

UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
W. Staubach
2012-05-24

Tentamen i matematik
Matkand, Fyskand, GymL, F
Flervariabelanalys 10 hp

Skrivtid: 08.00–13.00. Varje uppgift är värd högst 5 poäng. Lösningarna skall vara försedda med kortfattade förklaringar. Inga räknedosor eller formelsamlingar är tillåtna.

Problem 1 löses endast om studenten erhöill mindre än 12 poäng på duggan i flervariabelanalys vårterminen 2012, eller ej skrivit duggan vid detta tillfälle.

1. Avgör om gränsvärdet $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^2+y^2}{x^2+y^2}$ existerar och i så fall beräkna detta värde.

Problem 2-8 löses av alla.

2. Lös den partiella differentialekvationen $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} - 2xy = 0$ i området $x > 0, y > 0$, genom variabelbytet $u = xy, v = \frac{x}{y}$ för $x, y > 0$.
3. Låt $f(s, t) = 2s^2 - 4s + t^2 + 2t$ vara definierad på området $2s^2 + t^2 \leq 12$. Antar $f(s, t)$ största och/eller minsta värde på detta område? Bestäm i så fall dessa värden.
4. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D \frac{x}{1+y^2} dx dy$, där området D ges av $x^2 \leq y \leq 1, x \geq 0$.
5. Beräkna $\iiint_{\Omega} z \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, där $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$.
6. Beräkna kurvintegralen $\int_{\gamma} xy^2 dx - yx^2 dy$ då γ är cirkeln $x^2 + y^2 = 1$ genomlöst ett varv medurs.
7. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{F} = 3xz^2\mathbf{i} - x\mathbf{j} - y\mathbf{k}$, ut ur ytan S som är den del av cylindern $y^2 + z^2 = 1$ som ligger i den första oktanten (dvs $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$) och dessutom begränsas av planen $x = 0$ och $x = 1$.
8. Beräkna $\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, där $\mathbf{F} = (z - x)^2\mathbf{i} + (z + y)^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$ och γ är skärningskurvan mellan cylindern $x^2 + y^2 = 1$ och planet $2x + y + z = 2$, orienterad moturs sedd uppifrån.