

UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen

Seidon Alsaody
018-471 32 81
073-990 96 58

Prov i matematik
KandData, KandMat, IT
Lärare, Fristående
Algebra I
12/4-2012

*Skrivtid 5 timmar. Hjälpmedel: skrivdon. Provet består av 8 uppgifter, om vardera 5 poäng, totalt 40 poäng. För betyg 3, 4 och 5 krävs minst 18, 25 resp. 32 poäng. **Inga bonuspoäng räknas.** Skriv tydligt, **motivera väl** och påbörja varje uppgift på nytt blad. Lycka till!*

1. a) Vilken av symbolerna $\vee, \rightarrow, \leftarrow$ ska ersätta $*$ så att sanningsvärdestabellen blir korrekt?

P	Q	P * Q
S	S	S
S	F	S
F	S	F
F	F	S

- b) Vilken rest lämnar 2^{2012} vid division med 3?
c) Är mängden $\mathbb{R} \cap \mathbb{Z}$ uppräknelig? Motivera med 2–3 rader!

2. Finn den allmänna lösningen till den diofantiska ekvationen $94x + 42y = 6$.

3. Seidon tycker inte om analys. Han skriver provet i en analyskurs och får totalt 1 poäng första gången, och skriver om provet flera gånger. Han upptäcker ett mönster: för varje $n \geq 1$ gäller att på prov nummer $n + 1$ får han precis 2^n poäng mer än på prov nummer n .

- a) Skriv ned en rekursionsformel för Seidons resultat.
b) Räkna ut vad Seidon får på de 5 första försöken.
c) Gissa en sluten formel utifrån mönstret i b), och visa den med induktion. *Ledning: Mönstret i b) är ett välkänt mönster minus ett!*

4. Funktionen $f : \mathbb{N} \setminus \{0\} \rightarrow \{q \in \mathbb{Q} | 0 < q \leq 1\}$ ges av $f(n) = 1/n$. Avgör, med bevis eller motexempel, om funktionen är injektiv resp. surjektiv.

5. Relationen R på $\mathbb{Z} \setminus \{0\}$ ges av $mRn \iff (m|n \wedge n|m)$. Visa att R är en ekvivalensrelation.

6. Visa med motsägelsebevis att $\log_{10} 11$ inte är ett rationellt tal.

7. Polynomen $f(x) = 3x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 2x + 4$ och $g(x) = x^4 + 2x^3 + 7x^2 + 6x + 12$ har minst ett gemensamt nollställe. Finn samtliga nollställen till båda polynomen.

8. Ekvationen $4x^3 - 7x^2 + 10x + 3 = 0$ har en rot med realdel 1. Lös ekvationen fullständigt.