

Tri rapide

Le programme C de la procédure 'partitionner'

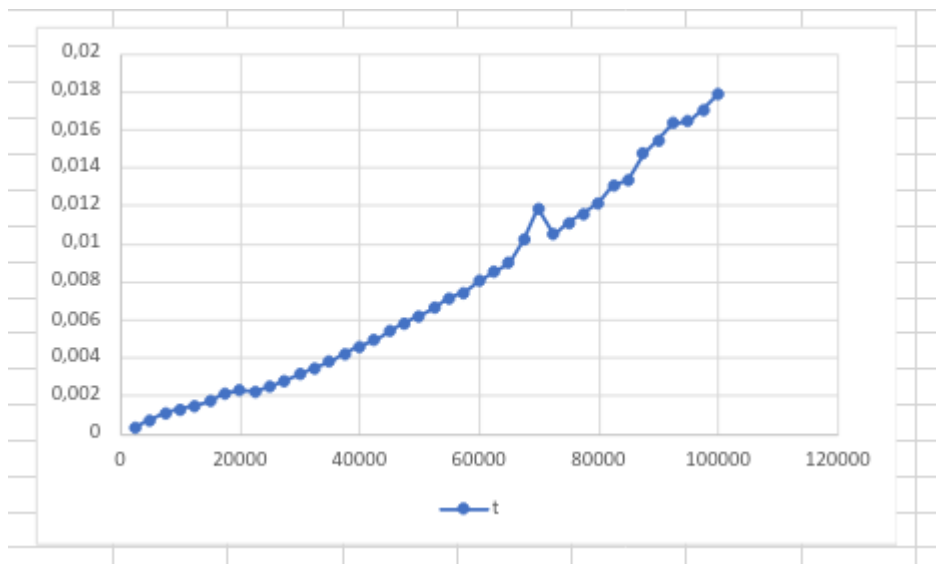
```
int partitionner(int* T, int d, int f){
    int x;
    int eltPivot = d;
    int i = d+1;
    int j = f;
    while (i <= j) {
        while (i <= f && T[i] <= T[eltPivot]) {
            i++;
        }
        while (j >= d && T[j] > T[eltPivot]) {
            j--;
        }
        if (i <= j) {
            x = T[j];
            T[j] = T[i];
            T[i] = x;
            j--;
            i++;
        }
    }
    x = T[j];
    T[j] = T[eltPivot];
    T[eltPivot] = x;
    return j;
}
```

Le programme C de la procédure 'triRapide'

```
void triRapide(int T[], int p, int r)
{
    int q;
    if (p < r) {
        q = partitionner(T, p, r);
        triRapide(T, p, q-1);
        triRapide(T, q+1, r);
    }
}
```

Le temps d'exécution dans le cas moyen

| n | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 | t |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 2500 | 0,00033 | 0,000314 | 0,000318 | 0,00031 | 0,000324 | 0,000319 |
| 5000 | 0,000634 | 0,000626 | 0,000633 | 0,000739 | 0,000732 | 0,000673 |
| 7500 | 0,001025 | 0,001192 | 0,001181 | 0,000967 | 0,000908 | 0,001055 |
| 10000 | 0,001245 | 0,001251 | 0,001234 | 0,001283 | 0,001202 | 0,001243 |
| 12500 | 0,001544 | 0,001494 | 0,001443 | 0,001388 | 0,001403 | 0,001454 |
| 15000 | 0,001695 | 0,001766 | 0,001698 | 0,001617 | 0,001645 | 0,001684 |
| 17500 | 0,001893 | 0,00235 | 0,00232 | 0,001987 | 0,001917 | 0,002093 |
| 20000 | 0,002151 | 0,002178 | 0,002513 | 0,002476 | 0,002032 | 0,00227 |
| 22500 | 0,002338 | 0,002212 | 0,002219 | 0,002118 | 0,002206 | 0,002219 |
| 25000 | 0,002443 | 0,002417 | 0,0024 | 0,002406 | 0,002435 | 0,00242 |
| 27500 | 0,002806 | 0,002752 | 0,002706 | 0,002699 | 0,002787 | 0,00275 |
| 30000 | 0,003147 | 0,003093 | 0,003053 | 0,003158 | 0,003101 | 0,00311 |
| 32500 | 0,00351 | 0,003374 | 0,003338 | 0,003519 | 0,003487 | 0,003446 |
| 35000 | 0,003714 | 0,003688 | 0,00386 | 0,003829 | 0,00373 | 0,003764 |
| 37500 | 0,004127 | 0,004283 | 0,004287 | 0,004142 | 0,004141 | 0,004196 |
| 40000 | 0,004629 | 0,004522 | 0,004468 | 0,00462 | 0,004553 | 0,004558 |
| 42500 | 0,004819 | 0,005025 | 0,00487 | 0,004826 | 0,004881 | 0,004884 |
| 45000 | 0,005396 | 0,005252 | 0,005449 | 0,005292 | 0,005423 | 0,005362 |
| 47500 | 0,005855 | 0,00568 | 0,005881 | 0,005842 | 0,005677 | 0,005787 |
| 50000 | 0,006301 | 0,006093 | 0,006139 | 0,006202 | 0,006098 | 0,006167 |
| 52500 | 0,006707 | 0,006497 | 0,006681 | 0,006527 | 0,006583 | 0,006599 |
| 55000 | 0,00741 | 0,007043 | 0,007062 | 0,00701 | 0,007064 | 0,007118 |
| 57500 | 0,007355 | 0,007444 | 0,007361 | 0,00746 | 0,007363 | 0,007397 |
| 60000 | 0,00799 | 0,008109 | 0,007959 | 0,008081 | 0,007936 | 0,008015 |
| 62500 | 0,008548 | 0,008366 | 0,008603 | 0,008317 | 0,008477 | 0,008462 |
| 65000 | 0,008961 | 0,008983 | 0,008978 | 0,008899 | 0,009009 | 0,008966 |
| 67500 | 0,009381 | 0,009437 | 0,009532 | 0,009419 | 0,013068 | 0,010167 |
| 70000 | 0,014629 | 0,014345 | 0,010335 | 0,009922 | 0,009893 | 0,011825 |
| 72500 | 0,010486 | 0,010404 | 0,010411 | 0,010509 | 0,010415 | 0,010445 |
| 75000 | 0,010971 | 0,011154 | 0,011144 | 0,01097 | 0,011042 | 0,011056 |
| 77500 | 0,011615 | 0,011644 | 0,011465 | 0,011481 | 0,011613 | 0,011564 |
| 80000 | 0,012175 | 0,012143 | 0,01204 | 0,012105 | 0,012203 | 0,012133 |
| 82500 | 0,012792 | 0,013061 | 0,013992 | 0,012699 | 0,012738 | 0,013056 |
| 85000 | 0,013347 | 0,013315 | 0,013296 | 0,013262 | 0,013253 | 0,013295 |
| 87500 | 0,014921 | 0,014907 | 0,014701 | 0,014518 | 0,014371 | 0,014684 |
| 90000 | 0,015276 | 0,015583 | 0,015365 | 0,015233 | 0,01557 | 0,015405 |
| 92500 | 0,016312 | 0,016277 | 0,016318 | 0,016268 | 0,016269 | 0,016289 |
| 95000 | 0,017428 | 0,016015 | 0,016182 | 0,016153 | 0,016196 | 0,016395 |
| 97500 | 0,016829 | 0,017238 | 0,017013 | 0,017173 | 0,01691 | 0,017033 |
| 100000 | 0,017713 | 0,017864 | 0,017519 | 0,017622 | 0,018447 | 0,017833 |



Equation de récurrence

Equation de récurrence:

$$\begin{aligned}T(n) &= 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n \quad \text{avec } T(1) = 1 \\&= 4T\left(\frac{n}{4}\right) + 2\frac{n}{2} + n \\&\vdots \\&= 2^k T\left(\frac{n}{2^k}\right) + kn \\&\text{on pose } n = 2^k \\&\Rightarrow T(n) = 2^k + k2^k \\&T(n) = O(n \log n)\end{aligned}$$

Conclusion

Le tri rapide est un algorithme de tri par comparaison, il utilise le principe de diviser pour régner, on sélectionne un élément du tableau qu'on appelle le pivot, et on reconstruit le tableau en deux sous-tableaux de façon qu'un des tableaux contient tous les éléments inférieurs au pivot et l'autre contient tous les éléments supérieurs au pivot, on répète ce processus jusqu'à ce que tous les éléments du tableau soient triés.

La complexité temporelle dans le cas moyen est de $O(n \log n)$.

La complexité temporelle dans le pire cas est de $O(n^2)$, Cela arrive lorsque les éléments du tableau sont triés (ou triés dans le sens inverse) et qu'on choisit le premier ou le dernier élément comme pivot

Tri par tas

Le programme C de la procédure 'creer_tas'

```
void creer_tas(int T[], int n, int i)
{
    int p = i;
    int gauche = 2 * i + 1; // fils gauche
    int droite = 2 * i + 2; // fils droit
    int x;

    if (gauche < n && T[gauche] < T[p])
    {
        p = gauche;
    }

    if (droite < n && T[droite] < T[p])
    {
        p = droite;
    }

    if (p != i) {
        x = T[i];
        T[i] = T[p];
        T[p] = x;
        creer_tas(T, n, p);
    }
}
```

Le programme C de la procédure 'tri_tas'

```

void tri_tas(int T[], int n)
{
    int x;
    int i;
    i = (n/2) - 1;
    while(i >= 0)
    {
        creer_tas(T, n, i);
        i--;
    }
    i = n-1;
    while(i >= 0)
    {
        supprimer_min(T, i);
        creer_tas(T, i, 0);
        i--;
    }

    //inverser les éléments du tableau
    for(i=0; i < n/2; i++)
    {
        x = T[i];
        T[i] = T[n-i-1];
        T[n-i-1] = x;
    }
}

```

Le programme C de la procédure ‘supprimer_min’

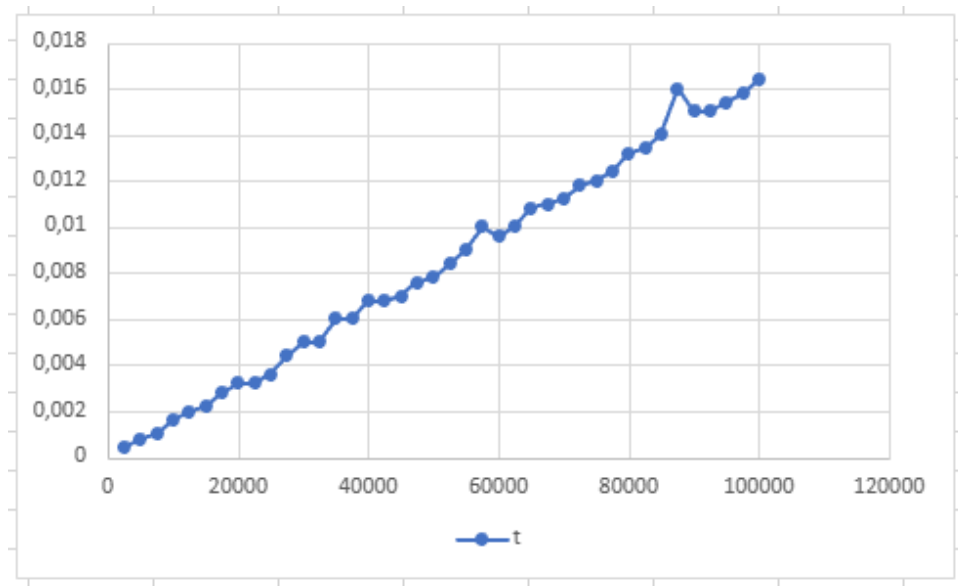
```

void supprimer_min(int T[], int a)
{
    int x;
    x = T[a];
    T[a] = T[0];
    T[0] = x;
}

```

Le temps d'exécution dans le cas moyen

| n | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 | t |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 2500 | 0 | 0,001 | 0 | 0,001 | 0 | 0,0004 |
| 5000 | 0,001 | 0,001 | 0 | 0,001 | 0,001 | 0,0008 |
| 7500 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 |
| 10000 | 0,002 | 0,002 | 0,001 | 0,002 | 0,001 | 0,0016 |
| 12500 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 |
| 15000 | 0,002 | 0,003 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,0022 |
| 17500 | 0,002 | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,0028 |
| 20000 | 0,004 | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,0032 |
| 22500 | 0,003 | 0,004 | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,0032 |
| 25000 | 0,004 | 0,003 | 0,003 | 0,004 | 0,004 | 0,0036 |
| 27500 | 0,004 | 0,005 | 0,004 | 0,004 | 0,005 | 0,0044 |
| 30000 | 0,005 | 0,005 | 0,005 | 0,005 | 0,005 | 0,005 |
| 32500 | 0,005 | 0,005 | 0,005 | 0,005 | 0,005 | 0,005 |
| 35000 | 0,006 | 0,006 | 0,006 | 0,006 | 0,006 | 0,006 |
| 37500 | 0,006 | 0,006 | 0,006 | 0,006 | 0,006 | 0,006 |
| 40000 | 0,007 | 0,007 | 0,007 | 0,007 | 0,006 | 0,0068 |
| 42500 | 0,007 | 0,007 | 0,006 | 0,007 | 0,007 | 0,0068 |
| 45000 | 0,007 | 0,007 | 0,007 | 0,007 | 0,007 | 0,007 |
| 47500 | 0,008 | 0,007 | 0,007 | 0,008 | 0,008 | 0,0076 |
| 50000 | 0,008 | 0,008 | 0,008 | 0,008 | 0,007 | 0,0078 |
| 52500 | 0,008 | 0,008 | 0,009 | 0,009 | 0,008 | 0,0084 |
| 55000 | 0,009 | 0,009 | 0,009 | 0,009 | 0,009 | 0,009 |
| 57500 | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 |
| 60000 | 0,01 | 0,009 | 0,01 | 0,009 | 0,01 | 0,0096 |
| 62500 | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 |
| 65000 | 0,011 | 0,011 | 0,011 | 0,01 | 0,011 | 0,0108 |
| 67500 | 0,011 | 0,011 | 0,011 | 0,011 | 0,011 | 0,011 |
| 70000 | 0,011 | 0,011 | 0,012 | 0,011 | 0,011 | 0,0112 |
| 72500 | 0,012 | 0,011 | 0,012 | 0,012 | 0,012 | 0,0118 |
| 75000 | 0,012 | 0,012 | 0,012 | 0,012 | 0,012 | 0,012 |
| 77500 | 0,013 | 0,012 | 0,012 | 0,012 | 0,013 | 0,0124 |
| 80000 | 0,013 | 0,013 | 0,013 | 0,013 | 0,014 | 0,0132 |
| 82500 | 0,013 | 0,013 | 0,014 | 0,014 | 0,013 | 0,0134 |
| 85000 | 0,014 | 0,014 | 0,014 | 0,014 | 0,014 | 0,014 |
| 87500 | 0,016 | 0,016 | 0,015 | 0,017 | 0,016 | 0,016 |
| 90000 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 |
| 92500 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 |
| 95000 | 0,016 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,016 | 0,0154 |
| 97500 | 0,016 | 0,015 | 0,016 | 0,016 | 0,016 | 0,0158 |
| 100000 | 0,016 | 0,017 | 0,016 | 0,016 | 0,017 | 0,0164 |



Conclusion

Le tri par tas est un algorithme de tri par comparaisons non stable, son principe est de transformer le tableau en un tas qui est une structure de données de type arbre ou la valeur d'un parent est toujours inférieur aux valeurs de ses fils et ou la racine a la plus petite valeur (dans le cas d'un min heap).

On supprime ensuite la racine du tableau (on permute la racine avec le dernier élément du tableau) et on crée le tas à nouveau (sans prendre en considération le dernier élément supprimé du tas), on répète ce processus jusqu'à ce que tous les éléments du tableau soient triés.

La complexité temporelle dans le cas moyen est de $O(n \log n)$.

Cet algorithme a l'avantage d'avoir une complexité temporelle de $O(n \log n)$ dans les pires des cas.