

Dugga – Linjär Algebra och Geometri 1

Skrivtid: 10:00-12:00. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Varje korrekt löst uppgift ger högst 5 poäng. För godkänt krävs minst 12 poäng

1. Bestäm lösningarna till ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 &= -1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 1 \\ bx_2 + x_3 &= 1 \end{cases}$$

för alla värden på $b \in \mathbb{R}$ där lösningar existerar.

2. Låt

$$A = \begin{pmatrix} -a & 0 & a \\ -a & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

där $a \in \mathbb{R}$. Bestäm inversen A^{-1} för de värden på a som A är inverterbar.

3. Finn alla matriser X som löser ekvationen

$$B - XA = 2XC,$$

där

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & 3 \\ -1 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

4. Lös ekvationen

$$\begin{vmatrix} 1 & x & -1 & x \\ x & -1 & x & -1 \\ 1 & -1 & x & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$