat.

1. (3 poäng) Beräkna det komplexa talet

$$\frac{(2-i)(3+i)}{1-i}.$$

2. (3 poäng) Förenkla så långt som möjligt uttrycket

$$\frac{\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}}{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}}.$$

3. (2 poäng) På hur många sätt kan man kombinera ihop en glassbägare med tre kulor av *olika* smak, om man har att välja mellan åtta olika sorters glass? (Kulornas ordning i bägaren saknar betydelse.) Svaret skall räknas ut explicit.

4. (2 poäng) Finn alla komplexa tal x , som löser ekvationen

$$x^3 = x.$$

5. (3 poäng) Sök de reella tal x , som uppfyller ekvationen

$$\left| x - \frac{1}{2} \right| = 3x - \frac{1}{2}.$$

6. (3 poäng) Finn de reella tal x , som uppfyller olikheten

$$\frac{1}{x+1} > \frac{x}{x-1}.$$

7. (2 poäng) Låt n beteckna ett naturligt tal. Beräkna summan

$$\sum_{k=n}^{2n} (2^k - k).$$

8. (2 poäng) Låt a vara ett positivt heltal. Visa, att kvadraten på talet

$$\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}$$

är rationell.