

UPPSALA UNIVERSITET  
Matematiska institutionen  
Robert Algervik

Baskurs i matematik  
Tentamen  
2013-06-11

Skrivtid: 8-13. Miniräknare är inte tillåten. På del A krävs endast svar, men på del B och del C krävs fullständiga lösningar. Maxpoäng är 40, och betygsgränserna för betygen 3, 4 och 5 är 18, 25 respektive 32 poäng.

### **Del A, 1 poäng per uppgift (endast svar krävs)**

1. Förenkla

$$\frac{a^2 - 4b^2}{2b^2 - ab}.$$

2. Beräkna  $\cos(2v)$  givet att  $\cos v = 2/\sqrt{5}$ .

3. Beräkna  $\sin(3\pi/4)$ .

4. Låt  $z = 2 + i$  och  $w = 3 - 2i$ . Beräkna  $\operatorname{Im}(z\bar{w})$ .

5. Beräkna  $\log_8 4$ .

6. Lös ekvationen  $5 = 2^x$ .

7. Lös olikheten

$$3 - 2x > 2.$$

8. Vilka reella tal  $x$  uppfyller  $|2x - 1| = 5$ .

Fler uppgifter på nästa sida!

**Del B, 2 poäng per uppgift  
(fullständiga lösningar krävs)**

9. Lös ekvationen

$$\sin(3x) = \sin(2x).$$

10. Var blir kvoten och resten vid division av  $p(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 1$  med  $x - 1$ ?

11. Selma har 7 tidningar och 5 böcker i sin bokhylla. När hon ska ut och resa väljer hon att ta med sig 2 av tidningarna och en av böckerna. På hur många sätt kan hon göra detta val?

12. Illustrera i komplexa talplanet alla tal  $z$  som uppfyller att

$$1 \leq |z - i| \leq 2.$$

13. Bestäm radie och medelpunkt i cirkeln

$$x^2 + 4x + y^2 - 2y + 1 = 0.$$

14. Lös ekvationen

$$\log_3(x - 5) + \log_3(x + 3) = 2.$$

**Del C, 5 poäng per uppgift  
(fullständiga lösningar krävs)**

15. Lös olikheten

$$\left| \frac{x - 1}{x + 2} \right| < 1.$$

16. Lös den binomiska ekvationen

$$z^3 = -8i.$$

Rita en figur där du illustrerar rötternas läge i komplexa talplanet.

17. Bestäm koefficienten framför  $x^7$  i utvecklingen av

$$\left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^{20}.$$

18. Bevisa med induktion att för alla naturliga tal  $n$  gäller

$$\sum_{k=0}^n \frac{2}{3^{k+1}} = 1 - \frac{1}{3^{n+1}}.$$

Lycka till!