UPPSALA UNIVERSITET

Tentamen i envariabelanalys 1MA013

Matematiska institutionen

Datum: 2017-03-17 Skrivtid: 14:00-19:00

Examinator: Wulf Staubach

Antal uppgifter: 8. Varje uppgift är värd högst 5 poäng. Lösningarna skall vara försedda med kortfattade förklaringar. Inga räknedosor är tillåtna.

Uppgift 0. Om du påbörjade kursen under hösten 2016, så skall du ange antalet erhållna kryss från redovisningsuppgifterna. I annat fall, var god och ange om du blivit godkänd på redovisningsdelen av kursen vid ett tidigare tillfälle eller genom komplettering eller annan överrenskommelse med den kursansvarige.

- 1. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x\to 0} \frac{e^x \sin x 1}{x \ln(1+x)}$.
- 2. Bestäm lokala extrempunkter till funktionen $f(x) = 3x^7 7x^3$ på intervallet $\left[\frac{-1}{2}, 2\right]$.
- 3. Rita grafen till funktionen $f(x) = \frac{x^2-3}{x+2}$. Var noga med att ange eventuella lokala extrempunkter och asymptoter.
- 4. Bestäm volymen av den kropp som alstras genom att rotera grafen av funktionen $f(x) = \sin x$, $0 \le x \le \pi$, runt y-axeln.
- 5. Bestäm konvergensen eller divergensen av följande generaliserade integraler:

(a)
$$\int_0^\infty x^{-2} e^{\frac{-1}{x}} dx$$

(b)
$$\int_0^\infty \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \, dx$$

- 6. Lös differentialekvationen $xy'+y=4x^3, x>0$, med begynnelsevillkoret y(1)=2.
- 7. Lös differentialekvationen $y'' 2y' + y = e^x$, med begynnelsevillkoren y(0) = 0, y(1) = e.
- 8. Bestäm konvergensen eller divergensen av följande serier:

(a)
$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(2\sin\frac{1}{k} - \sin\frac{2}{k} \right)$$

(b)
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k!)^2}{(2k)!}$$