UPPSALA UNIVERSITET Matematiska institutionen Richard Miles

Prov i matematik Baskurs i matematik 5hp 2015-06-08

Skrivtid: 8-13. Miniräknare är inte tillåten. På del A krävs endast svar, men på del B och del C krävs fullständiga lösningar. Som mest kan tentan ge 40 poäng. Betygsgränserna för betygen 3, 4 och 5 är 18, 25 respektive 32 poäng.

Del A, 1 poäng per uppgift (endast svar krävs)

- 1. Lös olikheten |x+8| > 3.
- 2. Beräkna

$$\frac{9-8i}{5+2i}$$

- 3. Beräkna $\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$.
- 4. Bestäm vertex för parabeln $y = x^2 8x + 5$.
- 5. Förenkla

$$\frac{2}{2x+3} + \frac{9-2x}{4x^2-9}$$

6. Skriv med hjälp av summatecknet Σ

$$\frac{2}{3} + \frac{2^2}{4} + \frac{2^3}{5} + \frac{2^4}{6} + \dots + \frac{2^9}{11}$$

7. Lös ekvationen

$$3^{4x} \cdot 9^x = 81$$

8. Förenkla

$$\log 20x^5 - 2\log 2x^2$$

Del B, 2 poäng per uppgift (fullständiga lösningar krävs)

9. Ekvationen

$$x^2 - 2x + y^2 + 10y + 22 = 0$$

motsvarar en cirkel i planet. Bestäm cirkelns medelpunkt och radie.

- 10. Låt A vara en mängd som har 28 delmängder bestående av 6 element. Hur många element har mängden A?
- 11. Lös följande ekvation

$$\sin(3x - \pi) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

[Fler uppgifter på nästa sida...]

12. Lös ekvationen

$$z^2 = 1 + i$$

fullständigt.

- 13. Beräkna $(\sqrt{3}-i)^{12}$ och ge svaret som ett reellt tal.
- 14. Lös ekvationen

$$\log_2(x-1) + \log_2(x+5) = 4$$

Del C, 5 poäng per uppgift (fullständiga lösningar krävs)

- 15. Ekvationen $2x^4 + 5x^3 + 47x^2 + 125x 75 = 0$ har en lösning x = 5i. Bestäm de övriga lösningarna.
- 16. Visa med induktion att för alla positiva heltal n gäller

$$\sum_{k=1}^{n} (3^k - 4) = \frac{3^{n+1} - 8n - 3}{2}$$

17. Bestäm konstanttermen i utvecklingen av

$$\left(\frac{3}{x^2} + \frac{x^3}{2}\right)^{10}$$

18. Visa mängden S av alla komplexa tal z som uppfyller

$$|z+1-3i| \leq 2$$
 och $\operatorname{Re}(z) \leq -2$

i komplexa talplanet och bestäm |z| och $\arg(z)$ för $z \in S$ som uppfyller $\mathrm{Re}(z) = -3$.