

Dugga – Linjär Algebra och Geometri 1

Skrivtid: 08:00-10:00. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Varje korrekt löst uppgift ger högst 5 poäng. För godkänt krävs minst 12 poäng

1. Bestäm lösningarna till ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 & - x_2 & = & 1 \\ x_1 + (b-1)x_2 & + x_3 & = & -2 \\ & 2bx_2 + bx_3 & = & 0 \end{cases}$$

för alla värden på $b \in \mathbb{R}$ där lösningar existerar.

2. Låt

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ a & -2a & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

där $a \in \mathbb{R}$. Bestäm inversen A^{-1} för de värden på a som A är inverterbar.

3. Finn alla matriser X som löser ekvationen

$$2X = C - XB,$$

där

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Lös ekvationen

$$\begin{vmatrix} x & -1 & -1 & 1 \\ 1 & x & -1 & -1 \\ -1 & -1 & x & 1 \\ -1 & -1 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$$