Prov i matematik Baskurs i matematik 5hp 2015-03-12

Skrivtid: 8-13. Miniräknare är inte tillåten. På del A krävs endast svar, men på del B och del C krävs fullständiga lösningar. Som mest kan tentan ge 40 poäng. Betygsgränserna för betygen 3, 4 och 5 är 18, 25 respektive 32 poäng.

Del A, 1 poäng per uppgift (endast svar krävs)

1. Förenkla

$$\frac{1-9x^2}{2+6x}$$

2. Beräkna

$$\cos\left(\frac{7\pi}{3}\right)$$

3. Lös olikheten $|x - \frac{1}{2}| < 3$.

4. Beräkna

$$\frac{14+5i}{3+2i}$$

5. Beräkna

$$\sum_{k=2}^{5} \frac{k}{2^k}$$

6. Beräkna

$$\log_2 88 - 2\log_2 \sqrt{11}$$

- 7. Ge exempel på 2 heltal n och k som uppfyller $\binom{n}{k} = 15$.
- 8. Beräkna

$$\left(\frac{27}{8}\right)^{-2/3}$$

Del B, 2 poäng per uppgift (fullständiga lösningar krävs)

9. Lös följande ekvationen

$$\sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

10. Visa mängden av alla komplexa tal z som uppfyller

$$|z-i| \leq 2 \text{ och } |z+1+i| \leq 1$$

i komplexa talplanet.

11. Lös ekvationen |x + 6| - 3|x| = 1.

[Fler uppgifter på nästa sida...]

- 12. Vad blir kvoten om polynomet $x^3 10x^2 + 29x 20$ delas med x 4?
- 13. Lös ekvationen

$$\log_2(x-1) + \log_2(x+6) = 3$$

14. Bestäm koefficienten av x^{12} i utvecklingen av

$$(x^2+3)^7$$

Del C, 5 poäng per uppgift (fullständiga lösningar krävs)

15. Lös ekvationen

$$z^3 = 4\sqrt{3} + 4i$$

fullständigt och illustrera rötternas läge i komplexa planet.

16. Bestäm skärningspunkterna mellan ellipsen

$$16x^2 + y^2 - 4y - 12 = 0$$

och linjen y = x - 2. Illustrera med figur.

17. Visa med induktion att för alla positiva heltal n gäller

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{k+1}{2} = \frac{n(n+3)}{4}.$$

18. Ekvationen $z^4 + 2z^3 + 2z^2 + 8z - 8 = 0$ har en lösning z = 2i. Bestäm de övriga lösningarna.