UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
W. Staubach
2012-04-12

Tentamen i Flervariabelanalys 10p
K2, X2.
1MA016

Skrivtid: 08:00–13:00. Varje uppgift är värd högst 5 poäng. Lösningarna skall vara försedda med kortfattade förklaringar. Inga räknedosor eller formelsamlingar är tillåtna.

1. Avgör om gränsvärdet $\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{xy-1}{x-1}$ existerar och beräkna i så fall dess värde.

2. Lös differentialekvationen $\frac{\partial f}{\partial x} - 3\frac{\partial f}{\partial y} = 0$ genom att införa variablerna $u = 3x + y$ och $v = x$.

3. Sök största och minsta värdet av $f(x, y) = x + y + x^2 + y^2$ då $x^2 + y^2 \leq 1$.

4. Beräkna $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2 - 1}\, dx\, dy$ där $D = \{(x, y);\ x \geq 0,\ y \geq 0,\ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

5. Beräkna $\iiint_\Omega e^{x+y+z}\, dx\, dy\, dz$ där Ω är den pyramid som begränsas av koordinatplanen $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ samt planet $x + y + z = 1$.

6. Låt γ beteckna cirkeln $x^2 + y^2 = 1$ genomlöpt ett varv i positiv led, dvs moturs. Låt vidare $\mathbf{f}(x, y) = (-y^2 - y, yx^2)$. Beräkna linjeintegralen $\int_\gamma \mathbf{f}(x, y) \cdot d\mathbf{r}$.

7. Låt $\mathbf{S}$ vara sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, och låt vidare $\mathbf{F}(x, y, z) = (3x, 2y, -z)$. Beräkna flödet av $\mathbf{F}$ genom ytan $\mathbf{S}$.

8. Beräkna $\oint_\gamma \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ då $\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2 + z^2, 2x^2 + y^2, y^2)$ och γ är triangeln med hörn i punkterna $(1, 1, 1)$, $(1, 2, 0)$ och $(0, 1, 3)$. Punkterna genomlöps i nämnd ordning.

Lycka till!