Системы счисления.

Система счисления – это способ записи чисел с помощью специальных знаков (цифр) и правила действий над числами (сложение, вычитание итд) в

Алфавит системы счисления - знаки, используемые в записи числа в определенной системе счисления.

Основание системы счисления – количество знаков, используемых в записи числа в определенной системе счисления.

В десятичной системе счисления используется 10 знаков: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

В восьмеричной системе счисления используется 8 знаков: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

В двоичной системе счисления используется 2 знака: 0, 1

В шестнадцатеричной системе счисления используется 16 знаков: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

Рассмотрим алгоритмы перевода из одной системы счисления в другую.

1. Перевод из двоичной системы счисления в десятичную.

Для того, чтобы перевести число из двоичной системы в десятичную нужно сначала подписать разряды цифр числа справа на лево начиная с нуля. Рассмотрим алгоритм на примере перевода числа 1010111011_2:

Для удобства всегда советую вторым шагом вычеркнуть нули, это позволить сократить время решения, а так же позволит избежать глупых математических ошибок, когда ,умножая ноль на один, ученики получают один:

Следующим шагом нужно записать сумму чисел, полученную в результате умножения каждой цифры числа на 2 в степени подписанного разряда над этой цифрой:

$$\overset{9}{1}\overset{8}{0}\overset{7}{1}\overset{6}{0}\overset{5}{1}\overset{4}{1}\overset{3}{1}\overset{2}{0}\overset{1}{1}\overset{0}{1}_2 = 1\cdot 2^0 + 1\cdot 2^1 + 1\cdot 2^3 + 1\cdot 2^4 + 1\cdot 2^5 +$$
$$+ 1\cdot 2^7 + 1\cdot 2^9 =$$

Последним шагом осталось посчитать сумму:

$$\overset{9}{1}\overset{8}{0}\overset{7}{1}\overset{6}{0}\overset{5}{1}\overset{4}{1}\overset{3}{1}\overset{2}{0}\overset{1}{1}\overset{0}{1}_2 = 1\cdot 2^0 + 1\cdot 2^1 + 1\cdot 2^3 + 1\cdot 2^4 + 1\cdot 2^5 +$$
$$+ 1\cdot 2^7 + 1\cdot 2^9 = 1 + 2 + 8 + 16 + 32 + 128 +$$
$$+ 512 = 699_{10}$$

2. Перевод из любой другой системы счисления в десятичную.

Для того, чтобы перевести число из любой другой системы счисления в десятичную, нужно воспользоваться таким же алгоритмом как и при переводе из двоичной, но теперь мы будем умножать не на два в степени разряда, а на основание системы счисления из которой переводим.

Пример 1:

Переведем число 76_8 из восьмиричной системы счисления в десятичную.

Подпишем разряды чисел:

$$\overset{1}{7}\overset{0}{6}_8 =$$

Запишем сумму чисел, полученную в результате умножения каждой цифры числа на 8 в степени подписанного разряда над этой цифрой:

$$\overset{1}{7}\overset{0}{6}_8 = 6\cdot 8^0 + 7\cdot 8^1 = 6 + 56 =$$

Посчитаем сумму:

$$\overset{1}{7}\overset{0}{6}_8 = 6\cdot 8^0 + 7\cdot 8^1 = 6 + 56 = 62_{10}$$

Ответ: 62_{10}

Пример 2:

Переведем число $1A_{16}$ из шестнадцатиричной системы счисления в десятичную.

Подпишем разряды чисел:

$$\overset{1}{1}\overset{0}{A}_{16} =$$

Запишем сумму чисел, полученную в результате умножения каждой цифры числа на 16 в степени подписанного разряда над этой цифрой, :

$$\overset{1}{1}\overset{0}{A}_{16} = 10\cdot 16^0 + 1\cdot 16^1 =$$

<u>Обратите внимание</u>!!!

В шестнадцатиричной системе счисления 16 разных цифр (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F), а в десятичной всего 10 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).

Поэтому когда мы записываем сумму чисел цифры A, B, C, D, E, F мы должны заменить на аналогичные цифры в десятичной системе счисления: A=10, B=11, C=12, D=13, E=14, F=15 (в примере мы заменили цифру A на 10)

Посчитаем сумму:

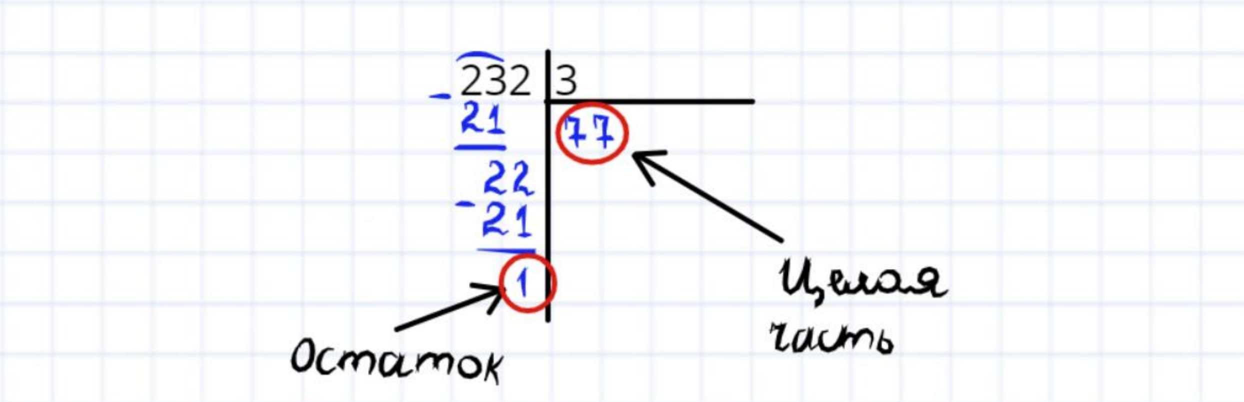
$$\overset{1}{1}\overset{0}{A}_{16} = 10 \cdot 16^{0} + 1 \cdot 16^{1} = 10 + 16 = 26_{10}$$

Ответ: 26_{10}

3. <u>**Перевод из десятичной системы счисления в двоичную.**</u>

Перед тем, как приступить к разбору алгоритма перевода из десятичной системы счисления в двоичную, нужно вспомнить тему по математике, которую все ученики проходят в начальной школе «Деление с остатком».

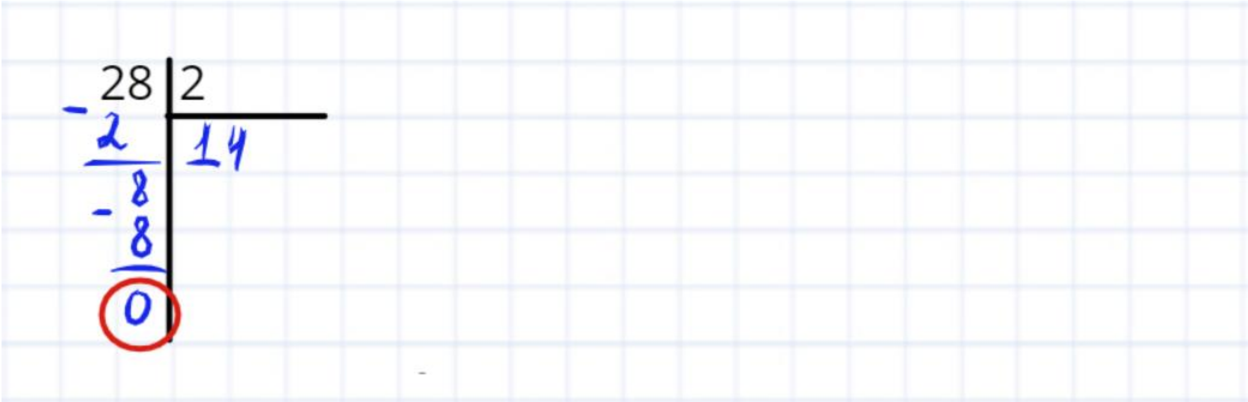
Разделим число 232 на 4:



При делении 232 на 4 мы получаем 77 и 1 в остатке (мы не продолжаем делить, в ответе должно быть целое число, а не дробное)

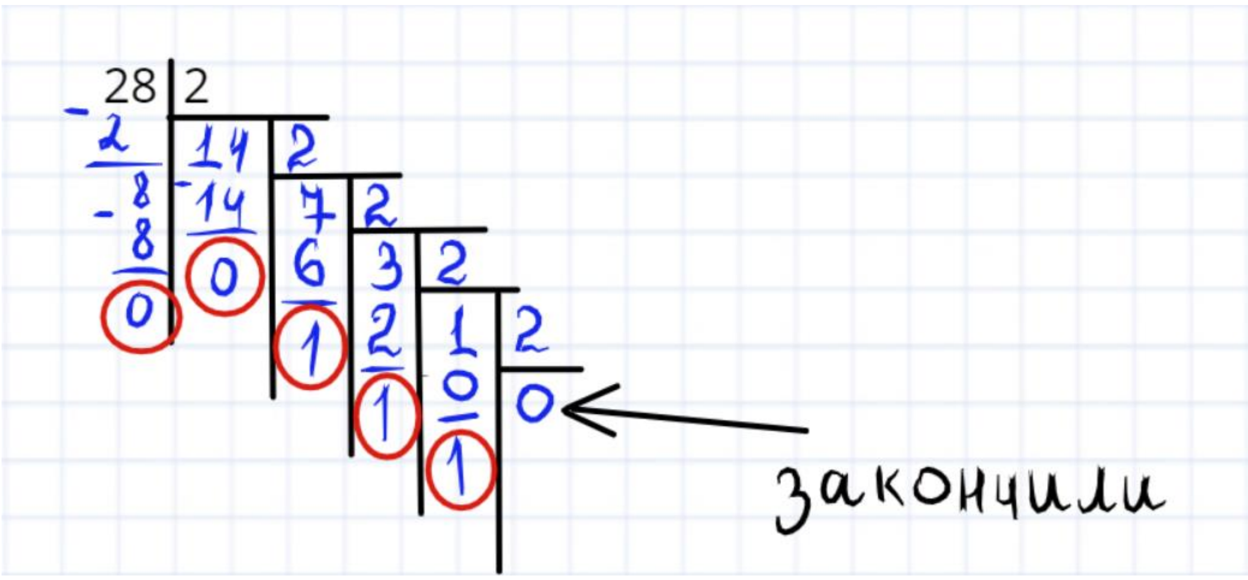
Для того, чтобы перевести число из десятичной системы счисления в двоичную, сначала нужно число разделить на два и обвести остаток (ноль - это тоже остаток).

Рассмотрим на примере перевода числа 28_{10}:

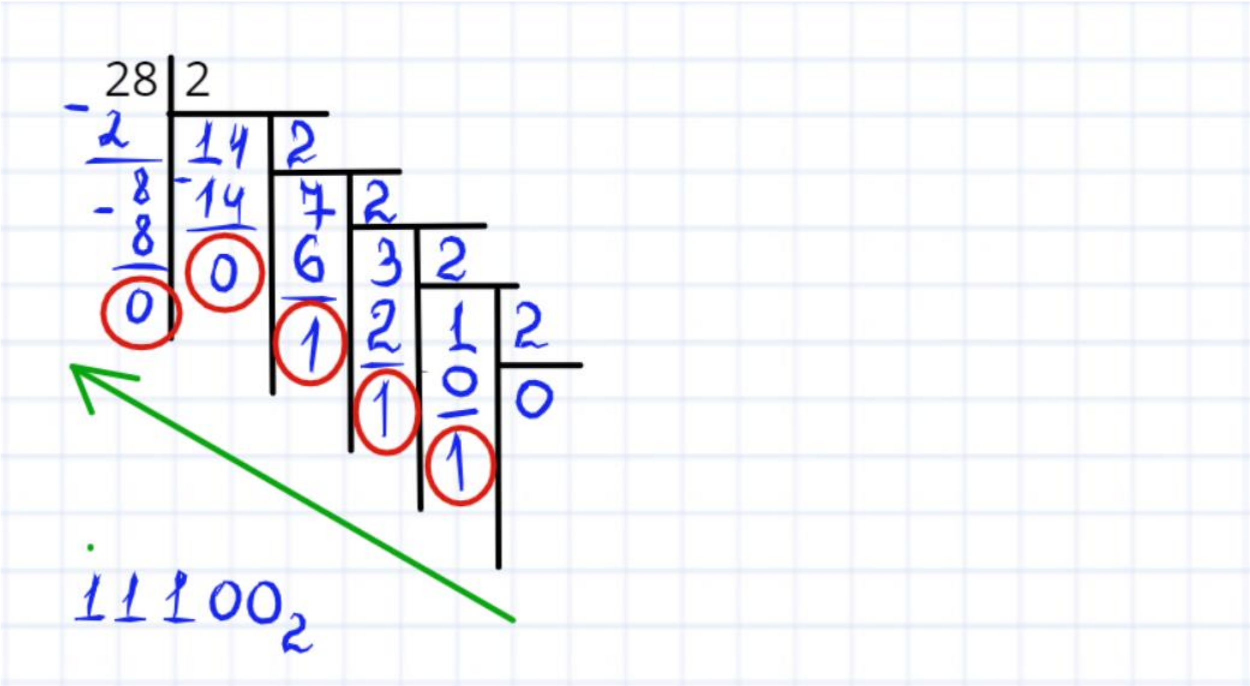


Целая часть от деления равна 14, теперь мы должны 14 снова делить на 2:

Деление продолжается до тех пор, пока целая часть не станет равна нулю:



Последним шагом записываем ответ. Ответом являются остатки, записанный в обратном порядке:



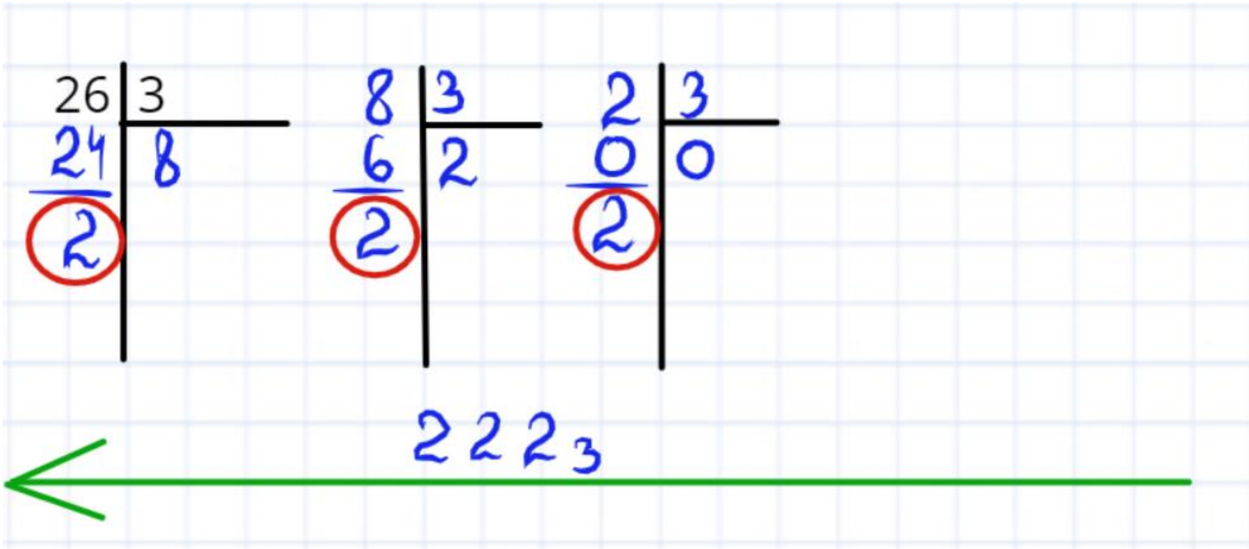
Получается ответ 11100_2

Не всем ученикам удобно записывать решения в один большой столбик, поэтому предлагаю еще один вариант записи, в котором каждый столбик расписан отдельно:

4. Перевод из десятичной системы счисления в любую другую систему счисления.

Алгоритм перевода из десятичной системы счисления в любую другую аналогичен переводу в двоичную систему счисления, отличается он тем, что мы делим теперь не на 2, а на основание системы счисления в которую переводим.

Рассмотрим на примере перевода десятичного числа 26_{10} в троичную систему счисления:



Ответ: 222_3

Соответственно, если мы переводим в пятеричную систему счисления, то делим на 5 и записываем остатки, в восьмеричную – на 8 итд.