## UPPSALA UNIVERSITET

Tentamen i envariabelanalys 1MA013

Matematiska institutionen Wulf Staubach 2017-06-02

Varje uppgift är värd högst 5 poäng. Lösningarna skall vara försedda med kortfattade förklaringar. Använd det bifogade formelbladet vid behov. Inga räknedosor är tillåtna.

VIKTIGT! Om du påbörjade kursen under våren 2017, så skall du ange antal erhållna kryss från redovisningsuppgifterna. I alla andra fall, var god och ange om du blivit godkänd på redovisningsdelen av kursen vid ett tidigare tillfäälle eller genom komplettering eller annan överrenskommelse med den kursansvarige.

- 1. Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x\to 0} \frac{x\cos x \sin x}{x \sin x}$ .
- 2. Bestäm det största och det minsta värdet (dvs absoluta max och absoluta min) av funktionen  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 12x + 4$  på intervallet [0, 2]. Observera att du skall ange extrempunkter samt de värden som funktionen antar i dessa punkter.
- 3. Rita grafen till funktionen  $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$ . Ange speciellt eventuella lokala extrempunkter och asymptoter.
- 4. Bestäm volymen av den kropp som alstras genom att rotera grafen av funktionen  $f(x) = 1 \cos x$ ,  $0 \le x \le 2\pi$ , runt x-axeln.
- 5. Bestäm konvergensen eller divergensen av följande generaliserade integraler
  - $\bullet \int_0^\infty \frac{1}{(1+x)\sqrt{x}} \, dx$
  - $\bullet \int_0^\infty x e^{-x^2} \, dx$
- 6. Lös differentialekvationen  $y' \frac{x}{1+x}y = 1, x > -1,$  med begynnelsevillkoret y(0) = 0.
- 7. Bestäm den allmänna lösningen till ekvationen  $y'' + 3y' + 2y = \sin x$ .
- 8. Bestäm konvergensen eller divergensen av följande serier
  - $\bullet \ \sum_{k=4}^{\infty} \frac{2^k}{3^k k^3}$
  - $\bullet \ \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k \ln k}$