

**РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК**

**ИЗВЕСТИЯ  
ГЛАВНОЙ  
АСТРОНОМИЧЕСКОЙ  
ОБСЕРВАТОРИИ  
В ПУЛКОВЕ**

**№ 225**

**Труды  
Всероссийской астрометрической конференции  
«ПУЛКОВО – 2018»**

**Санкт-Петербург  
2018**

Конференция проводилась при поддержке РФФИ, проект № 18-02-20121

**Редакционная коллегия:**

Член-корреспондент РАН **А.В. Степанов** (ответственный редактор)

доктор физ.-мат. наук **А.Т. Байкова**

кандидат физ.-мат. наук **Т.П. Борисевич** (ответственный секретарь)

доктор физ.-мат. наук **Ю.Н. Гнедин**

доктор физ.-мат. наук **А.В. Девяткин**

доктор физ.-мат. наук **Р.Н. Ихсанов**

доктор физ.-мат. наук **Ю.А. Наговицын**

доктор физ.-мат. наук **А.А. Соловьев**

Зав. редакцией **Е.Л. Терёхина**

Издание осуществлено с оригинала, подготовленного к печати  
Главной (Пулковской) астрономической обсерваторией РАН

**ИЗВЕСТИЯ  
ГЛАВНОЙ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ  
В ПУЛКОВЕ  
№ 225  
Труды Всероссийской астрометрической конференции  
«Пулково – 2018»**

Утверждено к печати  
Главной (Пулковской) астрономической обсерваторией РАН

Компьютерная верстка оригинал-макета Е.Л. Терёхиной

**ISSN 0367-7966**

© Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, 2018

## СОДЕРЖАНИЕ

## **Секция 1**

## **Наземная и космическая астрометрия**

<b>Андреев А.О., Нефедьев Ю.А., Демина Н.Ю.</b>	11
Создание единой селеноцентрической системы отсчета координат на основе спутниковых и наземных наблюдений .....	
<b>Бикулова Д.А., Измайлова И.С., Ховричев М.Ю., Нарижная Н.В., Куликова А.М.</b>	17
Видимые тесные сближения тел солнечной системы со звездами Gaia как инструмент для повышения точности наземных астрометрических наблюдений	
<b>Крушинский В.В., Гламазда Д.В., Кайзер Г.Т., Кузнецов Э.Д., Попов А.А., Сафонова В.С., Шагабутдинов А.А., Вибе Ю.З.</b>	21
Проект KASPAR: итоги первого сезона наблюдений пар астероидов на близких орбитах .....	
<b>Курдубов С.Л., Миронова С.М.</b>	25
Определение постньютоновского параметра $\gamma$ из обработки суточной РСДБ сессии .....	
<b>Левкина П.А., Бахтигараев Н.С.</b>	29
Результаты наблюдений искусственных космических объектов в Терскольской обсерватории в 2017–2018 гг. .....	
<b>Нарижная Н.В., Ховричев М.Ю., Бикулова Д.А., Куликова А.М., Апетян А.А.</b>	35
Результаты пулковских наблюдений галилеевых спутников Юпитера	
<b>Толчельникова С.А.</b>	41
Синхронизация движущихся часов и связанные с ней парадоксы специальной теории относительности .....	
<b>Чуркин К.О., Нефедьев Ю.А., Андреев А.О.</b>	47
Создание цифровой модели либрационной зоны Луны на основе фотоэлектрических покрытий и привязки точек лунного лимба к динамической системе координат .....	
<b>Шахт Н.А., Измайлова И.С., Горшанов Д.Л.</b>	53
Определение орбиты двойной звезды ADS 7251 по наблюдениям на Пулковском 26-дюймовом рефракторе с использованием нового параллакса Gaia .....	

## Секция 2

## Вращение Земли и геодинамика

**Bizouard C., Pashkevich V.**  
Integration of Liouville equations over geological time scales and modelling the secular pole drift ..... 61

<b>Воротков М., Горшков В., Гришина А., Щербакова Н.</b>	
ГНСС-мониторинг интегрального влагосодержания в атмосфере над Ленинградской областью .....	67
<b>Горшков В.Л., Мохнаткин А.В., Щербакова Н.В.</b>	
Структурные особенности Восточно-Европейской платформы по данным поля скоростей ГНСС-станций .....	73
<b>Курдубов С.Л., Миронова С.М., Павлов Д.А.</b>	
Уточнение параметров гармоник внутрисуточных вариаций ПВЗ из результатов глобального уравнивания .....	79
<b>Мубаракшина Р.Р., Нефедьев Ю.А., Лапаева В.В., Кащеев Р.А., Загребдинов Р.В., Андреев А.О.</b>	
Анализ геодинамических параметров на основе данных спутниковых навигационных систем и широтных наблюдений .....	85
<b>Пасынок С.Л., Безменов И.В., Игнатенко И.Ю., Цыба Е.Н.</b>	
Оперативное определение ПВЗ в ГМЦ ГСВЧ .....	91
<b>Пашкевич В.В.</b>	
Вращение абсолютно твёрдого тела в пост-ニュтонаевом приближении .....	97
<b>Попадьёв В.В.</b>	
Ещё одно доказательство преимущества системы нормальных высот .....	103
<b>Сидоренков Н.С.</b>	
О ярком проявлении перигейно-сизигийных приливов в атмосфере .....	105
<b>Скурихина Е.А.</b>	
Прогноз ПВЗ в ЦОАД РАН .....	111
<b>Фазилова Д.Ш., Магдиев Х.Н., Скурихина Е.А.</b>	
Определение локального геоида Узбекистана .....	117
<b>Халивина Л.Я., Заливадный Н.М.</b>	
Некоторые результаты изучения длительных рядов астрооптических наблюдений в Полтаве .....	123

### Секция 3

#### Эфемеридная астрономия, кинематика и динамика Солнечной системы и экзопланетных систем

<b>Барabanov С.И., Постникова Е.С., Верещагин С.В.</b>	
Архив изображений ярких комет, полученных на Звенигородской обсерватории ИНАСАН .....	131
<b>Виноградова Т.А.</b>	
Семейства астероидов в группе Кибелы .....	137
<b>Девяткин А.В., Горшанов Д.Л., Наумов К.Н., Иванов А.В., Петрова С.Н., Мартюшева А.А., Русов С.А., Львов В.Н., Цекмейстер С.Д.</b>	
Исследования потенциально опасных астероидов .....	143

<b>Довгалев И.С., Мельников А.В., Смирнов Е.А., Шевченко И.И.</b> Массовое отождествление резонансных и хаотических экзопланетных систем	149
<b>Загидуллин А.А., Усанин В.С., Петрова Н.К., Нефедьев Ю.А.</b> Проблема редукции углов вращения Луны, полученных в разных теориях лунной физической либрации	155
<b>Иванова Т.В.</b> Теоретические аспекты построения аналитической теории вращения трехосной Луны	161
<b>Калиничева О.В., Чернетенко Ю.А.</b> Особенности распределения орбит долгопериодических комет	167
<b>Космодамианский Г.А.</b> Численные эфемериды галилеевых спутников Юпитера и главных спутников Сатурна	173
<b>Лукашова М.В., Свешников М.Л., Парижская Е.Ю., Павлов Д.А.</b> Разработка астронавигационной системы Навигатор	179
<b>Мельников А.В.</b> Численные методы исследования устойчивости экзопланетных систем	183
<b>Павлов Д.А.</b> Результаты обработки наблюдений лазерной локации Луны 1970–2017 гг.	189
<b>Перминов А.С., Кузнецов Э.Д.</b> Исследование орбитальной эволюции компактных внесолнечных трехпланетных систем GJ 3138, HD 39194	195
<b>Петров Н.А., Балаяев И.А., Васильев А.А., Соколов Л.Л.</b> Возможные сближения и соударения с Землей опасных астероидов	201
<b>Питьева Е.В., Питьев Н.П.</b> Исследование влияния групп троянцев Юпитера на движение планет и динамические оценки их массы	207
<b>Сафаров А.Г., Ибадинов Х.И., Бобоев Ш.С., Аюбов Д.К.</b> Определение эффективного ускорения пылевых частиц синхроны хвоста кометы C/2006 P1	213
<b>Скрипченко П.В., Кузнецов Э.Д.</b> Исследование динамической эволюции астероидов, испытывающих влияние эффекта Лидова-Козай	217
<b>Шор В.А., Кочетова О.М., Железнов Н.Б., Вавилов Д.Е., Виноградова Т.А., Зайцев А.В., Чернетенко Ю.А.</b> Предвычисление сближений и столкновений небесных тел с Землей и Луной в системе «Прогноз»	223

**Секция 4**

**Звездная астрономия, кинематика и динамика Галактики**

**Кияева О.В., Романенко Л.Г., Калиниченко О.А.**

Исследование ориентации орбит визуально-двойных звезд в Галактике по наблюдениям в Пулково ..... 231

**Липовка А.А., Липовка Н.М.**

Радиоизлучение звёзд в созвездии Единорога ..... 235

**Романенко Л.Г.**

Улучшение орбит 5 широких визуально-двойных звезд пулковской программы исследований ..... 241

**Секция 5**

**Методы, техника, данные астрометрии и геодинамики**

**Еришов В.Н.**

Методика обработки наблюдений и составления каталогов оптических и ультрафиолетовых источников, полученных космическими телескопами ХММ-ОМ и UVOT ..... 249

**Игнатенко И.Ю., Тряпицын В.Н., Игнатенко Ю.В.**

Сравнение удаленных временных шкал методом лазерной локации ..... 255

**Кузнецов В.Б.**

Определение предварительной орбиты методом Лапласа в рамках обобщенной задачи двух неподвижных центров ..... 261

**Пасынок С.Л.**

Алгебраический алгоритм разложения по девиаторам функций в виде суммы членов с симметричными коэффициентами ..... 267

**Трофимов Д.А., Петров С.Д., Серов Ю.А., Чекунов И.В., Смирнов С.С., Трошичев О.А.**

Определение параметров ионосферы по ГНСС-наблюдениям на антарктической станции "Восток" ..... 273

**Секция 6**

**История астрономии**

**Степанов А.В., Девяткин А.В., Толбин С.В.**

Памяти астронома В.К. Абалакина ..... 281

**Степанов А.В., Девяткин А.В.**

Памяти пулковского астрофизика Ю.Н. Гнедина ..... 285

**Девяткин А.В., Соболева Т.В.**

Памяти пулковского астронома А.Н. Дадаева ..... 287

**Девяткин А.В., Соболева Т.В.**

Памяти пулковского астрометриста Г.Д. Батуриной ..... 289

<b>Девяткин А.В., Соболева Т.В.</b>	
Памяти пулковского астронома О.П. Быкова .....	291
<b>Драке Н.А., Девяткин А.В., Соболева Т.В.</b>	
Памяти пулковского астронома Е.Г. Жилинского .....	295
<b>Горшков В.Л.</b>	
Памяти Е.Я. Прудниковой .....	297
<b>Девяткин А.В., Соболева Т.В.</b>	
Памяти пулковского астрометриста М.С. Чубея .....	301
<b>Миллер Н.О., Соболева Т.В.</b>	
Механик мастерской высокоточных астрономо-геодезических инструментов Генрих Андреевич Фрейберг .....	303
<b>Девяткин А.В., Соболева Т.В., Стрелецкий Ю.С.</b>	
Памяти пулковского инженера-конструктора А.В. Шумахера .....	309
<b>Девяткин А.В., Соболева Т.В.</b>	
Памяти пулковского инженера-конструктора А.В. Потаповича .....	311
<b>Левитская Т.И., Сысолятина Л.В., Родионов Ф.В.</b>	
Этапы создания в России сетей постоянно действующих дифференциальных геодезических станций .....	313
<b>Тряпицын В.Н., Ягудина Э.И., Павлов Д.А., Румянцев В.В.</b>	
Результаты обработки наблюдения лазерной локации Луны на ЗТШ в Крыму в 1974–1984 .....	319
<b>Список авторов</b> .....	325



## **Секция 1**

# **НАЗЕМНАЯ И КОСМИЧЕСКАЯ АСТРОМЕТРИЯ**



## **СОЗДАНИЕ ЕДИНОЙ СЕЛЕНОЦЕНТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА КООРДИНАТ НА ОСНОВЕ СПУТНИКОВЫХ И НАЗЕМНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ**

**Андреев А.О., Нефедьев Ю.А., Демина Н.Ю.**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия*

*Проблема обеспечения космических аппаратов координатно-временной поддержкой в свете планирующихся посадочных лунных миссий является одной из наиболее актуальных. В работе представлен обзор как разрабатываемых, так и завершенных российских и зарубежных проектов по освоению Луны, проведен сравнительный анализ результатов по определению положения лунного центра масс относительно центра фигуры с помощью созданного авторами метода, предложен новый способ исследования подобия сelenографических карт, а также рассмотрены основные направления работы Астрономической обсерватории им. Энгельгардта.*

### **1. Введение**

В первую очередь необходимо отметить, что создание системы координатно-временного навигационного обеспечения на Луне является более комплексной задачей, чем построение системы координат, поскольку она включает в себя и проведение исследований физической либрации Луны, и изучение лунного гравитационного поля. В данной работе речь идет о построении глобальной сelenоцентрической системы отсчета, что подразумевает охват всей поверхности сelenоида. Равномерность охвата при этом обеспечивается равномерным распределением опорных точек. Актуальность построения системы навигации на Луне в связи с намеченными в ближайшие годы роботизированными и пилотируемыми миссиями очевидна: необходимо повысить точность посадки космического аппарата на лунную поверхность. В настоящее время значение эллипса прилунения составляет 15 на 30 км [1].

Существуют два метода получения сelenографической информации. Суть первого заключается в том, что лунная поверхность сканируется лазером, установленным на борту космического аппарата. В этом случае с высокой точностью описывается лунный рельеф, однако отсутствует привязка координат референцных объектов. Второй метод подразумевает привязку лунных объектов к звездам. Данный подход обеспечивает получение точных координат опорных объектов, однако сelenографическая поверхность не может быть описана с высокой степенью точности. В настоящий момент отсутствует сelenоцентрическая координатная система, основанная на спутниковых наблюдениях, которая покрывала бы всю лунную поверхность. Отсутствует и метод построения фотограмметрической сelenографической карты, основанной на интеграции сотен отдельных изображений в общую систему абсолютным методом. Таким образом спутниковые топографические данные не позволяют создать достоверную сelenографическую модель.

В JPL NASA была построена модель поверхности Луны 70-го порядка на основе разложения альтиметрических данных миссии «Clementine» в ряд по сферическим функциям. Однако необходимо учитывать, что спутниковые карты имеют квазидинамическую систему координат с неопределенной поверхностью отсчета, обусловленной невозможностью точного определения траектории орбиты. Оптимальным решением в данной ситуации является сканирование лунной поверхности бортовым спутником с одновременной привязкой кратеров к звездам. Эта задача рассмотрена в настоящей статье.

## **2. Лунные миссии**

Луна является объектом всестороннего исследования с помощью космических аппаратов на протяжении более чем 50 лет. Наиболее актуальная селенографическая информация была получена в следующих лунных миссиях. Во-первых, в «Clementine» – совместном проекте NASA и BMDO, в котором удалось получить альтиметрические данные для 64,7% лунной поверхности, причем измерения проводились на обеих сторонах нашего естественного спутника [2]. В 2003 году Европейским космическим агентством был запущен спутник «SMART-1», собравший около 32 тысяч изображений Луны в различных разрешениях [3]. Весьма успешным оказался и проект Японского агентства аэрокосмических исследований «KAGUYA», который просканировал всю лунную поверхность с пространственным разрешением  $0,5^\circ$  [4]. По результатам еще одного проекта NASA «Lunar Reconnaissance Orbiter» была построена лунная геодезическая сеть с 10-метровой радиальной 100-метровой пространственной точностью [5].

На 2020-е гг. запланированы также и несколько российских лунных миссий. По состоянию на 17 октября 2018 г. первая из них – «Луна-25» – будет запущена в 2021 г. Основной целью проекта «Луна-25» станет отработка мягкой посадки на Луну, а полезная нагрузка будет включать стационарную научную станцию. В 2022 г. должна быть запущена орбитальная миссия «Луна-26», в задачи которой будут входить высокодетальная съемка поверхности и налаживание связи с посадочными инструментами. Миссия «Луна-27», чья реализация намечена на 2023 г., ставит своими целями точное и безопасное прилунение, установку связи с орбитальным аппаратом, а также криогенный забор лунного грунта.

Представляет значительный интерес и проект «Рывок» РКК «Энергия». Планируется, что «Рывок» будет осуществлен в 3 этапа. Сначала на двухсоткилометровую орбиту будут доставлены элементы многоразового пилотируемого корабля, там же произойдет сборка. Затем аппарат будет доставлен на международную космическую станцию, откуда он будет курсировать к окололунной международной платформе. По предварительным оценкам, базирование космического аппарата на МКС позволяет существенно сократить расходы на его обслуживание и запуск.

## **3. Лунные проекты Астрономической обсерватории им. Энгельгардта**

Существует множество лунных динамических опорных каталогов. Самым информативным среди них является каталог DSC-1162, построенный в Астрономической обсерватории им. Энгельгардта (АОЭ). Плановые координаты в DSC-1162 получены на основе привязки лунных кратеров к звездам, в то время как высотные данные уточнены результатами, полученными в миссии NASA «LRO». Каталог покрывает значительную часть лунной поверхности и содержит достаточное для моделирования фигуры Луны количество референцных точек. Плановые координаты DSC-1162 имеют точность от  $\pm 40$  м до  $\pm 80$  м, а точность высот опорных объектов составляет в среднем  $\pm 80$  м. Подход, примененный при создании данного каталога, позволяет утверждать, что он построен в динамической системе координат, поскольку объекты на селенографической поверхности привязаны к звездам абсолютным методом, то есть с использованием связи лунных объектов со звездами и динамической теории Луны.

Каталог DSC-1162 был использован для определения положения центра масс Луны относительно центра фигуры на основе синтетического метода. Суть последнего заключается в том, что он предполагает объединение наземных и спутниковых измерений. Существует выражение связи между функцией высоты опорного объекта от его селенографической долготы и широты с нормированными гармоническими амплитудами, присоединенными функциями Лежандра и случайной ошибкой регрессии:

$$h(\lambda, \varphi) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \varphi) + \varepsilon,$$

где  $\lambda, \varphi$  – (сelenографические долгота и широта) – известные координаты опорных лунных объектов;  $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$  – нормированные гармонические амплитуды;  $\bar{P}_{nm}$  – присоединенные функции Лежандра;  $\varepsilon$  – случайная ошибка регрессии.

Гармонические амплитуды первого порядка были использованы для определения положения центра масс относительно центра фигуры согласно следующим формулам:

$$\Delta\xi = \sqrt{3}\bar{C}_{11}; \Delta\eta = \sqrt{3}\bar{S}_{11}; \Delta\zeta = \sqrt{3}\bar{C}_{10},$$

где  $\xi$  – ось, направленная к Земле;  $\eta$  – экваториальная ось, направленная перпендикулярно к  $\xi$ ;  $\zeta$  – ось вращения Луны;  $\bar{C}_{11}, \bar{S}_{11}, \bar{C}_{10}$  – гармонические амплитуды первого порядка разложения высот в ряд по сферическим функциям.

Для оценки достоверности полученных результатов были использованы данные, предоставленные киевскими (каталог «Kiev») и московскими коллегами (ГАИШ), а также каталог лунных объектов ULCN 2005 и данные спутниковой миссии Kaguya. Результаты представлены в таблице 1.

**Таблица 1.** Координаты положения центра масс Луны относительно центра ее фигуры.

	Clementine	Kazan + LRO	Kiev + LRO	SAI MSU	Bills, Ferrari	ULCN 2005	KAGUYA
$\Delta\xi$	-1,80	-1,49	-0,94	-2,03	-1,82	-1,71	-1,77
$\Delta\eta$	-0,74	-0,69	-0,73	0,07	-0,45	-0,73	-0,78
$\Delta\zeta$	-0,64	0,16	0,35	-2,04	-0,64	0,26	0,24

В Астрономической обсерватории им. Энгельгардта также проводятся работы по исследованию подобия лунных карт. Известно, что сelenографическая поверхность может быть рассмотрена как фрактальный объект [6]. Исследование поверхности с помощью фрактальных методов позволяет не только оценить ее структуру количественно, но и определить связь между структурой и процессами ее формирования. Были рассмотрены 4 модели карт либрационной зоны Луны. Модели 1 и 2 были созданы с использованием классического метода на основании гелиометрических наблюдений. В модели 1 точки лимба привязывались к кратеру Местинг А при данной либрации, модель 2 учитывала утолщение в юго-западном сегменте лунного сфероида. В модели 3 точки лимба привязаны к звездам, а модель 4 создана на основе вышеупомянутого каталога DSC-1162. Каждая из этих моделей была поделена на сегменты шириной  $10^\circ$  и длиной  $45^\circ$  по позиционному углу, и для этих сегментов были определены фрактальные размерности. Результаты представлены в таблице 2.

Как следует из таблицы 2, значения фрактальных размерностей для рассмотренных моделей находятся в хорошем соответствии друг с другом. Учитывая тот факт, что данные модели содержат информацию об одних и тех же участках сelenографической поверхности, можно констатировать, что посредством сравнительного анализа фрактальных размерностей могут быть получены достоверные оценки подобия лунных карт.

**Таблица 2.** Зависимость значений фрактальной размерности 4 моделей сelenографической поверхности от позиционного угла.

<b>Модель 1</b>	<b>Модель 2</b>	<b>Модель 3</b>	<b>Модель 4</b>	
<b>0 – 45</b>	1.42	1.39	1.44	1.40
<b>45 – 90</b>	1.34	1.34	1.37	1.35
<b>90 – 135</b>	1.44	1.36	1.40	1.43
<b>135 – 180</b>	1.30	1.32	1.30	1.34
<b>180 – 225</b>	1.40	1.34	1.44	1.43
<b>225 – 270</b>	1.37	1.31	1.40	1.43
<b>270 – 315</b>	1.33	1.79	1.42	1.38
<b>315 – 360</b>	1.30	1.27	1.30	1.33

В настоящее время в Казанском федеральном университете разрабатывается проект по осуществлению лазерной локации Луны. Для его реализации планируется использовать уже имеющийся в распоряжении АОЭ роботизированный телескоп АЗТ-14. Однако этот телескоп необходимо оснастить дополнительным оборудованием, описание которого приведено в таблице 3.

**Таблица 3.** Дополнительное оборудование, необходимое для осуществления ЛЛЛ на территории АОЭ.

<b>Устройство</b>	<b>Параметры</b>	<b>Стоимость, млн руб</b>	<b>Комментарий</b>
Импульсный лазер в термобоксе с чиллером	$\lambda = 0.53/1.06 \text{ мкм}$ , $E_{\text{имп}} = 0.25\text{--}2 \text{ Дж}$ , $\tau_{\text{имп}} = 0.1\text{--}10 \text{ нс}$ , $f_{\text{повт}} > 5 \text{ Гц}$	10 – 12	Обеспечивает точность выше 20–100 см при измерении расстояний; монтируется на АЗТ-14
Передающий телескоп	10–50 <sup>x</sup> , просветление на длине волны 532/1064 нм	0,5	Монтируется на АЗТ-14
Фотоприемники и оптика	ФЭУ/лавинные ПЗС-матрицы	1,3 – 1,5	Фотоприемники, интерференционные фильтры, световоды, система формирования сигнала
Система регистрации	$\Delta t < 10 \text{ пс}$ при $T > 4 \text{ с}$	2,0 – 2,5	Старт-стоп измеритель временных сигналов, стандарт частоты

Кроме того, в Астрономической обсерватории им. Энгельгардта ведутся исследования по ориентации сelenографических систем, разрабатываются численная и анали-

тическая теории физической либрации Луны, создается модель лунной макрофигуры. В будущем планируется установка антенны диаметром 13 м для осуществления РСДБ. В Казанском федеральном университете работают приглашенные ученые из JPL NASA, специализирующиеся на лазерной локации Луны, а также квалифицированные профессионалы в областях лазерной физики, радиоастрономии и сelenодезии, что позволяет рассчитывать на успешную реализацию намеченных планов.

#### **4. Заключение**

В данной работе рассмотрены актуальные космические методы сelenографии лунной поверхности. Исследована система сelenодезических координат относительно лунных центра масс и осей инерции. Построена гармоническая модель физической поверхности Луны и проведен ее анализ с помощью метода фрактальной геометрии. Подтверждена возможность использования разработанного авторами метода для оценки подобия сelenографических карт. Описаны наиболее значительные проекты, осуществляющиеся в настоящий момент в казанской обсерватории. Полученные результаты позволили построить сelenоцентрическую динамическую опорную сеть, альтиметрические компоненты которой согласованы с результатами космического проекта NASA “Lunar Reconnaissance Orbiter”.

#### **5. Благодарности**

Исследование проводилось в рамках федеральной Программы повышения конкурентоспособности Казанского федерального университета и поддержано стипендией Президента Российской Федерации для молодых ученых и аспирантов номер СП-3225.2018.3, грантом РФФИ 18-32-00895 mol\_a и Фондом развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

#### **Литература**

1. Djachkova M.V., Litvak, M.L., Mitrofanov, I.G. et al. Selection of Luna-25 landing sites in the South Polar Region of the Moon // Sol. Syst. Res., 2017. V. 51, No. 3, 185-195.
2. Bills B.G., Ferrari A.J. A harmonic analysis of lunar topography // Icarus, 1977. V. 31, No. 2, 244-259.
3. Grieger B., Foing, B. H., Koschny, D. et al. Coverage and pointing accuracy of SMART-1. AMIE images. Lunar Planet. Sci. XXXIX (CD-ROM) (Abstract# 2221. Lunar & Planetary Institute, Houston, 2008.
4. Araki H., Tazawa, S., Noda, H. et al. Lunar global shape and polar topography derived from Kaguya-LALT laser altimetry // Science, 2009. V. 323, No. 5916, 897-900.
5. Smith D.E., Zuber, M.T., Neumann, G.A. et al. Initial observations from the lunar orbiter laser altimeter (LOLA) // Geophys. Res. Lett., 2010. V. 37, No. 18.
6. Mandelbrot B.B., Passoja D.E., Paullay A.J. Fractal character of fracture surfaces of metals. Nature, 1984. V. 308, No. 5961, 721.

### **FORMATION OF THE SINGLE SELENOCENTRIC REFERENCE SYSTEM USING SATELLITE AND GROUND-BASED OBSERVATIONS**

**Andreev A.O., Nefedyev Y.A., Demina N.Y.**  
Kazan (Volga region) Federal University, Kazan, Russia

The problem of providing coordinate and time support for space crafts in the light of the planned landing lunar missions is one of the most relevant. The article presents a review of both developed and accomplished Russian and foreign projects on the exploration of the Moon, provides a comparative analysis of the results of the lunar center of mass determination relative to the center of figure using

the method developed by the authors, proposes a new technique of investigating selenographic maps, and considers the basic areas of work at the Engelhardt astronomical observatory.

## ВИДИМЫЕ ТЕСНЫЕ СБЛИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ СО ЗВЕЗДАМИ GAIA КАК ИНСТРУМЕНТ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ НАЗЕМНЫХ АСТРОМЕТРИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ

Бикулова Д.А., Измайлова И.С., Ховричев М.Ю.,  
Нарижная Н.В., Куликова А.М.

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

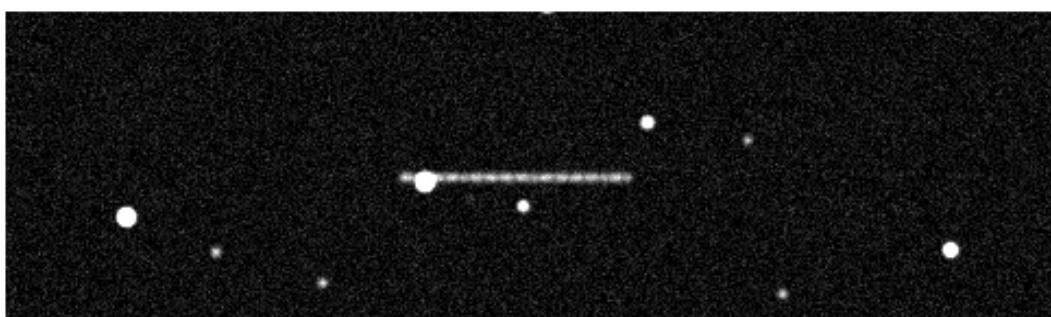
В настоящее время доступен второй релиз проекта Gaia. Однако число отдельных наблюдений тел Солнечной системы в нем относительно невелико (порядка 50 положений на уровне точности 1–5 mas). Поэтому, прежде всего, вклад Gaia в изучение динамики астероидов и спутников больших планет связывают с использованием релизов Gaia как опорных каталогов, но систематические ошибки наземных ПЗС-наблюдений при таком подходе достаточно велики – десятки mas. Однако при тесном сближении (< 10 arcsec) систематические смещения, вызванные атмосферными эффектами и оптикой телескопа, приблизительно одинаковы для объекта Солнечной системы и звезды Gaia. Это дает возможность существенно повысить качество наземной астрометрии тел Солнечной системы, учитывая довольно плотное распределение звезд Gaia по небесной сфере. Алгоритм вычисления эфемерид явлений создан в виде *python*-скрипта, эксплуатирующего *get*-запросы к сервисам *MULTISAT* (для спутников планет-гигантов) и *Miriade Ephemeris Generator* (для астероидов). В результате, при достаточной глубине обзора получается до нескольких событий в сутки для объектов слабее 12 mag. Для ярких спутников планет эффективных событий на порядок меньше. При составлении эфемерид возможно подробно указать необходимые характеристики объектов, что позволяет адаптировать результат к различным инструментам и условиям наблюдений. Помимо составления длительной программы наблюдений с автоматическим выбором оптимального объекта, предусмотрен выбор объектов вручную из расширенного списка.

### 1. Введение

Для изучения приливной эволюции орбит спутников планет и движения резонансных астероидов требуется точность астрометрии в районе 10 mas. В то время как традиционные наземные наблюдения и методы обработки в основном дают точности 50–100 mas.

Повышение точности может быть реализовано с помощью наблюдений видимых тесных сближений тел Солнечной системы со звездами каталога Gaia [4]. Разговоры об использовании подобных методов ведутся уже давно, однако только теперь каталог Gaia обеспечил наличие высокоточной системы отсчета, обладающей достаточной плотностью для решения указанной задачи.

### 2. Наблюдательная программа и методика анализа данных



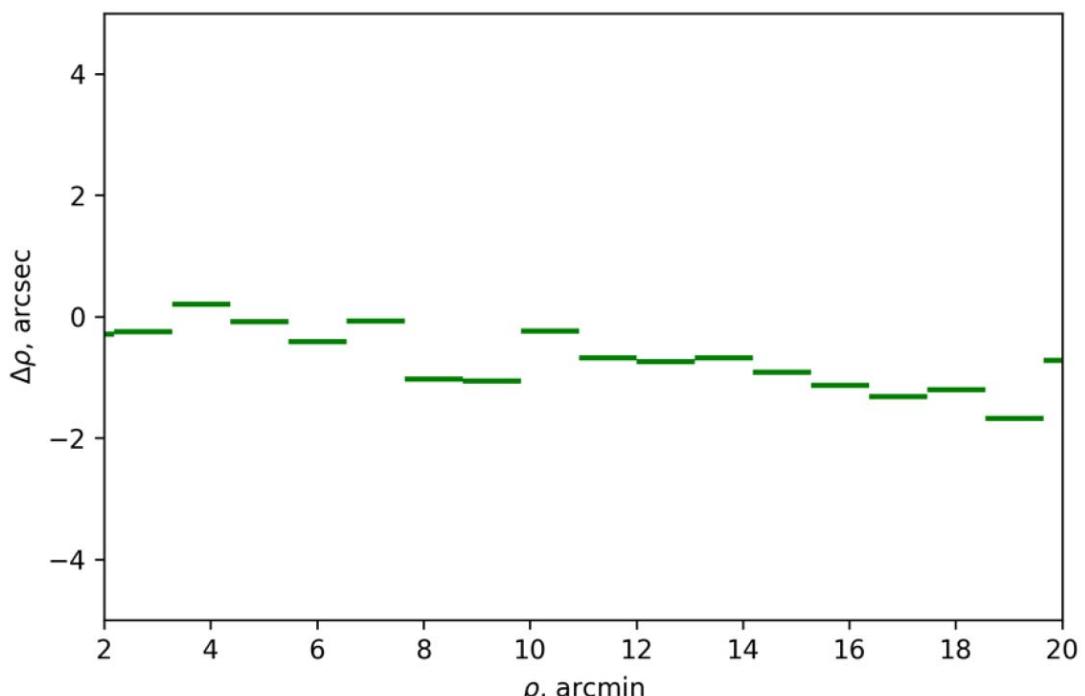
**Рис. 1.** Модель изображения, полученного при наблюдении видимого тесного сближения.

**Таблица 1.** Исследуемыми объектами являются спутники планет и отдельные астероиды.

Спутники планет	Юпитер	Европа, Ганимед, Каллисто, Гималия, Элара, Пасифая, Карме
	Сатурн	Мимы, Энцелад, Тетис, Диона, Рея, Титан, Гиперион, Япет, Фиби, Янус, Эпиметей, Элен, Телесто, Калипсо, Атлас, Прометей, Пандора, Пан
	Уран	Ариэль, Умбриэль, Титания, Оберон
	Нептун	Тритон, Нереида
Астероиды	Венера	33342 1998 WT24, 322756 2001 CK32, 417217 2005 YS;
	Земля	164207 2004 GU9, 419624 2010 SO16, 459872 2014 ЕК24, 439898 2000 ЦГ2, 439908 2000 XH47, 449097 2012 UT68
	Марс	5261 Эврика, 121514 1999 UJ7, 311999 2007 NS2, на 385250 2001 DH47, 391595 2007 UR2, 16834 1997 WU22, 83982 Crantor, 101429 1998 VF31, 154020 2002 CA10, 261938 2006 ОВ5, 359170 2009 CN5, 387505 1998 KN3, 439898 2000 ЦГ2, 439908 2000 XH47, 449097 2012 UT68;
	Нептун	309239 2007 RW10, Otrera 385571, 385695 2005 TO74, 310071 2010 KR59, 316179 2010 EN65

Для каждой пары звёзд были вычислены ошибки определения угловых расстояний. На рис. 2 показано, как ошибки зависят от значения углового расстояния.

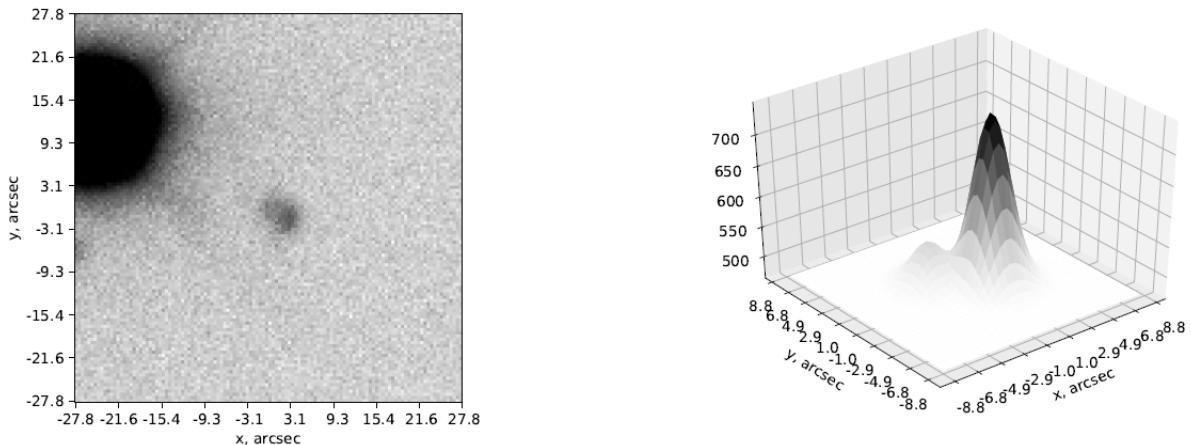
Как видим, они систематически меняются с угловым расстоянием. Это демонстрирует преимущество астрометрии сближений астероидов со звездами Gaia перед традиционными процедурами определения координат астероидов (Morgado et al. (2016)).



**Рис. 2.** Анализ нескольких снимков, сделанных на метровом зеркальном телескопе «Сатурн» Пулковской обсерватории.

При обработке изображения использовался метод шейплет разложений. Эффективность данного метода демонстрируется, например, в работе [2].

Для обработки изображения использовался метод, аналогичный методу обработки двойных звёзд в статье [1].



**Рис. 3.** Видимое тесное сближение U4 Оберона со звездой Gaia2574476038004764800  
2018-09-23T22: 23: 32.100, метровый зеркальный телескоп «Сатурн»  
Пулковской обсерватории.

### 3. Выводы

Результаты моделирования и тестовых наблюдений, выполненных на метровом зеркальном телескопе «Сатурн» Пулковской наблюдательной площадки, демонстрируют высокий потенциал рассматриваемого метода. Наблюдение видимых тесных сближений с последующим использованием шейплет разложения, позволяет повысить позиционную точность наземных наблюдений тел Солнечной системы с помощью малых телескопов до 5-10 mas.

### Литература

1. Buchheim & Robert, K., L'. The Society for Astronomical Sciences. 2008, in The Society for Astronomical Sciences 27th Annual Symposium on Telescope Science, 13
2. Khovrachev, M., Apetyan, A., Roshchina, E., et al. // Astronomy Letters, 2018, 44, 103.
3. Morgado, B., Assafin, M., Vieira-Martins, R., et al. // Mon. Not. R. Astron. Soc., 2016, 460, 4086.
4. Perryman, M. Astronomical Applications of Astrometry, 2014.

## IMPROVEMENT OF POSITIONAL ACCURACY OF SOLAR SYSTEM BODIES GROUNDBASED OBSERVATIONS WITH CCD-IMAGING OF CLOSE APPROACHES OF THEM WITH GAIA STARS

**Bikulova D.A., Izmajlov I.S., Khovrachev M.Yu., Narizhnaya N.V., Kulikova A.M.**  
*Pulkovo observatory of the RAS, Saint-Petersburg, Russia*

Current release of the Gaia mission provides representation of new reference frame on unprecedented level of accuracy. This astrometric catalogue is practically free of systematic errors with respect of astrometric ground-based observations. First applications Gaia DR1 and Gaia DR2 as a reference in analysis of CCD-observations of asteroids and planetary satellites demonstrated small decrease of formal positional errors. Basic reason is unaccounted systematic effects of telescope projection, offsets caused by atmospheric dispersion. As a result, positional error of the Solar system bodies observations performed with “Saturn” 1-m telescope at Pulkovo Observatory ( $F/D = 4$ ) is in the range of 20–80

mas. Frame-to frame astrometric transformation gives the error level less than 5–30 mas. One of possible way of transfer subpixel accuracy to the final positions of the Solar system bodies is observations of close approaches of satellites or asteroids to the Gaia stars. The main idea is that systematic displacements caused by atmospheric effects and telescope optics that occur in close approaches ( $< 10$  arcsec) are the same for asteroid and the Gaia stars. This makes it possible to significantly improve the quality of ground-based astrometry of the Solar system bodies, taking into account the fairly dense distribution of Gaia stars across the celestial sphere.

**ПРОЕКТ KASPAR:  
ИТОГИ ПЕРВОГО СЕЗОНА НАБЛЮДЕНИЙ ПАР АСТЕРОИДОВ  
НА БЛИЗКИХ ОРБИТАХ**

**Крушинский В.В., Гламазда Д.В., Кайзер Г.Т., Кузнецов Э.Д., Попов А.А.,  
Сафонова В.С., Шагабутдинов А.А., Вибе Ю.З.**

*Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Россия*

*Приводятся результаты наблюдений астероидов (1270) Datura, (6070) Rheinland, (8008) 1988 TQ4 и (56048) 1998 XV39, а также пары астероидов (28816) Kimneville и (85834) 1998 XM74, выполненные в Коуровской астрономической обсерватории в 2017–2018 гг. СКО разности (O-C) экваториальных координат составляет 0.15''. Полученные измерения блеска позволяют проводить точные определения периодов вращения и направления вращения астероидов.*

**Введение**

В Коуровской астрономической обсерватории Уральского федерального университета реализуется проект KASPAR (**Kourovka ASteroid PAirs Research**), посвященный исследованию пар астероидов, движущихся по близким орбитам [1–3]. Задача проекта — установить возраст пары и причину ее образования. Пары астероидов на близких орбитах могут быть следствием фрагментации или разрушения астероидов, распада двойных и кратных систем астероидов, также это может быть результатом случайного сближения орбит вследствие дрейфа больших полуосей орбит под влиянием эффекта Ярковского [4]. На основе анализа метрик Холшевникова для пар орбит (элементы взяты из системы AstDyS) нумерованных астероидов и астероидов, наблюдавшихся в нескольких оппозициях, для исследования были отобраны восемь пар. Для астероидов, входящие в эти пары, должны быть проведены астрометрические и фотометрические наблюдения. Позиционные наблюдения выполняются с целью получения высокоточных улучшенных элементов орбит, которые будут использованы в качестве начальных данных для численного моделирования при получении оценок скорости дрейфа большой полуоси, обусловленного эффектом Ярковского. Фотометрические наблюдения проводятся с целью определения направления вращения астероидов (и направления дрейфа большой полуоси) на основе метода минимального дрейфа: при вращении астероида по часовой стрелке синодический период в момент оппозиции минимален и наоборот [5].

**Наблюдения и обработка данных**

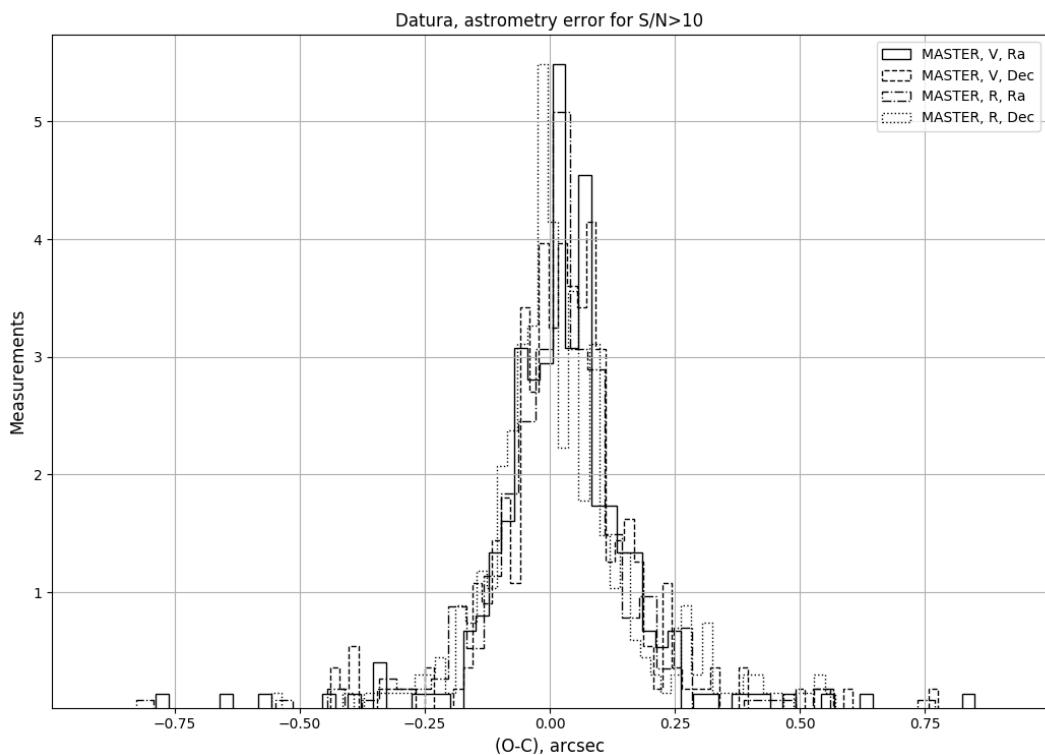
Наблюдения проводились на телескопах SBG [6] и Master-Ural [7] Коуровской обсерватории, при этом на телескопе Master-Ural в двух фильтрах одновременно. Всего было получено около четырех тысяч кадров в фильтрах V и R. Таблица 1 содержит данные о наблюдавшихся астероидах.

Обработка результатов наблюдений проводилась в программе IZMCCD [8] и пакете AM:PM, разработанном специально для проекта KASPAR. AM:PM предназначен для проведения автоматической астрометрии и фотометрии астероидов. Пакет написан на языке Python и использует сторонние приложения и онлайн базы данных: Astrometry.net [9], NASA Horizons [10], VizieR [11].

Стандартное отклонение разности (O-C) экваториальных координат для объектов с отношением С/Ш>10 составило 0.15'', среднее значение для (O-C) меньше 0.05'', для обоих телескопов. Распределение ошибок вокруг среднего значения имеет нормальный характер (рис. 1).

**Таблица 1.**

Астероид	SBG, ночей/кадров(фильтр)	Master-Ural, ночей/кадров(фильтр)
(1270) Datura	6/782(R)	12/447(R) + 447(V)
(85834) 1998 XM74	3/314(R)	11/284(R) + 284(V)
(6070) Rheinland	2/263(R)	
(8008) 1988 TQ4	1/88(R)	5/202(R) + 202(V)
(28816) Kimneville	1/284(B, V)	
(56048) 1998 XV39)		2/65(R) + 65(V)
(33560) D'Alessandro	2/188(R)	
(4130) Ramanujan	2/150(R)	



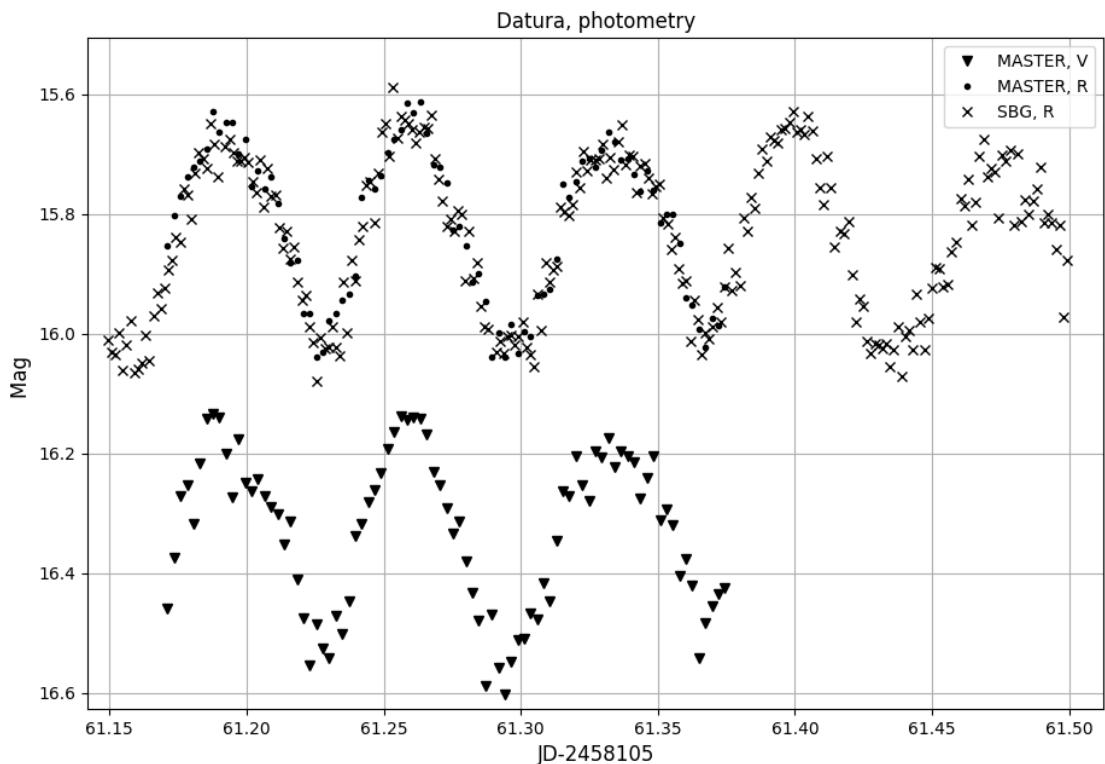
**Рис. 1.** Распределение ошибок определения экваториальных координат астроида.

Точность фотометрии ярких астероидов ( $S/N > 20$ ) определяется фотометрической точностью опорного каталога URAT-1. Для тусклых астероидов начинают превалировать шумы фона неба, ПЗС-камеры и собственный шум источника. Еще один существенный источник ошибочных измерений — звезды фона, оказавшиеся вблизи видимого пути астроида. Пример полученной кривой блеска приведен на рисунке 2.

#### Определение периодов вращения астероидов

Для аstroида (1270) Datura было получено достаточно данных для точного определения периода осевого вращения. Поиск периода осуществлялся методом Лафлера-Кинмана [12]. Сидерический период осевого вращения аstroида (1270) Datura составил  $3.35809 \pm 0.00007$  часа, что согласуется с [13], где указано значение 3.3581. Для надежного определения периодов остальных астероидов, наблюдавшихся в 2017–2018 гг., требуются дополнительные данные.

Определение направления вращения требует фотометрических наблюдений до и после оппозиции [5]. Решение этой задачи будет продолжено в дальнейшем.



**Рис. 2.** Кривые блеска астероида (1270) Datura, полученные на телескопах Master-Ural (в фильтрах V и R) и SBG (в фильтре R) Коуровской астрономической обсерватории.

### Заключение

В ходе наблюдательного сезона 2017–2018 гг. выполнены позиционные и фотометрические наблюдения астероидов (1270) Datura, (6070) Rheinland, (8008) 1988 TQ4, 33560 D'Alessandro, 4130 Ramanujan, (56048) 1998 XV39, а также пары астероидов (28816) Kimneville и (85834) 1998 XM74.

Разработано программное обеспечение для обработки результатов наблюдений. Определен период осевого вращения астроида (1270) Datura. Для других астероидов требуются дополнительные наблюдения.

Работа выполнена при поддержке Правительства Российской Федерации (постановление № 211, контракт № 02.A03.21.0006) и гранта РФФИ № 18-02-00015.

### Литература

1. Кузнецов Э.Д., Сафронова В.С. Приложение метрик пространства кеплеровых орбит для поиска астероидов на близких орбитах // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2017. №4. Вып. 2. С. 86–92.
2. Kuznetsov E., Safronova V. Application of metrics in the space of orbits to search for asteroids on close orbits // Planetary and Space Science. 2018. V. 157. P. 22–27.
3. Kuznetsov E.D., Glamazda D.V., G.T. Kaiser G.T. et al. Pairs of asteroids in close orbits // Meteoritics and Planetary Science. 2018. V. 53. Iss. S1. A159. 1 p.
4. Vokrouhlický D., Nesvorný D. Pairs of asteroids probably of a common origin // AJ. 2008. V. 136. P. 280–290
5. Oszkiewicz D.A., Ski D.A., Moskovitz N. et al. Non-Vestoid candidate asteroids in the inner main belt // Astronomy and Astrophysics. 2017. V. 599. id. A107. 15 pp.
6. Glamazda, D.V. SBG camera of Kourovka Astronomical observatory // Astrophysical Bulletin, Vol. 67, Issue 2, pp.230-236
7. Lipunov et al. Master Robotic Net // Advances in Astronomy, vol. 2010, 30L

8. Измайлов И.С. Izmccd-программный пакет для астрометрической обработки числовых изображений небесных объектов // <http://izmccd.puldb.ru/izmccdrus>, 2005.
9. Lang, D., Hogg, D.W., Mierle, K. et al. Astrometry.net: Blind astrometric calibration of arbitrary astronomical images // Astronomical Journal 137, 1782–1800.
10. <https://ssd.jpl.nasa.gov/?horizons#top>
11. <http://vizier.u-strasbg.fr/>
12. Lafler, J.; Kinman, T.D. An RR Lyrae Star Survey with The Lick 20-INCH Astrograph II. The Calculation of RR Lyrae Periods by Electronic Computer // Astrophysical Journal Supplement, 1965, vol. 11, p. 216.
13. Vokrouhlický, D. et al. Datura family: the 2009 update // Astronomy and Astrophysics, 2009, Vol. 507, Issue 1, pp.495-504.

**PROJECT KASPAR:  
RESULTS OF THE FIRST SEASON OF OBSERVATIONS  
OF PAIRS OF ASTEROIDS IN CLOSE ORBITS**

**Krushinsky V.V., Glamazda D.V., Kaiser G.T., Kuznetsov E.D., Popov A.A.,  
Safronova V.S., Shagabutdinov A.A., Vibe Yu.Z.**

*Ural Federal University, Ekaterinburg, Russia*

We reported about results of the observations of asteroids (1270) Datura, (6070) Rheinland, (8008) 1988 TQ4 and (56048) 1998 XV39, and a pair of asteroids (28816) Kimneville and (85834) 1998 XM74, performed in the Kourovka Astronomical Observatory in 2017–2018. The RMS of the (O – C) of equatorial coordinates is 0.15''. The obtained photometry allows accurate determination of the rotation periods and directions of rotation of the asteroids.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТНЬЮТОНОВСКОГО ПАРАМЕТРА $\gamma$ ИЗ ОБРАБОТКИ СУТОЧНОЙ РСДБ СЕССИИ

Курдубов С.Л., Миронова С.М.

Институт прикладной астрономии РАН, г. Санкт-Петербург, Россия

Для определения постньютоновского параметра  $\gamma$  из РСДБ наблюдений используются все доступные РСДБ сессии. Точность оценки параметра  $\gamma$  из одной сессии недостаточная. Однако если в сессии наблюдаемые радиоисточники оказались вблизи Солнца или одной из массивных планет, точность оценки параметра  $\gamma$  улучшится. Проведено сравнение параметра  $\gamma$  из обработки одной сессии со специально выбранными источниками и из глобального уравнивания РСДБ наблюдений. Формальные ошибки параметра  $\gamma$  из глобального уравнивания большого набора РСДБ сессий, выполненного различными авторами, приблизительно в 1.5–2 раза меньше ошибок из обработки одной РСДБ сессии с близкими к Солнцу источниками. Также проведено сравнение параметра  $\gamma$ , оцененного из одной сессии с близкими к Солнцу источниками программными пакетами OCCAM, Calc/Solve, QUASAR.

### 1. Введение

Обработка РСДБ наблюдений включает в себя учет различных факторов, влияющих на координаты станций и источника. Отклонение пространства-времени от ньютона-новского формализма учитывается в РСДБ добавлением постньютоновских поправок. Учет ППН параметров позволяет оценить релятивистские эффекты в задержке РСДБ сигнала с точностью до 1 пс. Рекомендованная IERS модель задержки РСДБ сигнала включает в себя один ППН параметр  $\gamma$ , описывающий степень искривления сигнала вблизи гравитирующего тела. Производная задержки РСДБ сигнала в вакууме представлена формулами, расположенными ниже.

$$\frac{\partial \tau_v}{\partial \gamma} = \frac{\frac{\partial T_{grav}}{\partial \gamma} + (\mathbf{u}\mathbf{b}) \frac{GM_\oplus}{|x_\oplus|^2}}{1 + \frac{u v_\oplus + u w_2}{c}}$$

$$\frac{\partial T_{grav}}{\partial \gamma} = \sum_{A=M,\oplus,J,H} \frac{GM_A}{c^2} \ln \frac{|R_{1A}| + u R_{1A}}{|R_{2A}| + u R_{2A}} + \frac{GM_\oplus}{c^2} \ln \frac{|x_{1A}| + u x_{1A}}{|x_{2A}| + u x_{2A}}$$

$$+ \sum_{A=M,\oplus,J,H} (2 + 2\gamma) \left( \frac{GM_A}{c^2} \right)^2 \frac{b \frac{R_{1A}}{|R_{1A}|} + bu}{(|R_{1A}| + u R_{1A})^2}$$

где  $\mathbf{b}$  – вектор базы;  $\mathbf{u}$  – единичный вектор в направлении источника;  $x_M, x_\oplus, x_J, x_H, x_\oplus$  – барицентрические радиус-векторы Луны, Солнца, Юпитера, Сатурна, Земли в CRS;  $v_\oplus$  – барицентрическая скорость Земли в CRS.  $x_{1,2}$  – геоцентрические радиус-векторы станций 1, 2;  $w_{1,2}$  – геоцентрические скорости станций 1, 2 в CRS;  $R_{1A}, R_{2A}$  – векторы от гравитирующего тела к станциям 1, 2;  $M_A$  – масса гравитирующего тела.

Параметр  $\gamma$  можно определить из РСДБ двумя способами: из глобального уравнивания большого набора сессий или из одной специальным образом созданной сессии. Глобальное уравнивание дает оценку гаммы с точностью, не превышающей  $10^{-4}$  [4, 5]. Возможность использовать одну сессию для оценки параметра  $\gamma$  появляется, если в сессии наблюдался достаточно близкий к одному из гравитирующих тел. Второй способ был реализован, например, в [6]. Из формул видно, что с уменьшением углового рас-

стояния между гравитирующим телом и сигналом, а также с возрастанием массы тела увеличивается производная по параметру  $\gamma$ .

## **2. Уточнение параметра $\gamma$ из обработки сессий AUA020 и AOV022**

Рассматривались сессии AUA020 и AOV022, специально запланированные для оценивания параметра  $\gamma$  по заказу Geoscience Australia [6]. В них наблюдались источники 0229+131, 0235+164, оказавшиеся вблизи Солнца в моменты наблюдений. Сессии были обработаны программным пакетом QUASAR [3]. В базовый набор определяемых параметров были включены влажная задержка в зените со стохастическим сигналом, рассинхронизация часов с квадратичным трендом и со стохастическим сигналом, координаты станций и параметр  $\gamma$ . Предварительная обработка показала, что в сессиях AUA020 и AOV022 произошли скачки часов на станциях Hobart26 и Yarra12M соответственно. Исправление скачков часов было осуществлено тремя способами: удалением задержек соответствующей станции до либо после скачка, удалением всех задержек станции и коррекцией наблюдений. Результаты обработки представлены в табл. 1. Из рассмотрения результатов видно, что различные способы обработки сессии изменяют ошибку параметра  $\gamma$  не более чем на 20%. При этом сама величина параметра  $\gamma$  меняется в пределах от  $-3 \cdot 10^{-3}$  до  $5 \cdot 10^{-3}$ . Разброс в оценках параметра и его существенное отличие в большую сторону может свидетельствовать о неполноте модели обработки сессий.

**Таблица 1.** Результаты обработки сессий AUA020 и AOV022, параметр  $(\gamma-1) \cdot 10^3$  и его формальная ошибка.

Способ обработки	AUA020	AOV022
удаление скачка	4.283 0.280	-3.178 0.484
удаление станции	2.018 0.332	-2.226 0.532
исправление скачка	4.504 0.285	-3.214 0.467

Для проверки корректности результатов обработки были получены оценки параметра  $\gamma$  без одного или обоих близких к Солнцу источников. Результаты обработки, представленные в табл. 2, показывают, что исключение из обработки одного из близких к Солнцу источников увеличивает ошибку определения параметра  $\gamma$  приблизительно в 2 раза. Исключение обоих источников существенно ухудшает ошибку. Также тестировалось применение модели структуры источника [1]. Последние две строки табл. 2 – это результаты обработки сессий с использованием многокомпонентной и двухкомпонентной моделей. Введение учета структуры источника увеличивает ошибку приблизительно в 1.5–2 раза. Во всей табл. 2 разброс значений параметра  $\gamma$  существенно превосходит разброс ошибки и является дополнительным свидетельством о необходимости изменения модели.

**Таблица 2.** Экспериментальная обработка сессий AUA020 и AOV022, параметр  $(\gamma-1) \cdot 10^3$  и его формальная ошибка.

Способ обработки	AUA020	AOV022
все источники	2.018 0.332	-2.226 0.532
без 0229+131	6.256 0.529	11.944 1.229
без 0235+164	-8.727 0.882	-13.900 0.972
без 0229+131, 0235+164	11.867 12.283	-10.566 11.940
структур (n)	1.942 0.415	-2.189 0.597
структур (2)	1.537 0.484	-2.112 1.101

### 3. Сравнение оценок параметра $\gamma$ из сессии AUA020, полученных различными центрами обработки

В статье [6] была выполнена обработка сессии AUA020 программными пакетами OCCAM и Calc/Solve. Для сравнения с полученными оценками параметра  $\gamma$  были сделаны тесты, в некоторой степени повторяющие модели OCCAM и Calc/Solve. Модель OCCAM была реализована обработкой, в которой РСДБ задержки были взяты без перевзвешивания. В качестве близкой к модели Calc/Solve была взята оценка параметра  $\gamma$  без перевзвешивания наблюдений и без учета стохастических сигналов. Оценки Титова и др. [6], а также оценки параметра  $\gamma$  по перевзвешенным и неперевзвешенным моделям представлены в таблице 3. Для сравнения в третьей строке таблицы приведена оценка, полученная программой QUASAR ( $\chi^2$  был искусственно сделан близким к единице).

Сравнение ошибки оценки QUASAR (с перевзвешиванием) и OCCAM, деленной на корень из  $\chi^2$ , показывает соответствие оценок. Аналогично, ошибка оценки QUASAR (без перевзвешивания, без сигналов) по величине соответствует оценке Calc/Solve, деленной на корень из  $\chi^2$ .

**Таблица 3.** Сравнение параметра  $\gamma$ , вычисленного различными центрами обработки по сессии AUA020. Во втором столбце таблицы находится параметр  $(\gamma-1)\cdot10^3$  и его формальная ошибка, в третьем столбце –  $\chi^2$ .

Программа	$(\gamma-1)\cdot10^3$	$\chi^2$
OCCAM	0.056 0.115	0.34
Calc/Solve	-0.022 0.110	0.84
QUASAR, с перевзвешиванием	2.051 0.249	1.030
QUASAR, без перевзвешивания	2.257 0.209	
QUASAR, без перевзвешивания, без сигналов	-1.157 0.084	

### 4. Заключение

Результаты определения ППН параметра  $\gamma$  по сеансам с близким прохождением источника около Солнца сравнимы с результатами, полученными другими авторами из обработки всех доступных РСДБ наблюдений, уступая им в 1.5–2 раза по оценке формальной ошибки. Получены существенные поправки к параметру  $\gamma$ , свидетельствующие, вероятно, о неполноте модели.

Оценки ошибки по неперевзвешенной модели примерно соответствуют оценке из OCCAM, деленной на корень из  $\chi^2$ . Оценки ошибки при отсутствии перевзвешивания и отключении стохастических сигналов соответствуют таковым из CalcSolve.

### Литература

1. Charlot, P. // AJ, 1990, vol. 99, pp. 1309–1326.
2. Gérard Petit and Brian Luzum (eds.). IERS Conventions (2010). (IERS Technical Note; 36) Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2010. 179 pp.
3. В.С. Губанов, С.Л. Курдубов, И.Ф. Суркис. Новая версия пакета QUASAR для обработки РСДБ-наблюдений // Труды ИПА РАН, 2007, вып. 16, с. 61–83.
4. Lambert, S.B. and Le Poncin-Lafitte, C. Determining the relativistic parameter  $\gamma$  using very long baseline interferometry // Astron. Astrophys., 2009, vol. 499, pp. 331–335.
5. Ламберт и др. (S.B. Lambert and C. Le Poncin-Lafitte), Improved determination of  $\gamma$  by VLBI // Astron. Astrophys., 2011, vol. 529, p. A70.
6. O. Titov, A. Girdiuk, S. Lambert, J. et al. Testing General Relativity with geodetic VLBI: what profit from a single, specially designed experiment? // Astronomy & Astrophysics, 2018, vol. 618.

## **DETERMINING OF THE PPN PARAMETER $\gamma$ FROM A DIURNAL VLBI SESSION**

**Kurdubov S.L., Mironova S.M.**

*Institute of Applied Astronomy RAS, St. Petersburg, Russia*

In order to determine the Post-Newtonian parameter  $\gamma$  one need to use all possible VLBI series. Accuracy of parameter  $\gamma$  from a single session is not good enough. A comparison between parameter  $\gamma$  estimated by a single session which includes special sources and from global solution was made. But if observed sources are near the Sun or one of a massive planet, accuracy of parameter  $\gamma$  will be better. Formal errors of parameter  $\gamma$  estimated by global solution of a big set of VLBI observations and computed by different authors is 1.5–2 times less than a formal error estimated by one session included sources near the Sun. Also a comparison between parameter  $\gamma$  estimated by a single session included sources near the Sun by OCCAM, Calc/Solve, QUASAR software packages.

## **РЕЗУЛЬТАТЫ НАБЛЮДЕНИЙ ИСКУССТВЕННЫХ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В ТЕРСКОЛЬСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ В 2017–2018 гг.**

**Левкина П.А., Бахтигараев Н.С.**

*Институт астрономии РАН, Москва, Россия*

*В 2017–2018 гг. в обсерватории на пике Терскол (Северный Кавказ, Россия) на комплексе телескопа Zeiss-2000 были проведены шесть сеансов оптических наблюдений околоземных космических объектов. В работе приводятся орбитальные параметры и физические характеристики некоторых наблюдавшихся высокоорбитальных объектов космического мусора, в том числе с большим отношением площади к массе. Полученные данные использовались для уточнения эмпирической модели движения малоразмерного объекта космического мусора в геостационарной области. Также приводятся результаты обработки наблюдений новых фрагментов космического мусора, обнаруженных в сеансах 2017–2018 гг. и ранее не наблюдавшихся. Сделана попытка определения родительских тел этих фрагментов.*

*Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации № МК-6640.2018.2.*

### **1. Введение**

В 2017–2018 гг. в обсерватории на пике Терскол (Северный Кавказ, Россия) на комплексе телескопа Zeiss-2000 были проведены плановые сеансы оптических наблюдений околоземных космических объектов. В целях уточнения орбит измерения известных объектов проводились короткими сериями с частотой кадров 10 с. Измерения координат и блеска ранее не наблюдавшихся, новых объектов осуществлялись долгими сериями по 60–90 минут с минимально возможными экспозицией и частотой кадров.

Для астрометрической и фотометрической обработки полученных изображений используется программный комплекс Apex II [1].

Для анализа полученных данных используется теория движения ИСЗ и космического мусора, разработанная в ГАИШ МГУ [2].

В статье, частично являющейся продолжением работы [3], приводятся данные, дополняющие эмпирическую модель изменения величины отношения площади к массе для малоразмерного объекта космического мусора, движущегося в геостационарной области в режиме либрации вблизи точки 75° в.д.

Для новых объектов, обнаруженных в Терскольской обсерватории в 2018 г., оценен характер изменения блеска на длительном интервале времени, построены периодограммы. Один из объектов был отождествлён с группой фрагментов разгонного блока Titan 3C Transtage.

### **2. Отождествление новых объектов**

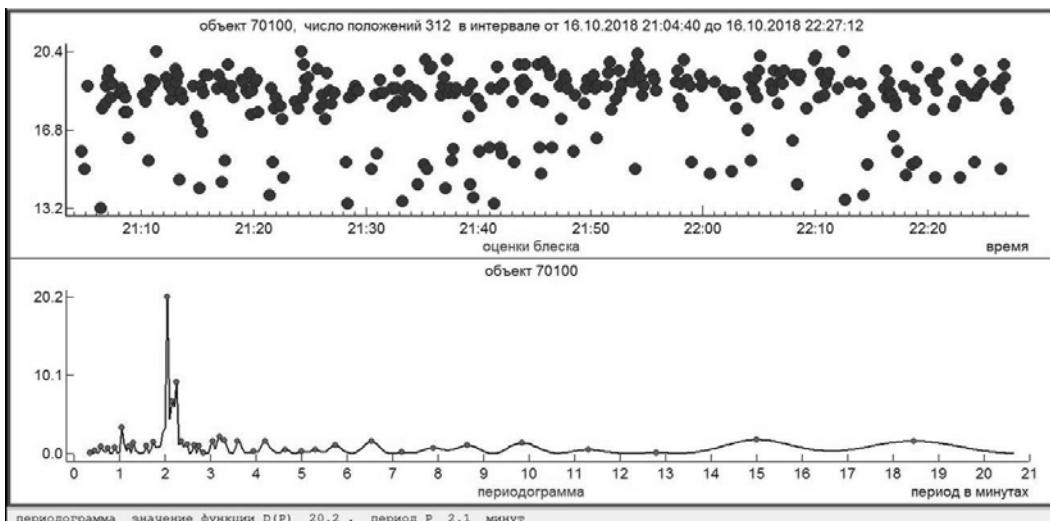
Каждую ясную ночь в обсерватории на пике Терскол обнаруживаются 4–5 новых объектов. Как правило, это слабые объекты со сложным характером вращения и большой амплитудой изменения блеска.

В таблице 1 представлены параметры орбиты некоторых новых объектов на основе измерений на коротких дугах в октябре 2018 г. Объекты в первых четырёх столбцах имеют временные номера, объектам 82022 и 93833 были присвоены постоянные номера в каталоге после наших наблюдений. Все объекты слабее 17-й звёздной величины. Объект № 93833 наблюдался в течение двух ночей (71 мин. в первую ночь и 29 мин. во вторую ночь), после чего была получена оценка величины отношения площади к массе ( $A/m$ ).

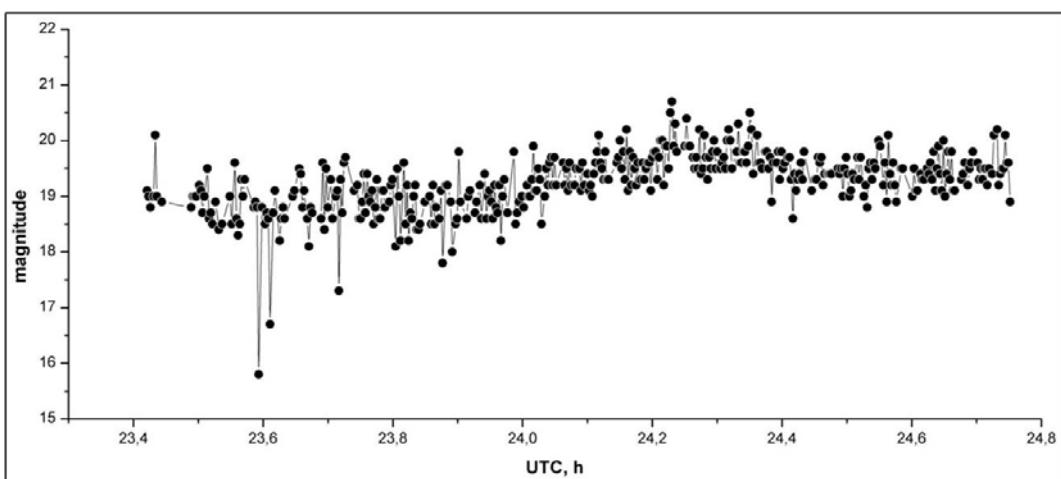
**Таблица 1.** Элементы орбиты новых объектов на основе измерений на коротких дугах.

объект	70100	70500	80100	80200	82022	93833
$n$	1.24871	2.91972	0.95221	1.03788	1.00117	0.99267
$a$ (км)	36425.8	20674.0	43641.7	41205.3	42207.1	42447.8
$e$	0.483282	0.67919	0.35224	0.67963	0.00334	0.12929
$i$ ( $^{\circ}$ )	4.16569	1.95737	7.96733	22.9472	12.7837	5.0866
$\Omega$ ( $^{\circ}$ )	252.05	135.81	244.83	292.60	326.60	303.92
$A/m$	-	-	-	-	-	16.156
блеск	18.1	19.3	17.8	17.6	19.3	18.4
дуга, мин.	83	85	68	53	86	71+29

На рис. 1–4 показаны графики изменения блеска и периодограммы объектов из табл. 1. Можно видеть, что показанные объекты объединяют большие амплитуды изменения блеска и период вращения около 2 минут.



**Рис. 1.** График изменения блеска и периодограмма объекта № 70100, 16.10.2018.



**Рис. 2.** График изменения блеска объекта № 70500, 17.10.2018.

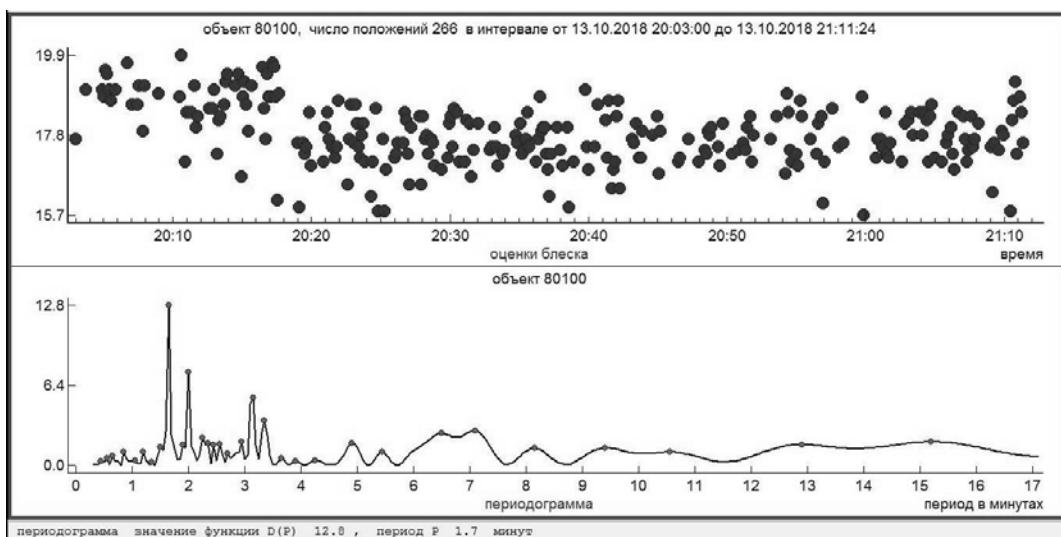


Рис. 3. График изменения блеска и периодограмма объекта № 80100, 13.10.2018.

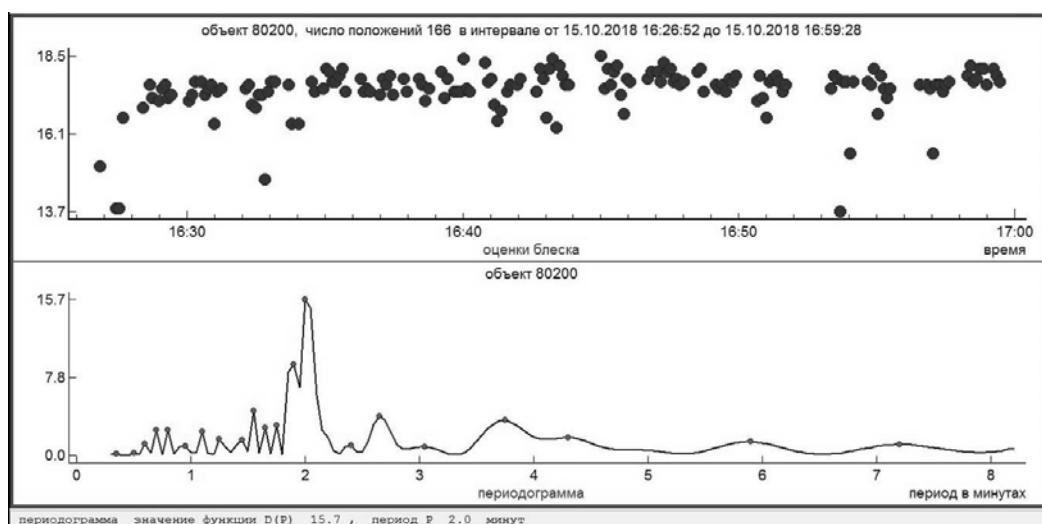


Рис. 4. График изменения блеска и периодограмма объекта № 80200, 15.10.2018.

Таблица 2. Элементы орбиты объекта № 92918.

	Значение параметра
<b>Дата</b>	28.06.2018 00:00:00.0
<b>большая полуось (км)</b>	41601.356
<b>эксцентриситет</b>	0.11089044
<b>угол наклонения</b>	3.72159°
<b>долгота восходящего узла</b>	321.78721°
<b>аргумент перигея</b>	31.38595°
<b>средняя аномалия</b>	346.38595°
<b>среднее движение (об/сутки)</b>	1.02311591
<b>оценка площадь/масса (м<sup>2</sup>/кг)</b>	3.71027
<b>корреляция фаза – блеск</b>	0.027
<b>средняя оценка блеска</b>	18.7 <sup>m</sup>

Один из объектов, обнаруженных в 2018 г., был исследован более подробно. Объект № 92918 был открыт 29.06.2018 при наблюдениях на пике Терскол. После 4 ночей наблюдений была определена орбита объекта, приведённая в табл. 2.

Средняя квадратическая погрешность измерений составила  $0.33''$  по прямому восхождению и  $0.28''$  по склонению.

На рис. 5 показаны кривая блеска и периодограмма объекта в первую ночь наблюдений. На протяжении всех 4 наблюдательных ночей блеск объекта оценивался в 2.2 минуты.

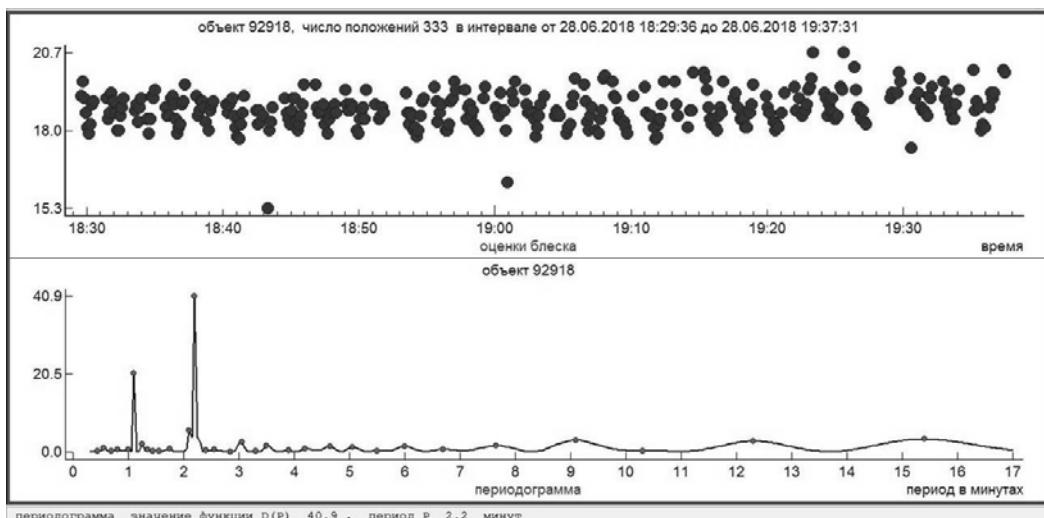


Рис. 5. График изменения блеска и периодограмма объекта № 92918.

Согласно монографии [4] на диаграмме «угол наклонения – долгота восходящего узла» объекты космического мусора образуют скопления. По этому критерию объект №92918 попадает в группу фрагментов с номером КОСПАР 68081:

0 TITAN 3C TRANSTAGE DEB \*  
1 38697U 68081X 18180.63815108 +.00000036 +00000-0 +00000-0 0 9995  
2 38697 003.9405 336.4509 0851468 105.1695 264.6056 01.01482091045346  
0 TITAN 3C TRANSTAGE DEB  
1 38698U 68081Y 18180.98223709 -.00000124 +00000-0 +00000-0 0 9993  
2 38698 003.2713 300.1935 0175995 276.3690 082.0218 01.04396776055400

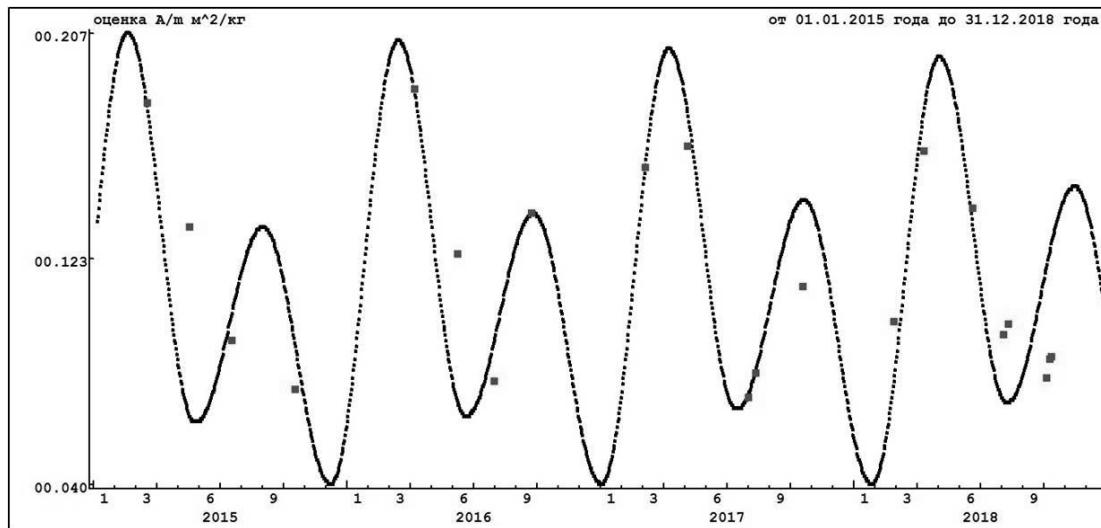
Данные про эти объекты (около 10 фрагментов) появились в наборах двусторонних элементов 21.07.2012 г. ([www.spacetrack.com](http://www.spacetrack.com)). Это фрагменты разгонного блока Titan 3C Transtage, взорвавшегося на геостационарной орбите в 1992 году.

Все другие объекты с таким углом наклонения имеют долготу восходящего узла от 50 градусов до 100 градусов.

### 3. Дополнение модели изменения величины отношения площади к массе

В работе [3] была предложена модель вариации величины отношения площади к массе для малоразмерного объекта космического мусора, движущегося в геостационарной области в режиме либрации вблизи точки  $75^\circ$  в.д. Модель была построена по данным наблюдений 2009–2014 гг. и не уточнялась новыми наблюдениями позднее. Данные 2015–2017 гг. [5] были дополнены наблюдениями 2018 года. В 2018 г. исследуемый объект, Fengyun 2D Deb (КОСПАР 7708001), наблюдался в нескольких сеансах.

На рис. 6 на график изменения величины отношения  $A/m$  нанесены сеансы 2018 г., состоявшиеся до ноября. В последние два сеанса – в июне-июле и в октябре удалось определить значения величины  $A/m$  для нескольких эпох. Они показаны отдельными квадратами на графике модели. В каждом квадрате содержатся измерения нескольких наблюдательных ночей.



**Рис. 6.** Изменение величины отношения  $A/m$  объекта Fengyun 2D Deb в 2015–2018 гг.  
Квадраты – сеансы наблюдений, полученные нами.

Сеансы наблюдений на пике Терскол в марте и мае 2018 г. подтверждают достоверность существующей модели (не уточнявшейся после наблюдений 2014 года). Наблюдения, полученные летом и осенью 2018 г., показывают, что модель нуждается в уточнении с помощью новых наблюдений (полученных после 2014 года).

#### 4. Заключение

В настоящей работе проведены исследования некоторых новых объектов космического мусора, обнаруженных в ходе наблюдений в 2018 г. Определены орбитальные параметры и физические характеристики избранных объектов космического мусора. Продолжают обнаруживаться обломки разрушений аппаратов и сопутствующих запускам объектов, выведенных на орбиту несколько десятков лет назад. Массив регулярно открываемых объектов, отсутствующих в каталогах, позволяет сделать вывод о заселенности околоземного космического пространства малоразмерными фрагментами космического мусора. Только в октябре 2018 года было обнаружено более десяти различных фрагментов, большинство из которых находится в геостационарной области. Блеск всех объектов испытывает значительные резкие колебания, с амплитудой от 5 до 7 звездных величин в течение нескольких минут. Период вращения большинства обнаруженных объектов оценивается в  $\sim 2$  минуты. Для некоторых новых объектов удалось оценить величину  $A/m$  по данным нескольких наблюдательных ночей. Анализ одного из новых объектов позволил отождествить его с обломком разгонного блока Titan 3C Transtage, взорвавшегося на геостационарной орбите в 1992 году.

Также в 2018 г. получены новые наблюдательные данные объекта Fengyun 2D Deb, для которого была предложена модель изменения отношения площади к массе. Сеансы наблюдений на пике Терскол в марте и мае 2018 г. подтвердили достоверность существующей модели (не уточнявшейся после наблюдений 2014 года). Наблюдения, полученные летом и осенью 2018 г., показали, что модель нуждается в уточнении с помощью новых наблюдений (полученных после 2014 года).

**Литература**

1. Девяткин А.В., Горшанов Д.Л., Куприянов В.В., Верещагина И.А. Программные пакеты «АПЕКС-І» и «АПЕКС-ІІ» для обработки астрономических ПЗС-наблюдений // Астрон. Вестник, 2010, Т. 44, № 1, 74-87.
2. Чазов В.В. Основные алгоритмы численно-аналитической теории движения искусственных спутников Земли // Труды ГАИШ, 2000, Т. 68, 5-20.
3. Бахтигараев Н.С., Левкина П.А., Чазов В.В. Эмпирическая модель движения фрагмента космического мусора в геостационарной области // Астрон. Вестник, 2016, Т. 50, № 2, 141.
4. Киладзе Р.И., Сочилина А.С. Теория движения геостационарных спутников – Тбилиси, 2008.
5. Bakhtigaraev N.S., Levkina P.A., Rykhlova L.V. et al. Features of geosynchronous space objects motion near 75°E // Open Astronomy, 2018, V. 27, Iss. 1, 139-143.

**THE RESULTS OF OBSERVATIONS OF ARTIFICIAL SPACE OBJECTS  
AT THE TERSKOL OBSERVATORY IN 2017–2018**

**Levkina P.A., Bakhtigaraev N.S.**

*The Institute of Astronomy of the RAS, Moscow, Russia*

In 2017–2018 six sessions of optical observations of near-Earth space objects were conducted at the Zeiss-2000 telescope complex of the Terskol peak observatory (Northern Caucasus, Russia). The paper presents the orbital parameters and physical characteristics of some of the observed high-orbit space debris objects, including fragments with a high area-to-mass ratio. The obtained data were used to improve the empirical model of the motion of a small-sized space debris object in the geostationary region. The results of the processing of observations of new space debris fragments detected in the sessions of 2017–2018 and not previously observed are also given. An attempt was made to determine the parent bodies of these fragments.

This work was supported by the grant of the President of the Russian Federation № MK-6640.2018.2.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ПУЛКОВСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ ГАЛИЛЕЕВЫХ СПУТНИКОВ ЮПИТЕРА

**Нарижная Н.В., Ховричев М.Ю., Бикулова Д.А., Куликова А.М., Апетян А.А.**  
Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

*В работе представлены результаты наблюдений галилеевых спутников Юпитера, выполненных на Нормальном астрографе за период 2016–2018 гг. Получено 1213 положений галилеевых спутников в системе Gaia DR1 (ICRF, J2000.0) и 1525 разностей координат спутников относительно друг друга за два сезона. Средние ошибки нормальных мест спутников и соответствующие среднеквадратические отклонения равны:  $\epsilon_\alpha = 0.003''$ ,  $\epsilon_\delta = 0.003''$ ,  $\sigma_\alpha = 0.070''$ ,  $\sigma_\delta = 0.067''$ . Проведено сравнение полученных экваториальных координат спутников с восемью наиболее современными теориями движения планет и спутников. Комбинация теорий движения EPM2015 и V.Lainey-V.2.0|V1.1 показала лучшее согласие с наблюдениями, средние значения (O-C) равно 0.026'' (2016-17) и 0.012'' (2018).*

### Введение

Астрометрические наблюдения планет и их естественных спутников играют фундаментальную роль в изучении динамики Солнечной системы. Они используются при построении и уточнении теорий движения больших планет и их спутников, а также для оценки точности существующих эфемерид. Пулковская обсерватория наряду с другими российскими и зарубежными обсерваториями участвует в этой программе.

### Наблюдения и обработка данных

В нашей работе представлены результаты астрометрических ПЗС-наблюдений галилеевых спутников Юпитера, выполненных на Нормальном астрографе в 2016–2018 гг. Использовалась ПЗС-камера (SBIG ST-L-11K 3 CCD – рабочее поле:  $35' \times 25'$ , масштаб  $0.530''/\text{пиксел}$ ). В таблице 1 приведены количественные оценки итогов наблюдений. Условия наблюдений были более приемлемыми в отношении зенитного расстояния Юпитера в 2016–17 гг., но в отношении количества опорных звезд на кадре – в 2018.

**Таблица 1.** Количество наблюдательных ночей, полученных положений галилеевых спутников и наблюдательные условия за 2 периода наблюдений.

Год	Число ночей	Число положений спутников					Число обрабо- танных кадров	Число опор- ных звезд	Интервал зенитных расстоя- ний
		Все	J1	J2	J3	J4			
2016-2017	20	761	146	180	180	255	3340	6-18	50°-70°
2018	28	455	101	104	131	119	2580	17-46	75°-80°

Для автоматизации измерений такого большого массива кадров был создан набор приложений JSA, позволяющий определить WCS-параметры (набор констант для перехода от пиксельных координат к экваториальным и наоборот) и вписать их в блок метеаданных для каждого кадра. На каждом кадре по опорным звездам проводилась оценка параметров PSF (функции рассеяния точки). Для этого изображение каждой звезды аппроксимировалось с помощью шейплет-разложения. Этот метод анализа изображений рассмотрен в серии статей Рефрегиера и его соавторов [1–2]. Разложение ограничивалось третьим порядком, так как при более высоких порядках ошибки единицы веса

становились меньше шума изображения, что вело к некорректной оценке параметров. Затем полученные индивидуальные PSF нормировались на единичный поток и вычислялись медианные значения коэффициентов разложения на основе всего массива. В дальнейшем, для каждого объекта на кадре выполнялось определение пиксельных координат путем варьирования координат центра медианного PSF и потока методом Левенберга-Марквардта. Для спутников Юпитера, расположенных ближе 100", деформация фона, обусловленная рассеянием света от яркой планеты, оказалась значимой. Поэтому в данных случаях, перед варьированием координат центра и потока, аппроксимация фона осуществлялась поверхностью второго порядка за пределами области, занятой изображением спутника. В итоге проводилось вычитание фона с целью избежать искажений пиксельных координат фотоцентров спутников Юпитера.

Для одной из ночей наблюдений (17.02.2016 г.) было проведено сравнение результатов, полученных с использованием двух разных методов обработки: нового метода обработки больших массивов кадров и использованного в предыдущих наших работах программного комплекса IZMCCD. Результаты представлены в табл. 2. Для (O-C) по прямому восхождению результаты хорошо согласуются между собой. При сравнении разностей по склонению различие с трудом укладывается в пределы “3-сигм”.

**Таблица 2.** Средние значения (O-C) с их ошибками и числом итоговых положений для всех спутников по результатам наблюдений за дату 17.02.2016 г.

Методы обработки наблюдений	(O-C) $\alpha$ угл.с	(O-C) $\delta$ угл.с	$\varepsilon_\alpha$ угл.с	$\varepsilon_\delta$ угл.с	$\sigma_\alpha$ угл.с	$\sigma_\delta$ угл.с	N
Программный комплекс IZMCCD	0.040	0.003	0.010	0.007	0.132	0.085	159
JSA	0.041	0.027	0.005	0.005	0.045	0.043	85

Причинами этого могут быть: использование разных опорных каталогов; иной подход к отбраковке “плохих” кадров. В IZMCCD имеется возможность вручную отбраковывать звезды, подбирая вариант астрометрической редукции с наименьшими значениями ошибок единицы веса. Поэтому можно выйти на нужные показатели по уровню ошибки единицы веса даже при плохом качестве изображения. Но это требует со стороны пользователя больших временных затрат при обработке. В JSA автоматически отбраковываются снимки, имеющие средние значения FWHM, на “3-сигма” отличающиеся от средних за данную ночь. Логично, что внутренняя сходимость положений в JSA существенно выше, чем в IZNCCD. JSA обеспечивает более высокую однородность результатов, так как использует единую стратегию анализа для всех кадров.

#### **Сравнение наблюдений с теорией и анализ внешней точности результатов**

Анализ результатов полученных нами наблюдений был выполнен путем сравнения их с шестнадцатью вариантами, использующими комбинации четырех наиболее современных теорий движения спутников Юпитера: V. Lainey-V.2.0|V1.1, V. Lainey-V.1.1, J.-E. Arlot-G5, J.H. Lieske-E5 и четырех планетных теорий: EPM2015, INPOP13C, INPOP08, DE431. Эфемериды обеспечивались Службой естественных спутников планет “MULTI-SAT” [3]. С помощью данного ресурса вычислялись разности между наблюденными и теоретическими координатами по прямому восхождению (O-C) $\alpha$  и склонению (O-C) $\delta$  для всех четырех галилеевых спутников Ио, Европа, Ганимед и Каллисто. В табл. 3а,3б приведены значения разностей (O-C) по обеим координатам, усредненные за весь период наблюдений, для выбранных нами 16 комбинаций теорий движения. В табл. 4а,б представлены максимальные ( $\sigma_{\max}, \varepsilon_{\max}$ ) и минимальные ( $\sigma_{\min}, \varepsilon_{\min}$ ) ошибки, выраженные в секундах дуги, характеризующие величины (O-C) приведенные в табл. 3а,3б. Там же приводится число итоговых положений для каждого

**Таблица 3а.** Средние значения разностей (O-C) для Галилеевых спутников (2016–17 гг.)

Теория движения спутника	Ио (J1)		Европа (J2)		Ганимед (J3)		Каллисто (J4)	
	(O-C) $\alpha$	(O-C) $\delta$						
Планетная теория EPM2015								
V.Lainey V2.0.	0.021	0.020	0.026	0.017	0.028	-0.032	0.032	0.038
V.Lainey V1.1.	0.021	0.023	0.021	0.005	0.037	-0.032	0.030	0.043
J.-E.Arlot G5	0.015	0.025	0.039	0.002	0.086	-0.059	-0.009	0.045
D.Lieske E5	0.019	0.022	0.034	0.015	0.074	-0.054	0.004	0.044
Планетная теория INPOP13C								
V.Lainey V2.0.	0.032	0.023	0.036	0.020	0.038	-0.029	0.042	0.041
V.Lainey V1.1.	0.031	0.026	0.031	0.008	0.047	-0.028	0.041	0.046
J.-E.Arlot G5	0.025	0.028	0.049	0.005	0.096	-0.056	0.001	0.048
D.Lieske E5	0.029	0.025	0.044	0.018	0.085	-0.051	0.014	0.047
Планетная теория INPOP08								
V.Lainey V2.0.	-0.030	-0.002	-0.025	-0.005	-0.024	-0.054	-0.020	0.016
V.Lainey V1.1.	-0.031	0.001	-0.030	-0.017	-0.015	-0.054	-0.021	0.021
J.-E.Arlot G5	-0.037	0.002	-0.012	-0.021	0.034	-0.081	-0.061	0.022
D.Lieske E5	-0.033	-0.001	-0.017	-0.007	0.023	-0.077	-0.048	0.022
Планетная теория DE431								
V.Lainey V2.0.	0.026	0.020	0.031	0.017	0.033	-0.032	0.037	0.038
V.Lainey V1.1.	0.026	0.023	0.026	0.004	0.042	-0.032	0.035	0.043
J.-E.Arlot G5	0.020	0.024	0.044	-0.001	0.091	-0.059	-0.004	0.044
D.Lieske E5	0.024	0.021	0.039	0.014	0.079	-0.055	0.009	0.044

**Таблица 3б.** Средние значения разностей (O-C) за сезон 2018 г.

Теория движения спутника	Ио (J1)		Европа (J2)		Ганимед (J3)		Каллисто (J4)	
	(O-C) $\alpha$	(O-C) $\delta$						
Планетная теория EPM2015								
V.Lainey V2.0.	0.020	0.004	0.010	0.006	0.016	0.003	0.032	0.008
V.Lainey V1.1.	0.022	0.005	0.012	0.007	0.019	0.004	0.028	0.009
J.-E.Arlot G5	0.040	0.004	0.006	0.003	0.014	0.001	-0.001	0.016
D.Lieske E5	0.027	0.004	0.000	0.005	0.007	0.002	0.007	0.015
Планетная теория INPOP13C								
V.Lainey V2.0.	0.033	0.012	0.023	0.015	0.028	0.012	0.045	0.016
V.Lainey V1.1.	0.035	0.013	0.024	0.015	0.031	0.013	0.041	0.018
J.-E.Arlot G5	0.053	0.012	0.019	0.012	0.027	0.009	0.012	0.025
D.Lieske E5	0.040	0.012	0.012	0.013	0.020	0.010	0.020	0.024
Планетная теория INPOP08								
V.Lainey V2.0.	-0.043	-0.026	-0.053	-0.024	-0.047	-0.027	-0.030	-0.022
V.Lainey V1.1.	-0.041	-0.025	-0.051	-0.023	-0.045	-0.026	-0.035	-0.020
J.-E.Arlot G5	-0.023	-0.026	-0.057	-0.026	-0.049	-0.029	-0.064	-0.013
D.Lieske E5	-0.036	-0.026	-0.063	-0.025	-0.056	-0.028	-0.056	-0.015
Планетная теория DE431								
V.Lainey V2.0.	0.026	0.004	0.016	0.006	0.022	0.003	0.039	0.008
V.Lainey V1.1.	0.029	0.005	0.018	0.007	0.025	0.004	0.034	0.009
J.-E.Arlot G5	0.046	0.004	0.012	0.004	0.020	0.001	0.006	0.016
Lieske E5	0.033	0.004	0.006	0.005	0.013	0.002	0.014	0.015

спутника. Самые большие интервалы среднеквадратических отклонений ( $\sigma_{\min}$ ,  $\sigma_{\max}$ ) для средне-арифметических величин (O-C) получены для Каллисто по обеим координатам. Это не противоречит ранее полученным результатам. Наибольшими получились среднеквадратические ошибки для Каллисто по прямому восхождению и для Ганимеда по склонению. Анализируя значения средних разностей (O-C) в табл. 3а,3б,

полученных по четырем теориям движения Юпитера, можно отметить хорошее согласие с наблюдениями трех из них (INPOP13C, EPM2015 и DE431) для всех спутников, кроме Ганимеда. Для этого спутника разности (O-C) получились самыми большими (2016-17). При использовании же планетной теории INPOP08 для Ганимеда, разности получаются самыми маленькими по всем четырем спутниковым теориям. При сравнении полученных результатов с теми же 4 выбранными планетными теориями в 2018 также необычно выделяется теория INPOP08. Средние значения разностей (O-C) при ее использовании имеют отрицательные значения для всех спутников. По абсолютной величине средние разности (O-C) получились максимальными по всем спутниковым теориям. Для этого сезона следует отметить, что средние значения разностей (O-C) по прямому восхождению в среднем в 2.5 раза больше чем по склонению. Возможной причиной такого поведения разностей (O-C) может быть несовершенство теорий движения спутника. Однако невыгодные наблюдательные условия, взаимодействие изображений и некоторые другие неучтенные систематические эффекты могут привести к таким же результатам. Лучшее согласие с наблюдениями дает комбинация теорий движения EPM2015 и V. Lainey-V.2.0| V1.1., для которой среднее значение (O-C) равно 0.026" (2016-17) и 0.012" (2018).

**Таблица 4а.** Среднеквадратические отклонения ( $\sigma_{\text{min}}$ ;  $\sigma_{\text{max}}$ ) и ошибки среднего ( $\varepsilon_{\text{min}}$ ,  $\varepsilon_{\text{max}}$ ) для среднеарифметических величин (O-C) по обеим координатам для 2016–17 гг.

Спутник	N	(O-C) $\alpha$				(O-C) $\delta$			
		$\sigma_{\text{min}}$	$\varepsilon_{\text{min}}$	$\sigma_{\text{max}}$	$\varepsilon_{\text{max}}$	$\sigma_{\text{min}}$	$\varepsilon_{\text{min}}$	$\sigma_{\text{max}}$	$\varepsilon_{\text{max}}$
Ио	146	0.056	0.005	0.077	0.006	0.066	0.005	0.073	0.006
Европа	180	0.058	0.004	0.060	0.004	0.061	0.005	0.064	0.005
Ганимед	180	0.053	0.004	0.099	0.007	0.097	0.007	0.105	0.008
Каллисто	225	0.053	0.003	0.130	0.008	0.056	0.004	0.080	0.005

**Таблица 4б.** Среднеквадратические отклонения и ошибки единицы веса в 2018 г.

Спутник	N	(O-C) $\alpha$				(O-C) $\delta$			
		$\sigma_{\text{min}}$	$\varepsilon_{\text{min}}$	$\sigma_{\text{max}}$	$\varepsilon_{\text{max}}$	$\sigma_{\text{min}}$	$\varepsilon_{\text{min}}$	$\sigma_{\text{max}}$	$\varepsilon_{\text{max}}$
Ио	101	0.071	0.008	0.104	0.010	0.064	0.006	0.068	0.007
Европа	104	0.078	0.004	0.084	0.008	0.073	0.007	0.077	0.008
Ганимед	131	0.067	0.006	0.128	0.011	0.067	0.006	0.093	0.008
Каллисто	119	0.068	0.006	0.162	0.015	0.070	0.006	0.071	0.006

Близость галилеевых спутников к Юпитеру создает непростую проблему при измерении их цифровых изображений – учет ореола планеты. Чтобы проверить, насколько эффективно он был учтен, построены графики поведения разностей (O-C) по прямому восхождению и склонению в зависимости от видимого углового расстояния (S) между Юпитером и галилеевыми спутниками. На рис. 1, 2 приведены полученные результаты с их ошибками. У Ганимеда по склонению наблюдается увеличение ошибок, как мы уже отмечали ранее. Исходя из данных рис. 1, 2, можно предположить наличие слабых трендов в положениях Ио и Европы в (O-C) по склонению. Но эти тренды слабо коррелируют между собой при одинаковых S. Значит, преждевременно делать вывод о том, что они связаны с засветкой от Юпитера. Средние ошибки нормальных мест спутников и соответствующие среднеквадратические отклонения получились равными:  $\varepsilon_{\alpha} = 0.003"$ ,  $\varepsilon_{\delta} = 0.003"$ ,  $\sigma_{\alpha} = 0.070"$ ,  $\sigma_{\delta} = 0.067"$ .

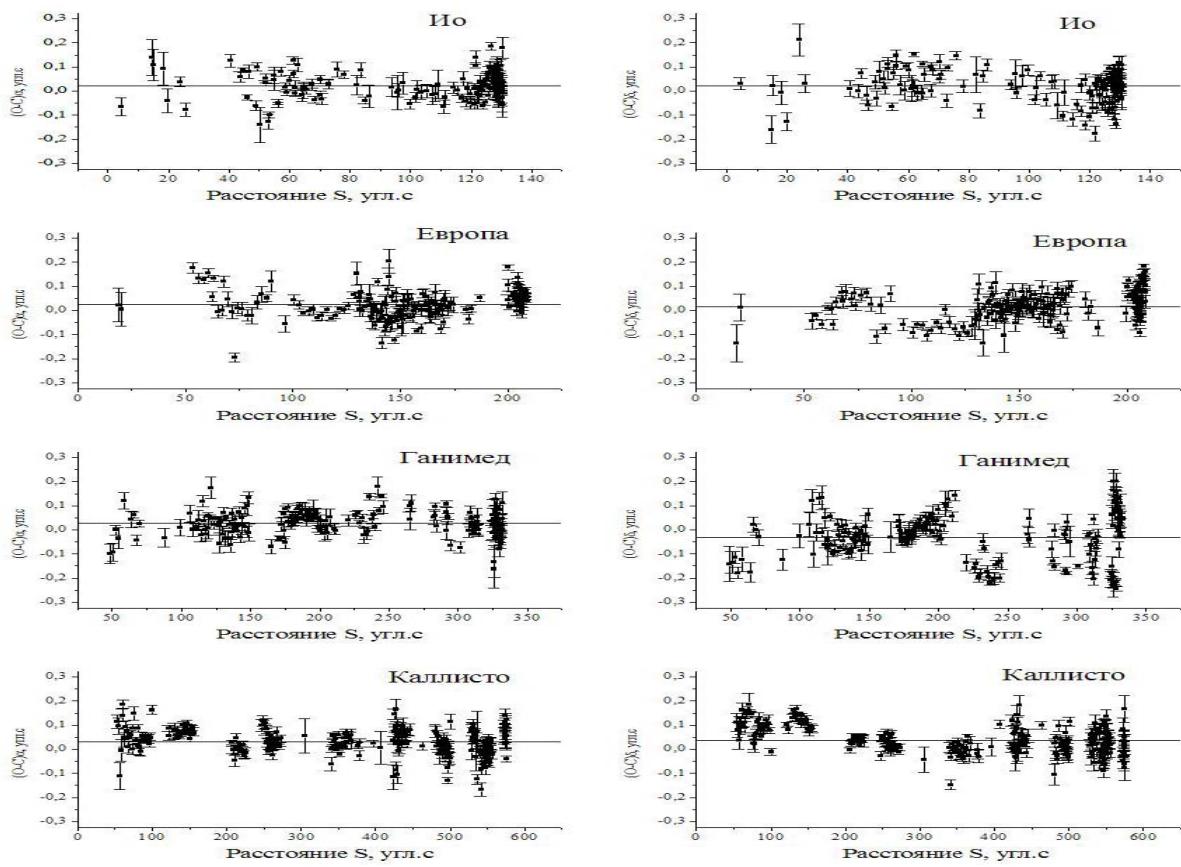


Рис. 1. Поведение разностей ( $O-C$ ) в зависимости от  $S$  (2016–17 гг.).

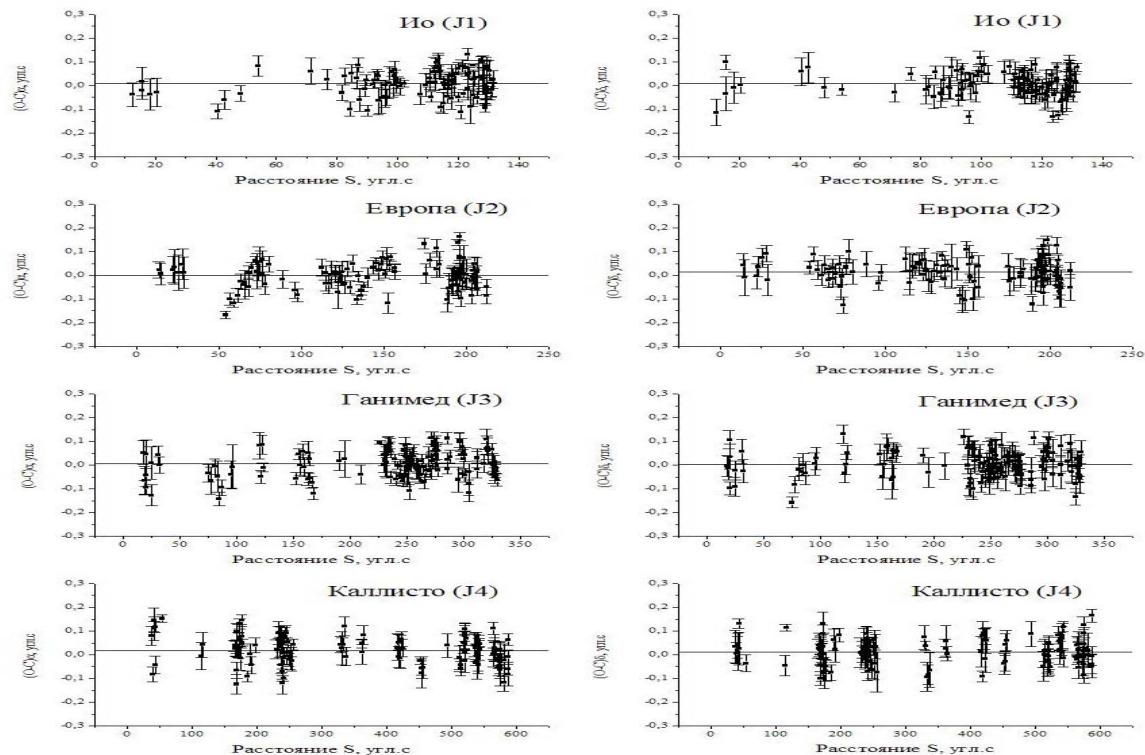


Рис. 2. Поведение разностей ( $O-C$ ) в зависимости от  $S$  (2018 г.).

Используя Службу естественных спутников планет “MULTI-SAT” и полученные нами экваториальные координаты галилеевых спутников, были получены дифференциальные координаты спутников относительно друг друга.

**Таблица 4а.** Средние значения (O-C) с их ошибками для разных видов результатов (2016–17 г.)

Наблюдения	(O-C) $\alpha$ угл.с	(O-C) $\delta$ угл.с	$\varepsilon_{\alpha}$ угл.с	$\varepsilon_{\delta}$ угл.с	$\sigma_{\alpha}$ угл.с	$\sigma_{\delta}$ угл.с	N
Галилеевы спутники ( $\alpha, \delta$ ) ( $J_i - J_j$ ): $\Delta\alpha \cdot \cos\delta, \Delta\delta$	0.0276 -0.0062	0.0132 0.0021	0.0020 0.0020	0.0027 0.0027	0.0546 0.0572	0.0757 0.0801	761 854

**Таблица 4б.** Средние значения (O-C) с их ошибками для разных видов результатов (2018 г.)

Наблюдения	(O-C) $\alpha$ угл.с	(O-C) $\delta$ угл.с	$\varepsilon_{\alpha}$ угл.с	$\varepsilon_{\delta}$ угл.с	$\sigma_{\alpha}$ угл.с	$\sigma_{\delta}$ угл.с	N
Галилеевы спутники ( $\alpha, \delta$ ) ( $J_i - J_j$ ): $\Delta\alpha \cdot \cos\delta, \Delta\delta$	0.0082 -0.0084	0.0086 0.0097	0.0027 0.0022	0.0025 0.0019	0.0573 0.0575	0.0534 0.0493	455 671

В 2016–17 гг. величины средних значений (O-C) дифференциальных координат спутников ( $(J_i - J_j)$ :  $\Delta\alpha \cdot \cos\delta, \Delta\delta$ ) получились почти на порядок меньше, чем для экваториальных координат ( $\alpha, \delta$ ) Галилеевых спутников. В 2018 г согласование между результатами очень хорошее по обеим координатам. Возможно, это связано с традиционной для подобного вида наблюдений проблемой, часто называемой астрометристами “уравнением блеска”. Ведь параметры привязки к опорной системе определяются по сравнительно слабым звездам Gaia DR1, а сами спутники Юпитера — объекты довольно яркие. Количество же опорных звезд на кадре во втором сезоне было значительно больше чем в первом. Различные эксперименты по оценке эффекта уравнения блеска хорошо работают в отдельные ночи, но приводят к заметному ухудшению сходимости в другие. По этому разности координат вида “спутник — спутник” скорее всего более информативны для совершенствования теорий движения спутников Юпитера.

### Заключение

По всем проведенным нами исследованиям полученных результатов наблюдается их хорошее согласие с современными теориями движения планет и спутников.

Работа выполнена при поддержке программы Президиума РАН № 7.

### Литература

- Refregier A. Shapelets-I, II. A method for image analysis // MNRAS, 2003, V.338, issue1, p. 35-56.
- Massey R., Refregier A. Polar Shapelets // Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 2005, V. 363, 1, p. 197-210.
- Emel'yanov N. et al. The natural satellites ephemer. facility MULTI-SAT // A&A, 2008, V.487, p.759.

## THE RESULTS OF PULKOVO OBSERVATIONS GALILEAN SATELLITES OF JUPITER

**Narizhnaya N.V., Khovrichev M.Yu., Apetyan A.A., Bikulova D.A., Kulikova A.M.**  
*Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia*

During the observation period of 2016–18, we have obtained 1213 provisions of the Galilean moons in the system of Gaia DR1 (ICRF, J2000.0) and 1525 differential coordinates of the satellites relative to each other for two seasons. Average errors of the normal places of the satellites and the corresponding root-meansquare deviation is equal to:  $\varepsilon_{\alpha} = 0.003''$ ,  $\varepsilon_{\delta} = 0.003''$ ,  $\sigma_{\alpha} = 0.070''$ ,  $\sigma_{\delta} = 0.067''$ . The combination of the theories of the movement EPM2015 and V. Lainey-V. 2.0|V1.1 showed the best agreement with observations, average values (O-C) is equal to 0.026" (2016–17) and 0.012" (2018).

## **СИНХРОНИЗАЦИЯ ДВИЖУЩИХСЯ ЧАСОВ И СВЯЗАННЫЕ С НЕЙ ПАРАДОКСЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ**

**Толчельникова С.А.**

*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия*

*Показано, что парадоксы СТО возникают из-за логических ошибок Эйнштейна, а также его попытки решить не доопределенную задачу. Стремясь вывести преобразования Лоренца из решения задачи синхронизации движущихся часов с помощью светового луча, Эйнштейн допускает ошибку, которая в логике называется *petitio principii* — вместо вывода преобразований Лоренца он их использует для утверждения нового правила сложения скоростей тел и второго принципа СТО. Эйнштейн отмечает, что в СТО скорость света играет роль бесконечно большой величины, а затем безосновательно упрекает в этом классическую механику. Второй принцип СТО приводит к неразличимости двух случаев: когда свет догоняет приемник излучения и когда свет движется навстречу ему, несмотря на то, что разность интервалов времени, соответствующих двум случаям, растёт вместе с увеличением скорости приёмника  $v$ . Можно ли рекомендовать СТО для движений со скоростями, близкими к скорости света?*

Эйнштейн начинает статью «К электродинамике движущихся тел», которая является первым пояснением специальной теории относительности (СТО), с рассмотрения задачи синхронизации земных часов и часов, движущихся прямолинейно и равномерно, с помощью светового сигнала — луча, если сохранить терминологию Эйнштейна. По условию задачи, часы, находящиеся в точке А, считаются покоящимися, из этой точки в момент  $T_0$  стартуют движущиеся часы, показания которых в момент  $T_0$  приведены в соответствие с показаниями покоящихся часов. У обоих часов совпадающий ход и «часы в точности одинаковые» [1, с. 13]. Наиболее близкими к такому идеалу являются атомные часы, наименее подверженные влиянию изменений среды, силы тяжести, режима движения. Поскольку все тела подвержены воздействию сил взаимного тяготения, полёт астронавта не будет прямолинейным и равномерным, следовательно, рассуждения Эйнштейна и задача, рассмотренная нами далее, являются мысленными экспериментами, не имеющими значения для практики; но **интересными с точки зрения логичности выводов**.

В начале XX века широкий интерес вызывали статьи А. Пуанкаре, где, в частности, обсуждался вопрос о синхронизации часов. Пуанкаре пришел к выводу о невозможности определения истинного времени, если часы движутся. Истинным (общеземным) в то время было Международное время, определявшееся по наблюдениям астрономов; его сигналы транслировались для согласования хода часов наблюдателей. Пуанкаре писал: «...одни часы будут отставать от других. Но это не существенно, поскольку у нас нет никакого средства заметить это» [2, с. 240]. Отсюда ясен вывод Пуанкаре о непригодности земного правила для решения задачи синхронизации часов астронавта. В то время физики искали причину гравитации и стремились объяснить тяготение через действие электромагнитных сил, обсуждались эксперименты Лоренца с электронами и фотонами, движущимися с огромными скоростями. Эйнштейн надеялся, что эксперименты физиков приведут к революции не только в физике, но и в механике.

### **1. Связь вопроса синхронизации часов по Эйнштейну с преобразованиями Лоренца и два принципа СТО**

Свет распространяется во все стороны от источника, но в задаче только один приёмник излучения (луча, если сохранить терминологию Эйнштейна) с часами, поэтому для выполнения условий задачи, достаточно сохранить одну ось координатной систе-

мы. Это избавляет от необходимости повторения, что скорости часов по двум другим координатам равны нулю, о чем Эйнштейну приходится постоянно напоминать читателю [1, с. 7–35]. Предполагая возможной синхронизацию движущихся часов с помощью луча, Эйнштейн посвящает этому вопросу 5 страниц статьи 1905 г. [1, с. 7–11]. Из рассуждений об одновременности событий Эйнштейн делает вывод: «Итак, мы видим, что не следует придавать *абсолютного* (курсив Эйнштейна) значения понятию одновременности. Два события, одновременные при наблюдении из одной координатной системы, уже не воспринимаются как одновременные при рассмотрении из системы, движущейся относительно данной системы» [1, с. 13]. Заметим, что интервалы времени между событиями, происходящими в природе, не зависят от людей, от которых зависят устанавливаемые ими (не природой!) системы координат (СК) с целью определения места и времени событий. Вопрос о промежутке времени между событиями не решается его восприятием наблюдателями, находящимися в разных пунктах на Земле или в космосе, но требует разнообразных измерений.

Непосредственно за выводом об «*относительности одновременности*» следует раздел «Теория преобразования координат и времени от покоящейся системы к системе, равномерно и прямолинейно движущейся относительно первой», где преобразования координат Галилея (где время в двух СК считается согласованным) Эйнштейн заменяет преобразованиями координат и времени Лоренца

$$x' = \beta(x - vt), \dots y' = y, \dots z' = z, \dots t' = \beta(t - \frac{v}{c^2}x), \quad \text{где } \beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (1)$$

При этом он предпринимает попытку вывести преобразования Лоренца из собственных соображений об *относительности одновременности*, эталонов длины и интервалов времени, зависящих от восприятий наблюдателями, находящимися в разных СК.

Лоренц вывел свои преобразования, опираясь на результаты экспериментов с движущимися электронами, размеры которых, по его мнению, сокращаются (реально, а не в чём-либо восприятии) в направлении своего движения. Неподвижной системой Лоренц считал мировой эфир, и для согласования результатов экспериментов ввёл местное время для движущегося электрона, отличающееся от времени электрона, покоящегося в эфире.

Пытаясь вывести преобразования Лоренца, Эйнштейн продолжает пользоваться классическим правилом сложения скоростей сигнала и тела, т.е. неравенствами

$$c + v \neq c - v \neq c. \quad (1)$$

Он вводит несколько СК, дифференцирует по координате  $x'$  выражение для среднего значения времени движения луча к приёмнику излучения и в обратном направлении, отмечая, что  $x'$  является бесконечно малой величиной (с. 14). Это удивляет, потому что Эйнштейн предназначает СТО для движений с огромными скоростями. Если астронавт движется со скоростью, приближающейся к  $3 \cdot 10^5$  км/с, то его часы ещё за первую секунду удаляются не на бесконечно малое расстояние  $x'$ , а на десятки или сотни тысяч километров от начала движения, где остались покоящиеся часы, с которыми надо сверять показания. Эйнштейн приравнивает интервалы времени, затраченные лучом на движение в прямом и обратном направлении, не замечая, что разность между интервалами тем больше, чем больше скорость  $v$  приёмника.

Если проследить за всеми манипуляциями с СК, становится ясно, что Эйнштейн не выводит преобразований Лоренца, но опирается на них, т.е. допускает логическую ошибку, которая заключается в скрытом использовании недоказанной посылки для доказательства. В логике такая ошибка называется *petitio principii*, а в школе – подгонкой под ответ.

В разделе «Теорема о сложении скоростей» Эйнштейн выводит новое правило сложения скоростей света и тела, исходя из релятивистского закона сложения скоростей двух тел, [I с. 20–21]. В статьях 1910 и 1911 гг. Эйнштейн пишет: «*Если оставить в покое обычную кинематику и на новых принципах создать новую, то при этом возникают формулы преобразования, отличные от приведенных выше (от преобразований Галилея С.Т.). Итак, мы сейчас покажем, что из 1. Принципа относительности и 2. Принципа постоянства скорости света следуют формулы преобразования, позволяющие видеть, что теория Лоренца совместима с принципом относительности. Теорию, основанную на этих принципах, мы называем теорией относительности*

Второй принцип СТО выражается, по Эйнштейну, в новом правиле сложения скорости света и тел: «...складывая скорость света со скоростью, меньшей  $c$ , мы всегда получим скорость света» [1, с. 157]. «...при сложении скорости света со скоростью, меньшей  $c$ , опять получается скорость света» [1, с. 76]. Математическим выражением этого правила являются тождества

$$c + v \equiv c, \quad \text{и} \quad c - v \equiv c. \quad (3)$$

Разумеется, скорость света так велика по сравнению со скоростями транспорта и даже современных космических кораблей, что влияние малых скоростей  $v$  не учитывали на практике, когда они не оказывали влияния на значения искомых величин. В начале прошлого века ещё была возможность отвергнуть классическое правило (2), ссылаясь на практику, и требовать особых правил для скорости света. Однако после этого оказывается невозможным различить, и когда луч догоняет приемник излучения и когда он движется навстречу ему при их совместном движении.

В классической кинематике указанные относительные движения света и тел различны, поэтому, используя правила (2), хотя, ещё не достигнув больших скоростей, но повысив точность измерений, исследователи стали учитывать члены второго порядка относительно  $v/c$ , например при радарных, а затем лазерных определениях расстояний до планет. Однако утвердилась терминологическая ошибка: члены второго порядка стали называть релятивистскими поправками, несмотря на очевидную не возможность их появления при использовании релятивистского правила (3). Кому потребовалась такая терминологическая диверсия? Очевидно, члены второго порядка следовало бы назвать анти релятивистскими, потому что их появление является следствием использования классического правила сложения скоростей [3, 4].

## 2. Парадокс близнецов, часов или времени?

### Парадоксы, как следствия решения не доопределенных задач

В разделе «Физический смысл полученных уравнений для двигающихся твердых тел и двигающихся часов» статьи 1905 г. Эйнштейн утверждает: «*При  $v = c$  все движущиеся объекты, наблюдаемые из покоящейся системы, сплющиваются и превращаются в плоские фигуры. Для скоростей, превышающих скорость света, наши рассуждения теряют смысл; впрочем, из дальнейших рассуждений будет видно, что скорость света в нашей теории физически играет роль бесконечно большой скорости*наблюдаемые из покоящейся системы, отстают за секунду на величину с точностью до четвертого и высших порядков, равную  $1/2(v^2/c^2)$  сек. Отсюда вытекает своеобразное следствиеЧасы, передвигающиеся из A в B, отстают по сравнению с часами, находящимися в B с самого начала, на  $1/2(v^2/c^2)$ , если t – время, в течение которого часы из A двигались в B». «*Сразу видно, что этот результат получится и тогда, когда часы движутся из A в B по ломаной линии, а также, когда точки A и B совпадают. Если принять, что резуль-*

*тат, доказанный для ломаной линии, верен также для непрерывно меняющей свое направление кривой, то получим следующую теорему. Если в точке A находятся двое синхронно идущих часов и мы перемещаем один из них по замкнутой кривой с постоянной скоростью до тех пор, пока они не вернутся в A (на что потребуется, скажем, t сек), то эти часы по прибытии в A будут отставать по сравнению с часами, оставшимися неподвижными, на  $1/2t(v^2/c^2)$  sec» [1, с. 19].*

В статье 1911 г. идея зависимости хода часов от скорости их движения заменяется зависимостью времени от скорости, Эйнштейн утверждает: «*Например, если бы мы поместили живой организм в некий футляр и заставили бы всю эту систему совершать такое же движение вперед и обратно, как описанные выше часы, то можно было бы достичь того, что этот организм после возвращения в исходный пункт из своего сколь угодно далекого путешествия изменился бы как угодно мало, в то время, как подобные ему организмы, оставленные в пункте отправления в состоянии покоя, давно бы уже уступили место новым поколениям. Для движущегося организма длинное время путешествия будет лишь мгновением, если движение будет происходить со скоростью, близкой к скорости света! Это – неизбежное следствие наших исходных принципов, к которым нас приводит опыт»* [1, с. 185].

Какой опыт? С какими медиками советовался Эйнштейн, не сообщают ни его сторонники, ни популяризаторы его учения. Можно привести примеры того, что в СТО скорость движения влияет то на часы, то на время. Если бы у Эйнштейна сокращения эталонов длины были реальными как сокращения частиц у Лоренца, то соответственно должны бы сокращаться, сплющиваться, и движущиеся часы. Но кто же доверит измерениям времени по деформированному прибору?! Эйнштейн «спасает» СТО тем, что сокращение эталонов длины, а также изменения положений стрелок часов в движущейся системе координат «воспринимается наблюдателем, находящимся в покоящейся системе». Определяющим является *восприятие*, а не умение определять размеры тел по измерениям, не связанным с наложением эталона длины. С таким известным астрономам способом автор СТО не знаком.

Эйнштейн имеет в виду изменения показаний часов, когда пишет о поведении их стрелок в зависимости от скорости движения часов  $v$  [1, с. 74, 148 и др.]. Это согласуется с заявленным им стремлением заменить математическое время классической механики физическим временем. Однако в 1917 г. Эйнштейн пишет об «открытии Минковского» [1, с. 559] и о том, что «...необходимо вместо обычной временной координаты  $t$  ввести пропорциональную ей величину  $\sqrt{-1}ct$ , благодаря этому чисто формальному положению теория относительности чрезвычайно выиграла в наглядности и стройности» [1, с. 559]. В результате пути теоретиков и практиков не могли не разойтись. Ведь ни по часам, ни по астрономическим наблюдениям невозможно определить **мнинное время**, к тому же выраженное в километрах ( $c$  в км/сек. умножается на  $t$  в сек.). Как бы то ни было, большинство физиков согласилось с Эйнштейном в том, что «когда скорость тела не очень мала по сравнению со скоростью света» потребуется использовать СТО [1, с. 553].

Активное обсуждение парадокса времени или часов захватило не только популярную, но и научную литературу. Об этом можно судить по монографии И.И. Гольденблата [5], где представлены мнения наиболее авторитетных отечественных и зарубежных авторов, среди которых есть академики и нобелевские лауреаты. Они признают разъяснения Эйнштейна «совершенно правильными и глубокими» [5, с. 21] но дополняют их собственными разнообразными объяснениями. Полагая, что признание парадоксальности выводов является приглашением к их обсуждению в поисках выхода, обратимся к школьной задаче.

Курьерский поезд в момент  $T_0$  со скоростью  $V$ , которую мы обозначим буквой  $c$ , вышел из пункта  $A$  одновременно с товарным поездом, вышедшим из пункта  $B$ , скорость которого равна  $v$ .



Рис. 1.

В задаче даны скорости обоих поездов и расстояние  $R$  между пунктом  $A$  и местом встречи поездов в пункте  $C$ , а также момент начала движения обоих поездов  $T_0$ . Искомым является время встречи – прибытия поездов в пункт  $C$ .

**Решение.** Идя одновременно от старта в разных точках  $A$  и  $B$  до встречи, оба поезда затратили на движение одинаковый интервал времени  $\Delta T$ , за который они прошли разные расстояния  $AC$  и  $BC$ . Исходя из того, что известны скорости поездов и место встречи – расстояние  $R = AC$ , получаем

$$R = c \Delta T - v \Delta T. \quad (4)$$

Отсюда следует, что курьерский поезд догонит товарный через интервал времени  $\Delta T$  после старта поездов

$$\Delta T = R/(c-v). \quad (5)$$

Используя известный момент старта  $T_0$ , получим момент встречи

$$T_e = T_0 + \Delta T. \quad (6)$$

Решение задачи основано на *непрерывности и одновременности движений* обоих тел от их старта в *разных* точках  $A$  и  $B$  до встречи в точке  $C$ , расстояние которой от точки  $A$  и обе скорости – заданные величины. Время на обоих поездах согласовано. Из формулы (4) видно, что скорый поезд за время  $\Delta T$  прошел бы расстояние, превышающее  $AC$ , если бы шел один. На прохождение расстояния  $AC$ , как видно из формулы (5), он затратил бы интервал времени меньше  $\Delta T$ , если бы шел один. Подобная задача, в которой вместо расстояния  $AC$  было дано расстояние  $AB$ , рассматривалась еще в апории (парадоксе) Парменида об Ахиллесе, который не сможет догнать черепаху. Парадоксальный вывод объясняется тем, что задача является не доопределенной.

Если вместо расстояния  $AC$  дано время прихода луча в точку  $C$ , задача решается, но только при безошибочных часах. Требование определить поправку для часов астронавта равносильно вводу дополнительного неизвестного. На с.2 мы писали, что Эйнштейн пользуется классическим правилом сложения скоростей при выводе преобразований Лоренца, которое затем отвергает. Отсюда возникает не различимость интервалов времени, необходимых для преодоления расстояния  $AC$  при совместном движении луча и удаляющегося приемника и при движении одного луча в обратном направлении. Очевидно, разность интервалов времени возрастает с увеличением  $v$ , и ошибки СТО тем больше, чем быстрее движется тело (приемник излучения). Можно ли рекомендовать СТО для движений со скоростями, близкими к скорости света?

Другой вариант решения Эйнштейна в [1, с. 16]: из общего начала двух систем координат (п. А на рис. 1) отправлять одновременно астронавта с часами и световой сигнал. Но тогда лучу не придется кого-либо догонять:  $\Delta T = \Delta R/c$ . Очевидно, за сколь угодно малый промежуток времени луч перегонит любое тело за исключением, того, которое двигалось бы со скоростью света, такое «тело» не отставало бы от луча.

### Заключение

Из-за расхождений в учебной литературе и между комментаторами СТО необходимо читать текст Эйнштейна, чтобы судить о логике её автора. Эйнштейн «спасает»

свою теорию ссылкой на различия восприятий эталона длины и показаний часов в движущейся СК наблюдателями из относительно неподвижной СК. Отсюда появляются двойные стандарты (или «двоемыслие», термин Дж. Оруэлла), когда понятия истина, или согласие с природой, исключается в первую очередь из науки.

Школьный курс астрономии всегда начинался с астрометрической проблемы определения координат и времени *по измерениям*. Ученик понимал, что в природе нет координатных систем, они устанавливаются, «строится» астрономами для того, чтобы определить собственные, индивидуальные скорости тел (также сигналов), которые Ньютона называл абсолютными. Он пояснял существование многих относительных движений для каждого тела, следовательно, и многих относительных скоростей, тогда как абсолютное движение тела единственное; оно выводится на основе многих измерений относительных движений.

Классическое правило сложения скоростей света и тела (2) обеспечивает возможность решения задач, связанных с разнообразными относительными движениями излучения (сигнала) и его приемника, как навстречу друг другу, так и когда сигнал (луч) догоняет тело (часы). Эти относительные движения оказываются неразличимыми при использовании релятивистского правила (3).

Преимущество классической кинематики становится тем очевиднее, чем ближе скорость тела  $v$  к скорости света, однако, и при сравнительно малых скоростях тел необходимость учета скорости  $v$  при сложении со скоростью света уже обнаружили, благодаря повышению точности измерений расстояния и времени [3, 4].

### **Литература**

1. Эйнштейн А. Собрание сочинений в 4-х томах – М.: Наука, 1965. Т. I, 700 с.
2. Пуанкаре А. О науке – М.: Наука. 1983. 560 с.
3. Tolchelnikova-Murri S.A. The Doppler Observations of Venus Contradict the SRT // Galilean Electrodynamics. 1992, v. 4, № 1. P. 3-6.
4. Толчельникова С.А. Радарные наблюдения Венеры и проблемы специальной теории относительности // Геодезия и картография. 2003, № 4. С. 8-18.
5. Гольденблат И.И. Парадоксы времени в релятивистской механике – М.: Наука, Изд. физ-мат. лит. 1973, 190 с.

## **SYNCHRONIZATION OF MOVING CLOCKS AND PARADOXES OF THE SRT**

**Tolchelnikova S.A.**

*Pulkovo Observatory, St. Petersburg, Russia*

It is shown that the CRT paradoxes arise due to Einstein's logical errors, as well as his attempt to solve an unspecified problem. In an effort to derive the Lorentz transformations from solving the problem of synchronizing a moving clock with the help of a light beam, Einstein makes a mistake which is called petitio principii in logic — instead of deriving the Lorentz transformations he uses them to approve the new rule of velocities addition and the second principle of STR. Einstein notes that in the SRT the speed of light plays the role of an infinitely large quantity, and then groundlessly blames classical mechanics for this. The second principle of SRT leads to the indistinguishability of two cases: when the light pursues the receiver of radiation and when the light moves towards the receiver, whereas the differences in time intervals for the two cases growth with increasing speed of the receiver  $v$ . The SRT is unsuitable for the objects moving with velocities  $v$  close to that of light.

## **СОЗДАНИЕ ЦИФРОВОЙ МОДЕЛИ ЛИБРАЦИОННОЙ ЗОНЫ ЛУНЫ НА ОСНОВЕ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ И ПРИВЯЗКИ ТОЧЕК ЛУННОГО ЛИМБА К ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ**

**Чуркин К.О., Нефедьев Ю.А., Андреев А.О.**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия*

*Либрационная зона Луны представляет собой достаточно неисследованную лунную область. К настоящему времени накоплены большие ряды измерений данных покрытий звезд Луной. Результаты обработки таких наблюдений представляют собой ценный материал для решения ряда задач астрометрии и астрофизики. В области астрометрии они позволяют решать задачи по созданию моделей либрационной зоны Луны. Существование сelenодезических каталогов и карт краевой зоны Луны, дающих сведения о рельефе лунной поверхности, продиктовано жизненной необходимостью. Пока производится редукция наблюдений покрытий звезд Луной, изучение движения центра масс Луны в пространстве, создание сelenодезических опорных сетей как видимой, так и обратной стороной нашего естественного спутника, построение точных моделей рельефа Луны не потеряют своей актуальности.*

### **1. Введение**

В настоящее время наиболее подробными картами либрационной зоны Луны являются карты Уоттса [1], но система координат этих карт не совпадает с фундаментальной звездной системой. Целью настоящей работы являются задачи по созданию базы фотоэлектрических покрытий звезд Луной, построению цифровой модели либрационной зоны Луны (DMZ), содержащей 40 тысяч точек, с помощью объединения фотоэлектрических наблюдений и данных привязки точек лимба к звездам, и в итоге, сравнительный анализ DMZ и цифровой модели карт Уоттса (L.V. Morrison и G.M. Appleby) [2], а также получение пространственных диаграмм вариаций поверхностей сравниваемых карт по соответствующим либрациям.

### **2. Построение базы фотоэлектрических покрытий**

Покрытием называется явление, при котором Луна покрывает своим лимбом на небесной сфере определенный объект, в нашем случае звезду. Различают следующие виды покрытий: покрытия темной стороной лимба Луны, в нашей базе идентифицируется как DD (disappearances at the dark limb), открытия из-за темной стороны лимбы Луны RD (reappearances at the dark limb), покрытие светлой стороной лимба Луны DB (disappearances at the bright limb), открытие из-за светлой стороны лимба Луны RB (reappearances at the bright limb), а также касательные покрытия. Наблюдения всех видов покрытий осложняются рядом обстоятельств, одним из которых является неровность лунного края. Наиболее точным является фотоэлектрический метод, при котором время фиксируется с помощью служб точного времени, основанном на эталонном атомном времени. Точность составляет  $0^s,001$ , что в 100 раз превосходит визуальные наблюдения. Главный недостаток визуального или оптического метода – невозможность достижения высокой точности. На рис. 1 изображена блок-схема аппаратной установки для фотоэлектрического метода наблюдений покрытий. Сигнал (информация) о падении интенсивности светового потока поступает на фотоэлемент, далее сигнал усиливается и попадает на осциллограф, где с помощью радиоприемника и хронометра фиксируется точное время покрытия.

В качестве источников построения базы взяты: 1) наблюдения с 1940-х по 1980-е гг., собранные в единую базу Морисоном [3]; 2) наблюдения, выполненные с 1980 по

1995 гг., которые переведены в цифровой вид из опубликованных источников; 3) наблюдения покрытий, выполненные с 1980 по 2005 гг. и взятые из международного электронного каталога International Lunar Occultation Center (ILOC).



Рис. 1. Блок-схема установки для фотоэлектрического метода наблюдений покрытий.

Исходный вариант каталога														помежуточный вариант каталога														
Date	Time(UTC)	Age	Mag	Star	PH	STN	TEL	OBS	REC	O-C	WH	K-R	K	USNO	SAO	DM												
1 1 1 28 37.4		6.3	6.4	146729	DD	SF111	1	1	1	0.19	1.29	358.4	67.5	X 31616	146729	-10	6120	1	1 2 49 37.81	5 31849	DD	TB116	1					
1 1 2 49 37.81		6.4	8.9	146738	DD	TB116	1	1	1	0.50	-0.82	323.2	32.1	X 31626	146738	-9	6120	1	1 9 29 57.90	5 31849	DD	TOL44	1					
1 1 9 10 39.83		6.7	8.8	31849	DD	TOL44	1	1	1	0.37	0.52	316.9	25.5	X 31849	146857	-8	6175	1	1 10 12 9.10	5 146869	DD	S0294	6					
1 1 9 19 52.5		6.7	8.8	146857	DD	TOG81	5	1	1	0.43	0.22	315.7	24.2	X 31849	146857	-8	6175	1	1 9 41 28.90	5 146869	DD	TONLO	1					
1 1 9 20 3.5		6.7	8.8	146857	DD	TOG81	5	1	1	0.16	0.41	315.2	23.8	X 31849	146857	-8	6175	1	1 9 41 43.30	5 128787	DD	S0294	6					
1 1 9 27 30.6		6.7	8.8	8 6175	DD	TO198	2	1	0	0.37	-0.50	323.5	32.0	X 31849	146857	-8	6175	1	1 10 49 27.60	5 128800	DD	S0294	6					
1 1 9 29 56.5		6.7	8.8	146857	DD	S0294	6	1	1	-0.14	-0.15	322.7	32.0	X 31849	146857	-8	6175	1	1 10 50 50.80	5 109783	DD	S0294	6					
1 1 10 2 56.5		6.7	8.7	146869	DD	TOG81	5	1	1	0.36	-0.23	301.8	10.3	X 31863	146869	-8	6175	1	1 10 3 27.70	5 1782	DD	TONLO	1					
1 1 10 5 13.0		6.7	8.7	146869	DD	TOG81	5	1	1	0.06	0.21	301.3	9.8	X 31863	146869	-8	6175	1	1 10 6 27.10	5 109787	DD	S0294	6					
1 1 10 8 40.8		6.7	8.7	8 6179	DD	TO198	2	1	0	0.33	0.55	309.9	18.4	X 31863	146869	-8	6175	1	1 11 20 44.80	5 109799	B	S0294	6					
1 1 10 12 9.10		6.7	8.7	146869	DD	S0294	6	1	1	0.23	0.28	307.9	16.4	X 31863	146869	-8	6175	1	1 12 25 44.80	5 109815	DD	S0294	6					
1 1 10 16 37.7		6.7	8.8	146891	DD	SZ577	38	15	1	0.05	1.11	306.7	16.4	X 31863	146891	-7	6115	1	1 13 18 22 46.20	5 2191	DD	SU302	5					
1 1 18 28 45.8		7.0	8.8	32163	DD	SZ156	21	1	1	-0.36	-0.36	304.9	12.9	X 32163	147017	-6	6335	1	1 18 29 53 46.06	5 2233	DD	SU302	5					
1 1 18 28 48.0		7.0	8.7	32163	DD	SZ2163	23	36	36	-0.17	-0.37	304.9	13.0	X 32163	147017	-6	6335	1	1 18 30 24 50.10	5 2233	DD	SU302	5					
1 1 18 32 8.6		7.0	6.7	3529	DD	SZ556	4	1	1	0.50	-0.24	300.9	8.9	X 32163	147017	-6	6335	1	1 18 32 58.86	5 110150	DD	TB116	1					
1 1 18 34 45.7		7.1	6.7	3529	DD	SZ570	1	1	1	0.38	0.11	296.5	4.5	X 32163	147017	-6	6335	1	1 18 36 26.8	5 110150	DD	TB116	1					
1 1 18 36 26.8		7.1	6.7	3529	DD	SZ552	7	1	1	0.74	-0.75	287.6	355.6	X 32163	147017	-6	6335	1	1 18 36 45.4	5 110150	DD	TB116	1					
1 1 18 36 45.4		7.1	6.7	3529	DD	SZ587	1	5	0.27	-0.70	287.0	355.0	X 32163	147017	-6	6335	1	1 18 37 44.8	5 110150	DD	TB116	1						
1 1 18 41 48.6		7.1	8.1	32192	DD	T1964	2	1	1	0.16	0.92	330.4	38.5	X 32192	147033	-6	6342	1	1 18 41 48.6	5 110150	DD	TB116	1					
1 1 18 59 40.0		7.1	4.6	147042	DD	T1964	2	1	1	0.22	-0.03	25.1	93.2	X 32209	147042	-6	6345	1	1 19 3 34.1	5 110150	DD	TB116	1					
1 1 19 3 34.1		7.1	8.1	147033	DD	SZ584	12	1	1	1.38	-0.98*	341.7	49.7	X 32192	147033	-6	6342	1	1 19 5 2.1	5 110150	DD	TB116	1					
1 1 19 5 2.1		7.1	8.1	32192	DD	SZ156	21	1	1	0.92	-0.44*	346.7	54.8	X 32192	147033	-6	6342	1	1 19 21 3.1	5 110367	DD	S0294	6					
1 1 19 5 35.7		7.1	8.1	147033	DD	SZ556	4	1	1	0.59	0.29	343.6	51.6	X 32192	147033	-6	6342	1	1 19 24 33.8	5 110367	DD	S0294	6					
1 1 19 7 1.2		7.1	8.1	147032	DD	SZ556	4	1	1	0.66	-0.53*	333.3	41.3	X 32209	147032	-6	6341	1	1 19 21 3.1	5 110367	DD	S0294	6					
1 1 19 21 3.1		7.1	4.6	32209	DD	SZ678	3	1	0	0.50	0.14	39.5	107.6	X 32209	147042	-6	6345	1	1 19 24 33.8	5 110367	DD	S0294	6					
1 1 19 24 33.8		7.1	4.6	3536	DD	SZ587	1	5	5	0.44	1.09	29.1	97.2	X 32209	147042	-6	6345	1	1 19 29 10.40	5 110386	DD	S0178	56					

Рис. 2. Исходный вариант каталога из серии ILOC и промежуточный вариант, построенный нами.

С помощью созданной электронной базы покрытий программным методом были заменены коды станций наблюдений с номерами телескопов на их географические координаты, включающие широту, долготу с высоту над уровнем моря:

*Фрагмент базы за 1983 год*

```
1 20 11 18 58.04 s 128889 dd so149 21
1 20 11 25 44.60 s 128889 dd so177 1
1 20 11 47 23.50 s 128899 dd so177 1
1 20 12 12 23.26 s 128901 dd so177 1
1 20 18 54 51.16 s 129029 dd su524 1
1 20 20 16 38.58 s 109552 dd su524 1
1 21 9 7 13.70 s 109870 dd so177 1
1 21 9 14 45.20 s 109870 dd so179 21
1 21 9 21 29.40 s 109875 dd so149 21
1 21 9 26 54.07 s 109875 dd so177 1
1 21 9 33 59.15 s 109875 dd so179 2
```

Фрагмент базы телескопов и их координат с которых производились наблюдения  
SO177 1 E 135 56 22.69 N 33 34 26.97 63.1 SIMOSATO OBS.JAPAN 62 1000 CED  
SO177 2 E 135 56 22.69 N 33 34 26.97 63.1 SIMOSATO OBS.JAPAN 15 225 RED  
SO178 56 E 133 34 27.16 N 34 40 35.98 516 BISEI OBS.JAPAN 60 942 CED

**Рис. 3.** Фрагмент промежуточного варианта базы за 1983 год, фрагмент базы телескопов наблюдений с их географическими координатами и высотой над уровнем моря.

К настоящему моменту получен окончательный вариант базы покрытий звезд Луной, зафиксированных фотоэлектрическим методом в период с 1960 по 2005 гг.

Фрагмент базы с координатами наблюдателей

```
1995 1 5 9 12 9.43 S146077 DD E3427.16 N344035.98 516.0
1995 1 5 9 14 8.40 X30661 DD E5622.69 N333426.97 63.1
1995 1 5 9 17 45.27 S146077 DD E5920.39 N344246.65 172.1
1995 1 5 9 58 21.50 S146083 DD E5236.10 N343624.80 3.0
1995 1 5 10 1 12.02 R3290 DD E5622.69 N333426.97 63.1
1995 1 5 10 3 29.99 S146083 DD E5920.39 N344246.65 172.1
1995 1 5 10 3 48.52 S146085 DD E3427.16 N344035.98 516.0
1995 1 5 10 4 9.30 S146085 DD E5236.10 N343624.80 3.0
1995 1 5 10 7 16.35 X30680 DD E5622.69 N333426.97 63.1
1995 1 5 10 9 20.78 S146085 DD E5920.39 N344246.65 172.1
1995 1 6 9 23 28.44 S146590 DD E3427.16 N344035.98 516.0
1995 1 6 9 25 16.32 S146590 DD E5236.10 N343624.80 3.0
1995 1 7 9 12 44.91 S108985 DD E5920.39 N344246.65 172.1
1995 1 7 9 12 44.96 S108985 DD E5920.39 N344246.65 172.1
1995 1 7 11 10 36.92 S109004 DD E5920.39 N344246.65 172.1
1995 1 8 8 58 31.01 S109488 DD E5920.39 N344246.65 172.1
1995 1 8 10 51 26.12 S109517 DD E5236.10 N343624.80 3.0
1995 1 8 11 3 54.95 S109517 DD E5920.39 N344246.65 172.1
1995 1 9 11 57 29.46 X2367 DD E3427.16 N344035.98 516.0
1995 1 9 13 1 13.15 S92584 DD E5920.39 N344246.65 172.1
1995 1 9 13 37 8.86 S92602 DD E3427.16 N344035.98 516.0
1995 1 9 13 41 29.40 X2425 DD E5622.69 N333426.97 63.1
```

**Рис. 4.** Фрагмент окончательного варианта базы фотоэлектрических покрытий за 1995 год.

Статистика наблюдений покрытий по серии каталогов ILOC с 1980 по 2005 гг. показывает, что уже с начала 2000-ых годов количество наблюдений сокращалось, а после 2005 г. наблюдения не производились в связи с развитием методов лазерной локации Луны. Идентификация покрываемых звезд выполнена следующим образом. Зная номер покрываемой звезды по зодиакальному или SAO-каталогу, можно определить искомый номер покрываемой звезды в каталоге PPM-Hipparcos (также может быть использован любой другой каталог звездных положений) [4]. При редакции фотоэлектри-

ческих покрытий звезд Луной вводятся поправки времени. Как известно, в качестве аргумента астрономических эфемерид используют равномерные шкалы времени. Недостатком эфемеридного времени является его зависимость от теории движения Луны, требующей исправлений и уточнений. В современных эфемеридах используется динамическое барицентрическое время TDB и динамическое земное время TDT. В теории DE200/LE200 аргументом является TDB [5]. Выражение для TD (динамическое время) обеспечивает интерполяцию эфемериды с достаточной точностью, чтобы вычислить позиционный угол с достаточной точностью.

### 3. Либрационная зона

Созданная на основе фотоэлектрических покрытий модель лунной либрационной зоны (MLLZ) будет использована при трансформации опорных сelenоцентрических систем видимой и обратной сторон нашего естественного спутника и построении в итоге глобальной навигационной системы динамических координат, отнесенной к центру масс и осям инерции Луны. Необходимо отметить, что модель MLLZ была создана с использованием принципиально нового способа: масштаб, ориентация и нуль-пункт системы координат определялись «абсолютным методом». Все данные этих карт вносились в базу в соответствии с их гайновскими координатами  $P$  и  $D$ . Для минимизации количества ошибок производился двойной контроль: определялось соответствие результатов, вносимых в базу с данными самих карт ( $P, D, H$ ), а также сопоставлялись высоты этих карт и карт Уоттса.

Решение задачи по построению карт либрационной зоны Луны можно представить в виде следующего алгоритма:



**Рис. 5.** Алгоритм решения задачи по созданию карт либрационной зоны Луны.

Для определения гайновских координат  $P$  и  $D$  исследуемых точек либрационной зоны были вычислены значения  $R_m, \lambda_m, \beta_m$  и использовано следующее выражение:

$$\begin{pmatrix} \rho_0 & \sin D_0 & \\ -\rho_0 & \cos D_0 & \sin P_0 \\ \rho_0 & \cos D_0 & \cos P_0 \end{pmatrix} = R_m \begin{pmatrix} \sin \lambda_m & \cos \beta_m & \\ \sin \beta_m & \cos \lambda_m & \cos \beta_m \end{pmatrix},$$

где  $\rho_0$  – усредненный сelenоцентрический радиус-вектор точки лунной поверхности;  $R_m, \lambda_m, \beta_m$  – ее радиус-вектор и сelenографические долгота и широта. Далее интерполяция координат и высот с цифровых карт по ряду лежащим точкам может производиться согласно формуле:

$$H_i = \sum_{k=1}^m (P_k \left( \frac{h_k}{d_k} \right)) / \sum \left( \frac{1}{d_k} \right),$$

где  $h_k$  – высота точки на картах,  $d_k$  – ее расстояние от центра интерполяции круга,  $H_i$  – интерполируемая высота исследуемой точки,  $k$  – количеству точек в секторах,  $P_k$  – вес определения  $H_i$ .

Было проведено исследование моделей либрационной зоны Луны на основе селенографической информации аналогично подходу, описанному в [6]. В результате получены следующие результаты (табл.1).

**Таблица 1.** Исследование моделей либрационной зоны Луны на основе сравнительного анализа.

Модель	$\Delta R_m$	$\sigma$	$\Delta L$
N	-0.281"	0.604	0.70"
W	-0.001	0.557	0.61
Ch	-0.177	0.785	0.61
MLLZ	-0.004	0.593	0.10

Здесь  $\Delta R_m = (R_m - 932.58'')$  – средние отклонения ,  $R_m$  – угловой радиус до точки,  $\sigma$  – его среднеквадратическая ошибка,  $\Delta L$  – отклонение долготы центра карт от центра масс Луны, 932.58'' – средний угловой радиус Луны, N – карты А.А. Нефедьева, W – карты Уоттса, Ch – карты И.Г. Чугунова.

Из данных табл. 1 видно, что среднее отклонение радиусов и отклонение долготы центра масс в случае модели MLLZ минимальное относительно других моделей либрационной зоны, приведенных в табл. 1. Среднеквадратические ошибки для всех исследуемых моделей практически одинаковые, что подтверждает достоверность проведенных исследований.

#### 4. Заключение

Покрытия звезд луной являются уникальными по своей продолжительности и точности рядами [7]. В настоящей работе была построена и редуцирована база наблюдений фотоэлектрических покрытий звезд Луной, при этом покрываемые звезды были идентифицированы со звездами каталога Hipparcos. Кроме того, создан и применен на практике новый метод построения карт либрационной зоны Луны по фотоэлектрическим наблюдениям покрытий звезд Луной, а также с высокой точностью учитывались поправки за неровности лунного края. Были определены параметры, характеризующие корреляцию между картами MLLZ и Уоттса. Основным результатом данного исследования стало то, что высоты профилей при разных либрациях на картах Уоттса относятся к эллиптическим поверхностям, а не сферическим, и при этом смешены друг относительно друга. У модели MLLZ координатные данные относятся к сelenоцентрической системе координат, центр которой является эфемеридный динамический центр Луны, а оси координат совпадают с осями инерции Луны.

#### Литература

1. *Watts C.B.* The marginal zone of the Moon // Astron. Pap. Americ. Ephem., 1963, V.1, 1-951.
2. *Morrison, L.V., Appleby, G.M.* Analysis of lunar occultations // Mon. Notices Royal Astron. Soc., 1981, No. 196, 1005-1012.
3. *Morrison L.V.* Catalogue of observations of occultations of stars by the Moon 1943–1971 // Roy. Greenwich Obs. Bull., 1978, No. 183, 1-14.
4. *Нефедьев Ю.А., Нефедьева А.И., Боровских В.С.* Космический эксперимент Hipparcos – Издательство казанского университета, 2002, 1-288.
5. *Nefedev, Yu.A., Nefedjeva, A.I., Rizvanov, N.G.* Method of determination of the orientation of a space system of coordinates on the basis of lunar occultations // Astron. Astrophys. Trans., 2003, V. 22, No. 4-5, 633-637.
6. *Nefedev, Yu.A., Rizvanov N.G.* The results of an accurate analysis of EAO charts of the Moon marginal zone constructed on the basis of lunar occultations // Astron. Nachr., 2002, V. 323., No. 2, 135-138.

7. Soma, M. Analysis of lunar occultations in the years 1955–1980 using the new lunar ephemeris ELP2000 // Celest. Mech., 1985, V. 45, No.88, 45-88.

**DEVELOPMENT OF A DIGITAL MODEL OF THE LUNAR LIBRATIONAL ZONE  
USING OCCULTATIONS AND LUNAR LIMB BINDING TO THE DYNAMIC  
COORDINATE SYSTEM**

**Churkin K.O., Nefedyev Y.A., Andreev A.O.**

*Kazan Federal University, Kazan, Russia*

The librational zone of the Moon is a poorly studied lunar region. By now, a large amount of measurements of occultations have been accumulated. The results of these data processing represent some valuable material for solving a number of astrometric and astrophysical problems. In the field of astrometry, they allow for the development of the lunar librational zone models. The existence of selenodetic catalogues and lunar marginal zone maps, that provide information on lunar surface relief, is essential. While observations of occultations are being reduced, the motion of lunar center of mass is being studied, and selenodetic reference networks for both near and far sides are being developed, the construction of the accurate lunar relief models will remain relevant.

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРБИТЫ ДВОЙНОЙ ЗВЕЗДЫ ADS 7251 ПО НАБЛЮДЕНИЯМ НА ПУЛКОВСКОМ 26-ДЮЙМОВОМ РЕФРАКТОРЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НОВОГО ПАРАЛЛАКСА GAIA**

**Шахт Н.А., Измайлов И.С., Горшанов Д.Л.**

*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия*

*По фотографическим и ПЗС-наблюдениям в Пулкове на 26-дюймовом рефракторе в течение более 50 лет, с 1962 по 2018 гг., исследована близкая к Солнцу широкая пара — двойная звезда ADS 7251. Используя пулковские данные и точное значение параллакса, полученное по наблюдениям Gaia и опубликованное в DR2, нами были вычислены новые элементы орбиты двойной звезды. Отмечается актуальность наблюдений этой пары в связи с ее спектральным классом и другими физическими характеристиками, достаточными для включения в список возможных родительских звезд экзопланет. Точные значения орбитальных элементов двойных звезд, таких как ADS 7251, необходимы также для решения ряда задач звездной астрономии, связанных со статистическими исследованиями параметров ориентации орбит. Ошибки, вычисляемые по O-C, сравниваются с соответствующими ошибками, получаемыми при определении орбит других близких к Солнцу звезд, а также орбит некоторых звезд, врачающихся вокруг центра Галактики и наблюдавшихся с помощью адаптивной оптики на телескопе Keck2.*

### **Введение**

На пулковском 26-дюймовом рефракторе с 1956 года проводятся наблюдения звезд, больших планет и их спутников и других тел Солнечной системы. Большую часть пулковской программы составляют двойные и кратные звезды в окрестности Солнца. Преимуществом является северное положение Пулковской обсерватории, которое позволяет вести длительные наблюдения близких к Солнцу околополярных звезд. Среди них имеются двойные и кратные звезды, имеющие склонение  $\delta > 60^\circ$  и ранее не наблюдавшиеся на других обсерваториях. Часть звезд с соответствующими небесными координатами можно наблюдать в меридиане на большой высоте над горизонтом и близко к зениту, что существенно повышает точность наблюдений.

Наблюдения в Пулкове ведутся с целью определения динамических параметров, орбит и масс визуально-двойных звезд. Список этих звезд содержит около 600 объектов, получено более 20 000 астронегативов. С начала 2000-х годов наблюдения продолжаются с помощью ПЗС-камеры.

По пулковским наблюдениям получены два каталога относительных положений и параметров движений двойных звезд. Вычислено более 100 орбит широких пар. Для ряда звезд сделаны оценки масс различными способами, в том числе, классическим методом определения масс по законам небесной механики.

Актуальность наблюдений таких звезд связана с их спектральными классами и другими физическими характеристиками, благодаря которым они могут быть родительскими звездами экзопланет. Исследования параметров ориентации орбит, их полюсов, а также направлений наperiastr в галактической системе координат, актуальны в связи с дискуссией об анизотропии распределения полюсов орбит и в целях изучения возможного влияния гравитационного поля Галактики на ориентацию двойных звезд, см. [1].

### **Характеристики исследуемого объекта**

Мы представляем здесь результаты наблюдений двойной звезды ADS 7251. Оба компонента системы ADS 7251 (Глизе 338) являются красными карликами — маломассивными звездами главной последовательности, по размеру и светимости уступающими

Солнцу. ADS 7251 является широкой парой,  $\rho_{2000} = 17''$ ;  $\theta_{2000} = 92^\circ$ , и достаточно хорошо изучена. Имеется много ее позиционных наблюдений, начиная с 1821 г., а также спектральных, и наблюдений на интерферометре с длинной базой и высоким разрешением. Звезда находится в списке калибровочных звезд [2], используемых для определения радиусов  $R_*$  и масс  $m_*$  звезд, которые вычисляются с учетом эффективной температуры  $T_{\text{eff}}$  этих звезд. По соответствующим калибровочным звездам выведены статистические закономерности, связывающие эти величины.

В каталоге табл. 1 содержатся данные о компонентах этой пары, взятые из второго релиза GAIA [3] и статьи Ниведера, Марси и др. [4].

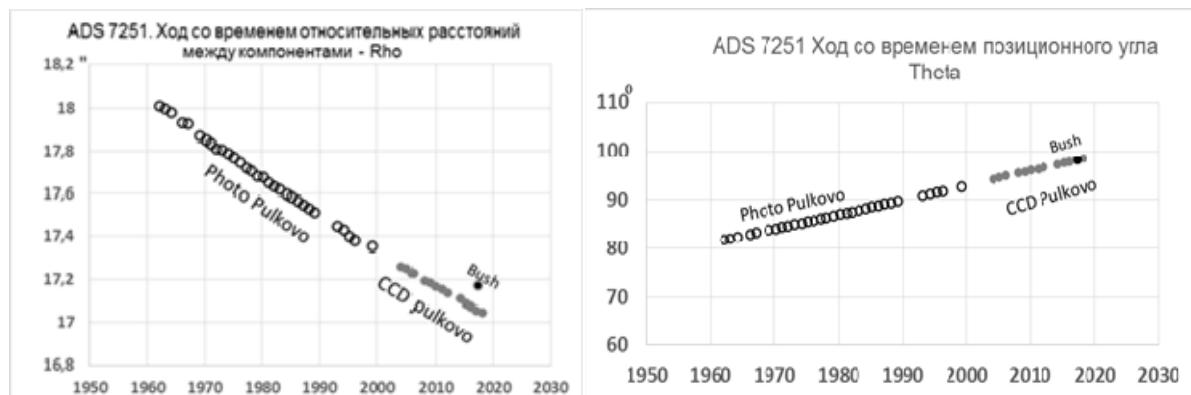
**Таблица 1.** Данные о компонентах двойной звезды ADS 7251.

	<b>A</b>	<b>B</b>	Ссылка
Прямое восхождение $\alpha$	09 <sup>h</sup> 14 <sup>m</sup> 22 <sup>s</sup> .775	09 <sup>h</sup> 14 <sup>m</sup> 24 <sup>s</sup> .683	[3]
Склонение $\delta$	+52° 41' 11".79	+52° 41' 10".906	[3]
Параллакс $\pi_{\text{tr}}$	$157.8796 \pm 0.037$ mas	$157.8851 \pm 0.041$ mas	[3]
Зв.величина $G$	6 <sup>m</sup> .97	7 <sup>m</sup> .05	[3]
Зв.величина $V$	7 <sup>m</sup> .63	7 <sup>m</sup> .72	[3]
Спектральный класс	K7V	M0V	[3]
Лучевая скорость $V_r$	$11.14 \pm 0.1$ km/s	$12.50 \pm 0.1$ km/s	[4]

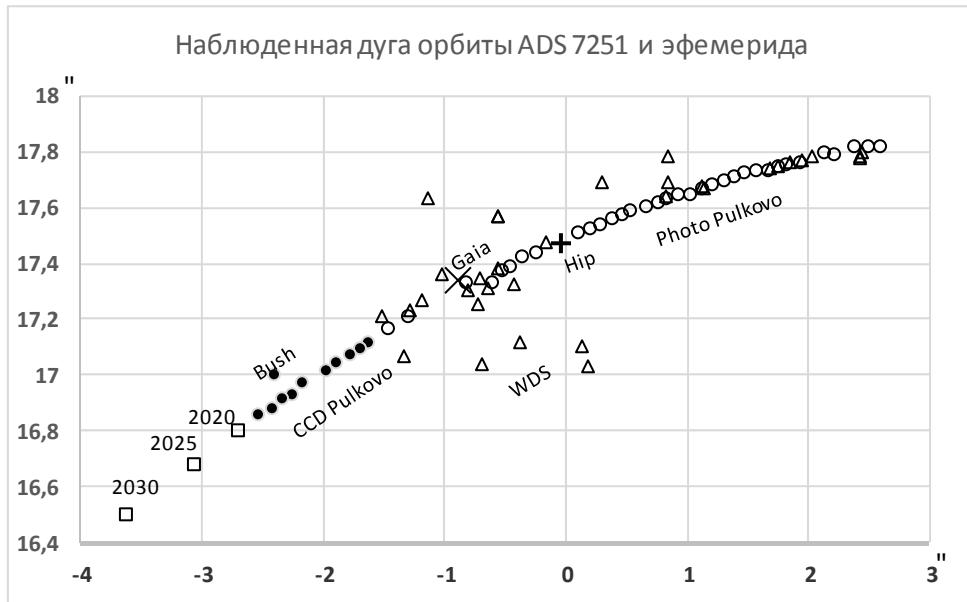
### Наблюдения

Звезда ADS 7251 наблюдается на 26-дюймовом рефракторе Пулковской обсерватории близко к меридиану на зенитном расстоянии не более  $10^\circ$ . Для настоящей работы было использовано 206 фотопластинок 1962–1999 гг. (32 нормальных места за 37 лет наблюдений) и 13 среднегодовых положений, полученных по ПЗС-наблюдениям. Ошибки одного среднегодового положения составляют  $0''.004$  и  $0.^{\circ}02$  по фотографическим наблюдениям и  $0''.003$  и  $0.^{\circ}01$  по CCD.

На рис. 1 и 2 графически представлены результаты наблюдений (среднегодовые точки): на рис. 1 — зависимость относительных полярных координат ( $\rho, \theta$ ) пары от времени, на рис. 2 — траектория движения В – А в прямоугольных координатах. На втором рисунке, помимо наших наблюдений, показаны также результаты наблюдений других авторов.



**Рис. 1.** Зависимость относительных полярных координат ( $\rho, \theta$ ) ADS 7251 от времени по фотографическим (пустые кружки) и ПЗС- (серые кружки) наблюдениям Пулковской обсерватории (среднегодовые точки). Чёрным кружком отмечены наблюдения Буша [7].



**Рис. 2.** Траектория вторичной компоненты ADS 7251 относительно главной в прямоугольных координатах по пулковским и другим наблюдениям. Тёмные кружки — пулковские фотографические наблюдения, светлые кружки — пулковские ПЗС-наблюдения, треугольники — данные из Вашингтонского каталога двойных звёзд WDS. Указаны также результаты наблюдений спутников Hipparcos и GAIA, а также эфемеридные значения на ближайшие годы.

### Результаты обработки

Построение орбиты по полученным наблюдениям выполнялось с помощью разработанного в Пулковской обсерватории метода параметров видимого движения (ПВД) [5]. Как отмечается в описании метода, здесь используется обрисованная наблюдениями короткая дуга относительной орбиты двойной звезды (вторичная компонента относительно главной). Для этой дуги определяются пять параметров видимого движения на средний момент интервала наблюдений: расстояние  $\rho$  между компонентами, позиционный угол  $\theta$ , видимое относительное движение компонент  $\Delta\mu$ , его направление  $\psi$ , радиус кривизны дуги наблюдений  $\rho_c$ . Кроме этого, для определения орбиты необходимы дополнительные параметры: сумма масс компонент  $M_{AB}$ , их относительная лучевая скорость  $\Delta V_r$  и годичный тригонометрический параллакс звезды  $\pi_{tr}$ .

Тригонометрический параллакс  $\pi_{tr}$  и относительная лучевая скорость  $\Delta V_r$  компонент получены по данным, приведенным в ссылках в столбце 4 табл. 1.

Параметры видимого движения, полученные нами из пулковских наблюдений пары ADS 7251, а также дополнительные параметры приведены в табл. 2.

**Таблица 2.** Параметры видимого движения и дополнительные параметры ADS 7251.

$\Delta T$ (годы)	$T_0$ (год)	$\rho$ (")	$\theta$ ( $^{\circ}$ )	$\Delta\mu$ , "/год	$\psi$ ( $^{\circ}$ )	$\rho_c$ (")	$\Delta V_r$	$M_{AB}$	$\pi_{tr}$
1962 -2018	1989.58	17.504 $\pm 0.001$	89.794 $\pm 0.007$	0.09309 $\pm 0.00008$	190.53 $\pm 0.03$	22.12 $\pm 0.42$	1.36 $\pm 0.14$	1.10 $\pm 0.11$	0.157882 $\pm 0.000039$

Оценки суммы масс компонент  $M_{AB}$  неоднократно делались в прошлом, их результаты представлены в табл. 3. Мы приняли здесь значение, полученное в нашей предыдущей работе [6], которое приблизительно соответствует среднему из оценок, выполненных в последние годы.

**Таблица 3.** Оценки суммы, отношения и индивидуальных масс компонентов ADS 7251.

$M_A + M_B$ ( $M_\odot$ )	$\frac{MB}{M_A+M_B}$	$M_A$ ( $M_\odot$ )	$M_B$ ( $M_\odot$ )	Метод	Ссылки
0.91	0.505	0.45	0.46	Астрометрия	Норманн, 1954, [9]
2.26	0.50	1.13	1.13	Астрометрия	Гюнцель-Лингнер, 1955, [10]
1.14	0.64	0.41	0.73	Астрометрия	Чанг, 1972, [11]
1.10	0.49	0.56	0.54	Астрометрия	Горшанов, Шахт, 2010 [6]
1.22	0.49	0.62	0.60	Интерферометрия, $R_*$ , $T_{\text{eff}}$	Boyajian et al, 2012, [12]
1.03	0.50	0.52	0.51	Интерферометрия, $R_*$ , $T_{\text{eff}}$	Jaime et al., 2014, [13]

Как известно, в результате применения метода ПВД получаются две орбиты, которые эквивалентны между собой в динамическом смысле и совпадают друг с другом на дуге наблюдений. Однако они отличаются знаком угла  $\beta$  между картинной плоскостью и прямой, соединяющей компоненты в пространстве. Выбрать из этих двух орбит правильную помогает привлечение других наблюдений, отстоящих достаточно далеко по времени от тех, что использовались для построения орбит.

В нашем случае привлекались наблюдения Струве 1821–1878 гг. В табл. 4 приведены элементы двух вариантов орбит, полученных в зависимости от знака угла  $\beta$ . На рис. 3 приведены проекции этих вариантов орбиты на небесную сферу, а также наблюдения, по которым орбита строилась методом ПВД, и старые наблюдения Струве. Последние позволяют однозначно выбрать вариант орбиты, полученный для положительного значения угла  $\beta$  (в табл. 4 его элементы выделены жирным шрифтом).

**Таблица 4.** Два варианта орбиты ADS 7251, полученных в зависимости от знака угла  $\beta$ .

$\beta$ , °	$a$ , a.e.	$P$ , год	$e$	$\omega$ , °	$i$ , °	$\Omega$ , °	$T_P$ , год	(О–С)
+26.6	<b>160.5</b> ±12.1	<b>1939.6</b> ±246.4	<b>0.232</b> ±0.062	<b>32.9</b> ±6.6	<b>142.3</b> ±1.8	<b>49.5</b> ±3.1	<b>1943.3</b> ±23.3	<b>0''.010</b>
-26.6	160.5 ±12.1	1939.6 ±246.4	0.406 ±0.037	22.4 ±3.2	147.3 ±1.7	141.2 ±4.6	247.4 ±260.9	0''.011

#### Сравнение орбит, построенных с различными значениями параллакса и суммы масс

Согласно [8], наибольшая величина параллакса ADS 7251, вычисленного по наблюдениям компонента А с помощью телескопа Hipparcos, составляет  $0''.172 \pm 0''.006$ . Это максимальное значение параллакса из всех последних определений (минимальное — также из [8] — составляет  $0''.15645 \pm 0''.00855$  для В). Мы сравнили две орбиты, одна из которых получена с максимальным значением параллакса из [8], а другая с новым значением из Gaia Release 2. Орбиты, полученные с разными значениями параллакса, приведены на рис. 4. Там же показаны наблюдения Струве, которые послужили контролем для выбора знака.

На рис. 3 даны две орбиты, полученные в зависимости от знака угла  $\beta$ . Пунктир —  $\beta$  с минусом, сплошная линия — с плюсом. Светлые кружки — наблюдения Струве в 1821–1878 гг. Темные кружки — фото и ПЗС-наблюдения в Пулкове в 1962–2018 гг.

На рис. 4 даны орбиты, полученные с параллаксом Hipparcos и Gaia. Темными кружками отмечены пулковские наблюдения 1962–2018 гг., светлыми — наблюдения В.Я. и О.В. Струве 1821–1878 гг.

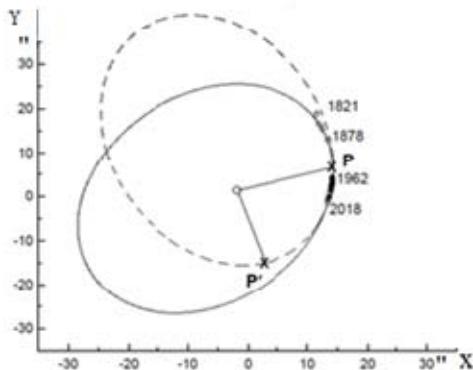


Рис. 3. Два варианта орбиты (см. табл. 4).

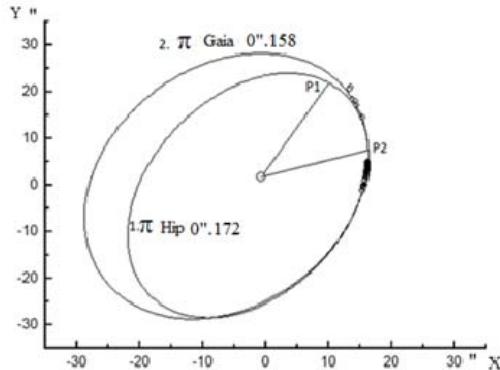


Рис. 4. Орбиты с разными параллаксами.

### Заключение

По имеющимся пулковским данным и точным значениям параллакса Gaia DR2 вычислена новая орбита двойной звезды ADS 7251. Использовались данные Gaia и новые ПЗС-наблюдения на 26-дюймовом рефракторе в сочетании с многолетними фотографическими наблюдениями и привлечением отдаленных по времени точных наблюдений Струве, которые позволили уточнить орбиту. Исследование показало преимущество нового параллакса Gaia, см. сравнение с наблюдениями Струве на рис. 4. Сравнение орбит, вычисляемых с разными массами, также показало лучшую сходимость с отдаленными наблюдениями орбит с массами, которые более соответствуют спектральным классам компонентов ( $M_A + M_B$  из строк 4–7 табл. 3). По вычисленным для момента времени  $t$  координатам  $(\rho, \theta)$  и координатам  $(\rho_0, \theta_0)$ , определенным из наблюдений в тот же момент, вычислялась разность  $(O-C)_t$ , характеризующую внутреннюю точность построенной орбиты:

$$(O-C)_t = \sqrt{\rho_0^2 \sin^2(\theta_0 - \theta) + (\rho_0 - \rho)^2}$$

Для данной звезды  $(O-C)_t$  равно  $0''.009 - 0''.010$  по фотографическим наблюдениям и  $0''.008$  по ПЗС-наблюдениям. Для контроля нами был применен метод ПВД к нескольким звездам, вращающихся вокруг галактического центра и наблюдаемых на телескопе Keck2 с адаптивной оптикой [14]. В среднем соответствующая ошибка получилась равной  $0''.004 - 0''.006$  для орбит с более коротким периодом. Внешняя ошибка, приведенная в табл. 4, получена по методу вариаций элементов орбиты, предложенным А.А.Киселевым [5] и применяемым ранее. Такая же, примерно, оценка была получена также методом Монте-Карло.

Основным выводом работы является подтверждение актуальности и необходимости продолжения наблюдений двойных звезд в Пулкове для решения задач звездной астрономии и небесной механики.

### Литература

1. J.-L. Agati, D. Bonneau, A. Jorissen, et al. // A&Ap, 2015, 574, A6, pp. 1-32.
2. Andrew W. Mann, Eric Gaidos, Megan Ansdell, arXiv:1311.0003v5 [astro-ph.EP], 26 Feb 2014.
3. GAIA DATA RELEASE 2; VizieR, 2018.
4. Nidever D.L., Marcy G.W., Butler R.P., et al. // Astrophys. J., Suppl. Ser., 2002, 141, pp. 503-522.
5. Киселев А.А., Гнедин Ю.Н., Грошева Е.А. и др. // Астрон. Ж., 2007, т. 84, 2, с. 118.
6. Шахт Н.А., Горшанов Д.Л., Грошева Е.А. и др. // Астрофизика, 2010, т. 53, в. 2, с. 257-268.
7. M. Bush, E. Del Medico, H. Boulais et al. // Journ. of Double Star Obs., 2018, V. 14, No. 1, pp. 38-42.
8. Van Leeuwen. Hipparcos, the New Reduction // A&Ap, 2007, V. 474, Issue 2, pp. 653-664.

9. J. Hopman // Mitt. der Univ. Sternwarte Wien, 1954, v. 7, N 6, s. 101.
10. H.U. Günzel – Lingner // Astr. 1955, N. 282, s. 185.
11. K. Chang // AJ, 1972, v. 77, p. 759-761.
12. Boyajian T.S., von Braun K., van Belle G. et al. // Astrophys. J., 2012, V. 757: 112.
13. Luisa G. Jaime, Luis Aguilar and Barbara Pichardo // MNRAS, 2014, 443, pp. 260–274.
14. L. Meyer, A.M. Ghez, R. Schödel et al. // Science, 2012, v. 338, pp. 84.

**DETERMINATION OF THE ORBIT OF THE DOUBLE STAR ADS 7251  
FROM OBSERVATIONS AT PULKOVО BY MEANS  
OF 26-INCH REFRACTOR AND WITH USING OF NEW GAIA PARALLAX**

**Shakht N.A., Gorshanov D.L., Izmailov I.S.**

*Central astronomical observatory of RAS at Pulkovo, St. Petersburg, Russia*

On the basis of photographic and CCD-observations with the Pulkovo 26-inch refractor for more than 50 years (1962–2018), a wide pair close to the Sun — the double star ADS 7251 was investigated. Using Pulkovo data and the exact parallax obtained from Gaia observations and published in DR2, we calculated new elements of the double star orbit. The relevance of observations of this pair in connection with its spectral class and other physical characteristics sufficient for inclusion in the list of possible parent stars of exoplanets is noted. The exact values of the orbital elements of binary stars, such as ADS 7251, are also needed to solve a number of stellar astronomy problems associated with statistical studies of orbital orientation parameters. The errors calculated by O–C are compared with the corresponding errors obtained in result of the determining of other stars close to the Sun orbits, as well as the orbits of some stars orbiting the center of the Galaxy and observed with adaptive optics of the Keck2 telescope.

## **Секция 2**

# **ВРАЩЕНИЕ ЗЕМЛИ И ГЕОДИНАМИКА**



## INTEGRATION OF LIOUVILLE EQUATIONS OVER GEOLOGICAL TIME SCALES AND MODELLING THE SECULAR POLE DRIFT

**Bizouard C.<sup>1</sup>, Pashkevich V.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Paris Observatory / IERS Earth Orientation Center, 77 av. Denfert Rochereau, 75014 Paris, France*

<sup>2</sup>*Central (Pulkovo) Astronomical Observatory of the Russian Academy of Science,  
Pulkovskoye ch. 65/1, 196140 St. Petersburg, Russia*

*We present the lineaments of the polar motion modeling at time scale beyond 100 years. In contrast to contemporaneous polar motion, the visco-elastic behavior of the Earth plays a key role. It strongly enhances the rotational response to an uniformly increasing moment of inertia. Whereas the post-glacial effect account for the secular drift, tectonic motion can shift the pole by a few ten of degrees over several million years.*

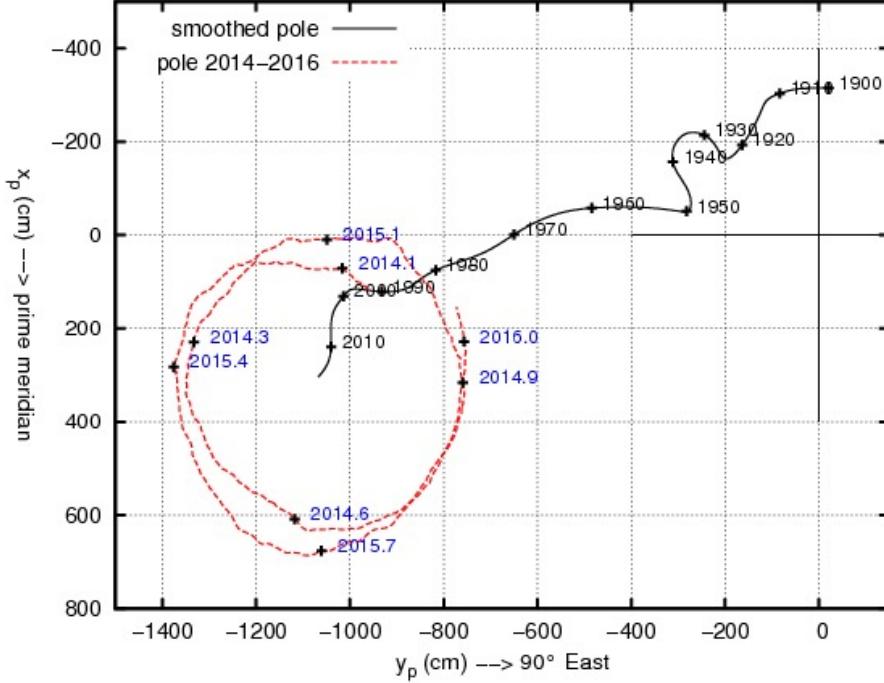
### 1. Introduction

In 1891 the American astronomer Chandler discovered a wobble of the rotation axis in 430 days with an amplitude of about 0.3" with respect to a network of observatories. One year later a second component was evidenced at annual period (0.1"). The principal wobble was not the expected free wobble of 303 days resulting from a flattened rigid Earth as predicted by Euler 150 years earlier. But it was soon interpreted as the Euler wobble, which the period is lengthened by the centrifugal instantaneous deformation (at the level of 1 cm) generated by the wobble itself. In reason of the geophysical interest raised by this phenomenon, an international network of observatories was set up in 1900 for monitoring polar motion trough optical observations. If space geodetic observations have now replaced optical data, astronomers are still dedicated to the determination of the polar motion in the framework of the IERS. More precisely they determine the cosine director  $x_p$  and  $y_p$  of the rotation axis with respect to the axes  $Gx$  and  $Gy$  of the terrestrial frame  $Gxyz$ , in which the crust only presents deformations. The origin  $G$  is the Earth center of mass, the  $Gz$  axis defines the geographic axis,  $Gx$  and  $Gy$  axes define the geographic equator with  $Gx$  lying in the prime meridian, and  $Gy$  at 90° East. Commonly focusing on the observational period going back to 1840, astronomers generally deal with the theory of the polar motion accounting for quasi-instantaneous rotational deformation. Meanwhile, they let to geophysicists the investigation of the polar motion over longer time scale. The polar displacement over thousands, even million years went out the realm of speculative topics, when the secular drift was evidenced in 1922 by the American astronomer W. Lambert (1879–1968) [2]. As confirmed in the 1960's, the rotation axis slowly drifts with respect to the crust at an angular rate of about 4 mas/year (equivalently the rotation pole at the Earth surface moves by about 12 cm/year) towards Greenland (see Figure 1).

### 2. Linear theory of the rotation of a non rigid Earth

We summarize the lineaments of the polar motion theory for a real Earth, as exposed in [3]. As we do not know the terrestrial mass distribution perfectly, the exact orientation of the main principal axes frame with respect to the terrestrial frame  $Gxyz$  is not known. Moreover this mass distribution is not constant. We only know that in  $Gxyz$ , the inertia moment matrix is almost diagonal, reading

$$\underline{\bar{I}}(t) = \begin{bmatrix} A + c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & A + c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & C + c_{33} \end{bmatrix}, \quad (1)$$



**Fig. 1.** Polar motion over 2015–2017 superimposed to the filtered polar motion from 1900 (cut-off period of 10 years).

where  $C$  is the largest mean moment of inertia and  $B = A$  (biaxial or axi-symmetric Earth). The relative difference between axial and equatorial mean moment of inertia defines the dynamical ellipticity  $e = (C - A)/A = 1/304.5$ . Here  $c_{ij}$  are variable quantities smaller than  $10^{-7} A$  at time scale smaller than 100 years. The winds in the atmosphere and current in oceans create a significant relative angular momentum, which the terrestrial component are noted  $\underline{h}$ , and the total angular momentum of the Earth is expressed by  $\underline{H} = \bar{\underline{I}}\underline{\omega} + \underline{h}$ . Here  $\underline{\omega}$  groups the terrestrial components of the Earth rotation vector:

$$\underline{\omega} = \Omega(m_1, m_2, 1 + m_3), \quad (2)$$

where  $\Omega = 7.9211510^{-5}$  is the reference Earth angular velocity. It is easy to show that  $m_1 = x_p$  and  $m_2 = y_p$ . At sub-secular scale, observations show that  $m_1, m_2 \leq 10^{-6}$  and  $m_3 \leq 10^{-8}$ .

In  $Gxyz$  the angular momentum balance reads

$$\frac{d\underline{H}}{dt} + \underline{\omega} \wedge \underline{H} = \underline{L}, \quad (3)$$

where  $\underline{L}$  is the external moment of forces. Accounting for  $\underline{H} = \bar{\underline{I}}\underline{\omega} + \underline{h}$ , (3) becomes the Liouville equation

$$\frac{d(\bar{\underline{I}}(t)\underline{\omega} + \underline{h}(t))}{dt} + \underline{\omega} \wedge (\bar{\underline{I}}(t)\underline{\omega} + \underline{h}(t)) = \underline{L}. \quad (4)$$

In regard of the smallness of both  $c_{ij}$ ,  $h_i$  and  $m_i$ , linearization can be done. For the equatorial components this leads to

$$m + \frac{i}{\sigma_e} \dot{m} = \chi - \frac{i}{\Omega} \dot{\chi} + i \frac{\underline{L}}{\Omega^2(C - A)} \quad (5)$$

with the Euler angular frequency  $\sigma_e = e\Omega \sim \Omega/304.5$ , and the complex coordinates

$$m = m_1 + im_2, \quad \chi = \frac{c_{13} + ic_{23}}{C - A} + \frac{h_1 + ih_2}{C - A}, \quad \underline{L} = L_1 + iL_2. \quad (6)$$

In the absence of excitation, the rotational axis theoretically presents a free wobble at the period of 304.5 sidereal day, or 304 mean solar days. A better theory has to consider the non-rigid Earth response to polar motion. Indeed, at a given location, the distance to the axis of rotation varies, centrifugal force changes consequently and the Earth undergoes a deformation called pole tide. This deformation is commonly modeled as quasi-instantaneous: hydrostatic for the ocean and quasi-elastic for the solid part of the Earth. In turn, the pole tide causes a change  $c^{rot}$  of the inertia moment  $c = c_{13} + ic_{23}$ , which can be shown to be linear with respect to the pole displacement  $m$ :

$$\frac{c^{rot}}{C - A} = \frac{k}{k_s} m, \quad (7)$$

where  $k \sim 0.35$  and  $k_s = 0.94$ . After reporting this contribution in the LHS of (5), we obtain

$$m + \frac{i}{\sigma_c} \dot{m} = \frac{k_s}{k_s - k} \left( \chi - \frac{i}{\Omega} \dot{\chi} \right), \quad (8)$$

where the equatorial external torque  $L$  has been cast aside for the considered problem of a mass transport in the mechanical system, and  $\sigma_c = (1 - k/k_s)\sigma_e$ , corresponding to a period of about 480 days for the free wobble. By considering moreover that the presence of the liquid core, one gets the observed period of 433 days. That is the essence of the polar motion theory for time scale smaller than 100 years.

Adopting the framework of a quasi-instantaneous pole tide, transports in the surface layer of the Earth (atmosphere, ocean, in-land water and continental ice) well account for the polar motion trough Eq. 8. For lower frequencies ( $\sigma \leq \Omega$ ), relative angular momentum is negligible, time derivatives drop, and only remains the moment inertia change effect in (8):

$$m = \frac{k_s}{k_s - k} \frac{c^l}{C - A} \sim 1.6 \frac{c^l}{C - A}. \quad (9)$$

In  $c^l$  we include the (elastic) deformation of the solid Earth under the loading itself.

At time scale between 10 years and 100 years, the quasi-instantaneous response of the Earth is still a sound approximation. Meanwhile, the causes of polar motion are partly elucidated. Changes in the land water distribution or ice coverage seem to be the major contributor. For instance, it accounts for the deflection of the rotation pole since 2000 towards Europe shown in Figure 1 [1]. Around 30 years appears a clockwise oscillation with amplitude of 10 mas, called Markowitz wobble, which could originate in core-mantle coupling.

### 3. Visco-elastic Earth

**3.1. Polar motion from 100 years to 1 million years.** Meanwhile, the trend observed in the hydro-atmospheric layer is too small to induce the observed pole drift. The most plausible explanation is an enormous moment of inertia change, almost reaching the Earth triaxiality ( $A - B \sim 10^{-5} A$ ), that occurred long time in the past, has now disappeared, but which the effect has lasted until now because of the visco-elastic response of the Earth. The longest is the period of the exciting process, the largest will be delayed the deformation response. The relation (7) becomes frequency dependent:

$$c^{rot}(\sigma) = \frac{k(\sigma)}{k_s} (C - A)m(\sigma). \quad (10)$$

In time domain this is equivalent to a convolution product. Rheological model yield expression having the form [4]

$$k(t) = k_0 \delta(t) + \sum_{j=1}^J H(t) k_j e^{-s_j t}, \quad (11)$$

where  $H(t)$  is the Heaviside function. The elastic/hydrostatic response is accounted by  $k_0\delta(t) \approx 0.35\delta(t)$  and the viscosity is embodied in the terms  $k_j e^{-s_j t}$ .

As the variations of all pertaining quantities are still small in regard to the total Earth inertia moment or to the Earth angular velocity, the Liouville equation (9) holds. Whereas the pole tide effect  $c^{rot}$  becomes a convolution product in time domain, (9) can be easily solved in Laplace domain. Then going back to time domain, it can be shown that the solution takes the form

$$m(t) = H(t)(\rho_0 + \sum_1^{J+1} \rho_j e^{-\sigma_j t}) * \frac{c^l(t)}{C - A}. \quad (12)$$

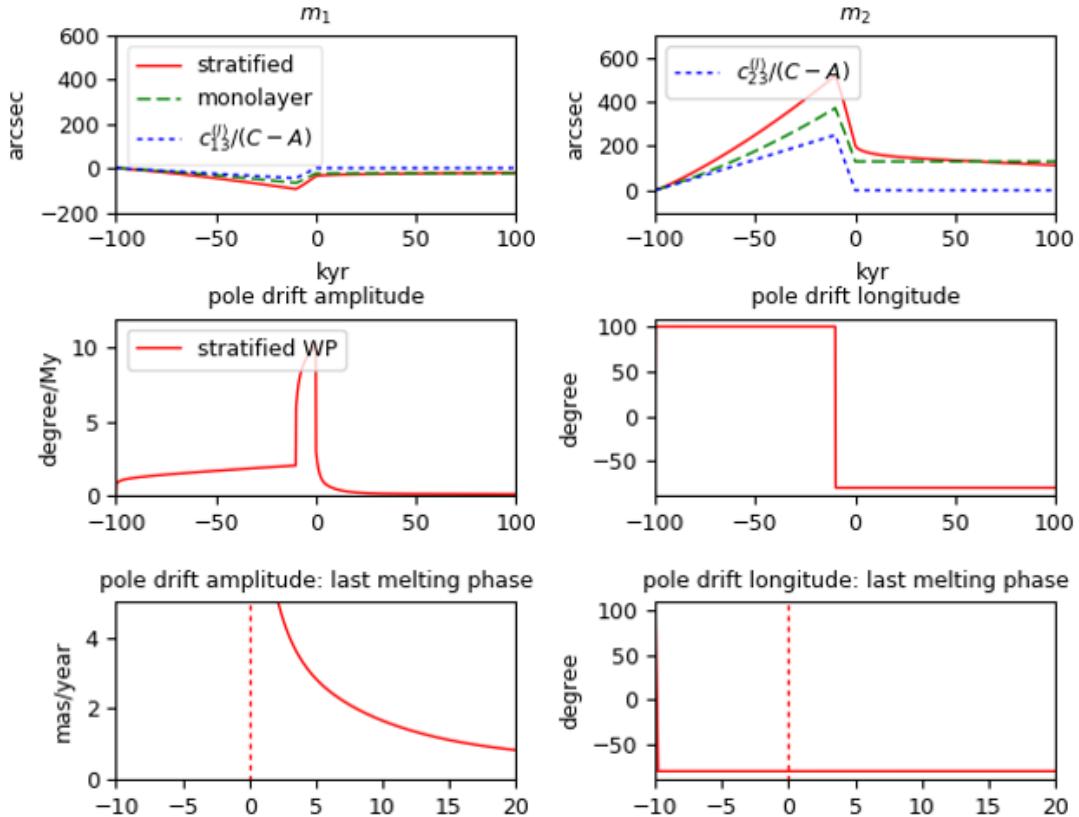
with  $\rho_0 \approx 1$ . Considering the extension of ice coverage during the last glaciation and its thickness (up to 1000 m), models gives for  $c^l$  a maximum of  $10^{32} \text{ kg m}^2$ . To the largest mode of rheological Model A in [5], namely  $s_1 \approx 1.92 \text{ kyear}^{-1}$  and  $k_1 \approx 0.94 \text{ kyear}^{-1}$  corresponds the solution  $\sigma_1 \approx 0.46$ ,  $\rho_1 \approx 2.12$  with all these coefficients expressed in  $\text{kyear}^{-1}$ . Here the contribution of the visco-elasticity to the secular polar motion is given by the mode of frequency  $\sigma_1$ , namely

$$m^{ve}(t) = H(t)\rho_1 e^{-s_1 t} * \frac{c^l(t)}{C - A} = \rho_1 \int_0^t e^{-\sigma_1 u} \frac{c^l(t-u)}{C - A} du. \quad (13)$$

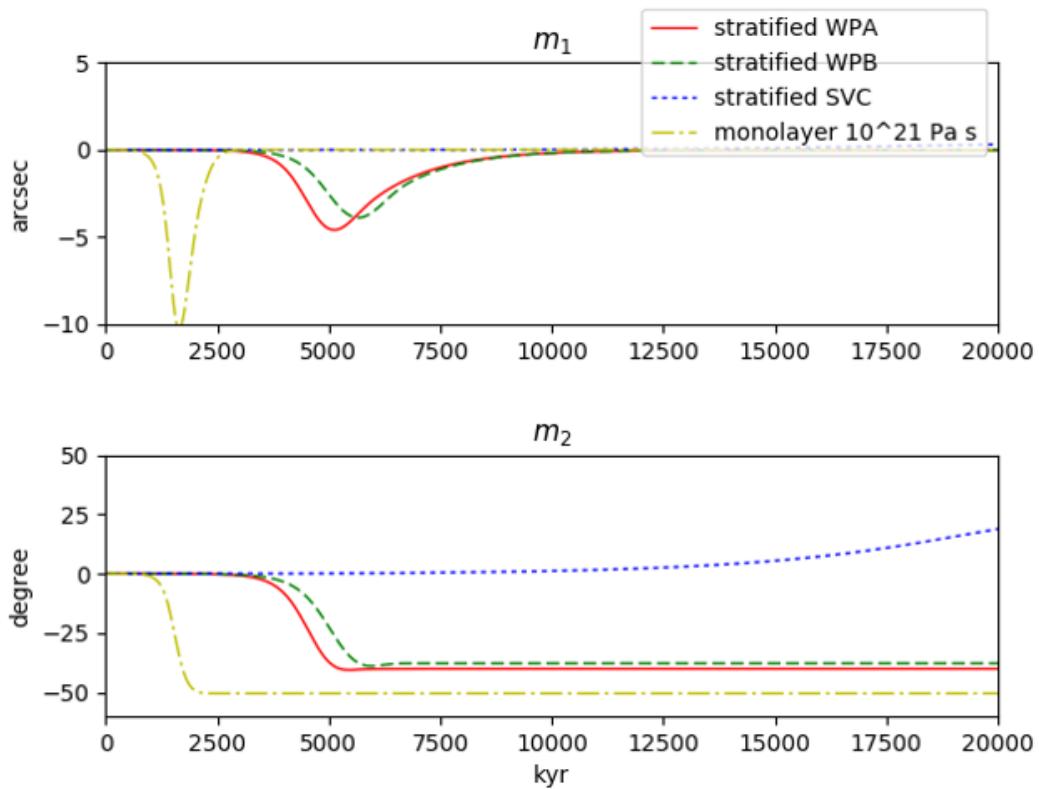
At epoch  $t$ , complex pole coordinate  $m^{ve}(t)$  is the weighted sum of moment of inertia at all prior instants back to the first instant  $t_0 = 0$  of the mass redistribution, which the weights decrease exponentially with offset from the present epoch. So if  $c^l$  increases uniformly with time, induced polar motion will accelerate. Now we see the striking contrast with a rigid or an elasto-fluid Earth, for which the secular pole  $m(t)$  is always proportional to  $c^l(t)$ .

If we grossly model the evolution of  $c^l$  as a saw-like time function lasting 100 kyr, reaching its maximum 90 kyr years after the glaciation has started, and melting in 10 kyr (see top of Figure 2), then numerical evaluation of (12) gives the polar motion from -100 kyr (starting of the glaciation) to +100 kyr, considering both a mono-layer Earth (having an homogeneous rheology), and a refined multi-layer model. The corresponding evolution of  $m_1$  and  $m_2$  pole coordinates are represented at the top of Figure 2. Here  $t = 0$  is for the end of the melting. Just below we show the velocity of the polar drift, indicating its amplitude in degree/Myr and its longitude. This velocity is zoomed in the bottom plots from year 0 to 20 kyr. If we assume that our epoch is +6 kyr after the end of the ice recession, we obtain a polar drift of about 3 mas/year towards  $80^\circ$  W, comparable with the contemporaneous order of magnitude. So, in this view, pole drift is the footprint of a mass load, that has totally disappeared, but which the rotational effect is still visible.

**3.2. True polar wander.** With similar mass redistribution but lasting at least one million years, rotational change  $c^{rot}$  becomes too large for preserving the linearized form of the Liouville equations. At time scale larger than the relaxation period of the visco-elastic modes of the mantle (i.e. from 100000 years), it is possible to approximate the Liouville equations through a system of first order implicit differential equation  $F(m_1, m_2, m_3, \dot{m}_1, \dot{m}_2, \dot{m}_3) = 0$ . Assuming that a tectonic mass redistribution produces an off-diagonal moment of inertia  $c_{23}$  increasing during 5 millions years up to the threshold  $c_{23} = 10^{-6} A$ , we obtain a polar shift up to  $40^\circ$  after 5 millions years, as shown in Figure 3. Such results were initially obtained through a Matlab solver **ode15i** and confirmed through an integrator developed at Pulkovo Observatory.



**Fig. 2.** Pole drift resulting from one glaciation cycle lasting 100 kyr.



**Fig. 3.** Pole drift resulting from an off-diagonal moment inertia increment  $c_{23} \sim 10^{-6} A$  forming over five million years.

#### **4. Summary and discussion**

The visco-elasticity of the Earth is needed for modeling Earth's rotation change with time scale larger than once century. Linear approximation of the Liouville equation is still sound at time scale of some thousand years, and a simple model of the ice distribution associated with glaciation cycle can account for the secular pole drift at the rate of  $0.4''/\text{cy}$ . At periods longer than 1 million years, linearity is broken, making the formalism more complicated. The tectonic effects take precedence, and can cause polar shift up to  $40^\circ$ . Anyway all estimates are strongly model dependent, especially they rely on the viscosity of the lower mantle, which the value is poorly known (between  $10^{21}$  and  $10^{22} \text{ Pas s}$ ). In turn the reconstructed pole drift can vary by an order of magnitude.

#### **References**

1. *Adhikari S. and Ivins E.R.* Climate-driven polar motion: 2003–2015 // *Science Advances*, 2016, Vol. 2, no. 4, e1501693, DOI: 10.1126/sciadv.1501693
2. *Lambert W.D.* The interpretation of apparent changes in mean latitude // *Astronomical Journal*, 1922, vol. 34 iss. 804:103-110
3. *Munk W.H. and Mac Donald G.* The rotation of the Earth, Cambridge University Press. 1960.
4. *Sabadini R., Vermeersen B., Cambiotti G.* Global Dynamics of the Earth: Applications of Viscoelastic Relaxation Theory to Solid-Earth and Planetary Geophysics – Springer, 2016, 335 p.
5. *Wu P. and Peltier W.R.* Pleistocene deglaciation and the Earth's rotation: a new analysis // *Geophys. J.R. astr. Soc.*, 1984, 76:753-791

## **ГНСС-МОНИТОРИНГ ИНТЕГРАЛЬНОГО ВЛАГОСОДЕРЖАНИЯ В АТМОСФЕРЕ НАД ЛЕНИНГРАДСКОЙ ОБЛАСТЬЮ**

**Воротков М., Горшков В., Гришина А., Щербакова Н.**

*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия*

*По данным поддерживаемой в Пулковской обсерватории базы ГНСС-данных исследована динамика влагосодержания в атмосфере на территории Ленинградской и сопредельных ей областей. Средняя температура атмосферы, необходимая для оценки PW, вычислялась как по данным сети метеостанций, ближайших к ГНСС-станциям региона, так и интерполировалась по глобальной базе атмосферных данных NCEP/NCAR Reanalysis. Проведены сравнения полученных оценок PW с аналогичными данными по зондированию атмосферы с помощью радиометров водяного пара и радиозондирования атмосферы. Построены карты с временной разверткой динамики поля PW для исследуемого региона. По данным ГНСС-станций региона с наиболее продолжительными наблюдениями оценены трендовые составляющие PW.*

### **Введение**

ГНСС-технологии помимо своей основной задачи координатно-временного обеспечения являются одним из самых эффективных методов исследования физики атмосферы и околоземного пространства, позволяя производить непрерывный мониторинг ряда атмосферных (интегральное влагосодержание в атмосфере –  $IWV$ ) и ионосферных (электронное содержание) параметров. При этом высокоточный мониторинг этих параметров может производиться с любым времененным и пространственным разрешением, что выгодно отличает данный метод от любых других.

По сравнению с радиозондами, радиометрами и солнечными фотометрами для определения PW ГНСС-зондирование обладает рядом существенных преимуществ:

- любое временное и пространственное разрешение,
- независимость от калибровки и, следовательно, стабильность данных,
- высокая точность, всепогодность и низкая стоимость.

Водяной пар, наиболее вариабельный из всех параметров тропосферы, является важнейшей составляющей парникового газа; его вклад превосходит вклад в сумме всех остальных парниковых газов (до 72%). На его долю приходится основная часть поглощенной радиации. Он значительно влияет на водный цикл (перемещение водных масс, облаков, осадки) и перенос больших количеств энергии. Точные данные о его временном и пространственном распределении важны для метеорологии, численного моделирования погоды и изучения климата. В этой связи, существующие международные ГНСС-сети предоставляют для каждой станции данные не только о вариациях координат, но и о влагосодержании, как, например, сеть SuomiNet (<https://www.suominet.ucar.edu>), позволяющая получать данные о состоянии тропосферной влажности в реальном времени.

В данном исследовании для части станций поддерживаемой нами базы ГНСС-данных ([http://www.gaoran.ru/russian/database/station/databasev\\_rus.html](http://www.gaoran.ru/russian/database/station/databasev_rus.html)) на территории Восточно-Европейской платформы вычислено и проанализировано атмосферное влагосодержание.

### **Метод определения влагосодержания**

Зенитная задержка нейтральной атмосферы – стандартный продукт обработки ГНСС-данных на каждой станции. Влажная составляющая зенитной задержки ( $ZWD$ ) дает ценную информацию о вертикальном интегральном влагосодержании ( $IWV$ ). Од-

ной из первых работ, в которой изложены методы определения  $IWV$  из ГНСС-наблюдений, является работа [1].

Задержка ГНСС-сигнала при распространении через нейтральную атмосферу приводится к зениту с помощью картирующей функции, зависящей от многих параметров (высоты спутника над горизонтом, атмосферного давления и т.д.), и называется тропосферной зенитной задержкой  $ZTD = ZHD + ZWD$  (гидростатическая и влажная).  $ZHD$  хорошо моделируется поверхностными барометрическими измерениями в месте приема сигнала. В нашем случае при обработке с помощью пакета GIPSY 6.4 (JPL) используется модель Саастамойнена, являющаяся следствием уравнения статики атмосферы:

$$ZHD = 0.22767P_s/(1 - 0.00266 \cos 2B - 0.00028H),$$

где  $B$ ,  $H$  – широта и высота ГНСС-станции,  $P_s$  – поверхностное давление либо по метеоданным на станции (если есть рядом), либо интерполированное по глобальной численной модели метеорологических полей NCEP/NCAR Reanalysis (<ftp://ftp.cdc.noaa.gov>).

$ZWD = ZTD - ZHD$  в пункте наблюдения зависит от содержания атмосферного водяного пара в тропосфере и позволяет выявить его суммарное количество  $IWV$ [кг] и количество осажденной воды  $PW$ [мм]:

$$PW = IWV/\rho_w = ZWD/(0.10631 + 1733/T_m),$$

где  $T_m$ [К] =  $50.4 + 0.789T_s$ [К] – средняя температура столба тропосферы (модель Мендеса),  $T_s$  – поверхностная температура,  $\rho_w$  – плотность воды. Как видно из формулы,  $PW$  слабо зависит от сезонных колебаний  $T_s$ , поэтому для качественного анализа вариаций водяного пара в атмосфере достаточно изучать поведение  $ZWD$ .

В пакете GIPSY, применяемом нами для обработки ГНСС-данных, используется номинальная модель  $ZHD$  Саастамойнена, вычисляемая по данным Reanalysis, которая затем уточняется совместно с оценкой  $ZWD$  и другими определяемыми величинами.

### Данные

**1.** На рис. 1 показаны использованные для исследования ГНСС-станции из поддерживаемой нами базы скоростей станций для особо плотного фрагмента сети в районе Ленинградской и сопредельных с нею областей.

Всего использовано 50 ГНСС-станций, причём только для 14 из них proximity (в пределах 2 км) имеются метеостанции. Поэтому нами для этих 14 станций было произведено сравнение влагосодержания  $PW$ , вычисленного как по данным с метеостанций, так и по глобальной численной модели метеорологических полей Reanalysis. Для ГНСС-станций с расположенным рядом метеостанциями было посчитано значение  $PW$  с использованием температуры как по архивным данным из базы RP5 (<https://rp5.ru>), так и с использованием температуры по сетке Reanalysis. В среднем разность результатов в значениях  $PW$  по станциям ничтожна, но её вариации в летний период доходят до 23 мм. Для примера на рис. 2 показаны разности для станции Любань.

**2.** Было также проведено сравнение ГНСС-оценок  $PW$  в Пулково с аналогичными данными радиометра водяного пара (WVR) в Светлом (90 км) и данными радиозонда (RS) в Воейково (18 км) (рис. 3). Влагосодержание  $PW$ , полученное методом радиозондирования путем интегрирования профиля абсолютной влажности в вертикальном направлении, страдает от ошибок, вносимых сенсором, которые меняются во времени и в пространстве. Систематические ошибки могут быть также внесены отставанием по времени и солнечной радиацией. Неточность в измерении  $ZWD$  достигает 0.5–3.0 мм. В среднем для многих станций данные радиозондирования дают завышенные значения  $PW$  относительно ГНСС-данных.

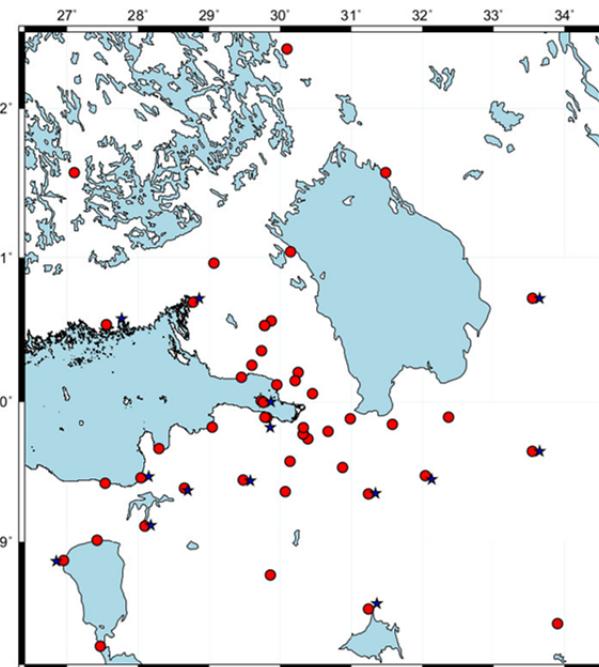


Рис. 1. Карта используемых ГНСС (кружки) и метеорологических (звездочки) станций.

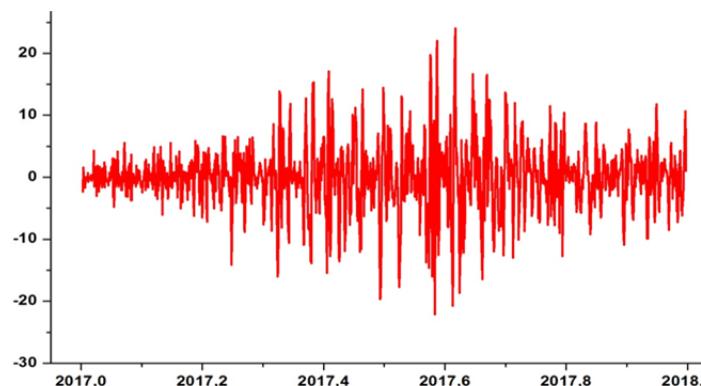


Рис. 2. Разность  $\Delta PW$ (Reanalysis – meteo, mm) для станции Любань.

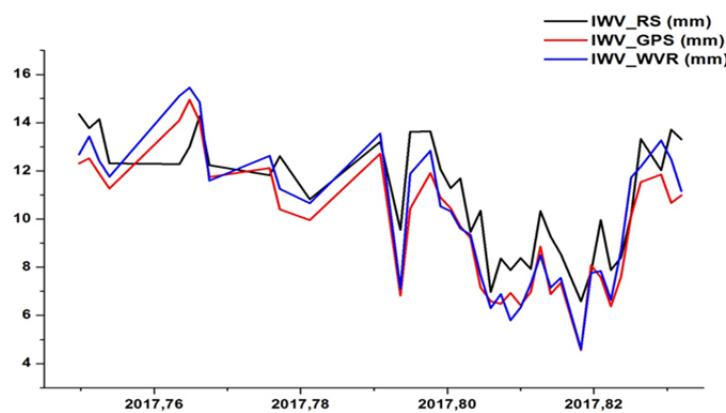


Рис. 3. Сравнение значений PW для октября 2017, полученных разными методами.

Радиометр водяного пара наблюдает излучение неба на частоте, близкой к спектральной линии водяного пара и жидкой воды. Точность резко снижается или наблюдения вовсе прекращаются во время снегопада или дождя, когда капли жидкой воды не

намного меньше длины волны наблюдаемого излучения ( $>0.7$  мм). Это дает преимущество ГНСС методу, который вносит ошибку максимум 1 мм при снегопаде и 1,5 мм при дожде.

3. Для использования  $PW$  в целях прогноза погоды имеет значение фактор времени. Поэтому нами было исследовано влияние на определение  $PW$  орбитальных параметров, вычисленных как по окончательным орбитам (с задержкой до двух недель), так и по сверхсрочным (с часовой задержкой). По нашим сравнениям заметного снижения внутренней точности не обнаруживается, также как нет и заметной систематики в этих разностях. Следовательно,  $PW$  можно вычислять в режиме мониторинга.

4. Исследовалось также влияние на оценки  $PW$  отсечки спутников по высоте для станций в Светлом и Пулково (5 и 10 градусов над горизонтом). Для Светлого имеется систематическая разность  $\sim 0.5$  мм, и заметна некоторая сезонность. Для Пулково разность отсутствует, но размах её вариаций зависит от смены приёмника. Максимальный размах этих разностей менее 1 мм при ошибке определения самой величины  $PW$  2–4 мм.

### Результаты

1. На рис. 4 представлены вариации  $PW$  с 5-минутным разрешением для станции PULK. В исследуемом регионе суточные вариации  $PW$  практически не обнаружимы, за редким исключением, когда при устойчивом антициклоне наблюдаются суточные вариации с амплитудой до 2–3 мм. В спектре вариаций также присутствуют синоптические квазипериодические колебания (3–4 дня, 14–20 дней) с амплитудами до 3–4 мм при средней ошибке 0.5–2 мм, как это видно из рис. 4. При этом вариации Аллана для этих рядов составляют 0.53 мм. На рис. 4 также заметна особенность поведения ошибок в виде импульсных всплесков в начале каждого суток, что характерно для многих определяемых с помощью GIPSY параметров.

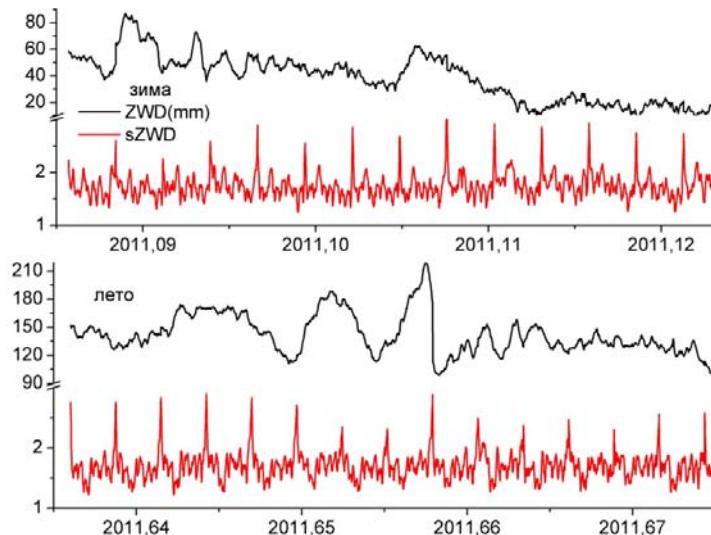


Рис. 4. Вариации  $PW$  с 5-минутным разрешением для станции PULK.

2. Для 51 станции исследуемого региона были вычислены значения  $PW$  с 6-часовым разрешением на протяжении 2017 года. На рис. 5 для примера приведены данные для станций Светлое и Пулково. Заметна сезонность, присущая всем рядам, и схожесть данных в пределах ошибок, хотя расстояние между станциями составляет 90 км. Видно, что в летний период возрастает амплитуда как самих вариаций  $PW$ , так и разность их значений для демонстрируемых станций.

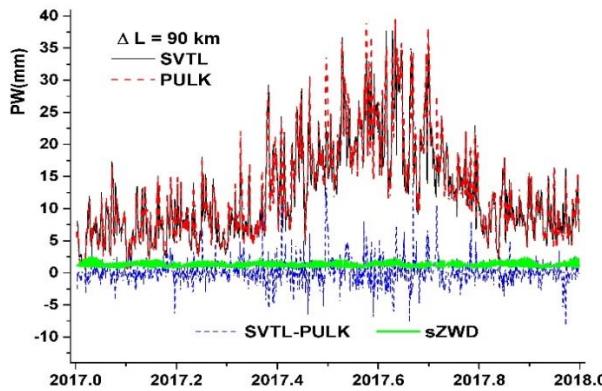


Рис. 5. Вариации  $PW$  с 6-часовым разрешением для станций PULK и SVTL за 2017 год.

По этим данным для каждого 6-часового интервала были построены карты изолиний  $PW$  (рис. 6), использованные затем для видеомонтажа динамических вариаций поля влагосодержания. Существует много возможностей для построения полей разных геоданных на регулярной географической сетке по сети случайно распределенных исходных пунктов наблюдений. Нами для геопространственной интерполяции использовался радиус осреднения (масштабный фактор) 100 км, интерполяционная сетка  $10'$  и четырёхсекторная модель (значимость точки на сетке оценивалась при минимально двух заполненных ГНСС-станциями секторах).

Динамика вариаций  $PW$  при таком временном разрешении очень высока, особенно в летний период, поэтому следует использовать более детальное временное разрешение для динамических исследований влагосодержания.

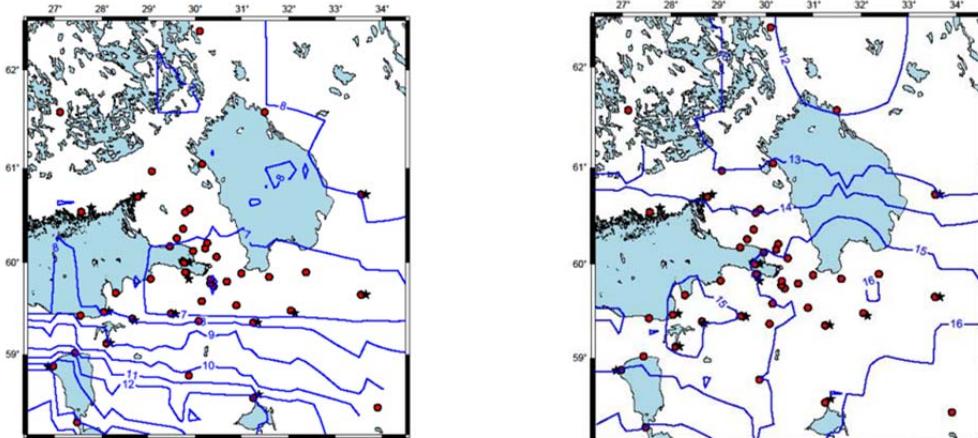


Рис. 6. Изолинии поля  $PW$ (мм) на территории исследуемого региона на 01.01 и 22.06.2017.

3. Исследованы также ряды  $PW$  из нашей базы данных с максимальной продолжительностью наблюдений для определения возможной трендовой составляющей (табл. 1).

Таблица 1. Тренды  $PW$  на некоторых ГНСС-станциях.

Пункт ГНСС	Тренд (мм/10лет)	$\Delta T$ (год)
METS	$0.00 \pm .01$	26
RIGA	$0.55 \pm .01$	24
SVTL	$0.07 \pm .01$	21
JOEN	$-0.06 \pm .02$	19
PULK	$0.30 \pm .02$	16

По данным работы [2] средний за последние десятилетия тренд влагосодержания над мировым океаном по спутниковым, но не ГНСС, данным составляет 0.33 мм/10 лет. По нашим данным по 5 станциям средневзвешенное значение получается 0.2 мм/10 лет.

В низкочастотных вариациях влагосодержания наблюдается почти полная корреляция с приземной температурой. Однако утверждать, что чем модулируется, видимо, некорректно, т.к. рост самой температуры может быть связан с другими антропогенными и естественными причинами. Более вероятно, что водяной пар только катализирует этот процесс. Тем не менее, поскольку данные ряды  $PW$  охватывают период более 20 лет, мы сочли возможным сопоставить их вариации с вариациями солнечной активности в виде чисел Вольфа (рис. 7).

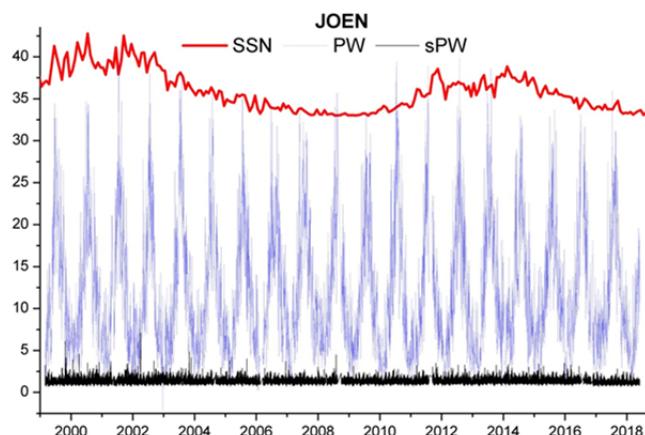


Рис. 7. Вариации  $PW$  и их ошибок ( $sPW$ ) на станции JOEN и солнечной активности (SSN).

Видно, что годичные пиковые значения низкочастотных вариаций  $PW$  в некоторой степени повторяют вариации солнечной активности, хотя для получения достоверных оценок пока явно недостаточно данных.

#### Литература

1. Bevis, M.S., S. Businger, T.A. Herring, et al. GPS meteorology: Remote sensing of atmospheric water vapor using the global positioning system // J. Geophys. Res., 1992, **97**, 15787-15801.
2. Малинин В.Н., С.М. Гордеева. Изменчивость влагосодержания атмосферы над океаном по спутниковым данным // Исследование земли из космоса, 2015, № 1, С. 3–11.

## GNSS-MONITORING OF THE ATMOSPHERIC INTEGRATED WATER VAPOR OVER THE LENINGRAD REGION

Vorotkov M., Gorshkov V., Grishina A., Scherbakova N.

Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia

The dynamics of the atmospheric integrated water vapor (IWP) over the Leningrad and adjacent regions has been investigated according to the GNSS database maintained at the Pulkovo Observatory. The required for IWP estimation the mean atmospheric temperature was calculated by using as surface temperature from the nearest meteorological stations as interpolated temperature from the global atmospheric database NCEP/NCAR reanalysis. The comparisons of GNSS PW estimations with based on radiosondes and water vapor radiometers have been made. The temporal dynamics of the PW spatial distribution was made for study region. The trends of PW have been estimated according the longest GNSS series in this area.

## СТРУКТУРНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ВОСТОЧНО-ЕВРОПЕЙСКОЙ ПЛАТФОРМЫ ПО ДАННЫМ ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ ГНСС-СТАНЦИЙ

**Горшков В.Л., Мохнаткин А.В., Щербакова Н.В.**

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

*Представлен метод формирования базы скоростей ГНСС-станций, включающий фильтрацию выбросов и сезонности, оценку ошибок скоростей с учётом типа распределения шумов, а также учёт в положениях смещений разной природы. База охватывает территорию Восточно-Европейской платформы (ВЕП) и в настоящее время содержит около 400 станций продолжительностью более двух лет. Поле скоростей станций использовано для исследования геодинамики двух крупных блоков ВЕП – Балтийского щита и Русской плиты.*

### 1. Введение

Основой геодинамических исследований является векторное поле скоростей ГНСС-станций. Эти данные являются исходным материалом для изучения и мониторинга деформационных процессов в зонах разломов и сейсмической активности. Первым этапом получения скоростей станция является анализ ошибок рядов положений ГНСС-станций и их фильтрация, что представляет серьёзную проблему при постоянно растущем количестве станций с различными характеристиками, как оборудования, так и внешних обстоятельств их функционирования. Нередки случаи с перерывами в наблюдениях по несколько месяцев, что влияет на оценку сезонности и тренда. Помимо этого, в рядах положений иногда присутствуют не связанные с оборудованием смещения и выбросы в компонентах положений разной продолжительности.

Имеется две общедоступные глобальные базы данных скоростей станций (БДС). Одна из них (<https://sidesow.jpl.nasa.gov/post/series.html>) поддерживается в JPL (NASA) и содержит данные более 2500 станций. Другая – в Геодезической Лаборатории Невады (<http://geodesy.unr.edu/gsrm.php>) – содержит более 16000 ГНСС-станций с продолжительностью более года. Однако в этих базах территории Российской Федерации (РФ) представлена более чем скромно, не отражая количество постоянно действующих в РФ в настоящее время ГНСС-станций, и не соответствую масштабам научных и прикладных задач для столь обширной территории. К недостаткам ГНСС-сетей РФ относятся: отсутствие свободного доступа к данным, недолговечность их хранения, особенно в ряде коммерческих геодезических предприятий, непостоянство работы, частые перерывы, отсутствие описаний места и истории смены оборудования, а также, ввиду ведомственной несогласованности, неравномерное распределение по территории РФ.

Совместно с коллегами геодезических предприятий РФ нами создана, поддерживается и расширяется база данных скоростей ГНСС-станций на территории Восточно-Европейской платформы для решения геодинамических и других научных задач.

Восточно-Европейская платформа (ВЕП) разбита на многочисленные геологические структуры, неоднородные по составу и имеющие разную тектоническую историю. Наиболее значимые из них – это кристаллический Балтийский щит (БЩ) и осадочная Русская плита (РП). Граница РП и БЩ проходит через Балтийское море, Финский залив, Ладожское и Онежское озёра и Белое море. Она отмечена Балтийским уступом, протянувшимся от берегов Швеции через Балтийское море до южных границ Ладожского озера. Данный регион представляет геодинамический интерес как переходная зона между этими геологическими структурами и исследована в данной работе на материале созданной БДС.

## 2. Исходные данные и их постобработка

Область, охваченная нашей базой данных, приблизительно ограничена рамками ВЕП. Помимо ГНСС-станций международных служб IGS и EPN в неё входят станции из национальных геодезических сетей Финляндии, Эстонии и Латвии. Российские станции представлены рядом базовых станций геодезических компаний ПРИН, Hexagon и ГСИ. Особо плотная сеть покрывает Санкт-Петербург и Ленинградскую область базовыми станциями геодезического предприятия ГЕОМАТИК и соответствующего (ЦИОГД) подразделения Комитета по градостроительству и архитектуре СПб. Помимо этого, в сеть входят избранные станции российских и зарубежных университетов, а также станции некоторых государственных организаций РФ (ОАО «РКС», Центр геодезии, картографии и ИПД, Единая Геофизическая служба РАН). В настоящее время поддерживается в режиме постобработки около 500 станций, из них примерно половина с продолжительностью наблюдений более 2 лет приемлема для геодинамических исследований.

Мы признательны коллегам всех перечисленных организаций за постоянно предоставляемый исходный материал наблюдений.

Исходные наблюдения со станций преобразуются в суточные 30 секундные RINEX-файлы и затем обрабатываются пакетом Gipsy 6.4 (JPL) с применением стратегии PPP (Precise Point Positioning). Положения отнесены к эллипсоиду GRS80 и переведены в систему IGS14. При этом учитываются все стандартные модельные параметры и поправки (абсолютная калибровка антенн, точные (Final) орбитальные параметры, параметры ориентации Земли (EOP C04), тропосферная модель (VMF1), все твердотельные приливы, включая соответствующие полюсные приливы, океанические приливные нагрузки (MPIOV06)). Помимо этого, учитываются атмосферные, гидрологические и неприливные океанические нагрузки по данным IMSL [9].

## 3. Анализ рядов положений

При обработке рядов положений принята следующая модель:

$$X_i = X_0 + Vt_i + a_1 \sin(2\pi t_i) + a_2 \cos(2\pi t_i) + a_3 \sin(4\pi t_i) + a_4 \cos(4\pi t_i) + \nu_i \quad (1)$$

Здесь  $X_i$  – текущие значения любой составляющей положения станции (северная, восточная, вертикальная, в мм) на момент наблюдения  $t_i$  (в годах),  $\nu_i$  – шумовая составляющая,  $i = 1, \dots, N$ ,  $N$  – длина ряда. В данной модели параметр  $V$  – искомая скорость станции по соответствующей координате (в мм/год). Помимо взвешенной МНК оценки скорости по модели (1) (веса определялись по дисперсиям суточных положений из решения Gipsy), также вычисляется её робастная оценка медианным методом ( $\min \sum |x_i - (X_0 + Vt_i)|$ ) по усечённой модели без учёта сезонности ( $a_i = 0$ ).

### 3.1. Фильтрация выбросов и скачков в рядах положений

На первом этапе удаляются грубые и ошибочные наблюдения. Для этого используется, во-первых, информация о качестве наблюдений, полученная с помощью программы TEQC (UNAVCO). Эмпирически подобран уровень неприемлемости наблюдения по продолжительности измерений ( $< 15\%$  от суток) и недостаточном в процентном отношении количестве подходящих узкополосных измерений (narrow lanes  $< 25\%$ ) для надежного решения фазовых неоднозначностей. Неприемлемыми также признаются измерения, для которых вовсе не удается определить фазовые неоднозначности. Затем последовательно применяется стандартная статистика выбросов ( $> 3\sigma$ ), где вместо дисперсии относительно принятой модели (1) используется дисперсия Аллана [4]:

$$\sigma_A = \sqrt{\sum (x_i - x_{i+1})^2 / (2(N-1))}. \quad (2)$$

На следующем этапе по данным из LOG-файлов или информации из RINEX-файлов о смене на станции оборудования или его модернизации производится оценка возможного ступенчатого смещения в каждой из составляющих ряда положений в этот момент. По нашим исследованиям в этот момент может происходить не только сдвиг в одной из координат ряда. На некоторых станциях это сопровождалось изменением тренда, что обнаруживалось спустя год и более [1].

Величина смещения по каждой из составляющих в ряде положений в нашем подходе определяется локально на интервале задаваемом интервале  $dt$  до и после момента предполагаемого смещения:  $\Delta = X_I - X_{II}$ . Здесь  $X_I, X_{II}$  – среднее значение составляющей ряда на интервале  $dt$  до и после момента сдвига. Для оценки значимости смещения применяется критерий Фишера  $F = \sigma^2 / \sigma_b^2$  для всего ряда; здесь, индекс  $b$  относится к оценке с учётом смещения,  $\sigma^2 = \sum v_i v_i / (N - N_u)$ ,  $N_u$  – количество оцениваемых параметров (в нашем случае  $N_u = 6$ ). При  $F > 1.2$  для наблюдений более трёх лет ( $N > 1000$ ) различие дисперсий значимо на уровне  $p = 0.999$ ; в этом случае оцененное смещение  $\Delta$  вводится в соответствующую координату станции.

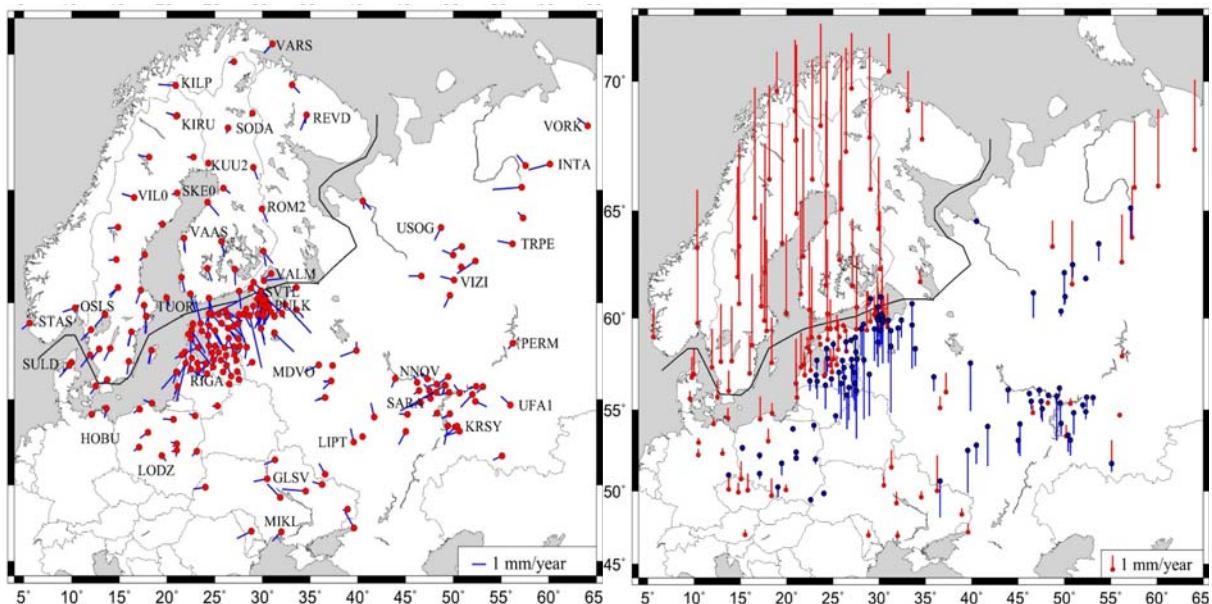


Рис. 1. Горизонтальные (слева) и вертикальные (справа) скорости ГНСС-станций.

Затем по такому же алгоритму производится поиск смещений, не связанных со сменой или модернизацией оборудования, вызванных неизвестными факторами. В этом случае используется тот же временной интервал  $dt$ , а величина искомого сдвига определяется выражением  $\Delta = k\sigma_A$  с интерфейсно задаваемым  $k$ . С этим значением  $\Delta$  просматривается весь ряд положений от  $t_1 + dt$  до  $t_N - dt$ . Временная локализация поиска сдвига существенна, так как позволяет отличить краткосрочные флюктуации от случайных выбросов, часто присутствующих в рядах положений.

Небольшой пока объём базы позволил произвести скрин-анализ получаемых при этом стохастических скачков. Большинство из них оказались приемлемыми при  $dt$  в интервале от 10 до 15 дней и  $k$  равному квантилю распределения Стьюдента для соответствующего  $N$ , что и было зафиксировано в алгоритме. После проведённой фильтрации рядов положений независимо по каждой координате заново оцениваются соответствующие скорости как по модели (1), так и с использованием робастной оценки по усечённой модели.

### **3.2 Определение ошибок скоростей ГНСС-станций**

ГНСС-наблюдения, после удаления трендов и квазипериодических компонент, являются стохастическим сигналом со спектральной плотностью мощности хорошо аппроксимируемой степенной зависимостью от частоты  $P(f) \propto f^{-\beta}$ . Для сигналов с таким спектром мощности для целочисленных значений  $\beta$  в работе [10] приведены соответствующие оценки для вычисления ошибок скоростей станций. Для оценки величины  $\beta$  нами реализованы два метода, описанные в работе [2]. Их средневзвешенное значение использовалось для вычисления ошибок скоростей станций. Практически все ряды из нашей базы имеют спектр мощности близкий к фликкер-шумовому ( $\beta \approx 1$ ). Вычисленные для такого распределения ошибки горизонтальных скоростей станций с историей наблюдений более 10 лет составили  $\sim 0.04$  мм/год, для станций с историей наблюдений менее 3 лет  $\sim 0.5$  мм/год. Аналогичные величины для вертикальных скоростей составили соответственно  $\sim 0.2$  мм/год и  $\sim 1.1$  мм/год.

Полученная таким образом база скоростей станций доступна на сайте ГАО РАН ([http://www.gaoran.ru/russian/database/station/databasev\\_rus.html](http://www.gaoran.ru/russian/database/station/databasev_rus.html)). На рис. 1 приведены остаточные после исключения общего вращения Евразийской плиты [6] вектора скоростей станций с продолжительностью наблюдений более 2 лет.

## **4. Геодинамика ВЕП**

На рис. 1 видны небольшие неоднородности поля горизонтальных скоростей станций систематического характера. Вектора образуют кластеры на востоке, западе и севере ВЕП. С северо-востока и северо-запада заметна встречная компонента в скоростях станций, приводящая в центральной части ВЕП к обнулению и развороту векторов на юг. Подобная картина обоснована в работе [3] из геологических соображений.

Для исследования взаимной динамики геологических структур требуется большое количество хорошо распределённых и продолжительных рядов ГНСС-наблюдений. Из многочисленных блоков ВЕП только БЩ и РП удовлетворяют этим условиям по данным нашей базы скоростей. Поскольку район северо-запада Европы отягощён динамикой послеледникового поднятия, систематически искажающего поле скоростей расположенных здесь станций, был также вычислен вариант, где скорости этих станций были освобождены от влияния послеледникового поднятия (ПЛП в таблице) по модели ICE-5G [9].

С точки зрения геодинамики Восточно-Европейской платформы наиболее интересна область сопряжения её больших геологических структур – БЩ и РП. Как упоминалось во введении, земная кора в этой зоне неоднородна как по вещественному составу, так и тектонически – она разбита на блоки многочисленными зонами дислокаций и деформаций. Ввиду этого повсеместно существуют ослабленные зоны и, наоборот, прочностные барьеры, где под влиянием внешних воздействий образуются области перераспределения напряжений [7].

Взаимный разворот блоков коры может быть определён посредством вычисления их мгновенных угловых скоростей. Предполагая твердотельность блоков земной коры и применимость к ним теоремы Эйлера, движение каждого такого блока можно представить вращением вокруг некоторой оси, ближайшую точку пересечения которой с поверхностью Земли принято называть полюсом Эйлера. Соответственно совместное движение набора из  $n$  ГНСС-станций, относящихся к одному геотектоническому блоку, можно представить в виде  $v = \Omega \times r$ , где  $v$  – матрица скоростей станций размера  $3 \times n$  для каждой из трех координат скоростей,  $\Omega$  – квадратная матрица размерности 3 с искомыми компонентами угловых скоростей на диагоналях,  $r$  – матрица координат станций размера  $3 \times n$ . Для оценки угловой скорости блока используется МНК с диагональной матрицей весов, обратных дисперсиям соответствующих скоростей.

Заметим, что при вычислении эйлеровых полюсов для Евразийской (ЕА) плиты в системе ITRF2008 [6] использовались только 4 из исследуемых нами станций, и вообще не использовалась ни одна станция в этом регионе с широтой более 55°с.ш. В более свежей работе при аналогичных вычислениях в системе ITRF2014 [5] был проведён ещё более скрупулёзный отбор станций. При этом в обоих случаях поправки за ПЛП не применялись.

Сходимости оценок  $\Omega$  по МНК и медианной модели очень хорошая, из чего следует отсутствие проблем с подготовкой и фильтрацией исходных данных. В таблице приведены результаты по медианной модели.

**Таблица.** Угловые скорости ВЕП и её блоков БЩ и РП.

Решение	N станций	$\Omega_X$ (мсд/год)	$\Omega_Y$ (мсд/год)	$\Omega_Z$ (мсд/год)
РП+ПЛП	190	-0.081 ± .005	-0.515 ± .005	0.751 ± .011
РП		-0.096 ± .005	-0.521 ± .005	0.725 ± .011
БЩ+ПЛП	60	-0.093 ± .004	-0.512 ± .002	0.763 ± .009
БЩ		-0.080 ± .008	-0.506 ± .004	0.789 ± .017
ВЕП+ПЛП	250	-0.083 ± .005	-0.514 ± .003	0.748 ± .009
ВЕП		-0.094 ± .005	-0.517 ± .003	0.730 ± .009
ITRF2008 (EA)	69	-0.083 ± .008	-0.534 ± .007	0.750 ± .008
ITRF2014 (EA)	97	-0.085 ± .004	-0.531 ± .002	0.770 ± .005

Из таблицы видно, что 1) использование модельных поправок за ПЛП улучшает оценки компонент угловых скоростей именно для БЩ, где их влияние максимально, 2) статистически значимой разности во вращении РП и БЩ не обнаруживается, 3) судя по ошибкам, поле скоростей РП менее однородно ( $S_{RP} > S_{BSh}$ ), хотя станций в 3 раза больше, 4) наши оценки угловой скорости ВЕП+ПЛП в пределах ошибок совпадают с решением из [5, 6] для всей Евразийской плиты, хотя в наших оценках использованы данные только европейской части этой плиты.

## 5. Заключение

- Для эффективных геодинамических исследований на территории России необходима сводная база данных скоростей ГНСС-станций всех сетей РФ.
- В ГАО РАН поддерживается и расширяется общедоступная однородная по методу обработки и учёту коррекций база скоростей станций для территории Восточно-Европейской платформы для геодинамических и геофизических исследований.
- Русская плита имеет вращение, совпадающее с вращением Евразийской плиты по данным глобальной обработки данных космической геодезии [6]. Взаимного вращения БЩ и РП на имеющемся наблюдательном материале не обнаружено.
- Имеется общая структурная особенность кинематики ГНСС-станций, характеризующая сжатием центральных областей ВЕП с СВ и СЗ направлений.

## Литература

1. Горшков В.Л., Н.В. Щербакова. О согласованности скоростей станций с несколькими ГНСС-приемниками // Международный научно-технический и производственный электронный журнал «Науки о Земле». 2015. № 3. С. 95-103.
2. Горшков В.Л., Н.В. Щербакова. Исследование случайных и систематических ошибок GPS-наблюдений на территории Пулковской обсерватории // Международный научно-технический и производственный электронный журнал «Науки о Земле». 2012. № 4. С. 12-22.

3. Зыков Д.С., Полещук А.В. Результаты взаимодействия некоторых геодинамических систем на восточно-европейской платформе в новейшее время / Труды Всероссийской научной конференции «Актуальные проблемы динамической геологии при исследовании платформенных областей». Москва, 24–26 мая 2016 г. С. 55–59.
4. Allan, D.W. and J.A. Barnes. A Modified “Allan Variance” with Increased Oscillator Characterization Ability // Proceedings of the 35th Annual Frequency Control Symposium, 1981, 470–475.
5. Altamimi, Z., L. Metivier, X. Collilieux. ITRF2008 plate motion model // J. Geophys. Res., 117, B07402, doi:10.1029/2011JB008930
6. Altamimi, Z., L. Metivier, X. Collilieux. ITRF2014 plate motion model // Geophys. J. Int., 2017, **209**, 1906–1912 doi: 10.1093/gji/ggx136
7. Assinovskaya B., Shchukin J., Gorshkov V., Shcherbakova N. On recent geodynamics of the Eastern Baltic Sea region // Baltica, 24 (2), 61–70. Vilnius.
8. Peltier, W.R. Global Glacial Isostasy and the Surface of the Ice-Age Earth: The ICE-5G (VM2) Model and GRACE // Ann. Rev. Earth and Planet. Sci. 2004. 32. P. 111–149.
9. Petrov, L. International Mass Loading Service. 2015.
10. Williams S.D.P. The effect of coloured noise on the uncertainties of rates estimated from geodetic time series // J. Geodesy, 2003, 76, 483–494.

## **THE STRUCTURAL FEATURES OF THE EAST-EUROPEAN CRATON ACCORDING TO THE FIELD OF GNSS STATION VELOCITIES**

**Gorshkov V., Mokhnatkin A., Scherbakova N.**

*Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia*

The method for calculation of GNSS station velocities and its error estimation is suggested and described in the paper. It was used to form the database of velocities more than 400 GNSS stations located on the East-European Craton (EEC). The east region of EEC has too few stations in free international GNSS network to study of regional geodynamics in detail. But hundreds GNSS stations of various surveying companies are really here. Some of these stations have long observational history and were used to form and maintain this free access velocity database. GNSS position series have many irregularities and discontinuities. Velocity estimation by proposed method includes (i) consequent outliers filtering of time series, (ii) exclusion of seasonal variations and discontinuities of different nature and (iii) evaluation velocity errors depending on the type of noise distribution. The resulting velocity field of GNSS stations was used for regional geodynamics assessments.

## УТОЧНЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ГАРМОНИК ВНУТРИСУТОЧНЫХ ВАРИАЦИЙ ПВЗ ИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ГЛОБАЛЬНОГО УРАВНИВАНИЯ

Курдубов С.Л., Миронова С.М., Павлов Д.А.

Институт прикладной астрономии Российской академии наук, Санкт-Петербург, Россия

Обработан почти полный набор доступных РСДБ данных с целью уточнения коэффициентов модели внутрисуточных вариаций параметров вращения Земли (ПВЗ). Амплитуды вариаций ПВЗ были вычислены из глобального уравнения 5677 РСДБ сессий. Показано, что полный набор гармоник из модели Eanes (2000) не может быть разрешен на имеющемся интервале РСДБ наблюдений. Вычислено 8 главных гармоник с использованием модели Eanes (2000). Для гармоники K2 поправки к априорной модели существенно отличаются от оценок без априорной модели, что может свидетельствовать о необходимости выбора другого набора уточняемых гармоник. Априорные и уточненные амплитуды были использованы в обработке наблюдений радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами (РСДБ) и лазерной локации Луны (ЛЛЛ). Показано, что уточненные амплитуды незначительно улучшают представление РСДБ и ЛЛЛ данных.

### 1. Введение

В обработке наблюдений космической геодезии учитывают только короткопериодические вариации ПВЗ [2]. IERS Conventions (2010) [1] рекомендует модель внутрисуточных вариаций Eanes (2000). Моделирование поправок к ПВЗ вследствие влияния N внутрисуточных гармоник осуществляется по следующей формуле:

$$\Delta\Theta = \sum_{i=1}^N \left\{ C_i \cos \left[ \sum_{j=1}^5 k_{ij} \alpha_j + n_i (h_\gamma + \pi) \right] + S_i \sin \left[ \sum_{j=1}^5 k_{ij} \alpha_j n_i (h_\gamma + \pi) \right] \right\},$$

где  $\Theta$  – одна из координат земного полюса либо UT1;

$C_i, S_i$  – амплитуды внутрисуточных гармоник;

$N$  – количество внутрисуточных гармоник;

$\alpha_j$  – пять фундаментальных астрономических аргументов, задающих относительные положения Земли, Солнца и Луны;

$h_\gamma$  – Гринвичское среднее звездное время;

$n_i$  – коэффициент (-1 для суточных гармоник, -2 для полусуточных гармоник);

$k_{ij}$  – коэффициенты, учитывающие влияние Солнца и Луны на гармонику.

Таким образом, гармоника определяется двумя амплитудами и комбинацией фундаментальных аргументов, определяющей частоту гармоники. Всего учитывается 71 внутрисуточная гармоника, амплитуды которых варьируются в пределах приблизительно от 0.48 до 1.2 суток. Гармоники, амплитуды которых близки к 0.5 суток, называются полусуточными. Остальные гармоники по амплитуде близки к 1 суткам и называются суточными.

### 2. Выбор списка определяемых гармоник

Рассмотрим задачу об уточнении внутрисуточных вариаций ПВЗ из глобального уравнения РСДБ наблюдений. Глобальное решение в общем случае может содержать поправки ко всем внутрисуточным гармоникам. На практике вычислим поправки к самым большим по амплитуде гармоникам, проверяя, чтобы они не были близкими.

Таким образом, для составления списка уточняемых гармоник следует из общего списка выделить наибольшие по амплитуде гармоники. Затем для улучшения точности поправок из списка следует удалить близкие гармоники.

Рассмотрим два способа нахождения близких гармоник: по интервалу наблюдений и из ковариационной матрицы. Первый способ позволяет узнать, можно ли различить две гармоники с известными амплитудами на фиксированном интервале времени. Для РСДБ в качестве интервала рассматривается промежуток между первым и последним РСДБ наблюдением, приблизительно равный 40 годам. Будем считать две гармоники близкими, если их периоды укладываются в рассматриваемый интервал одинаковое количество раз. Среди общего списка нашлась одна такая пара гармоник с периодами 0.4985982 и 0.4985616 суток[1].

Для осуществления второго способа следует предварительно построить глобальное решение со всеми гармониками, а затем проанализировать его ковариационную матрицу. Будем считать, что гармоники близкие, если коэффициент корреляции между ними больше 0.8. Из анализа оказалось, что гармоники с периодами 0.4985982, 0.4985616 и 0.4897717 суток коррелируют между собой. Их попарные корреляции достигают примерно 0.89–0.90.

Таким образом, для оценивания был предварительно выбран набор из 8 главных гармоник. Сравнение периодов 8 главных гармоник с периодами близких гармоник показало, что в выбранном наборе нет ни одной пары встречающихся одновременно близких гармоник. В итоге для последующего уточнения из РСДБ был взят набор из 8 главных гармоник, названия которых приведены в первом столбце таблиц 1, 2, 3. Среди гармоник оказалось 4 суточных и 4 полусуточных гармоники.

### 3. Получение гармоник из глобального решения

Было проведено глобальное уравнивание 5677 сессий [4], наблюдавшихся с 1979 по 2016 год. В решении присутствовало 3825 источников, 203 станции, приблизительно 9.4 млн. задержек. Координаты станций и источников определялись как глобальные параметры. ПВЗ, влажная тропосферная задержка в зените и рассинхронизация часов с линейным трендом определялись как суточные параметры. Из уравнивания также уточнялись амплитуды 8 главных гармоник как глобальные параметры. Они были определены в двух вариантах: как поправки к нулевым априорным амплитудам и как поправки к рекомендованным IERS Conventions (2010) априорным амплитудам. В дальнейшем исходные амплитуды (модель Eanes) будут обозначаться как E0, уточненные двумя способами амплитуды – G1, G2 соответственно. Сравнение G1, G2 с E0 представлено в табл. 1,2,3. Первый столбец – это название гармоники. Второй и третий столбец – амплитуда и ее априорное значение. В следующих двух столбцах находятся разности между амплитудой, оцененной из глобального уравнивания (G1 либо G2), и амплитудой в модели Eanes (E0). Формальные ошибки поправок, оказавшиеся одинаковыми для амплитуд G1 и G2, представлены в последнем столбце.

**Таблица 1.** Поправки к X координате полюса, мкс дуги.

Гармоника	Амплитуда	E0	G1- E0	G2- E0	$\sigma$ (G1 и G2)
$Q_1$	S	26.31	10.12	11.91	6.071
	C	6.23	24.76	21.52	6.054
$O_1$	S	132.91	-1.54	5.24	7.878
	C	48.82	24.79	15.24	7.932
$P_1$	S	51.25	8.81	8.91	12.962
	C	26.13	1.38	-1.48	12.970
$K_1$	S	-151.74	52.91	52.08	13.570
	C	-77.48	-148.55	-153.30	13.605
$N_2$	S	-12.93	6.51	7.15	1.307
	C	32.88	1.31	2.22	1.313

Гармоника	Амплитуда	E0	G1- E0	G2- E0	$\sigma$ (G1 и G2)
M <sub>2</sub>	S	-26.96	10.26	11.39	1.303
	C	195.92	-1.97	-1.22	1.299
S <sub>2</sub>	S	63.56	9.58	9.05	1.292
	C	86.56	8.89	10.83	1.289
K <sub>2</sub>	S	19.14	-21.58	-3.79	1.296
	C	23.11	23.29	-3.40	1.303

Таблица 2. Поправки к Y координате полюса, мкс дуги.

Гармоника	Амплитуда	E0	G1- E0	G2- E0	$\sigma$ (G1 и G2)
Q <sub>1</sub>	S	-249.90	-29.17	-30.53	6.074
	C	6.24	-19.23	8.94	6.077
O <sub>1</sub>	S	-1206.90	-102.48	-121.02	7.927
	C	48.82	8.74	6.20	7.899
P <sub>1</sub>	S	-309.50	-49.80	-43.16	12.983
	C	26.13	5.72	-0.32	12.970
K <sub>1</sub>	S	854.80	81.24	60.03	13.609
	C	-77.48	109.61	111.69	13.579
N <sub>2</sub>	S	-155.60	-48.96	-59.58	1.433
	C	-56.87	-5.22	-4.59	1.433
M <sub>2</sub>	S	-714.00	-214.88	-223.67	1.427
	C	-330.15	-15.31	-14.28	1.422
S <sub>2</sub>	S	-15.90	-97.34	-97.14	1.417
	C	-144.13	-6.44	-4.77	1.415
K <sub>2</sub>	S	4.10	18.11	3.07	1.428
	C	-38.48	4.15	-12.47	1.427

Таблица 3. Поправки к UT1, мкс.

Гармоника	Амплитуда	E0	G1- E0	G2- E0	$\sigma$ (G1 и G2)
Q <sub>1</sub>	S	-26.31	7.88	10.23	7.396
	C	511.80	6.44	1.69	7.372
O <sub>1</sub>	S	-132.90	8.00	13.42	7.332
	C	1602.00	138.92	107.53	7.343
P <sub>1</sub>	S	-51.25	17.03	17.33	7.316
	C	551.20	-42.56	-48.94	7.274
K <sub>1</sub>	S	151.74	57.25	53.50	7.356
	C	-1762.00	80.79	60.20	7.462
N <sub>2</sub>	S	11.15	-0.08	-0.58	6.580
	C	-379.50	45.11	47.14	6.585
M <sub>2</sub>	S	37.58	8.71	7.78	6.571
	C	-1619.50	141.15	140.86	6.560
S <sub>2</sub>	S	59.23	11.34	12.58	6.604
	C	-754.70	8.95	1.16	6.507
K <sub>2</sub>	S	17.72	-6.87	-22.12	6.567
	C	-210.40	-1.04	208.54	6.596

Из анализа таблиц 1, 2, 3 видно, что полученные амплитуды гармоник O<sub>1</sub>, K<sub>1</sub> имеют наибольшие по модулю отличия из обоих вариантов глобального решения. Разности G1- E0 и G2- E0 меняются в широких пределах приблизительно от 0.1  $\sigma$  до величины, на порядок превосходящей формальную ошибку. Также видно, что разница между разностями G1- E0 и G2- E0, относящаяся к одной и той же гармонике, как правило,

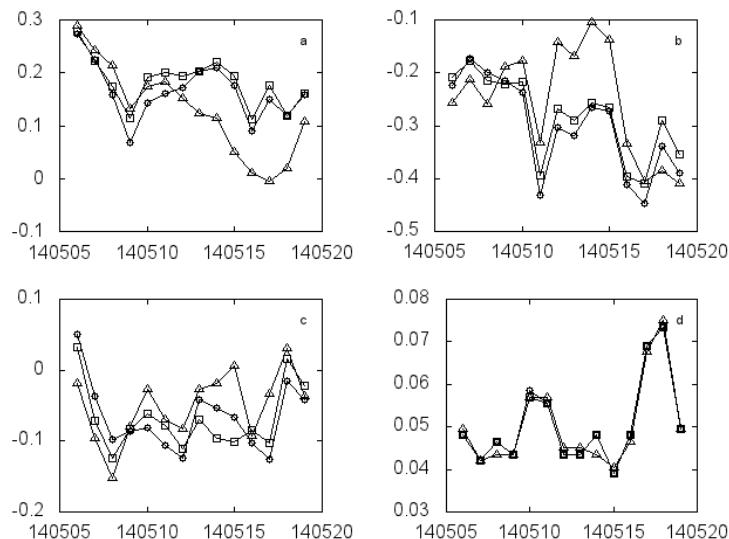
по модулю не превышает формальной ошибки. Исключением является гармоника  $K_2$ , для которой все поправки к априорной модели существенно отличаются от оценок без априорной модели, что может свидетельствовать о необходимости выбора другого набора уточняемых гармоник.

#### 4. Использование гармоник в обработке РСДБ и ЛЛЛ наблюдений

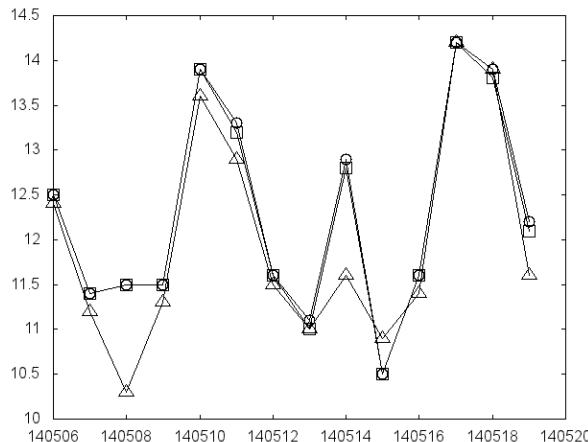
Наборы уточненных амплитуд внутрисуточных гармоник G1, G2 были использованы в обработке РСДБ и ЛЛЛ сессий. Были обработаны РСДБ сессии программы CONT14 с использованием программного пакета QUASAR [3]. Результаты определения ПВЗ представлены на рис. 1. Взвешенные среднеквадратические значения (wrms) результатов обработки представлены на рис. 2. Из рисунка 1 видно, что поправки к ПВЗ на основе модели G2 более близки к поправкам по априорной модели (E0), чем G1. Из рисунка 2 было вычислено, что среднее wrms по априорной модели равно 12.26 мм, а использование G1 увеличивает wrms до 12.29. Модель G2 уменьшает wrms до 11.99, что означает некоторое улучшение в представлении РСДБ данных. В дальнейшем анализе использовалась модель G2.

Модель G2 внутрисуточных вариаций ПВЗ была протестирована в обработке ЛЛЛ наблюдений на основе модели движения Луны, используемой в эфемеридах ЕРМ [5, 6]. Для тестирования использовались наблюдения двух современных обсерваторий, представляющих нормальные точки ЛЛЛ точностью 2-5 мм: Обсерватория Лазурного берега (ОСА, Франция) и обсерватория Apache Point (APOLLO, Нью-Мексико, США). В обсерватории ОСА с 2015 г. введён в строй инфракрасный (IR) лазер; зелёный лазер предыдущей модели (MeO) продолжает действовать. Указанные обсерватории не имеют средств РСДБ. Наблюдения ЛЛЛ проводятся, как правило, в ночное время.

В таблице 4 приведены сравнительные значения остаточных невязок «нормальных» точек ЛЛЛ данных указанных трёх инструментов после уточнения всех начальных, динамических и редукционных параметров [5]. Как видно, использование вычислённой модели внутрисуточных вариаций ПВЗ несколько улучшает результаты уравнивания. Ошибка единицы веса ЛЛЛ-решения, характеризующая общую адекватность моделей наблюдениям, при использовании новой модели снизилась с 1.414 до 1.411.



**Рис. 1.** Поправки к ПВЗ из РСДБ обработки. По горизонтальной оси отложена дата в формате ууммдд. На рисунках а, б, с, д изображены поправки к ХРО, YPO, UT1, LOD соответственно. ХРО, YPO даны в мс дуги, UT1, LOD – в мкс. Квадратиками обозначены поправки, полученные с использованием модели E0. Треугольникам и кружочкам соответствуют поправки на основе вычисленных двумя способами амплитуд: G1 и G2.



**Рис. 2.** wrms остаточных невязок в РСДБ обработке, мм. По горизонтальной оси отложена дата в формате ууммдд. Квадратиками обозначены поправки, полученные с использованием модели E0. Треугольникам и кружочкам соответствуют поправки на основе вычисленных двумя способами амплитуд: G1 и G2.

**Таблица 4.** wrms остаточных невязок ЛЛЛ измерений после обработки априорной моделью внутрисуточных вариаций ПВЗ IERS 2010 и вычисленной моделью G2.

Инструмент	Наблюдений	IERS wrms	G2 wrms
OCA (MeO)	1836 (2009–2017)	1.423 см	1.423 см
OCA (IR)	2840 (2015–2017)	1.295 см	1.290 см
APOLLO	2648 (2006–2016)	1.384 см	1.377 см

## 5. Заключение

Получен уточненный набор коэффициентов модели внутрисуточных вариаций ПВЗ. Поправки к априорным коэффициентам оказались наибольшими по модулю для гармоник  $O_1$ ,  $K_1$ . Наименьшие поправки соответствуют гармоникам  $Q_1$  и  $K_2$ .

Показано, что полный набор гармоник из модели IERS не может быть разрешен на имеющемсяся интервале РСДБ наблюдений. Из приведенного анализа оказалось, что гармоники с периодами 0.4985982 и 0.4985616 суток не могут быть вычислены из РСДБ одновременно с достаточной точностью.

Модель внутрисуточных вариаций ПВЗ с уточненным набором коэффициентов была применена в обработке суточных РСДБ сессий программы CONT14 и в обработке ЛЛЛ наблюдений станций OCA и APOLLO. Применение построенной модели с уточненными коэффициентами позволяет незначительно улучшить представление наблюдений при обработке ЛЛЛ и РСДБ наблюдений.

## Литература

1. *Petit, Gérard & Luzum, Brian.* IERS conventions // Tech. Rep. DTIC Document. 36. 180 (2010).
2. *Gipson, J.* EOP: History, Accuracy, Latency and the Future // AGU Fall Meeting Abstracts (2009).
3. В.С. Губанов, С.Л. Курдубов, И.Ф. Суркис. Новая версия пакета QUASAR для обработки РСДБ-наблюдений // Труды ИПА РАН, 2007, вып. 16, 61–83.
4. С.Л. Курдубов, В.С. Губанов. Глобальное уравнивание РСДБ-наблюдений // Труды ИПА РАН, 2012, вып. 23, 244–246.
5. *Dmitry A. Pavlov, James G. Williams, Vladimir V. Suvorkin.* Determining parameters of Moon's orbital and rotational motion from LLR observations using GRAIL and IERS-recommended models // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2016, 126(1), 61–88.
6. *Д.А. Павлов, Э.И. Ягудина.* Анализ уточнённой лунной части эфемерид ЕРМ // Труды ИПА РАН, 2017, вып. 43, 104–112.

**CALCULATION OF THE DIURNAL AND SUB-DIURNAL VARIATIONS OF EOP FROM  
RESULTS OF VLBI GLOBAL SOLUTION**

**Kurdubov S.L., Mironova S.M., Pavlov D.A.**

*Institute of Applied Astronomy RAS, St. Petersburg, Russia*

We processed almost all available VLBI data in order to improve coefficients of the model of the diurnal and sub-diurnal EOP variations. Amplitudes of the EOP variations were computed by global solution including 5677 VLBI series. We derived that all tidal constituents from Eanes (2000) model can't be calculated on current set of VLBI observations. 8 main constituents were calculated using Eanes (2000) model. Estimated coefficients of the constituent K2 derived by adding to zero and Eanes (2000) are different, which could be a reason to choose another set of estimated constituents. Eanes (2000) and estimated amplitudes were used for Very Long Baseline Radio Interferometry (VLBI) and Lunar Laser Ranging (LLR) data processing. It was shown that the new model slightly improves the VLBI and LLR data representation.

## **АНАЛИЗ ГЕОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ СПУТНИКОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ШИРОТНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ**

**Мубаракшина Р.Р., Нефедьев Ю.А., Лапаева В.В., Кащеев Р.А.,  
Загретдинов Р.В., Андреев А.О.**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия*

*Широтные наблюдения, выполненные в Астрономической обсерватории им. Энгельгардта (АОЭ), позволяют анализировать природу долгопериодических геофизических процессов. В настоящей работе рассмотрены особенности вариаций средней широты и выявлена корреляционная связь аномалий широтных наблюдений с сейсмической обстановкой. В статье также представлен сравнительный анализ широтных астрометрических и ГНСС-измерений, на основе которых определены высотные параметры движения тектонических плит.*

### **1. Введение**

Наблюдения изменяемости широты были организованы в Астрономической обсерватории им. Энгельгардта (АОЭ) Казанского университета профессором Д.И. Дубяго и выполнялись с 1892 по 2007 гг. Особый интерес вызывают данные широтных наблюдений, выполненных на продолжительных временных интервалах на территории одной и той же астрономической обсерватории. Эти наблюдения содержат многочисленные шумы разной продолжительности и физической природы, состоящие из большого числа как периодических, так и случайных гармоник малой амплитуды. Поскольку шумовые гармоники отображают сейсмический характер местности, на которой производятся наблюдения, и содержат в себе богатую информацию о геологическом строении Земли и геодинамических явлениях, их исследование вызывает значительный научный интерес. Ключевыми особенностями наблюдений, выполненных на территории одной обсерватории, являются их однородность, высокая точность, продолжительность и уникальность.

Цель обработки широтных наблюдений состоит в получении кривой изменяемости средней широты данной обсерватории на длительном временном интервале. Однако в настоящей работе интерес вызывает не кривая изменяемости, анализ которой необходим для изучения движения полюсов Земли, а кривая неполярных изменений средней широты, представляющая собой кривую изменяемости, из которой исключены подробно изученные другими авторами компоненты, связанные с движением полюсов [1]. Кривая неполярных изменений средней широты содержит шумовые составляющие, к которым относятся полярные изменения средней широты; полярные изменения средней широты с годовым и полугодовым периодами; чандлеровское движение полюсов; свободные, почти суточные по продолжительности, перемещения полюсов; вековое движение полюсов и неполярные изменения средней широты. Именно их анализу и посвящена настоящая работа.

### **2. Анализ широтных наблюдений, выполненных в АОЭ**

Было выполнено исследование неполярных вариаций широты за период с 1978 по 1997 гг. Результаты представлены на рис. 1–2. На графиках по оси ординат даны значения спектральной плотности в единицах  $0.000001''$ , по оси первая шкала дает значения параметра частоты –  $K$ , вторая – величины периодов в годах для предполагаемых периодических компонент.

Как следует из представленных зависимостей, спектр неполярных вариаций широты имеет сложную структуру и содержит более двадцати пиков и повышений спектральной плотности. Следует отметить, что изучаемые временные ряды, как правило, не содержат чисто гармонических компонент. Их амплитуды, начальные фазы, а в некоторых случаях и периоды, изменяются. Поэтому интерпретация спектров исследуемых временных рядов вызывает трудности. Основным способом определения достоверности выделенных периодических компонент является выяснение их природы. Как следует из рисунков 1 и 2 наиболее значительные предполагаемые периодические компоненты неполярных вариаций имеют периоды 10; 2,6; 1,52; 1,24; 1,13; 1,0; 0,594 и 0,5 года. В спектре долгопериодических вариаций на временном интервале 1978–1997 гг. выделяются пики, соответствующие периодам 19; 6,3; 3,8 и 2,5 года. Очевидно, что чем больше период компоненты, тем более продолжительный временной интервал необходим для ее уверенного определения при используемой методике. Соответственно, на рис. 3 приведен график изменения средней широты за 1951–1996 гг.

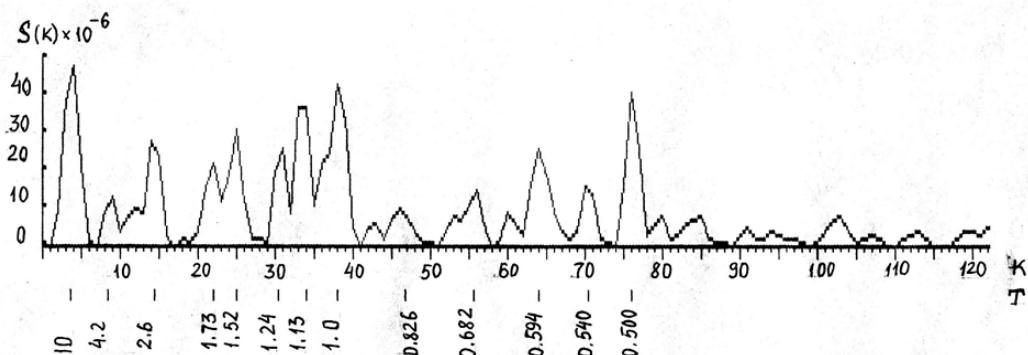


Рис. 1. Спектр неполярных вариаций широты по наблюдениям 1978–1997 гг.

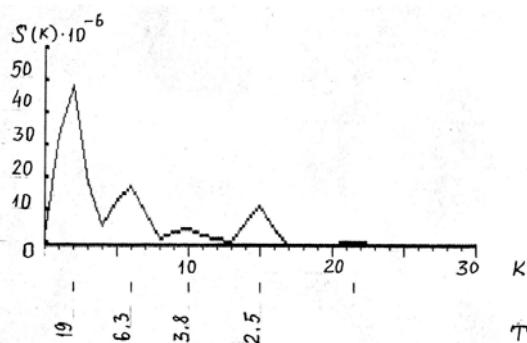


Рис. 2. Спектр долгопериодических неполярных изменений широты за 1978–1997 гг.

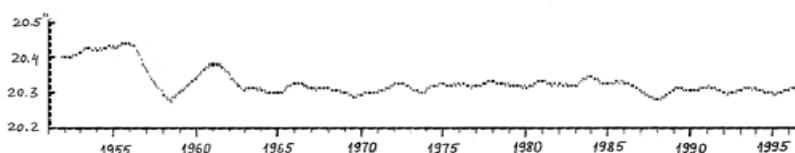
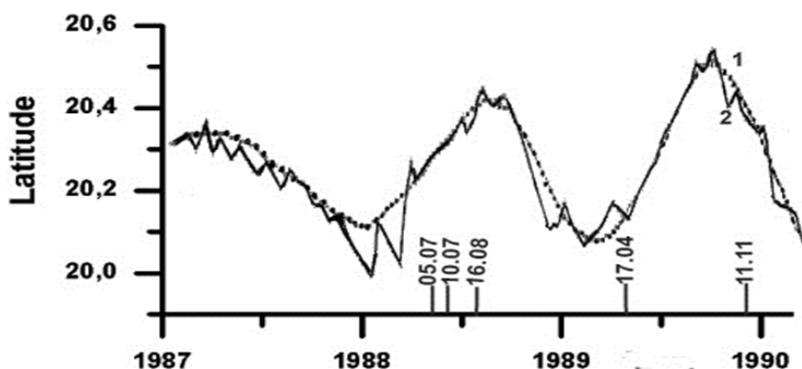


Рис. 3. Изменение средней широты за 1951–1996 гг.

### 3. Сейсмическая обстановка и корреляционные связи с вариациями широты

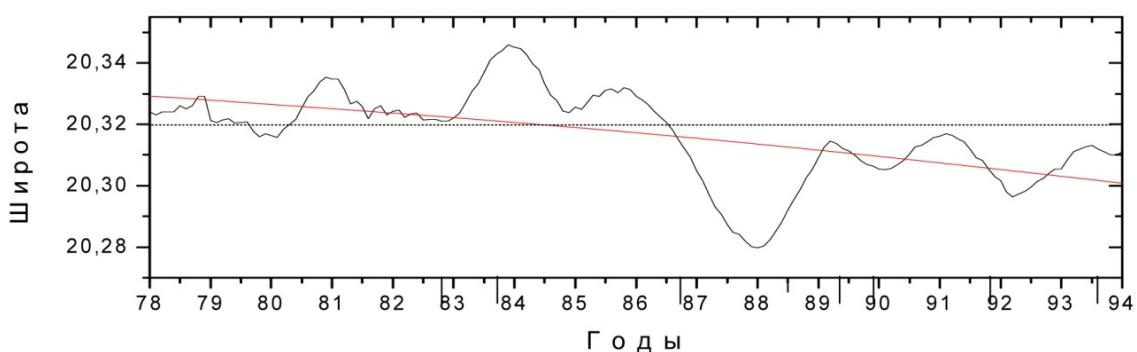
Вариации сейсмических процессов на Луне и Земле имеют небесно-механическую природу. Астрономические, геодезические и геофизические исследования также показывают [2], что Земля и окружающее её пространство непрерывно меняют свою

метрику. Это происходит по причине деформаций и колебаний земной коры. В современных работах на основе анализа Z – членов показано, что многие землетрясения (магнитуда  $M > 6$ ) связаны с отклонениями в определенное время широтных аномалий [3, 4]. В геофизике основные измерения сдвига коры носят относительный характер. Поэтому можно сказать, что они не обеспечивают количественную оценку геофизического процесса. Получить количественную информацию можно на основе астрометрических наблюдений.



**Рис. 4.** Аномальные отклонения наблюденной широты от предвычисленного значения.

На рис. 4 вертикальные линии показывают даты землетрясений в восточном регионе Татарстана. В среднем значения вариации аномалий широты равны  $0.10''$ . Они не зависят от энергии землетрясения, однако существует зависимость аномальных флюктуаций от времени. Наиболее значительные отклонения были зафиксированы перед землетрясениями 1982, 1983, 1986 и 1988 гг. После 1988 г. отклонения наблюденной широты от предвычисленной уменьшились. Необходимо отметить одну деталь в изменении широты непосредственно связанную с землетрясениями. На рис. 4 приводятся сглаженная линия флюктуаций широты для 1978–1990 гг., построенная по наблюденным широтам (линия 2) и кривая изменения широты, предвычисленная по координатам полюса (линия 1). Моменты землетрясений, произошедших вблизи территории Астрономической обсерватории им. В.П. Энгельгардта (АОЭ), также обозначены вертикальными линиями. Видно, что за 4–5 месяцев до указанных дат наступления каждого из землетрясений происходили резкие аномальные отклонения наблюденной широты от вычисленаной. Аномальные нормальные точки включают в себя 18–20 отдельных значений широт, что исключает случайный характер их отклонений.



**Рис. 5.** Долгопериодические вариации неполярных изменений средней широты на широте АОЭ за 1978–1994 гг.

Модель вертикального движения блоков земной коры может быть с определенной точностью описана вариациями неполярных изменений средней широты. На рис. 5 изменения средней широты приведены в секундах дуги; если перевести их в миллиметры, получим, что  $1''$  соответствует 3000 мм, таким образом, усредненный тренд изменения за 16 лет равен  $0,03''$ , что составляет 90 мм подъема плиты за 16 лет или 5,6 мм в год. Из рисунка видно, что существуют долгопериодические смещения приблизительно с годовым, полугодовым и трехмесячным периодами, на которые в ряде случаев может накладываться непериодический тренд, обусловленный причинами техногенного характера. Наиболее вероятное объяснение сезонных изменений высот, по-видимому, следует искать в сезонном изменении уровня грунтовых вод. Видно, что имеются большие значения амплитуд годовых и полугодовых изменений превышений высот (6 и 3 мм), что может свидетельствовать о существовании более сложного механизма воздействия техногенных факторов на периодическую составляющую вертикального смещения блоков.

#### **4. Сравнение широтных наблюдений с ГНСС-измерениями**

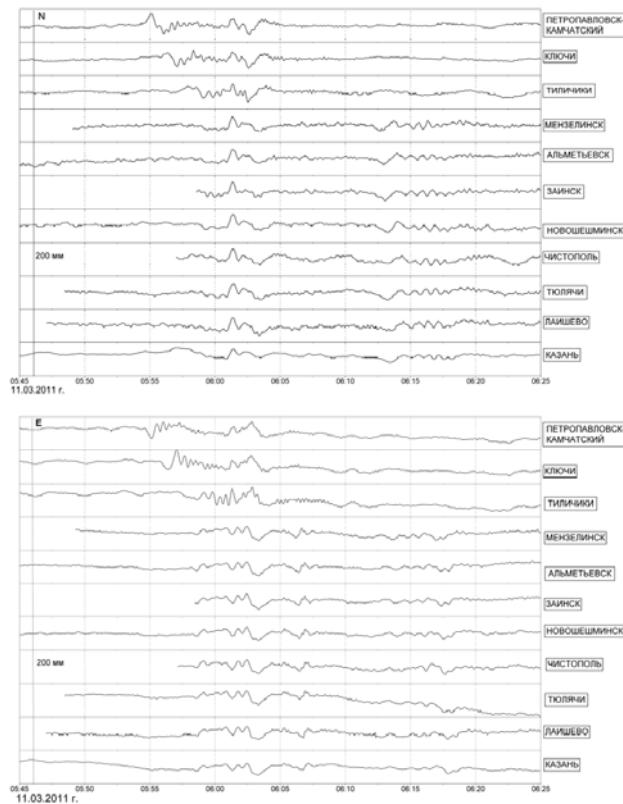
Республика Татарстан (РТ) находится в одной из зон повышенной активности Русской платформы, изучение сейсмичности ее территории является необходимым и актуальным как с точки зрения обеспечения геодинамической безопасности высокоурбанизированного региона, так и вследствие важности исследования природы и процессов нефтегазообразования с целью прогноза нефтеперспективных объектов. Напомним, что начиная с 1985 г. на территории Татарстана было зафиксировано около 100 землетрясений силой 4–5 и даже 6 баллов. Большинство эпицентров сгруппировано вдоль Алтунино-Шунакской разломной зоны и Прикамской системы разломов, являющихся индикаторами новейших и современных тектонических движений.

Кроме того, сейсмическая активность проявляется и по другим разломам фундаментов Южно-Татарского свода, приуроченным к Ромашкинскому и Ново-Елховскому месторождениям. С целью геодинамического мониторинга современных движений земной коры (СЗДК) были проанализированы наземные спутниковые измерения, выполненные на территории региона Поволжья в период с 2008 по 2010 гг. Хорошо известно, что к числу важнейших достоинств спутниковых методов позиционирования относятся их высокая точность и оперативность, открывающие широкие возможности изучения динамики регионов, характеризуемых активностью тектонических процессов. Достоверность, качество и высокая чувствительность измерений на ГНСС-пунктах КФУ (GPS/GLONASS), выполняемых на территории РТ, наглядно проиллюстрированы их откликом на катастрофическое землетрясение Тохоку в Японии, произошедшее 11 марта 2011 г. в 5:46 [5].

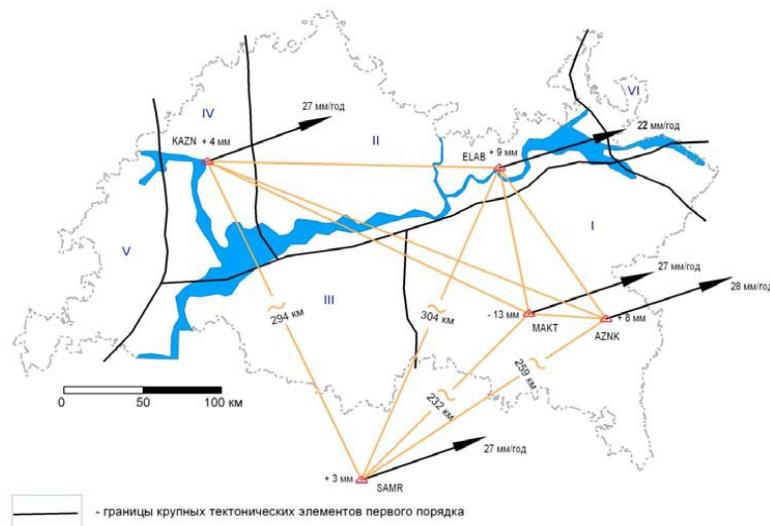
На рис. 6 представлена деформационная волна, которая прокатилась по всей Земле. Графики расположены сверху вниз по мере удаления пунктов от эпицентра землетрясения: 05:55–06:00 – волна на Камчатке, в интервале 06:01–06:03 произошли смещения опорного пункта IRKM, а примерно в 06:12 волна достигла Татарстана. Размах деформационной волны в Татарстане, приуроченной к интервалу 06:12–06:19, составил около ~80 мм по меридиану и около ~60 мм по параллели. Следует отметить, что землетрясение Тохоку стало первым сейсмическим событием такого масштаба, инструментально зарегистрированным спутниковыми средствами на геодезических пунктах Российской Федерации. Кроме первой строки, все остальные измерения выполнены на территории Татарстана.

Выполняемое на ГНСС-пунктах высокоточное определение смещений фазовых центров спутниковых антенн позволяет выявлять вертикальные и горизонтальные движения тектонических элементов 1-го порядка, на которых расположены базовые стан-

ции. Станции KAZN находятся в АОЭ, поэтому значения, полученные как ГНСС-измерения, можно сравнивать по тренду с широтными наблюдениями, выполненными на телескопе ЗТЛ-180.



**Рис. 6.** Деформационная волна, зарегистрированная на ГНСС-пунктах.



**Рис. 7.** Карта-схема современных движений земной коры на фоне основных тектонических разломов: I – Южно-Татарский свод, II – Северо-Татарский свод, III – Мелекесская впадина, IV – Казанско-Кировский прогиб, V – Токмовский свод, VI – Камско-Бельский авлакоген.

Как видно из рис. 7, в районе Казани скорость смещения плиты составляет 27 мм/год. Указанное смещение отражает вековое движение Евроазиатской литосферной плиты и хорошо согласуется с моделью глобального движения тектонических

плит. Также определено, что плита поднималась на 4 мм в год в районе Казани. По широтным наблюдениям мы получили 5,6 мм соответственно. Таким образом, существует хорошее согласие ГНСС- и широтных наблюдений, причем для вариаций высоты при ГНСС-измерениях также существуют долгопериодические сезонные смещения с годовым, полугодовым и трехмесячным периодами и большими значениями амплитуд годовых и полугодовых изменений превышений высот (6.2 и 3.5 мм) аналогично широтным вариациям.

### **5. Заключение**

Сравнение ГНСС-измерений и широтных наблюдений подтвердило тренд на повышение высоты тектонической плиты в районе Казани. В настоящее время производится работа по редукции широтных наблюдений с 1994 по 2010 гг. (в 2010 году широтные наблюдения в АОЭ прекращены) и ГНСС-измерений с 2008 по 2018 гг. Это позволит получить более точные данные по изменению высоты плиты в районе Казани относительно уровня моря. К сожалению, система глобального позиционирования GPS появилась в сфере российского навигационного мониторинга только в начале 2000 гг., а Глобальная навигационная спутниковая система (ГЛОНАСС) промышленных масштабов достигла к началу 2010 года. Поэтому исследование геофизических процессов на длительных промежутках времени возможно только с комплексным использованием широтных наблюдений для временного промежутка до 2000 года и ГНСС-наблюдений в современную эпоху и соответствующего сопоставления этих двух подходов.

### **Литература**

1. Nefedjev Y.A., Lapaeva V.V., Meregin V.P. The Study of the Local Fluctuations of the Earth's Crust Using Data of Latitude Observations // Geophys. Res. Lett., 2005. V. 32, No. 24.
2. Нефедьев, Ю.А., Лапаева В.В., Нефедьева А.И., и др. Изучение локальных колебаний земной коры нетрадиционными методами исследования // Научный Татарстан, 2004, № 3, 68-77.
3. Яцкiv Я.С., Миронов Н.Т., Корсунь А.А. и др. Движение полюсов и неравномерность вращения Земли – Астрономия. Итоги науки и техники, 1976, т. 12, ч. 1, 2.
4. Сахаров В.И. Результаты наблюдения широт (1948–1954 гг.) и анализ широтных рядов (1948–1967 гг.), полученных с ЗТФ-135 в Пулкове // Тр. ГАО АН СССР, 1972, серия 2, т. 19, 51-61.
5. Кащеев Р.А., Бахтиаров В.Ф., Загребдинов Р.В., и др. Геодинамические исследования в регионе Поволжья по данным ГНСС-измерений // Ученые записки казанского университета, 2012, т. 154, кн. 1, 207-213.

## **ANALYSIS OF GEODYNAMICAL PARAMETERS USING THE DATA FROM SATELLITE NAVIGATIONAL SYSTEMS AND LATITUDE OBSERVATIONS**

**Mubarakshina R.R., Nefedyev Y.A., Lapaeva V.V., Kashcheev R.A.,  
Zagretdinov R.V., Andreev A.O.**  
*Kazan Federal University, Kazan, Russia*

Latitude observations taken at Engelhardt astronomical observatory allows for the analysis of long-term geophysical processes' nature. The present work considers the features of mean latitudes variations and reveals the correlation between latitude observations anomalies and seismic conditions. The paper also presents a comparative analysis of latitude astrometric measurements and GNSS ones used for determination of tectonic plates' motion parameters.

## ОПЕРАТИВНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПВЗ В ГМЦ ГСВЧ

**Пасынок С.Л., Безменов И.В., Игнатенко И.Ю., Цыба Е.Н.**

*Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений, Московская область, пос. Менделеево, Россия*

*В статье приведены основные направления исследований, проводившихся в Главном метрологическом центре Государственной службы времени, частоты и определения параметров вращения Земли (ГМЦ ГСВЧ) в 2017 году в части определения параметров вращения Земли (ПВЗ). Подробно рассмотрены результаты исследований, проведенных в области совместной обработки (комбинирования) измерений различных видов измерений (РСДБ, ГНСС, СЛД) для цели определения ПВЗ.*

### 1. Введение

НИО-7 ФГУП «ВНИИФТРИ» в части определения параметров вращения Земли (ПВЗ) выполняет ряд функций:

- функции Главного метрологического центра Государственной службы времени, частоты и определения параметров вращения Земли (ГМЦ ГСВЧ);
- функции Центра обработки и анализа данных (ЦОАД) ГСВЧ;
- функции центра сбора и предварительной обработки данных измерений для целей определения ПВЗ с пунктов метрологического контроля Росстандарта;
- функции пункта измерений в интересах определения ПВЗ.

Роль НИО-7 как ГМЦ ГСВЧ закреплена Постановлением Правительства РФ № 225.

Как пункт измерений в интересах определения ПВЗ, ГМЦ ГСВЧ укомплектован лазерным спутниковым дальномером «Сажень-ТМ», а также современными геодезическими высокоточными мультичастотными и мультисистемными навигационными приемниками SIGMA и NET-G3. Близость этих средств измерений к ГЭВЧ и Государственному специальному эталону длины предоставляет уникальные возможности для метрологического обеспечения этих средств [1]. Пункт Менделеево является одним из пунктов международной земной отсчетной основы (ITRF).

Результаты измерений передаются в Международные базы данных, а также совместно с данными измерений с других пунктов Росстандарта, РАН и Минобрнауки поступают в Центр обработки и анализа данных ГМЦ ГСВЧ, где они используются для определения координат, орбит космических аппаратов (КА) и ПВЗ.

Как Центр обработки и анализа данных в ГМЦ ГСВЧ осуществляется определение ПВЗ по каждому отдельному виду измерений для формирования независимых рядов, используемых затем при формировании сводных данных. Обработка измерений и вычисления ПВЗ по отдельным видам измерений выполняются в ГМЦ ГСВЧ при помощи зарубежных и отечественных программных комплексов [2–5].

В результате обработки ГЛОНАСС-измерений в ГМЦ ГСВЧ вычисляются опорные значения координат и поправок часов КА ГЛОНАСС по данным различных Центров обработки и анализа данных (ИАЦ КВНО ЦНИИмаш, СВОЭВП и др.) [6].

В ГМЦ ГСВЧ разработано программно-аппаратное средство для определения всемирного времени по наблюдениям Луны. По результатам испытаний точность определения всемирного времени по данным лазерной локации Луны находится на уровне лучших международных определений всемирного времени по данным лунной лазерной дальнометрии [3].

ГМЦ ГСВЧ проводит оперативную деятельность по формированию официальных данных о параметрах вращения Земли (ПВЗ), согласно Постановлению Правительства

РФ № 225. Ведётся ежесуточная служба по совместной (сводной) обработке данных о ПВЗ и оперативная передача ежесуточных бюллетеней потребителям. Подробно деятельность службы ПВЗ ГМЦ ГСВЧ рассмотрена в [7].

## **2. Совместная обработка данных (комбинирование)**

В ГМЦ ГСВЧ проводятся работы по совершенствованию методов совместной обработки (комбинированию) данных с целью повышения точности комбинированных данных о ПВЗ.

Совместная обработка (комбинирование) данных различных видов измерений (с радиоинтерферометров со сверхдлинными базами (РСДБ), приёмников глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) и спутниковых лазерных дальномеров (СЛД)) может вестись на различных этапах их обработки:

- 1) на уровне временных рядов;
- 2) на уровне матриц нормальных уравнений, сохранённых в виде SINEX файлов;
- 3) на уровне первичных измерений.

Формат SINEX – "Solution INdependent EXchange format" – независимый от программного обеспечения формат представления нормальных уравнений и их решений. Каждый из этих методов обладает своими достоинствами и недостатками. Требования к объёму дискового пространства и быстродействию вычислительной техники ужесточаются при переходе от 1) к 2) и, далее, к 3). Метод комбинирования на уровне временных рядов и сейчас используется для формирования оперативных данных о ПВЗ.

В 2017 году оперативные сводные данные определялись в результате совместной обработки (комбинирования) данных девяти независимых временных рядов (см. табл. 1), формируемых в ГМЦ ГСВЧ, Институте прикладной астрономии Российской академии наук (ИПА РАН), Информационно-аналитическом центре координатно-временного и навигационного обеспечения (ИАЦ КВНО) Центрального научно-исследовательского института машиностроения (ЦНИИмаш) и в Системе высокоточного определения эфемерид и временных поправок ГЛОНАСС (СВОЭВП).

**Таблица 1.** Источники данных для определения ПВЗ в 2017 г.

	Центр вычислений	Технические средства определений ПВЗ	Определяемые параметры
1	ГМЦ ГСВЧ	GPS	$X, Y, UTI$
2	ГМЦ ГСВЧ	РСДБ	$X, Y, UTI, d\psi, d\varepsilon$
3	ГМЦ ГСВЧ	Лаз. локация ИСЗ	$X, Y$
4	ИПА РАН	Лаз. локация ИСЗ	$X, Y, UTI$
5	ИПА РАН	GPS	$X, Y, UTI$
6	ИПА РАН	РСДБ	$X, Y, UTI, d\psi, d\varepsilon$
7	СВОЭВП	GPS/ГЛОНАСС	$X, Y, UTI$
8	ИАЦ КВНО	Лаз. локация ИСЗ	$X, Y$
9	ИАЦ КВНО	GPS	$X, Y$

Обработка осуществлялась по методике, разработанной М.Б. Кауфманом [8]. Каждый из рядов получен по одному из следующих современных высокоточных видов измерений: радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами (РСДБ), измерений по результатам приёма сигналов Глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) и измерений спутниковыми лазерными дальномерами (СЛД).

Однако растущие требования к точности данных вынуждают переходить к обработке на уровне SINEX файлов и, возможно, в будущем, к совместной обработке на уровне первичных измерений.

Метод обработки на уровне SINEX файлов позволяет:

- одновременно уточнять различные параметры (например: и координаты пунктов, и ПВЗ);
- учитывать корреляционную зависимость между определяемыми параметрами;
- полнее учитывать априорные данные;
- удалять и накладывать ограничения на определяемые параметры;
- приводить различные решения к одинаковым априорным данным;
- налагать методически выверенные системы ограничений в зависимости от решаемой задачи;
- сравнительно просто учитывать данные других методов, например, локальной привязки инструментов на пунктах колокации (SINEX-файлы определения векторов привязки) или доплеровской системы спутниковой орбитографии (DORIS);
- значительно меньше ресурсов при хранении данных (если хранить не сами исходные данные, а SINEX-файлы, полученные при обработке отдельных измерительных сессий);
- в рамках работы одного центра обработки и анализа данных сохраняется возможность итерационного уточнения параметров.

Для совместной обработки измерительных данных в формате SINEX для цели определения ПВЗ в ГМЦ ГСВЧ используется программный пакет SINCom, разработанный в ИПА РАН [8]. Для того чтобы приспособить пакет к вычислению ПВЗ в режимах, требуемых оперативной службой ГСВЧ, в ГМЦ ГСВЧ была разработана программа-оболочка осуществляющая следующие операции:

- 1) определение по текущей календарной дате режима вычислений (суточный, недельный или месячный);
- 2) подготовки исходных данных для программы за нужный период в соответствии с выбранным режимом вычислений;
- 3) запуск программы SINCom в варианте, предоставленном ИПА РАН, для каждого из суток, ПВЗ за которые требуется определить в соответствии с режимом вычислений, и вывод результата вычислений;
- 4) определяются даты, за которые вычисления по основному алгоритму не получились (в этом случае в выходной файл записываются нули);
- 5) запускается упрощённый алгоритм, для определения ПВЗ за те даты, за которые ПВЗ по основному алгоритму не были определены;
- 5) интерполяция нутационных углов на начало суток;
- 6) прогнозирование ПВЗ;
- 7) подготовка бюллетеней в форме ГСВЧ и в форме международной службы вращения Земли.

Основная часть управляющих модулей, разработанных в ГМЦ ГСВЧ, написаны на интерпретируемом языке программирования Perl. Разработанные в ИПА РАН ядро комплекса SINCom и несколько служебных модулей написаны на компилируемом языке программирования Fortran и интерпретируемом языке программирования Python, соответственно. На рис. 1 изображен начальный этап работы основной программы, во время которого определяется текущая дата, режим вычислений и даты, за которые нужно провести вычисления.

Программный комплекс работает в режиме командной строки. Предусмотрены как неинтерактивный режим, когда комплекс запускается планировщиком операционной системы без участия оператора, и интерактивный режим (режим отладки), когда для отлаживаемой процедуры запускается отдельный скрипт с параметрами из командной строки.

```
SINEX COMBINATION PROGRAM SUCCESSFULLY STARTS
TODAY (YYYY: 2018, DOY: 310, MJD: 58428,
MOY=11, DOM=6, DOW: Tuesday(DOW=2)).
*****
***      MAIN METEOROLOGICAL CENTER SSTF (UNIIFTRI)      ***
*****
***      SINEX COMBINATION PROGRAM (BASED ON SINCOM)      ***
*****
***      REFERENCE DATA: YYYY: 2018, DOY: 310          ***
***              YYYY: 2018, MOY: 11, DOM: 6            ***
***              MMC WEEK: 2237, MMC DAY: 1           ***
***              GPS WEEK: 2026, GPS DAY: 2           ***
***              MJD: 58428                          ***
*****
***      LAST NONPREDICTED DATA: YYYY: 2018, DOY: 309    ***
***              YYYY: 2018, MOY: 11, DOM: 5            ***
***              MMC WEEK: 2236, MMC DAY: 7           ***
***              GPS WEEK: 2026, GPS DAY: 1           ***
***              MJD: 58427                          ***
*****
***      MODE: DAILY                                     ***
*****
***      VERTICAL ALGORITHM EVALUATION                 ***
```

Рис. 1. Начальный этап работы модуля MainEOPScript.pl.

В модуле подготовки исходных данных реализовано две опции: первая – получение исходных данных с сетевого хранилища данных ФГУП «ВНИИФТРИ», вторая – выборка исходных данных с локальной базы данных, размещённой непосредственно на компьютере, на котором установлена программа.

На рис. 2 показаны фрагменты бюллетеней, сформированных в форме ежесуточного бюллетеня Q ГСВЧ и бюллетеня finals.daily Международной службы вращения Земли и опорных систем отсчёта (МСВ3).

Основной проблемой в применении разработанной программы для службы ПВЗ состоит в том, что в режиме оперативной службы недостаточно отечественных SINEX-файлов для надёжного определения ПВЗ. Пока программа устойчиво и без сбоев работает только с привлечением SINEX файлов международных служб, в то время как в существующем методе комбинирования на основе временных рядов, ГМЦ ГСВЧ опирается на результаты обработки только отечественных центров обработки и анализа данных. Поэтому пока переход службы на режим определения ПВЗ по этому алгоритму, по мнению авторов, является преждевременным.

### 3. Формирование SINEX-файлов в ГМЦ ГСВЧ

Как уже отмечалось выше для внедрения метода определения ПВЗ с помощью комбинирования на SINEX-файлов, необходимы данные обработки отдельных сессий в формате SINEX. В ГМЦ ГСВЧ SINEX – файлы в настоящее время формируются по результатам обработки СЛД и суточных сессий РСДБ-измерений. Из них только СЛД SINEX-файлы могут быть привлечены для расчётов в оперативном режиме. Благодаря методу нейронных сетей, используемому в программе обработке лазерных измерений ГМЦ ГСВЧ [3], эти SINEX-файлы формируются с задержкой всего в одни сутки. На рис. 3 изображена папка с SINEX-файлами, сформированными в ГМЦ ГСВЧ по данным СЛД и фрагмент одного из файлов.

ГЛАВНЫЙ МЕТРОЛОГИЧЕСКИЙ ЦЕНТР	
Государственный службы времени, частоты и определения параметров вращения Земли	
18 615 58285.00 C 0.139176 0.000005 C 0.444440 0.000005 C 0.0693216 0.000002 0.2958 0.0016 C -106.916 0.058 -12.139 0.021 0.132085 0.445179 0.000001 106.916 -12.139	
18 615 58285.00 C 0.139176 0.000005 C 0.444440 0.000005 C 0.0693216 0.000002 0.2939 0.0016 C -106.958 0.058 -12.231 0.022 0.133138 0.444440 0.000001 106.958 -12.231	
18 615 58285.00 C 0.139176 0.000005 C 0.444440 0.000005 C 0.0693216 0.000002 0.2919 0.0016 C -106.705 0.058 -12.084 0.023 0.134176 0.442365 0.000001 106.705 -12.084	
18 617 58287.00 C 0.136189 0.000006 C 0.441512 0.000006 C 0.0688678 0.000002 0.2745 0.0016 C -106.427 0.063 -11.854 0.024 0.135454 0.441912 0.000001 106.427 -11.854	
18 618 58288.00 C 0.135956 0.000006 C 0.441512 0.000006 C 0.0688678 0.000002 0.2725 0.0016 C -106.411 0.058 -11.726 0.023 0.136819 0.440774 0.000001 106.411 -11.726	
18 620 58290.00 C 0.140951 0.000006 C 0.439542 0.000006 C 0.0680518 0.000002 0.4183 0.0015 C -106.673 0.058 -11.227 0.021 0.138041 0.438918 0.000001 106.673 -11.227	
18 621 58290.00 C 0.142564 0.000006 C 0.438003 0.000006 C 0.0673977 0.000002 0.2939 0.0016 C -107.054 0.043 -11.664 0.017 0.138151 0.438952 0.000001 107.054 -11.664	
18 622 58291.00 C 0.146510 0.000005 C 0.437374 0.000006 C 0.0670950 0.000002 0.1833 0.0015 C -106.976 0.043 -11.939 0.016 0.134610 0.437734 0.000001 106.976 -11.939	
18 623 58292.00 C 0.167672 0.000006 C 0.436598 0.000006 C 0.0685974 0.000002 -0.0538 0.0015 C -106.958 0.046 -11.955 0.016 0.136559 0.436957 0.000001 106.958 -11.955	
18 624 58293.00 C 0.148515 0.000006 C 0.435816 0.000006 C 0.0683262 0.000002 -0.2560 0.0017 C -107.216 0.046 -11.877 0.016 0.134851 0.435816 0.000001 107.216 -11.877	
18 625 58294.00 C 0.152194 0.000006 C 0.434239 0.000006 C 0.0687613 0.000002 -0.2119 0.0017 C -108.048 0.046 -11.748 0.016 0.136219 0.434239 0.000001 108.048 -11.748	
18 627 58295.00 C 0.153870 0.000006 C 0.432613 0.000006 C 0.0681388 0.000002 -0.6546 0.0018 C -108.074 0.045 -11.742 0.025 0.135970 0.432613 0.000001 108.074 -11.742	
18 628 58296.00 C 0.156886 0.000006 C 0.431712 0.000006 C 0.068588 0.000002 -0.6588 0.0017 C -107.977 0.045 -11.911 0.029 0.136174 0.436874 0.000001 107.977 -11.911	
18 629 58298.00 C 0.168984 0.000006 C 0.430819 0.000006 C 0.0683714 0.000002 -0.6425 0.0017 C -107.868 0.076 -11.960 0.030 0.135860 0.430811 0.000001 107.868 -11.960	
18 630 58299.00 C 0.169884 0.000006 C 0.430949 0.000006 C 0.0683714 0.000002 -0.5945 0.0016 C -108.046 0.046 -11.931 0.016 0.135849 0.430949 0.000001 108.046 -11.931	
18 631 58300.00 C 0.172594 0.000006 C 0.431712 0.000006 C 0.0687611 0.000002 -0.5749 0.0016 C -108.050 0.046 -11.939 0.023 0.136492 0.430957 0.000001 108.050 -11.939	
18 632 58301.00 C 0.169412 0.000006 C 0.431395 0.000006 C 0.0671309 0.000002 -0.5749 0.0016 C -108.468 0.045 -11.969 0.016 0.136895 0.421737 0.000001 108.468 -11.969	
18 633 58302.00 C 0.168455 0.000005 C 0.427137 0.000006 C 0.0671309 0.000002 -0.4049 0.0016 C -108.364 0.040 -11.883 0.016 0.136909 0.420719 0.000001 108.364 -11.883	
18 634 58303.00 C 0.168500 0.000005 C 0.425783 0.000006 C 0.0720933 0.000002 -0.2484 0.0016 C -108.413 0.046 -11.808 0.016 0.136960 0.425784 0.000001 108.413 -11.808	
18 635 58305.00 C 0.172578 0.000005 C 0.425283 0.000006 C 0.0723109 0.000002 -0.0940 0.0017 C -108.383 0.040 -11.667 0.016 0.137250 0.425283 0.000001 108.383 -11.667	
18 636 58305.00 C 0.172595 0.000005 C 0.425283 0.000006 C 0.0723109 0.000002 -0.0940 0.0017 C -108.383 0.040 -11.777 0.016 0.137250 0.425283 0.000001 108.383 -11.777	
18 637 58306.00 C 0.171755 0.000005 C 0.425084 0.000006 C 0.0721834 0.000002 -0.1388 0.0016 C -11.204 0.040 -11.668 0.016 0.137795 0.425084 0.000001 11.204 -11.668	
18 638 58306.00 C 0.172594 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0720338 0.000002 0.1126 0.0016 C -11.208 0.040 -11.587 0.016 0.137895 0.425178 0.000001 11.208 -11.587	
18 639 58307.00 C 0.171942 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0719811 0.000002 -0.0857 0.0016 C -11.673 0.040 -11.537 0.016 0.137820 0.425172 0.000001 11.673 -11.537	
18 640 58307.00 C 0.171945 0.000006 C 0.426117 0.000006 C 0.0718039 0.000002 0.0146 0.0016 C -11.804 0.046 -11.567 0.016 0.136875 0.422611 0.000001 11.804 -11.567	
18 641 58308.00 C 0.171941 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 642 58309.00 C 0.172513 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 643 58309.00 C 0.172513 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 644 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 645 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 646 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 647 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 648 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 649 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 650 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 651 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 652 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 653 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 654 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 655 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 656 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 657 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 658 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 659 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 660 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 661 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 662 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 663 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 664 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 665 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 666 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 667 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 668 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 669 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 670 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 671 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 672 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 673 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	
18 674 58310.00 C 0.171913 0.000006 C 0.425178 0.000006 C 0.0718039 0.000002 -0.4215 0.0016 C -11.727 0.040 -11.561 0.016 0.136330 0.421511 0.000001 11.727 -11.561	

### **Литература**

1. Игнатенко И.Ю., Шлегель В.Р., Жестков А.Г. Метрологические аспекты результатов работы станций лазерной дальномерии ФГУП «ВНИИФТРИ» / Тезисы докладов седьмой Всероссийской конференции «Фундаментальное и прикладное координатно-временное и навигационное обеспечение» (КВНО-2017), 17–21 апреля 2017 г., с. 133.
2. Bernese GPS Software. Version 5.0, Edited by Rolf Dach, Urs Hugentobler, Pierre Fridez, Michael Meindl, Astronomical Institute of Bern University, 2007.
3. Цыба Е.Н. Вычисление параметров вращения Земли по результатам спутниковой лазерной дальномерии международной сети ILRS // Труды Института прикладной астрономии РАН, 2015, вып. 32.
4. Жаров В.Е. Основы радиоастрометрии – М: Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, М.:, 2011, с. 208-224. ISBN 978-5-8279-0098-6
5. Titov, O., V. Tesmer, J. Bohm (2001). OCCAM5.0 Users Guide, AUSLIG Technical Report 7, Canberra.
6. Безменов И.В., Пасынок С.Л. Формирование опорных значений координат и по-правок часов КА ГЛОНАСС // Альманах современной метрологии, 2015, № 2, с. 143-158. ISSN 2313-8068
7. Блинов И.Ю., Пасынок С.Л., Безменов И.В. и др. Деятельность ГМЦ ГСВЧ по определению параметров вращения Земли в 2017 году // Альманах современной метрологии, № 13, 2018, с. 9-61, ISSN 2313-8068.
8. Каuffman M.B. Точные методы измерения параметров вращения Земли в интересах навигационно-временных определений / монография «Точные измерения для высоких технологий», Менделеево, 2008, с. 80–118.
9. Brattseva O., Gayazov I., Kurdubov S., Suvorkin V. SINCom - the new program pack-age for combined processing of space geodetic observations / Proceedings of the Journées 2014 "Systèmes de Référence Spatio-Temporels" Malkin and N. Capitaine (eds), Pulkovo observatory, 250-251 (2015).

### **OPERATIVE EOP EVALUATION IN MMC SSTF**

**Pasynok S.L., Bezmenov I.V., Ignatenko I.Yu., Tsyba E.N.**

*All-Russian Research Institute physics and technology and radio engineering  
measurements, VNIIFFTRI, Mendeleev, Moscow region, Russia*

The main directions of the science researches in the Earth's orientation parameters (EOP) field which were conducted in Main metrological center of State service for time and frequency (MMC SSTF) in 2017 are presented. The results of the researches of EOP combination of different measurable technics (VLBI, GNSS, SLR) are considered more detailed.

## ВРАЩЕНИЕ АБСОЛЮТНО ТВЁРДОГО ТЕЛА В ПОСТ-НЬЮТОНОВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Пашкевич В.В.

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

*В данной работе проводилось изучение релятивистского вращения абсолютно твёрдого тела. Релятивистское вращение абсолютно твёрдого тела порождается метрическими свойствами псевдориманова пространства общей теории относительности. Основные цели данного исследования вывод функции Лагранжа для случая релятивистского вращения абсолютно твёрдого тела и вывод в релятивистском приближении формулы для возмущающей функции гравитационного взаимодействия абсолютно твёрдого тела с точечным телом. В результате выражения для этих функций были получены из функции Лагранжа системы невращающихся точечных масс в пост-ньютоновом приближении.*

### 1. Постановка и математическая модель задачи

Производится построение функции Лагранжа для случая, когда некоторая совокупность точечных масс  $m_{n_\alpha} = dm_n$  из всей системы точечных масс  $m_i$  образует «абсолютно твёрдое тело»  $m_n$  так, что для любых точечных масс  $m_{n_p}$  и  $m_{n_q}$  из совокупности  $m_{n_\alpha}$  выполняется условие  $\Delta_{n_p n_q} \equiv const$  [1]. При этом тело  $m_n$  может вращаться вокруг собственного центра масс  $O_n$  с угловой скоростью  $|\bar{\omega}| \geq 0$ , остальные точечные тела  $m_j$  из совокупности  $m_i$  не вращаются;  $m_j$  является массой  $j$ -го тела;  $B$  является барицентром системы точечных масс. Вводится вспомогательная система координат  $O_n \bar{I}_1 \bar{I}_2 \bar{I}_3$ .

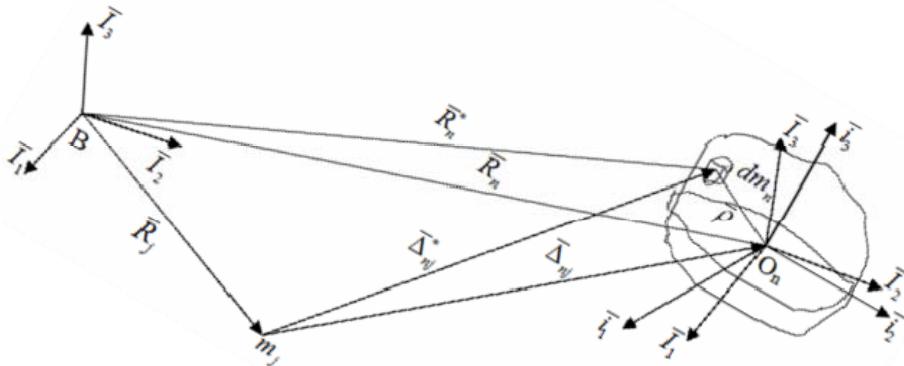


Рис. 1.

(рис. 1) с началом в центре масс «абсолютно твердого тела»  $m_n$  и осями соответственно параллельными осям барицентрической системы координат  $B_n \bar{I}_1 \bar{I}_2 \bar{I}_3$ . Координатная система  $O_n \bar{i}_1 \bar{i}_2 \bar{i}_3$  с началом в центре масс «абсолютно твердого тела»  $m_n$ , оси которой являются его главными осями инерции, вращается относительно барицентрической системы координат с угловой скоростью  $\bar{\omega}$ .  $\bar{R}_j$  является барицентрическим вектором точечного тела  $m_j$ ;  $\bar{\Delta}_{nj}^*$ ,  $\bar{\Delta}_{nj}$  – векторы элемента массы  $dm_n$  и центра масс абсолютно твёрдого тела  $m_n$  относительно точечного тела  $m_j$ , соответственно. Радиус-вектор  $\bar{\rho}$  элемента массы  $dm_n$  тела  $m_n$  в координатной системе  $O_n \bar{i}_1 \bar{i}_2 \bar{i}_3$  может быть представлен в

виде  $\bar{\rho} = \xi \bar{i}_1 + \eta \bar{i}_2 + \zeta \bar{i}_3$ . При этом все три координаты  $\xi, \eta, \zeta$  постоянные величины. Радиус-векторы элемента  $dm_n$  и центра масс тела  $m_n$  в проекциях на оси вращающейся системы координат  $O_n \bar{i}_1 \bar{i}_2 \bar{i}_3$  обозначаются  $\bar{R}_n^* = x_n^* \bar{i}_1 + y_n^* \bar{i}_2 + z_n^* \bar{i}_3$ ,  $\bar{R}_n = x_n \bar{i}_1 + y_n \bar{i}_2 + z_n \bar{i}_3$ , соответственно. Эти три радиус-вектора связаны соотношением  $\bar{R}_n^* = \bar{R}_n + \bar{\rho}$ . Дифференцирование их по времени дает  $\dot{\bar{R}}_n^* = \dot{\bar{R}}_n + \dot{\bar{\rho}}$ . Производные взяты здесь в барицентрической системе  $B_n \bar{I}_1 \bar{I}_2 \bar{I}_3$ , однако производную  $\dot{\bar{\rho}}$  будет удобнее понимать как производную в системе  $O_n \bar{I}_1 \bar{I}_2 \bar{I}_3$ , что допустимо ввиду орбитального движения  $O_n \bar{I}_1 \bar{I}_2 \bar{I}_3$  относительно  $B_n \bar{I}_1 \bar{I}_2 \bar{I}_3$ . В таком случае производная  $\dot{\bar{\rho}}$ , как скорость тела с неподвижной точкой, может быть выражена по формуле Эйлера  $\dot{\bar{\rho}} = \bar{\omega} \times \bar{\rho}$  и, следовательно, предыдущее равенство перепишется как  $\dot{\bar{R}}_n^* = \dot{\bar{R}}_n + \bar{\omega} \times \bar{\rho}$ . Здесь и далее символ  $\times$  означает векторное произведение. Вектор угловой скорости в координатной системе  $O_n \bar{i}_1 \bar{i}_2 \bar{i}_3$  может быть представлен в виде  $\bar{\omega} = \omega_1 \bar{i}_1 + \omega_2 \bar{i}_2 + \omega_3 \bar{i}_3$ , где  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  – проекции вектора угловой скорости на главные оси инерции абсолютно твёрдого тела  $m_n$ . Вектор кинетического момента вращательного движения абсолютно твёрдого тела  $m_n$  представляется в виде  $\bar{H}_n = A_n \omega_1 \bar{i}_1 + B_n \omega_2 \bar{i}_2 + C_n \omega_3 \bar{i}_3$ , где  $A_n, B_n, C_n$  – главные моменты инерции 2-го порядка абсолютно твёрдого тела  $m_n$ :

$$A_n = \int_{m_n} (\eta^2 + \zeta^2) dm_n; B_n = \int_{m_n} (\zeta^2 + \xi^2) dm_n; C_n = \int_{m_n} (\xi^2 + \eta^2) dm_n; dm_n = p(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta,$$

где  $p(\xi, \eta, \zeta)$  – функция распределения масс абсолютно твёрдого тела  $m_n$ .

## 2. Вычисление функции Лагранжа

Функция Лагранжа для случая релятивистского вращения абсолютно твёрдого тела может быть получена из функции Лагранжа системы невращающихся точечных масс в пост-ニュтонаевом приближении [2]:

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} \sum_i m_i \dot{\bar{R}}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_i \sum_{k \neq i} \frac{G m_i m_k}{\Delta_{ik}} + \frac{1}{c^2} \left\{ \frac{3}{2} \sum_i \sum_{k \neq i} \frac{G m_i m_k}{\Delta_{ik}} \dot{\bar{R}}_i^2 + \frac{1}{8} \sum_i m_i \dot{\bar{R}}_i^4 - \right. \\ & \left. - \frac{1}{4} \sum_i \sum_{k \neq i} \frac{G m_i m_k}{\Delta_{ik}} \left[ 7 \dot{\bar{R}}_i \cdot \dot{\bar{R}}_k + \dot{\bar{R}}_i \cdot \frac{\bar{R}_i - \bar{R}_k}{\Delta_{ik}} \dot{\bar{R}}_k \cdot \frac{\bar{R}_i - \bar{R}_k}{\Delta_{ik}} + 2 \sum_{s \neq i} \frac{G m_s}{\Delta_{is}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $m_i, m_k, m_s$  – массы  $i$ -ого,  $k$ -ого и  $s$ -ого точечного тела, соответственно;  $\Delta_{ij} = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2 + (Z_i - Z_j)^2} = |\bar{R}_i - \bar{R}_j|$ , где  $j = k$  или  $s$ ;  $\bar{R}_i, \dot{\bar{R}}_i, \bar{R}_k, \dot{\bar{R}}_k$  – барицентрические векторы положения и скорости  $i$ -ой и  $k$ -ой точечных масс, соответственно;  $c$  – скорость света в вакууме;  $G$  обозначает квадрат гауссовой гравитационной постоянной.

Функция Лагранжа, учитывая взаимодействие абсолютно твёрдого тела  $m_n$  с другими телами, может быть представлена следующим образом. Из суммы по индексу  $i$  выделяются члены с индексом  $n$ , соответствующие телу  $m_n$ . При этом индекс  $j$  во второй сумме, если она есть, принимает все значения кроме значений, соответствующих индексу  $n$ . После объединения подобных членов и естественной замены знаков суммирования по индексу  $n$  на знаки интегрирования по области  $m_n$  получаем функцию Лагранжа для случая релятивистского вращения абсолютно твёрдого тела  $m_n$ :

$$L_n = \frac{1}{2} \int_{m_n} \dot{\bar{R}}_n^{*2} dm_n + \sum_{j \neq n} G m_j \int_{m_n} \frac{dm_n}{\Delta_{nj}^*} + \\ + \frac{1}{8c^2} \int_{m_n} \dot{\bar{R}}_n^{*4} dm_n + \sum_{j \neq n} \frac{G m_j}{c^2} \left\{ \frac{3}{2} \int_{m_n} \dot{\bar{R}}_n^{*2} \frac{dm_n}{\Delta_{nj}^*} + \frac{3}{2} \dot{\bar{R}}_j^2 \int_{m_n} \frac{dm_n}{\Delta_{nj}^*} - \frac{7}{2} \int_{m_n} \dot{\bar{R}}_n^* \cdot \dot{\bar{R}}_j \frac{dm_n}{\Delta_{nj}^*} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \int_{m_n} \dot{\bar{R}}_n^* \cdot \frac{(\bar{R}_n^* - \bar{R}_j)}{\Delta_{nj}^*} \dot{\bar{R}}_j \cdot \frac{(\bar{R}_n^* - \bar{R}_j)}{\Delta_{nj}^*} dm_n \right\} - \frac{1}{2c^2} \int_{m_n} \left( \sum_{j \neq n} \frac{G m_j}{\Delta_{nj}^*} \right)^2 dm_n - \frac{1}{2c^2} \sum_{j \neq n} m_j \left( \int_{m_n} \frac{G dm_n}{\Delta_{nj}^*} \right)^2. \quad (2)$$

Здесь и далее  $\Delta_{nj}^* = |\bar{R}_n - \bar{R}_j + \bar{\rho}|$ . Очень часто в небесной механике  $\bar{\rho} \ll \bar{\Delta}_{nj}$ . Таким образом, подынтегральные выражения разлагаются в ряд Тейлора по степеням параметра  $|\bar{\rho}| / \Delta_{nj}$ , который является малой величиной, например, ввиду того, что размеры больших тел Солнечной системы малы по сравнению с расстояниями между ними. В силу определения координатной системы  $O_n \bar{i}_1 \bar{i}_2 \bar{i}_3$  все интегралы вида  $\int_{m_n} \xi dm_n, \int_{m_n} \eta dm_n, \int_{m_n} \zeta dm_n, \int_{m_n} \xi \eta dm_n, \int_{m_n} \eta \zeta dm_n, \int_{m_n} \zeta \xi dm_n$  тождественно равны нулю (\*). Во всех разложениях подынтегральных выражений сохраняются только главные члены разложения и члены, зависящие от угловой скорости  $\bar{\omega}$  или содержащие  $\bar{\rho}$  в степени не выше и не меньше в силу (\*) второй.

## 2.1. Вычисление ньютоновой части функции Лагранжа

Первые два слагаемых выражения (2) относятся к ньютоновой части функции Лагранжа:

$$L_n^{Newton} = \frac{1}{2} \int_{m_n} \dot{\bar{R}}_n^{*2} dm_n + \sum_{j \neq n} G m_j \int_{m_n} \frac{dm_n}{\Delta_{nj}^*}. \quad (3)$$

Первое из них представляет собой кинетическую энергию абсолютно твёрдого тела  $m_n$ , которая является суммой кинетических энергий поступательного и вращательного движения тела  $m_n$ , соответственно:

$$\frac{1}{2} \int_{m_n} \dot{\bar{R}}_n^{*2} dm_n = \frac{1}{2} \dot{\bar{R}}_n^2 m_n + \frac{1}{2} \int_{m_n} (\bar{\omega} \times \bar{\rho})^2 dm_n = \frac{1}{2} \dot{\bar{R}}_n^2 m_n + \frac{1}{2} \bar{H}_n \cdot \bar{\omega}, \quad (4)$$

а второе является возмущающей функцией гравитационного взаимодействия абсолютно твёрдого тела  $m_n$  с другими телами:

$$U_n^{Newton} = \sum_{j \neq n} G m_j \int_{m_n} \frac{dm_n}{\Delta_{nj}^*} = \sum_{j \neq n} G m_j \left\langle \frac{m_n}{\Delta_{nj}^*} - \frac{1}{2\Delta_{nj}^3} \int_{m_n} \bar{\rho}^2 dm_n + \frac{3}{2\Delta_{nj}^5} \int_{m_n} [\bar{\rho} \cdot (\bar{R}_n - \bar{R}_j)]^2 dm_n \right\rangle = \\ = \sum_{j \neq n} G m_j \left\langle \frac{m_n}{\Delta_{nj}^*} + \frac{1}{2\Delta_{nj}^3} \left\{ A_n + B_n + C_n - \frac{3}{\Delta_{nj}^2} [A_n (x_n - x_j)^2 + B_n (y_n - y_j)^2 + C_n (z_n - z_j)^2] \right\} \right\rangle \quad (5)$$

## 2.2. Вычисление пост-ニュтоновой части функции Лагранжа

В результате вычисления остальных слагаемых выражения (2), относящихся к релятивистской части функции Лагранжа, пост-ニュтоновая часть функции Лагранжа абсолютно твёрдого тела  $m_n$  может быть представлена в следующем виде:

$\Delta L_n = \Delta L_n^{(0)}(\omega_k^0) + \Delta L_n^{(1)}(\omega_k^1) + \Delta L_n^{(2)}(\omega_k^2)$ , где  $\omega_k, k = 1, 2, 3$  являются компонентами угловой скорости вращения абсолютно твёрдого тела  $m_n$ .

Если тело  $m_n$  является сферически симметричным, т.е.  $A_n = B_n = C_n = I_n$ , тогда:

$$\Delta L_n^{(0)}(\omega_k^0) = \frac{1}{8c^2} \dot{\bar{R}}_n^4 m_n + \sum_{j \neq n} \frac{Gm_j}{c^2} \left\langle \left( \frac{3}{2} \frac{\dot{\bar{R}}_n^2}{\Delta_{nj}} + \frac{3}{2} \frac{\dot{\bar{R}}_j^2}{\Delta_{nj}} - \frac{7}{2} \frac{\dot{\bar{R}}_n \cdot \dot{\bar{R}}_j}{\Delta_{nj}} - \frac{\dot{\bar{R}}_n \cdot (\bar{R}_n - \bar{R}_j) \dot{\bar{R}}_j \cdot (\bar{R}_n - \bar{R}_j)}{2\Delta_{nj}^3} \right) m_n + \right. \\ \left. + \dot{\bar{R}}_n \cdot (\bar{R}_n - \bar{R}_j) \dot{\bar{R}}_j \cdot (\bar{R}_n - \bar{R}_j) \frac{3}{4\Delta_{nj}^5} I_n - \frac{\dot{\bar{R}}_n \cdot \dot{\bar{R}}_j}{4\Delta_{nj}^3} I_n \right\rangle; \quad (6)$$

$$\Delta L_n^{(1)}(\omega_k^1) = - \sum_{j \neq n} \frac{Gm_j}{c^2} \frac{1}{\Delta_{nj}^3} \bar{H}_n \cdot (\bar{R}_n - \bar{R}_j) \times \left( \frac{3}{2} \dot{\bar{R}}_n - 2\dot{\bar{R}}_j \right); \quad (7)$$

$$\Delta L_n^{(2)}(\omega_k^2) = \frac{1}{c^2} \left[ \frac{1}{2} \bar{H}_n \cdot \bar{\omega} \left( \frac{\dot{\bar{R}}_n^2}{2} + 3 \sum_{j \neq n} \frac{Gm_j}{\Delta_{nj}} \right) + \frac{I_n}{4} \left( \dot{\bar{R}}_n \times \bar{\omega} \right)^2 \sum_{j \neq n} Gm_j \right]. \quad (8)$$

Если тело  $m_n$  не является сферически симметричным, тогда:

$$\Delta L_n^{(0)}(\omega_k^0) = \frac{1}{8c^2} \dot{\bar{R}}_n^4 m_n + \frac{1}{c^2} \sum_{j \neq n} Gm_j \left\langle \left( \frac{3}{2} \frac{\dot{\bar{R}}_n^2}{\Delta_{nj}} + \frac{3}{2} \frac{\dot{\bar{R}}_j^2}{\Delta_{nj}} - \frac{7}{2} \frac{\dot{\bar{R}}_n \cdot \dot{\bar{R}}_j}{\Delta_{nj}} \right) \left\{ m_n + \frac{1}{2\Delta_{nj}^2} \left\{ A_n + B_n + C_n - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \frac{3}{\Delta_{nj}^2} \left[ A_n (x_n - x_j)^2 + B_n (y_n - y_j)^2 + C_n (z_n - z_j)^2 \right] \right\} - \frac{\dot{\bar{R}}_n \cdot (\bar{R}_n - \bar{R}_j) \dot{\bar{R}}_j \cdot (\bar{R}_n - \bar{R}_j)}{2\Delta_{nj}^3} \left\{ m_n - \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \frac{15}{2\Delta_{nj}^4} \left[ A_n (x_n - x_j)^2 + B_n (y_n - y_j)^2 + C_n (z_n - z_j)^2 \right] \right\} - \frac{3\dot{\bar{R}}_n \cdot (\bar{R}_n - \bar{R}_j)}{2\Delta_{nj}^5} \left[ \dot{x}_j (x_n - x_j) A_n + \right. \right. \\ \left. \left. + \dot{y}_j (y_n - y_j) B_n + \dot{z}_j (z_n - z_j) C_n \right] - \frac{3\dot{\bar{R}}_j \cdot (\bar{R}_n - \bar{R}_j)}{2\Delta_{nj}^5} \left[ \dot{x}_n (x_n - x_j) A_n + \dot{y}_n (y_n - y_j) B_n + \right. \right. \\ \left. \left. + \dot{z}_n (z_n - z_j) C_n \right] - \frac{\dot{\bar{R}}_n \cdot \dot{\bar{R}}_j}{4\Delta_{nj}^3} (A_n + B_n + C_n) + \frac{1}{2\Delta_{nj}^3} \left[ \dot{x}_n \dot{x}_j A_n + \dot{y}_n \dot{y}_j B_n + \dot{z}_n \dot{z}_j C_n \right] \right\rangle - \\ - \frac{1}{2c^2} \sum_{j \neq n} \sum_{k \neq n} \frac{Gm_j}{\Delta_{nj}} \frac{Gm_k}{\Delta_{nk}} \left\langle m_n + \frac{1}{2} \left[ \frac{(\bar{R}_n - \bar{R}_j) \cdot (\bar{R}_n - \bar{R}_k)}{\Delta_{nj}^2 \Delta_{nk}^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\Delta_{nj}^2} + \frac{1}{\Delta_{nk}^2} \right) \right] (A_n + B_n + C_n) - \right. \\ \left. - \frac{1}{\Delta_{nj}^2 \Delta_{nk}^2} \left[ A_n (x_n - x_j)(x_n - x_k) + B_n (y_n - y_j)(y_n - y_k) + C_n (z_n - z_j)(z_n - z_k) \right] - \right. \\ \left. - \frac{3}{2\Delta_{nj}^4} \left[ A_n (x_n - x_j)^2 + B_n (y_n - y_j)^2 + C_n (z_n - z_j)^2 \right] - \right. \\ \left. - \frac{3}{2\Delta_{nk}^4} \left[ A_n (x_n - x_k)^2 + B_n (y_n - y_k)^2 + C_n (z_n - z_k)^2 \right] \right\rangle - \\ - \frac{Gm_n}{2c^2} \sum_{j \neq n} \frac{Gm_j}{\Delta_{nj}} \left\langle \frac{m_n}{\Delta_{nj}} + \frac{1}{\Delta_{nj}^3} \left\{ A_n + B_n + C_n - \frac{3}{\Delta_{nj}^2} \left[ A_n (x_n - x_j)^2 + B_n (y_n - y_j)^2 + C_n (z_n - z_j)^2 \right] \right\} \right\rangle; \quad (9)$$

$$\Delta L_n^{(1)}(\omega_k^1) = - \sum_{j \neq n} \frac{Gm_j}{c^2} \frac{1}{\Delta_{nj}^3} \left\{ \bar{H}_n \cdot (\bar{R}_n - \bar{R}_j) \times \left( \frac{3}{2} \dot{\bar{R}}_n - 2\dot{\bar{R}}_j \right) + \right. \\ \left. + \frac{3}{2} (C_n - B_n) \omega_1 \left[ (y_n - y_j) (\dot{z}_n - \dot{z}_j) + (z_n - z_j) (\dot{y}_n - \dot{y}_j) \right] + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & +\frac{3}{2}(A_n - C_n)\omega_2 \left[ (z_n - z_j)(\dot{x}_n - \dot{x}_j) + (x_n - x_j)(\dot{z}_n - \dot{z}_j) \right] + \\
 & +\frac{3}{2}(B_n - A_n)\omega_3 \left[ (x_n - x_j)(\dot{y}_n - \dot{y}_j) + (y_n - y_j)(\dot{x}_n - \dot{x}_j) \right] - \\
 & -\frac{3\dot{\bar{R}}_j \cdot (\bar{R}_n - \bar{R}_j)}{2\Delta_{nj}^2} \left[ (x_n - x_j)(y_n - y_j)\omega_3(B_n - A_n) + (z_n - z_j)(x_n - x_j)\omega_2(A_n - C_n) + \right. \\
 & \left. + (y_n - y_j)(z_n - z_j)\omega_1(C_n - B_n) \right];
 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta L_n^{(2)}(\omega_k^2) = & \frac{1}{2}\bar{H}_n \cdot \bar{\omega} \frac{1}{c^2} \left( \frac{\dot{\bar{R}}_n^2}{2} + 3 \sum_{j \neq n} \frac{Gm_j}{\Delta_{nj}} \right) + \sum_{j \neq n} \frac{Gm_j}{c^2} \left[ (\dot{x}_n \omega_2 - \dot{y}_n \omega_1)^2 \frac{A_n + B_n - C_n}{4} + \right. \\
 & \left. (\dot{x}_n \omega_3 - \dot{z}_n \omega_1)^2 \frac{C_n + A_n - B_n}{4} + (\dot{y}_n \omega_3 - \dot{z}_n \omega_2)^2 \frac{B_n + C_n - A_n}{4} \right];
 \end{aligned} \tag{11}$$

### 2.3. Вывод в релятивистском приближении возмущающей функции гравитационного взаимодействия абсолютно твёрдого тела с точечным телом

Оставим в пост-ньютоновой части функции Лагранжа (9), независящей от компонент угловой скорости  $\omega_k$ , слагаемые, относящиеся к возмущающей функции гравитационного взаимодействия абсолютно твёрдого тела  $m_n$  с другими телами, и добавим их к (5). В результате, получаем выражение для возмущающей функции гравитационного взаимодействия абсолютно твёрдого тела с точечным телом в релятивистском приближении в барицентрической системе координат:

$$\begin{aligned}
 U_n = U_n^{Newton} + \Delta U_n = & \frac{Gm_s}{\Delta_{ns}} \left( 1 + \frac{1}{2c^2} \left\{ 3 \left[ \dot{\bar{R}}_n^2 + \dot{\bar{R}}_s^2 \right] - 7\dot{\bar{R}}_n \cdot \dot{\bar{R}}_s \right\} \right) \bullet \\
 & \bullet \left\langle m_n + \frac{1}{2\Delta_{ns}^2} \left\{ A_n + B_n + C_n - \frac{3}{\Delta_{ns}^2} \left[ A_n(x_n - x_s)^2 + B_n(y_n - y_s)^2 + C_n(z_n - z_s)^2 \right] \right\} \right\rangle - \\
 & - \frac{Gm_s}{2c^2 \Delta_{ns}} \left\langle \frac{\dot{\bar{R}}_n \cdot (\bar{R}_n - \bar{R}_s) \dot{\bar{R}}_s \cdot (\bar{R}_n - \bar{R}_s)}{\Delta_{ns}^2} \left\{ m_n - \frac{15}{2\Delta_{ns}^4} \left[ A_n(x_n - x_s)^2 + B_n(y_n - y_s)^2 + C_n(z_n - z_s)^2 \right] \right\} \right\rangle + \\
 & + \frac{3\dot{\bar{R}}_n \cdot (\bar{R}_n - \bar{R}_s)}{\Delta_{ns}^4} [\dot{x}_s(x_n - x_s)A_n + \dot{y}_s(y_n - y_s)B_n + \dot{z}_s(z_n - z_s)C_n] + \\
 & + \frac{3\dot{\bar{R}}_s \cdot (\bar{R}_n - \bar{R}_s)}{\Delta_{ns}^4} [\dot{x}_n(x_n - x_s)A_n + \dot{y}_n(y_n - y_s)B_n + \dot{z}_n(z_n - z_s)C_n] + \\
 & + \frac{\dot{\bar{R}}_n \cdot \dot{\bar{R}}_s}{2\Delta_{ns}^2} (A_n + B_n + C_n) + \frac{1}{\Delta_{ns}^2} [\dot{x}_n \dot{x}_s A_n + \dot{y}_n \dot{y}_s B_n + \dot{z}_n \dot{z}_s C_n] \right\rangle - \\
 & - \frac{1}{2c^2} \frac{G^2 m_s^2}{\Delta_{ns}^2} \left\{ m_n + \frac{1}{\Delta_{ns}^2} (A_n + B_n + C_n) - \frac{4}{\Delta_{ns}^4} \left[ A_n(x_n - x_s)^2 + B_n(y_n - y_s)^2 + C_n(z_n - z_s)^2 \right] \right\} - \\
 & - \frac{G^2 m_n m_s}{2c^2 \Delta_{ns}^2} \left\langle m_n + \frac{1}{\Delta_{ns}^2} \left\{ A_n + B_n + C_n - \frac{3}{\Delta_{ns}^2} \left[ A_n(x_n - x_s)^2 + B_n(y_n - y_s)^2 + C_n(z_n - z_s)^2 \right] \right\} \right\rangle
 \end{aligned} \tag{12}$$

Выражения (12) в системе координат совпадающей с центром масс тела, оси которой

параллельны осям барицентрической системы координат (где  $\bar{R}_n = 0 \Rightarrow \bar{R}_s = \bar{\Delta}_{ns}$ ), приобретают следующий вид:

$$U_n = \left[ 1 + \frac{3\dot{\bar{\Delta}}_{ns}^2}{2c^2} \right] \frac{Gm_s}{\Delta_{ns}} \left\langle m_n + \frac{1}{2\Delta_{ns}^2} \left\{ A_n + B_n + C_n - \frac{3}{\Delta_{ns}^2} [A_n x_s^2 + B_n y_s^2 + C_n z_s^2] \right\} \right\rangle - \\ - \frac{G^2 m_s}{2c^2 \Delta_{ns}^2} [m_n + m_s] \left\langle m_n + \frac{1}{\Delta_{ns}^2} \left\{ A_n + B_n + C_n - \frac{3}{\Delta_{ns}^2} [A_n x_s^2 + B_n y_s^2 + C_n z_s^2] \right\} \right\rangle - \\ - \frac{G^2 m_s^2}{2c^2 \Delta_{ns}^6} \langle A_n x_s^2 + B_n y_s^2 + C_n z_s^2 \rangle \quad (13)$$

Исключая в (13) малые члены, получаем соотношение между возмущающими функциями гравитационного взаимодействия абсолютно твёрдого тела с точечным телом в релятивистском и Ньютона приближениях:

$$U_n \approx \left[ 1 + \frac{3\dot{\bar{\Delta}}_{ns}^2}{2c^2} \right] U_n^{Newton} \quad (14)$$

#### 4. Заключение

1. В результате данного исследования впервые в явном виде выведена функция Лагранжа вращения абсолютно твёрдого тела в пост-ニュтона приближении:

$$L_n = L_n^{Newton} + \Delta L_n.$$

2. В релятивистском приближении выведена формула для возмущающей функции гравитационного взаимодействия абсолютно твёрдого тела с точечным телом:

$$U_n = \left[ 1 + \frac{3\dot{\bar{\Delta}}_{ns}^2}{2c^2} \right] U_n^{Newton}$$

**Благодарность.** Исследования проводились в Главной (Пулковской) астрономической обсерватории Российской академии наук (ГАО РАН) и в Центре космических исследований Польской академии наук (ЦКИ ПАН). Работа выполнена при финансовой поддержке в рамках сотрудничества между ЦКИ ПАН и ГАО РАН из персональных грантов Александра Бжезинского и Иоланты Настулы.

#### Литература

1. Суслов Г.К. Теоретическая механика – М.: ОГИЗ, 1946.
2. Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М. Теория поля – М.: Наука, 1967. – 460 с.
3. Мак-Миллан В.Д. Динамика твёрдого тела – Москва, 1951.

## THE RIGID BODY ROTATION IN THE POST-NEWTONIAN APPROXIMATION

Pashkevich V.V.

*Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia*

In this research the relativistic rotation of the rigid body, which is generated by metric properties of Riman space of general relativity, is studied. The main aims of this investigation are to obtain Lagrange function for the relativistic rotation of the rigid body and to obtain the perturbing function of the gravitational interaction of a rigid body with a point body in the relativistic approximation. As a result, the expressions for these functions were obtained from the Lagrange function of a system of non-rotating point masses in the post-Newtonian approximation.

## ЕЩЁ ОДНО ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ПРЕИМУЩЕСТВА СИСТЕМЫ НОРМАЛЬНЫХ ВЫСОТ

Попадьёв В.В.

Центральный научно-исследовательский институт геодезии, аэросъёмки и картографии,  
Москва, Россия

В статье представлен новый способ доказательства преимущества системы нормальных высот перед ортометрическими. Канадские геодезисты Р. Кингдон, П. Ваничек и М. Сантуши регулярно выступают в защиту классической системы ортометрических высот, в представленном докладе приведён ещё один простой аргумент в пользу системы нормальных высот, тоже уже не менее классической.

Две системы высот, ортометрическая и нормальная, могут быть сравнены на моделях с известными параметрами, вычисленными до долей миллиметра, поскольку положение геоида на реальной Земле не может быть установлено.

Невозможность определения формы геоида из измерений на земной поверхности была известна ещё Ф. Гельмерту, тогда как высота квазигеоида  $\zeta$  (аномалия высоты) может быть вычислена с любой степенью точности с помощью интегрального уравнения Молоденского. Одним из основных элементов теории Молоденского является нормальная высота  $H'$ , связанная с геодезической высотой  $H$  и высотой квазигеоида простым соотношением  $H = H' + \zeta$ . Грубая иллюстрация положения квазигеоида и множества геоидов, пересекающих земную поверхность, представлена на рис. 1. Подробные исследования ортометрических, нормальных и динамических высот выполнены В.Ф. Еремеевым [1] и затем обобщены совместно с М.И. Юркиной в [2]; Милош Пик [3] предложил обобщение нормальных высот для точек вне земной поверхности.

Нормальная высота  $H'$  определяется из условия Молоденского  $W(H) - W_0 = U(H) - U_0$ , что означает

$$\int_{H=\zeta_0}^H g dh = \int_{H=0}^{H=H'} \gamma dh, \quad (1)$$

где  $\zeta_0$  означает высоту квазигеоида в исходном пункте счёта высот, в более простом виде имеем формулу Ермeева [1]

$$H' = \frac{W_0 - W}{\gamma^m},$$

где  $\gamma^m$  может быть вычислено последовательными приближениями, в итоге уравнение для  $H'$

$$H' = \frac{W_0 - W}{\gamma_0 + \frac{H'}{2} \left( \frac{\partial \gamma}{\partial H} \right)_0 + \frac{(H')^2}{6} \left( \frac{\partial^2 \gamma}{\partial H^2} \right)_0 + \dots}$$

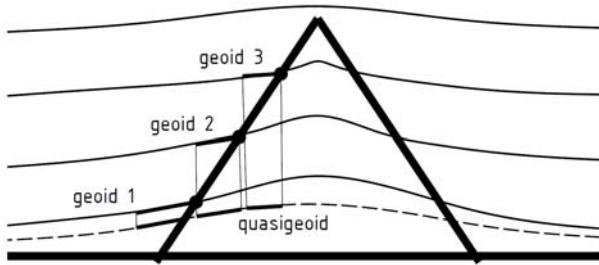
может быть легко решено последовательными приближениями.

Изменяя пределы в интегrale правой части (1) можно получить целое семейство нормальных высот:

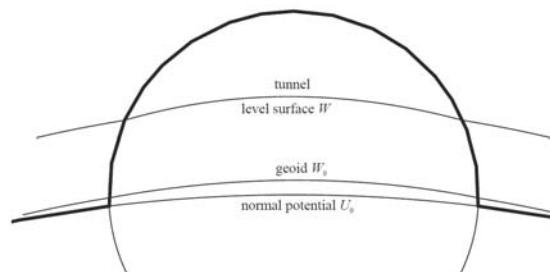
$$\int_{H=\zeta_0}^H g dh = \int_{H=H'^{no}}^H \gamma dh = (\text{intermediate variants}) = \int_{H=\zeta_0}^{H=H_2+\zeta_0} \gamma dh, \quad (2)$$

где  $H'^{no}$  – нормально-ортометрическая высота,  $H_2$  – некая другая нормальная высота (можно назвать её как угодно), а также многочисленные промежуточные случаи. Во

всех этих случаях требуется знать какую-либо геодезическую высоту: геодезическую высоту  $H$  точки земной поверхности или аномалию высоты  $\zeta_0$  в исходном пункте.



**Рис. 1.** Квазигеоид и геоиды, пересекающие коническую гору.



**Рис. 2.** Туннель в полусферической горе, утопленной в сферическую Землю.

Предположим Землю в виде однородной невращающейся сферы радиуса 6378 км и плотности 5,5 г/см<sup>3</sup>, в которую наполовину погружена однородная сфера меньшего радиуса 2 км с плотностью 2,3 г/см<sup>3</sup> (рис. 2), задана гравитационная постоянная  $G$ . Предположим, в этом горном массиве требуется построить строго горизонтальный туннель, и строителю, использующему уровнемерный инструмент, необходимо выносить одну и ту же отметку пола туннеля с минимальными теоретическими поправками. Необходимость введения этих поправок будет продиктована переходом от измеренных превышений к системе нормальных или ортометрических высот, что отразится в изменении отметки вдоль пола туннеля. Наиболее предпочтительной будет та система, в которой колебания отметки будут минимальны.

Ортометрическая высота в данном случае может быть найдена строго по определению как расстояние между геоидом и уровенной поверхностью пола туннеля, поскольку расчёты ведутся на модели. В итоге простейших вычислений, связанных с внутренним и внешним потенциалом шара, ортометрические высоты изменяются от 999,633 м в начале туннеля до 999,607 м в середине, нормальная высота постоянна и в данном случае ведёт себя как динамическая.

### Литература

1. Еремеев В.Ф. Теория ортометрических, динамических и нормальных высот // Тр. ЦНИИГАиК, 1951, вып. 86, с. 11–51.
2. Еремеев В.Ф., Юркина М.И. Теория высот в гравитационном поле Земли // Тр. ЦНИИГАиК, 1972, вып. 191, 144 с.
3. Pick M. Generalization of the system of normal heights. Studia geoph. et geod., 14, pp. 156–159. In German: Pick M. Verallgemeinerung des Systems der Normalhöhen. Vermessungstechnik, Berlin, 1970, 11, pp. 446–448.

## THE NEW PROOF OF THE ADVANTAGE OF THE NORMAL HEIGHTS SYSTEM

Viktor V. Popadjev

Despite the fact that the main advantage of Molodensky's theory is the rigorous determining the anomalous potential on the Earth's surface, the use of a system of normal heights can be shown and proved separately. To do this, a simple example is given, where the change of marks along the floor of a strictly horizontal tunnel in the mountain massif is a criterion for the convenience of the system. In this example, the orthometric heights show a change of 2,6 cm for 1,5 km, which will require corrections to the measured elevations due the transition to a system of orthometric heights. Also the knowledge of the inner structure of the rock mass is necessary. In turn, the normal heights are constant along the tunnel and behave as dynamic ones and there is no need to introduce corrections.

## **О ЯРКОМ ПРОЯВЛЕНИИ ПЕРИГЕЙНО-СИЗИГИЙНЫХ ПРИЛИВОВ В АТМОСФЕРЕ**

**Сидоренков Н.С.**

*Гидрометцентр России, Москва, Россия*

*Считается, что в атмосфере проявляются только суточные и полусуточные приливы, амплитуда которых на много порядков меньше синоптических колебаний атмосферного давления. Однако мы заметили, что в 2016/17 году сглаженные аномалии температуры воздуха на Европейской территории России (ЕТР) повторяли ход перигейного расстояния (то есть расстояния между Луной и Землей в моменты перигея Луны), которое изменяется по синусоиде с периодом 206 суток. Проявление 206-суточного цикла в погоде 2016/17 г. стимулировало нас исследовать сизигийные приливы в атмосфере, которые должны проявиться в колебаниях атмосферного давления, подобно перигейно-сизигийным колебаниям уровня моря. Мы нашли основную закономерность перигейно-сизигийных приливов: биения аномалий давления для новолуний и полнолуний. Аномалии давления в полнолуния и новолуния можно аппроксимировать синусоидами с периодами огибающих биения около 412 суток и противоположными фазами. Размах колебаний в пучностях достигает 40 мб, что по порядку величины вполне сопоставимо с реальными синоптическими колебаниями атмосферного давления.*

Цель настоящего сообщения – проинформировать научную общественность о впервые замеченном в явном виде 206 суточном лунном цикле развития погодных процессов на Европейской территории России (ЕТР) и открытии перигейно-сизигийных приливов в атмосфере.

Весна 2017 года преподнесла необычный сюрприз в развитии погодных процессов на ЕТР. Уже со второй декады февраля днем температура воздуха поднималась до оттепелей, а в третьей декаде среднесуточные значения температуры стали положительными. 1 марта во многих городах ЕТР были перекрыты абсолютные максимумы температуры. Температура достигла значений, характерных для средины апреля. Происходило быстрое таяние снежного покрова. В экстремально ранние сроки вскрылись реки Дон, Ока, Днепр, Западная Двина, Волга. Во второй декаде апреля рост температуры прекратился, отрицательные аномалии температуры сохранялись до последних чисел апреля. После четырехдневной волны летнего тепла, с 4 мая снова температура опустилась до апрельских значений. В третьей декаде мая температура стала возвращаться к нормальным значениям. Но в первых числах июня снова вторглась волна холодного арктического воздуха, приблизив значения температуры к экстремально низким значениям. Во многих областях ЕТР в июне еще отмечались заморозки.

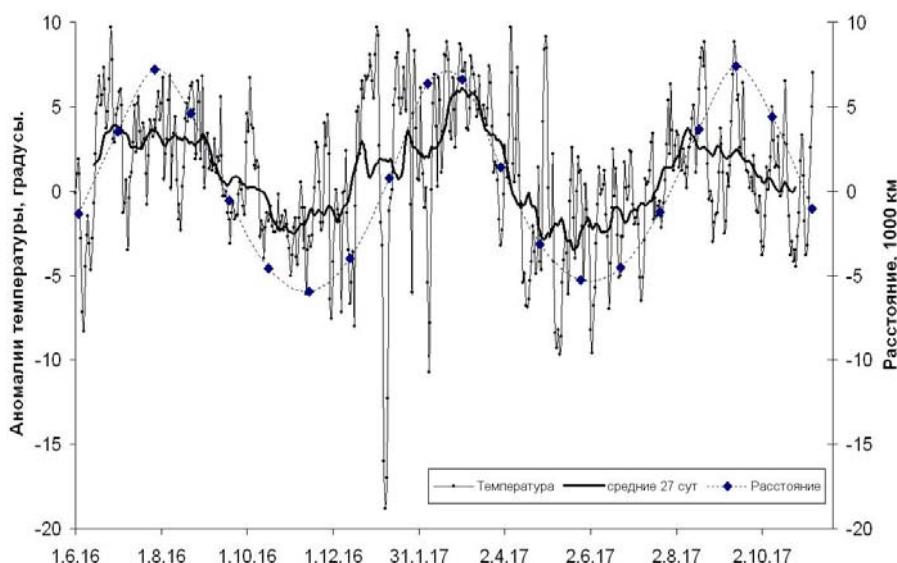
В средствах массовой информации широко обсуждалось аномальное течение погоды весной и летом 2017 года. Высказывались различные мнения: в большинстве случаев, что это обычная, свойственная погодным процессам, случайная флуктуация температуры. Однако в природе нередко процессы, считающиеся, по их не изученности, случайными, оказывались вполне объяснимыми и закономерными. Поэтому рассмотрим более внимательно эволюцию аномалий температуры на ЕТР.

### **Данные наблюдений их анализ**

В Гидрометцентре России ведется база MIDL, в которой в оперативном режиме по технологии А.Н. Багрова [1] вычисляются аномалии среднесуточной температуры по примерно 2700 станциям Северного полушария. Среднесуточные нормы температуры каждой станции вычислены по среднемесячным нормам по методу кусочно-

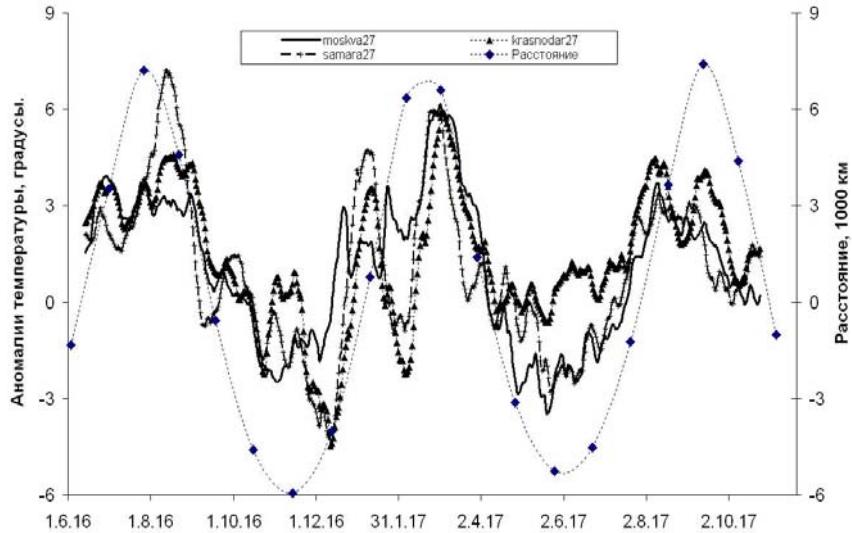
параболической аппроксимации [1]. Мы использовали данные базы MIDL по некоторым станциям ETP.

На рис. 1 представлен ход аномалий среднесуточной температуры в Москве за 2016/17 год. Видны их большие межсуточные флуктуации. В работах автора [2, 5–6] показано, что внутримесячные (полумесячные и квазинедельные) изменения температуры могут быть связаны с лунно-солнечными приливами. Поэтому ежедневные аномалии температуры сглаживались путем вычисления их скользящих средних за 27 суток значений. Они изображены на рис. 1 толстой кривой. Видно, что сглаженная кривая выписывает отчетливую волну с минимумами в ноябре 2016 г. и мае-июне 2017 г. и максимумами в марте и сентябре 2017 г. Размах колебания аномалий температуры достигает 10 градусов, а период (интервал времени между одноименными экстремумами) около 204 суток. Этот период практически совпадает с 206-суточным периодом, полученным нами ранее при вычислении периодограммы 43 летнего ряда аномалий температуры г. Москвы [2, 5–6].



**Рис. 1.** Отклонение перигейного расстояния Луны от 362464 км (ромбики) и ход аномалий среднесуточной температуры воздуха в Москве в 2016/17 году (тонкая кривая – среднесуточные значения, толстая кривая – скользящие средние за 27 суток значения).

Опыт показывает, что радиус корреляции аномалий температуры на ETP составляет свыше 1000 километров. Поэтому график хода аномалий температуры в Москве удовлетворительно характеризует сглаженные изменения аномалий температуры на всей ETP. Однако оппоненты скептически относятся к этому положению. Поэтому мы построили графики, аналогичные рис. 1, дополнительно для станций Краснодар, Ростов на Дону и Самара. Они оказались различными только по величине и срокам суточных флуктуаций, но очень схожими друг с другом по ходу скользящих средних за 27 суток аномалий температуры (рис. 2). Видно, что аномалии температуры всех станций следуют за изменениями перигейного расстояния Луны. Лишь в сентябре-октябре 2017 г. наметилась тенденция более быстрого похолодания. Хотя во время максимума перигейного расстояния 13 сентября 2017, как и ранее (3 марта 2017 и 27 июля 2016 г.) были побиты рекорды максимальной температуры во многих городах ETP.



**Рис. 2.** Ход скользящих средних за 27 суток аномалий температуры в Москве (сплошная), в Краснодаре (треугольники), в Самаре (+) в сравнении с перигейным расстоянием Луны (ромбами).

### Природа 206-суточного лунного цикла

Цикл 206 суток известен в астрономии как половина главного лунного цикла 412 суток. С физической точки зрения цикл 412 суток – это период биений близких частот аномалистического (27,55 сут.) и синодического (29,53 сут.) месяцев [2, 5–6], либо синодического месяца и периода эвекции в параллаксе Луны (31,81 сут.).

Перигейный конец линии апсид (линии, соединяющей перигей с апогеем) лунной орбиты непрерывно перемещается по небесной сфере с запада на восток, возвращаясь примерно к тому же самому положению относительно звезд через каждые 8,85 лет. Солнце совершает оборот по созвездиям зодиака в том же направлении за 1 год. Поэтому, если перигейный конец линии апсид стартует в момент, когда он повернут к Солнцу, то потребуется еще 411,8 дней или 1,127 года, чтобы он снова вернулся в исходную конфигурацию (Солнце догонит перигей). Это верно, потому что частоты двух рассматриваемых обращений вычитаются:

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{8,85} = \frac{1}{1,127}.$$

Понятно, что через 206 суток перигейный конец лунной орбиты сделает половину оборота и будет повернут в противоположном направлении (от Солнца). При этом фаза Луны сменится на противоположную.

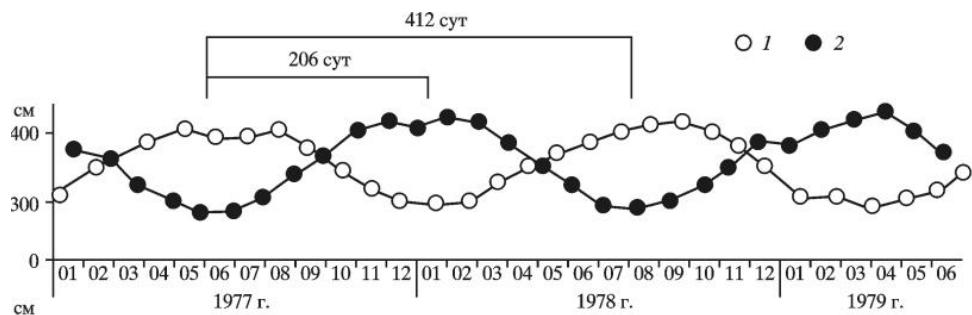
### Проявление в земных процессах

Описанная цикличность взаимных конфигураций двух орбит воздействует на лунные и земные процессы. Например, расстояние между Луной и Землей при прохождении перигея изменяется от 370000 км до 356000 км с периодом 206 суток. Этот феномен иллюстрирует рис. 1, где ромбиками нанесены отклонения перигейных расстояний от их среднего значения 362464 км, а их динамика изображена пунктирной кривой. Продолжительность лунного аномалистического месяца (то есть промежутка времени между двумя последовательными прохождениями Луны через перигей) тоже изменяется от 28,5 до 24,8 сут с периодом 206 сут.

Земля в своем движении вокруг барицентра системы Земля+Луна отражает все движения Луны в масштабе 1:81. Поэтому Земля имеет аналогичные вариации перигеентрического расстояния и угловой скорости месячного обращения вокруг барицентра с периодом 206 суток [2, 5–6]. Однако мы находимся на Земле и поэтому не видим и не

ощущаем её движения и вынуждены использовать Луну для исследования движений Земли.

206-суточная цикличность особенностей месячного обращения Земли отражается на процессах в земных оболочках, прежде всего в атмосфере и гидросфере. Вот, например, как (по данным работы Ю.Н. Авсюка и Л.Н. Маслова [4]) изменяется наибольший размах колебаний уровня моря во время сизигий (полнолуний и новолуний) в различных портах земного шара (рис. 3).



**Рис. 3.** Размах наибольшего перигейно-сизигийного прилива в моменты полнолуний (○) и новолуний (●) в Мурманске [4].

На рис. 3 видно, что все приливные кривые одинаковых фаз Луны хорошо аппроксимируются огибающей синусоидой с периодом примерно 412 суток и амплитудой около 60 см. Период биений – (промежуток времени между соседними узлами или пучностями) перигейно-сизигийных кривых равен 206 суток. Рис. 3 информативен как ключ к пониманию механизма формирования 206-суточного колебания аномалий температуры в атмосфере. Он наводит на мысль, что в атмосфере должны существовать колебания атмосферного давления аналогичные перигейно-сизигийным приливам в океане, что может привести к формированию 206-суточных колебаний температуры воздуха. В частности, на рис. 3 видно, что в периоды пучностей сизигийные приливы в моменты полнолуния и новолуния имеют противоположные фазы. Вблизи узлов сизигийные приливы в моменты полнолуний и новолуний практически одинаковые. При подобном поведении атмосферного давления это может означать, что в периоды пучностей сизигийных приливов преобладает чередование полумесячных циклонических и антициклонических процессов, а вблизи узлов – их замирание. Такая динамика атмосферных процессов может привести к значительному отличию формирования температурного режима воздуха во время «пучностей» от режима формирования «вблизи узлов». Период этих различий и будет 206 суток.

Главная особенность перигейно-сизигийных приливов состоит в том, что кривая для каждой сизигии хорошо аппроксимируется синусоидой (огибающей биения) с периодом 412 сут., а их фазы отличаются на  $180^\circ$  (рис. 3). Поэтому для любой приливной характеристики каждой положительной аномалии при одной сизигии соответствует отрицательная аномалия при ближайшей другой сизигии. Происходит это потому, что орбита Луны эллиптическая. Если в полнолуние Луна проходит перигей, то расстояние до Земли сокращается до минимума, и приливная сила максимальна (положительные аномалии). Примерно через полмесяца при новолунии Луна будет в противоположной части орбиты на максимальном расстоянии (вблизи апогея), и приливная сила станет минимальной (отрицательные аномалии). Через 27,55 суток Луна снова вернется в перигей, но уже за двое суток до полнолуния ( $29,53-27,55 \approx 2$ ) в следующий раз она вернется за четверо суток и так далее. С каждым оборотом сила прилива в полнолуние будет уменьшаться, а в новолуние увеличиваться и через 3,5 синодических месяцев сизигийные приливы сравняются (в узле биений), а потом сила прилива в новолуние станет

преобладать над силой прилива в полнолуние, достигая максимального размаха (в пучности) через 7 синодических месяцев. Далее последует опять уменьшение размаха до очередного узла еще через 3,5 месяца и так далее. Смена знака аномалий от полнолуний к новолуниям и обратно всегда будет происходить в узлах биений через 206 суток.

### Перигейно-сизигийные приливы в атмосфере

Появление 206-суточного цикла в погоде 2017 г стимулировало нас исследовать сизигийные приливы в атмосфере, которые должны проявиться в колебаниях атмосферного давления, подобно сизигийным колебаниям уровня моря на рис. 3 [4]. Мы воспользовались рядом ежедневных восьмисрочных наблюдений атмосферного давления на уровне земной поверхности метеостанции ВДНХ (27621) в Москве за последние два года. Были вычислены среднесуточные значения давления и их аномалии. В качестве норм использовались средние за 1966–2010 г. ежесуточные значения давления для метеорологической обсерватории МГУ им. М.В. Ломоносова [3].

Далее для каждого дня полнолуния выбиралась среднесуточная аномалия давления за этот день. Отдельно аналогичным путем сформирован ряд аномалий атмосферного давления для всех дней с новолунием. С помощью Excel построен график аномалий атмосферного давления на метеостанции ВДНХ в дни полнолуний (белые кружки) и в дни новолуний (черные кружки) за 2016–2017 годы (рис. 4).

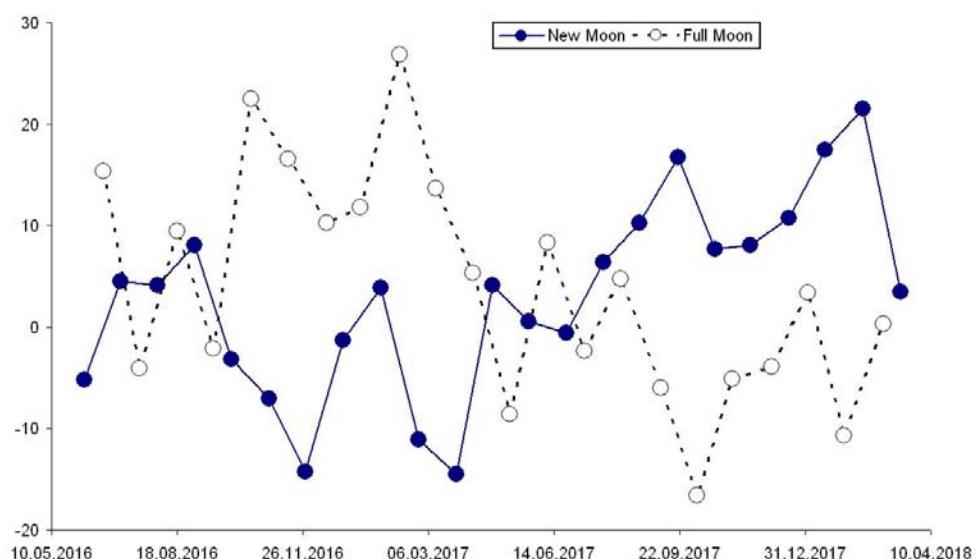


Рис. 4. Перигейно-сизигийные колебания атмосферного давления на метеостанции ВДНХ в 2016/17 г.

Рис. 4 показывает, что перигейно-сизигийные колебания атмосферного давления сильно зашумлены по сравнению с аналогичными колебаниями уровня моря (рис. 3). Но основные закономерности сизигийных приливов: узлы (летом 2016 г. и в мае 2017 г.), а также пучности (в феврале-марте и сентябре-октябре 2017 г.) прослеживаются. Хорошо видна разнозначность аномалий давления для новолуний и полнолуний. Аномалии давления в полнолуния и новолуния можно аппроксимировать синусоидами с периодами огибающих биения около 412 суток и противоположными фазами. Размах колебаний в пучностях достигает 40 мб, что по порядку величины сопоставимо с реальными синоптическими колебаниями атмосферного давления, и близко к перигейно-сизигийным приливам в океанах [4], так как 1 см уровня в океане эквивалентен 1 мб давления в атмосфере.

Таким образом, рис. 4 свидетельствует о том, что в 2016/17 годах геодинамическим силам удалось перебороть стохастическую термодинамику атмосферы и навязать ей свой небесно механический, приливный ритм эволюции погоды на ЕТР. В результате таких случаев вынужденной синхронизации и появляются лунные составляющие в спектрах аномалий метеорологических характеристик [2, 5–7].

Понятно, что возможность синхронизации зависит от сезона года. 206-суточный цикл кратен четырем годам в отношении 1:7. Через четыре года фаза 206-суточного цикла становится близкой к исходному сезону года. Однако через четыре года фазы Луны изменяются на противоположные (вместо новолуний наблюдаются полнолуния). Только через восемь лет повторяются и сезоны года, и одноименные фазы Луны. То есть 206-суточный цикл в изменениях аномалий температуры и особенностей погоды проявляется преимущественно при повторении взаимных конфигураций между Землей, Луной и Солнцем.

Хорошим примером восьмилетней цикличности может служить еще многими не забытая, необычно сухая и теплая осень на ЕТР в 2018 г. Ранее похожие осенние аномалии погоды отмечались в 2010, 2002, 1994 годах. Еще в более далеком прошлом упоминаются такие же осенние аномалии в 1954, 1946, 1938 годах.

Все выше перечисленные метеорологические особенности возникают вследствие воздействия перигейно-сизигийных приливов на атмосферу.

### **Литература**

1. Багров А.Н., Локтионова Е.А. Новая технология подготовки исходной информации для долгосрочных прогнозов погоды // Метеорология и Гидрология, 1994, № 11. С. 100-109.
2. Сидоренков Н.С. Небесно-механические причины изменений погоды и климата // Геофизические процессы и биосфера. 2015, том 14, № 3, С. 5-26.
3. Сидоренков Н.С., Исаев А.А., Орлов И.А., Шерстюков Б.Г. Тонкая структура временных вариаций атмосферного давления // Труды Гидрометцентра России. 2008. Вып. 342. С. 177-186.
4. Avsuk Yu.N., Maslov L.A. Long Period Tidal Force Variations and Regularities in Orbital Motion of the Earth-Moon Binary Planet System // Earth, Moon and Planets, 2011. Vol. **108**, Issue 1. Pp. 77-85. DOI 10.1007/s11038-011-9381-8
5. Sidorenkov N.S. The interaction between Earth's rotation and geophysical processes. Weinheim. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2009. 317 p.
6. Sidorenkov N.S. Celestial Mechanical Causes of Weather and Climate Change // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics, 2016, Vol. 52, No. 7, pp. 667–682. ISSN 0001-4338 © Pleiades Publishing, Ltd., 2016. DOI: 10.1134/S0001433816070094
7. Sidorenkov N.S. Synchronization of terrestrial processes with frequencies of the Earth-Moon-Sun system // Astronomical and Astrophysical Transactions (AApTr), 2017, Vol. 30, Issue 2, pp. 249-260, ISSN 1055-6796

## **ON A VIVID MANIFESTATION OF PERIGEE-SPRING TIDES IN THE ATMOSPHERE**

**Sidorenkov N.S.**

*Hydrometeorological Research Center of the Russian Federation, Moscow, Russia.*

A vivid manifestation of 206-day lunar cycles in air temperature and weather anomalies over European Russia in 2016–2017 is described. It is shown that air temperature anomalies in Moscow, Samara, Krasnodar are highly correlated with variations in the lunar perigee distance. The nature of 206-day lunar cycles and their manifestation in perigee-spring tides of the sea level and atmospheric pressure are described.

## ПРОГНОЗ ПВЗ В ЦОАД РАН

Скурихина Е.А.

*Институт прикладной астрономии РАН, Санкт-Петербург, Россия*

*Прогноз параметров вращения Земли (ПВЗ) особенно важен при оперативном и сверхоперативном определении ПВЗ. При этом важно иметь свой собственный прогноз, поскольку выпуск официального ряда бюро срочной службы определения и прогноза ПВЗ международной службы определения параметров вращения Земли и систем отсчета (IERS) иногда может запаздывать на 1–2 дня или быть недоступным.*

*В центре анализа данных (ЦОАД) ИПА РАН используется свой собственный прогноз ПВЗ, который был разработан и протестирован для службы ПВЗ ИПА РАН в 1996 г. С тех пор были внесены лишь незначительные изменения, касающиеся прогноза нутации (и координат небесного полюса). Алгоритм отличается высокой надежностью и приемлемым качеством прогноза. Точность прогноза не оценивалась со времени его внедрения в службу ПВЗ. В связи с этим в свете возрастающих требований к точности определения ПВЗ, появилась необходимость оценивания реальной точности используемого прогноза. В работе оценивается точность прогноза ПВЗ, используемого в ЦОАД РАН.*

Прогноз параметров вращения Земли (ПВЗ) особенно важен при оперативном и сверхоперативном определении ПВЗ. При этом важно иметь свой собственный прогноз, поскольку выпуск официального ряда бюро срочной службы определения и прогноза ПВЗ международной службы определения параметров вращения Земли и систем отсчета (IERS) иногда может запаздывать на 1–2 дня или быть недоступным.

В центре анализа данных (ЦОАД) ИПА РАН используется свой собственный прогноз ПВЗ, который был разработан и протестирован для службы ПВЗ ИПА РАН в 1996 г. С тех пор были внесены лишь незначительные изменения, касающиеся прогноза нутации (и координат небесного полюса). Алгоритм отличается высокой надежностью и приемлемым качеством прогноза.

Метод прогнозирования основан на комбинировании детерминированной и стохастической составляющей рядов ПВЗ. Детерминированная составляющая состоит из полиномиальной и сезонной частей. Для прогноза стохастической составляющей используется метод авторегрессии проинтегрированного скользящего среднего (АРПСС). Для каждого параметра (координаты земного полюса, Всемирное время, координаты небесного полюса) используется свой порядок авторегрессии и скользящего среднего, а также своя длина опорного интервала, на котором определяются параметры для дальнейшего прогнозирования. Точность прогноза не оценивалась со времени его внедрения в службу ПВЗ. В связи с этим в свете возрастающих требований к точности определения ПВЗ, появилась необходимость сделать оценку точности прогноза ПВЗ. Это и является целью данной работы.

Поскольку в ЦОАД РАН не производилось постоянного архивирования сформированных с использованием собственного прогноза рядов ПВЗ, для оценивания качества прогноза было решено использовать данные из еженедельных Бюллетеней ПВЗ, которые выпускаются в ИПА РАН с 2005 г. В этих бюллетенях приводится прогноз ПВЗ длиной до 1 года. Оказалось, что шаг прогноза в разных бюллетенях встречается разный, в большинстве случаев прогноз до 10 суток приведен с шагом в 1 день, для ряда ПВЗ rs.dat, далее до 75 суток шаг составляет 5 дней, до 200 суток – 10 дней, далее – 15 дней. В некоторых Бюллетенях наблюдается сбой этого порядка, поэтому количество точек для прогноза одной длины может отличаться (таблицы 1–6).

Точность прогноза определялась как RMS разностей прогноза и реального ряда. В таблицах 1–6 приведено сравнение наших оценок точности прогноза для ряда rs.dat и оценок прогноза ПВЗ Бюро срочной службы и прогноза IERS (данные из годовых отчетов IERS). На рисунках 1–6 приведены оценки точности прогноза ПВЗ, полученные из Бюллетеней ПВЗ ИПА РАН на основе сравнения с реальным рядом. На рисунках 1–6 приведены оценки точности по годам для всех имеющихся Бюллетеней с 2005 по 2017 г.

Следует подчеркнуть, что ряд ПВЗ rs.dat основан на данных анализа SLR наблюдений и его точность отличается от точности ряда ПВЗ IERS, поэтому такое сравнение не вполне корректно, но дает некоторое представление о точности прогноза. Следует выполнить оценку точности прогноза ряда IERS по другой методике

**Таблица 1.** Точность прогноза ПВЗ на 1 день.

	Длина прогноза – 1 день						
	IERS			ИПА РАН			
	Xp, мсек дуги	Yp, мсек дуги	UT1, мсек	Xp, мсек дуги	Yp, мсек дуги	UT1, мсек	Кол-во точек
2016	0.342	0.248	0.131	0.85	0.83	0.171	52
2015	0.34	0.24	0.073	2.19	0.41	0.317	52
2014	0.305	0.234	0.058	0.49	0.54	0.234	41
2013	0.327	0.228	.058	1.43	0.91	0.132	52
2012	0.35	0.25	.063	0.35	0.29	0.060	52
2011	0.39	0.28	.054	0.54	0.55	0.077	52
2010	0.46	0.29	.075	0.53	0.47	0.094	52
2009	0.43	0.29	.112	1.41	0.72	3.27	52
2008	0.38	0.31	.126	0.48	0.66	0.110	52
2007	0.42	0.33	.141	1.01	0.96	0.312	52
2006	0.42	0.36	.147	0.42	0.43	0.083	52
2005	0.44	0.37	.127	0.28	0.23	0.064	26

**Таблица 2.** Точность прогноза ПВЗ на 5 дней.

	Длина прогноза – 5 дней						
	IERS			ИПА РАН			
	Xp, мсек дуги	Yp, мсек дуги	UT1, мсек	Xp, мсек дуги	Yp, мсек дуги	UT1, мсек	Кол-во точек
2016	2.09	1.38	0.223	2.84	2.16	0.463	50
2015	2.02	1.18	0.207	1.88	1.46	0.745	44
2014	1.68	1.18	0.204	2.40	2.00	0.792	41
2013	1.81	1.22	0.214	3.19	2.10	0.628	52
2012	2.01	1.35	0.256	1.98	1.65	0.368	52
2011	2.22	1.37	0.305	2.85	1.99	0.484	52
2010	2.20	1.35	0.308	2.33	2.18	0.548	52
2009	2.04	1.26	0.366	2.91	2.02	5.41	52
2008	1.86	1.38	0.375	1.97	1.91	0.501	52
2007	2.06	1.33	0.452	3.01	2.51	0.642	49
2006	2.33	1.51	0.518	2.65	2.26	0.48	52
2005	2.44	1.70	0.380	2.53	2.04	0.337	26

**Таблица 3.** Точность прогноза ПВЗ на 10 дней.

	Длина прогноза – 10 дней						
	IERS			ИПА РАН			
	Xp, мсек дуги	Yp, мсек дуги	UT1, мсек	Xp, мсек дуги	Yp, мсек дуги	UT1, мсек	Кол-во точек
2016	3.52	2.49	0.663	5.50	4.18	1.508	49
2015	3.42	2.01	0.567	3.34	2.88	1.147	40
2014	3.14	2.00	0.481	3.51	3.53	1.342	28
2013	3.46	1.94	0.525	6.26	3.77	1.350	51
2012	3.92	2.76	0.662	4.40	3.16	1.235	51
2011	4.01	2.49	0.776	4.62	2.28	1.120	32
2010	4.49	2.33	0.718	5.54	3.44	1.391	24
2009	3.49	2.34	0.757	4.59	3.76	1.172	26
2008	3.38	2.42	0.718	3.93	4.09	1.216	16
2007	3.75	2.27	0.921	5.50	4.42	1.556	50
2006	4.44	2.55	1.06	6.59	4.71	1.603	24
2005	4.13	2.77	.935	5.95	4.65	1.222	26

**Таблица 4.** Точность прогноза ПВЗ на 20 дней.

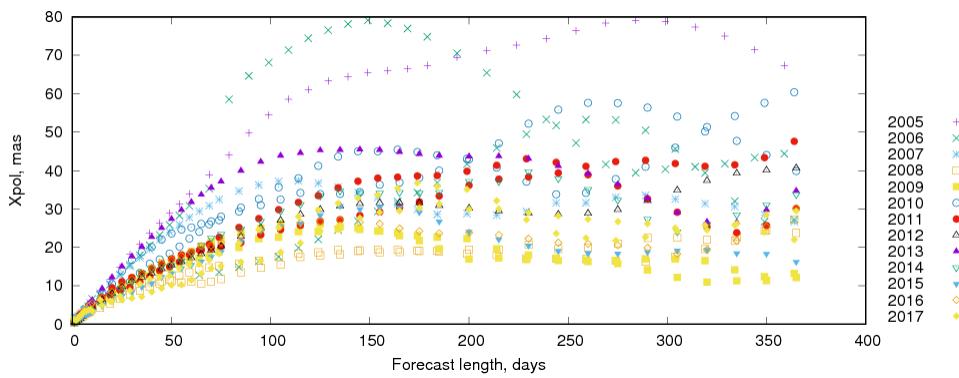
	Длина прогноза – 20 дней						
	IERS			ИПА РАН			
	Xp, мсек дуги	Yp, мсек дуги	UT1, мсек	Xp, мсек дуги	Yp, мсек дуги	UT1, мсек	Кол-во точек
2016	4.85	4.50	2.004	8.36	8.33	3.88	42
2015	5.50	3.09	2.319	5.94	6.48	3.21	42
2014	5.50	3.34	1.61	7.19	7.58	1.94	40
2013	6.75	2.66	1.88	12.20	7.44	2.99	28
2012	7.52	5.66	2.22	7.94	6.19	3.38	51
2011	6.72	4.71	1.99	9.48	3.75	3.09	51
2010	8.33	4.26	2.17	10.46	7.56	3.94	32
2009	5.85	4.16	1.72	8.43	6.83	3.15	27
2008	5.70	4.27	2.08	7.56	7.30	2.70	26
2007	6.92	4.26	3.29	10.45	9.39	4.14	16
2006	8.25	4.72	3.11	10.32	9.89	3.74	44
2005	6.82	4.56	3.30	11.64	9.43	2.80	26

**Таблица 5.** Точность прогноза ПВЗ на 40 дней.

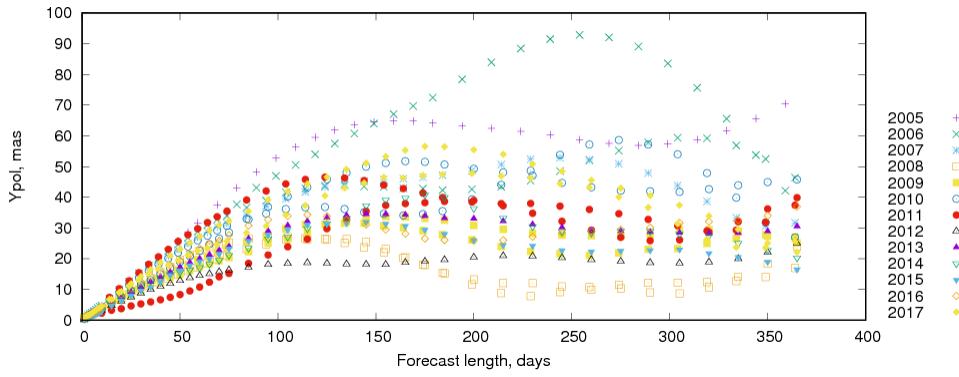
	Длина прогноза – 40 дней						
	IERS			ИПА РАН			
	Xp, мсек дуги	Yp, мсек дуги	UT1, мсек	Xp, мсек дуги	Yp, мсек дуги	UT1, мсек	Кол-во точек
2016	7.52	8.16	4.521	14.67	16.02	7.30	42
2015	9.34	4.69	5.897	10.71	12.44	6.67	40
2014	10.1	5.32	4.51	14.36	13.74	4.36	28
2013	12.9	4.12	2.82	22.68	14.03	4.42	51
2012	13.7	11.3	5.77	13.22	10.93	5.46	51
2011	11.9	9.13	3.62	14.48	6.65	7.35	20
2010	14.7	9.11	5.09	20.10	15.02	9.59	24
2009	10.2	7.00	5.61	14.49	12.51	7.47	26
2008	10.6	6.94	5.63	10.94	15.64	5.04	16
2007	12.1	8.47	7.77	19.44	18.62	8.78	44
2006	16.3	9.14	6.88	20.51	20.05	6.27	50
2005	11.9	8.32	5.98	23.75	20.14	4.22	26

**Таблица 6.** Точность прогноза ПВЗ на 90 дней.

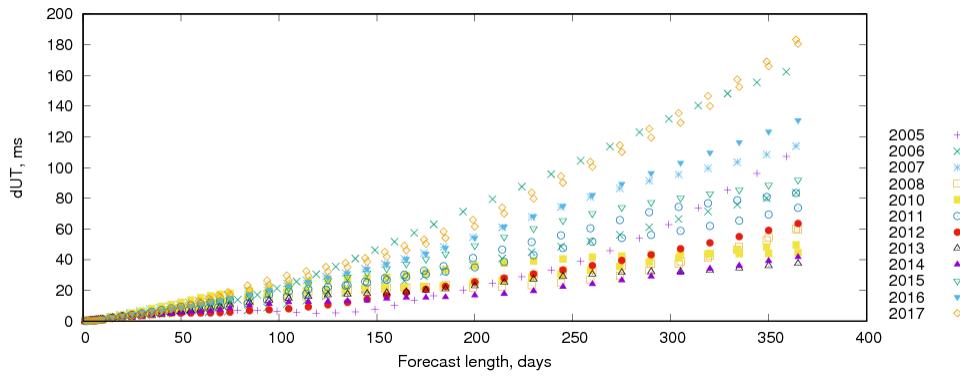
	Длина прогноза – 90 дней						
	IERS			ИПА РАН			
	X <sub>p</sub> , мсек дуги	Y <sub>p</sub> , мсек дуги	UT1, мсек	X <sub>p</sub> , мсек дуги	Y <sub>p</sub> , мсек дуги	UT1, мсек	Кол-во точек
2016	7.94	15.2	9.125	24.63	24.42	20.63	42
2015	N/A	N/A	17.25	24.36	27.78	19.19	40
2014	21.7	12.1	14.3	26.83	26.54	11.29	28
2013	23.8	16.5	8.49	42.26	29.00	13.68	51
2012	22.1	24.4	10.8	25.06	18.07	7.48	51
2011	26.6	17.7	13.6	27.48	42.04	13.7	20
2010	21.0	23.3	7.90	32.58	34.57	18.00	27
2009	17.6	13.9	17.4	22.25	27.41	17.57	26
2008	23.4	7.81		16.54	24.74	14.36	36
2007	15.3	17.7	13.4	36.22	37.10	22.27	42
2006	33.5	18.7	22.1	64.66	43.10	17.21	22
2005	25.2	18.9	7.61	49.74	48.23	7.02	26



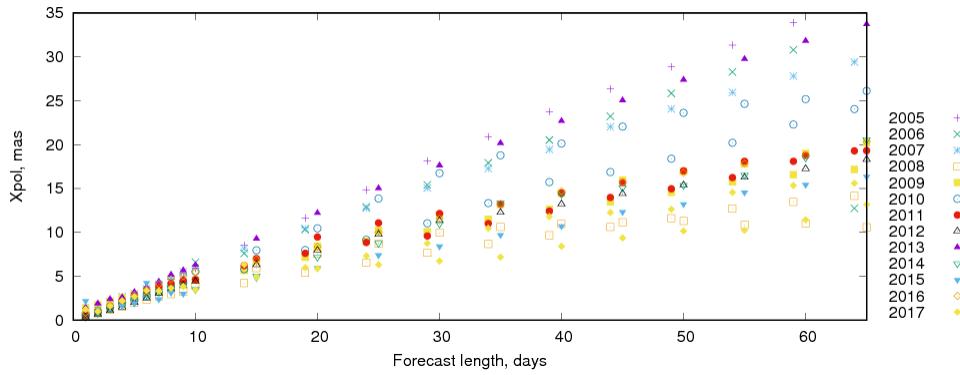
**Рис. 1.** Точность прогноза ряда rs.dat до 1 года для X<sub>p</sub>.



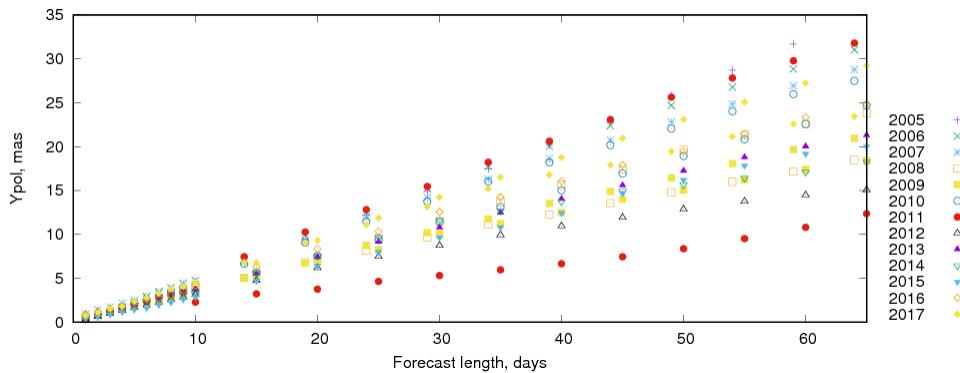
**Рис. 2.** Точность прогноза ряда rs.dat до 1 года для Y<sub>p</sub>.



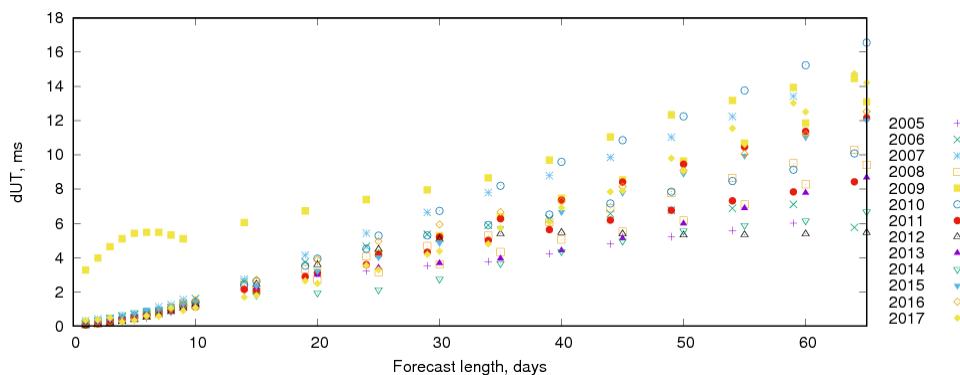
**Рис. 3.** Точность прогноза ряда rs.dat до 1 года для UT1.



**Рис. 4.** Точность прогноза ряда rs.dat до 60 суток для Xp.



**Рис. 5.** Точность прогноза ряда rs.dat до 60 суток для Yp.



**Рис. 6.** Точность прогноза ряда rs.dat до 60 суток для UT1.

## EOP PREDICTION AT DATA ANALYSIS CENTER OF RAN

**Skurikhina E.A.**

*IAA RAS, St. Petersburg, Russia*

The prediction of the parameters of the Earth's rotation (ERP) is especially important in the operational and super-operational determination of the ERP. At the same time, it is important to have your own forecast, since the release of the official number of emergency service bureau for determining and forecasting the ERP of the international service for determining the parameters of the Earth's rotation and reference systems (IERS) can sometimes unavailable. The Data Analysis Center of IPA RAS uses its own ERP forecast, which was developed and tested for the IAA ERP service in 1996. Since then, only minor changes have been made regarding the nutation forecast (and the coordinates of the celestial pole). The algorithm is distinguished by high reliability and acceptable forecast quality. The accuracy of the prediction has not been evaluated since its introduction into the ERP service. In this regard, in the light of the increasing requirements for the accuracy of determining the EOP, it has become necessary to estimate the real accuracy of the forecast used. In the work, the accuracy of the prediction of the ERP used in the IAA is estimated.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОКАЛЬНОГО ГЕОИДА УЗБЕКИСТАНА

**Фазилова Д.Ш.<sup>1</sup>, Магдиев Х.Н.<sup>2</sup>, Скурихина Е.А.<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Астрономический институт АН РУз, Ташкент, Узбекистан*

<sup>2</sup>*Государственный комитет по земельным ресурсам, геодезии, картографии  
и государственному кадастру, Ташкент, Узбекистан*

<sup>3</sup>*Институт прикладной астрономии РАН, Санкт-Петербург, Россия*

*Проведен сравнительный анализ нормальных высот, полученных с помощью современных глобальных моделей (ГМ) гравитационного поля Земли EGM2008, EIGEN-6C4, GAO2012 и ГНСС-измерений с результатами классического нивелирования для территории Республики Узбекистан. Показано, что рассмотренные ГМ не уступают друг другу по точности и могут считаться равноценными кандидатами на определение предварительного геоида республики. Разность значений между модельными и измеренными нормальными высотами находится в пределах от 31 м до 94 м со СКО 18 м. Для построения уточненной модели геоида региона, особенно в западной части республики и в горных районах данные ГМ должны быть использованы совместно с дополнительными гравиметрическими измерениями и при условии создания более плотной геодезической сети.*

### 1. Введение

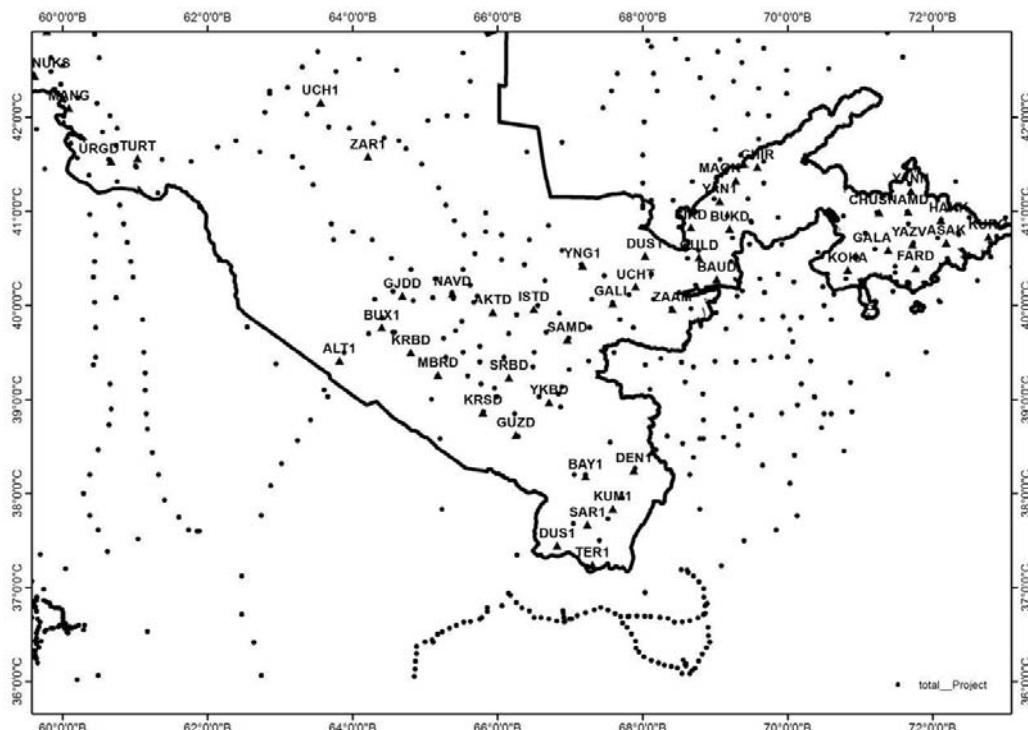
Территория Узбекистана расположена между  $37^{\circ}11' \leq \varphi \leq 45^{\circ}36'$  и  $56^{\circ} \leq \lambda \leq 73^{\circ}10'$  на переходе от горных массивов Тянь-Шаня к Туранской платформе, в области взаимодействия нескольких крупных литосферных плит – Европейской, Азиатской, Иранской, Индийской и Китайской и является активной зоной современных движений земной поверхности. В рамках Государственного инвестиционного проекта по реализации Национальной географической информационной системы (НГИС) решается также задача по созданию локальной геоцентрической опорной системы координат для изучения механизмов, количественной оценки на коротких интервалах времени региональных геодинамических явлений. Основой НГИС является геодезическая сеть, базированная на измерениях Глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС) [1]. В частности, для перехода от действующей в республике в настоящее время Балтийской нормальной системы высот (1977 г.) к современной высотно-координатной основе с использованием спутниковых измерений необходимо решить задачу определения высоточной модели геоида.

В последние годы наметилась тенденция использования данных современных планетарных моделей гравитационного поля Земли (ГПЗ) для определения цифровой модели геоида (ЦМГ) и замены геометрического нивелирования высокопроизводительным спутниковым ГЛОНАСС/GPS- нивелированием. Исследования ряда авторов выявили расхождение модельных высот геоида и высот, полученных геометрическим методом со СКП от 5 см до 19 см для европейской части территории России и прилегающих государств [2]. При этом для высокогорных районов экстремальное отличие между геоидом и соответствующей уровенной поверхностью имеют большие расхождения, достигающие десятков метров [3]. Целью исследования данной статьи является сравнение значений нормальных высот, вычисленными по данным современных глобальных гравиметрических моделей EGM2008, EIGEN-6C4, GAO2012 и ГНСС-измерениям на пунктах новой геодезической сети со значениями нормальных высот, определенными методами классического нивелирования для территории Узбекистана.

## 2. Данные и метод

При анализе точности вычисления нормальных высот спутниковыми методами были использованы следующие данные:

- 1) Результаты измерений на 50 опорных ГНСС-станциях геодезической сети республики, схема размещения пунктов которой приведена на рис.1 [4].
- 2) Результаты классического геометрического нивелирования 1 класса (показаны точками на рис. 1), выполненные в период с 1911 по 1936 гг. учеными Ташкентской обсерватории и Военно-топографического отдела, заимствованные из базы данных Международного гравиметрического бюро Тулузы (Франция) [5].



**Рис. 1.** Спутниковая геодезическая сеть Узбекистана и пункты классического нивелирования базы данных гравиметрического бюро в Тулузе.

- 3) Значения аномалий геоида по ГМ EGM2008, EIGEN-6C4 и GAO2012, вычисленные с использованием сервиса немецкого центра исследования Земли GFZ Calculation Service of the International Center of Global Terrestrial Models (ICGEM) [6]. Гравитационное поле Земли в данном случае представляется в виде ряда сферических функций, а высота квазигеоида определяется как [7]:

$$N_{ГПЗ} = \frac{fM}{\gamma(B, L, h)r} \sum_{n=2}^N \left( \frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm} (\sin \varphi) (\bar{C}_{nm} \cos \lambda + \bar{S}_{nm} \sin \lambda), \quad (1)$$

здесь  $B, L, H$  – геодезические координаты определяемой точки в системе WGS-84,  $h$  – нормальная высота определяемой точки,  $fM$  – произведение гравитационной постоянной на массу Земли,  $a$  – большая полуось эллипсоида WGS-84,  $\gamma$  – нормальное ускорение силы тяжести,  $\varphi, \lambda$  – сферические геоцентрические координаты определяемой точки (широта, долгота, радиус-вектор),  $\bar{P}_{nm} (\sin \varphi)$  – полностью нормированные присоединенные функции Лежандра,  $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$  – нормированные гармонические коэффициенты.

циенты аномального геопотенциала,  $N$  – предел суммирования сферических гармоник ( $n, m$  – соответственно степень и порядок гармоник).

Локальная точечная оценка волнообразности глобальной модели гравитационного поля Земли может быть выполнена с помощью данных GPS-нивелирования. При этом нормальные высоты  $H_{\text{модельн.}}(P)$ , вычисленные с помощью ондуляций по исследуемым моделям ГПЗ  $N_{\text{ГПЗ}}(P)$  и геодезическим высотам  $h_{\text{GPS}}(P)$  [8]:

$$H_{\text{модельн.}}(P) = h_{\text{GPS}}(P) - N_{\text{ГПЗ}}(P). \quad (2)$$

Оценка точности модели ГПЗ выполнялась по расхождениям значений моделируемых величин (нормальных высот) со значениями тех же величин, непосредственно полученными по результатам классических нивелирных измерений:

$$\Delta H(P) = H_{\text{класс.}}(P) - H_{\text{модельн.}}(P). \quad (3)$$

Для построения непрерывной поверхности значений нормальных высот использовался метод интерполяции «Топо в Растр» в программном комплексе ArcGIS, исследование и выбор которого проведены авторами ранее в работе [9].

### 3. Результаты

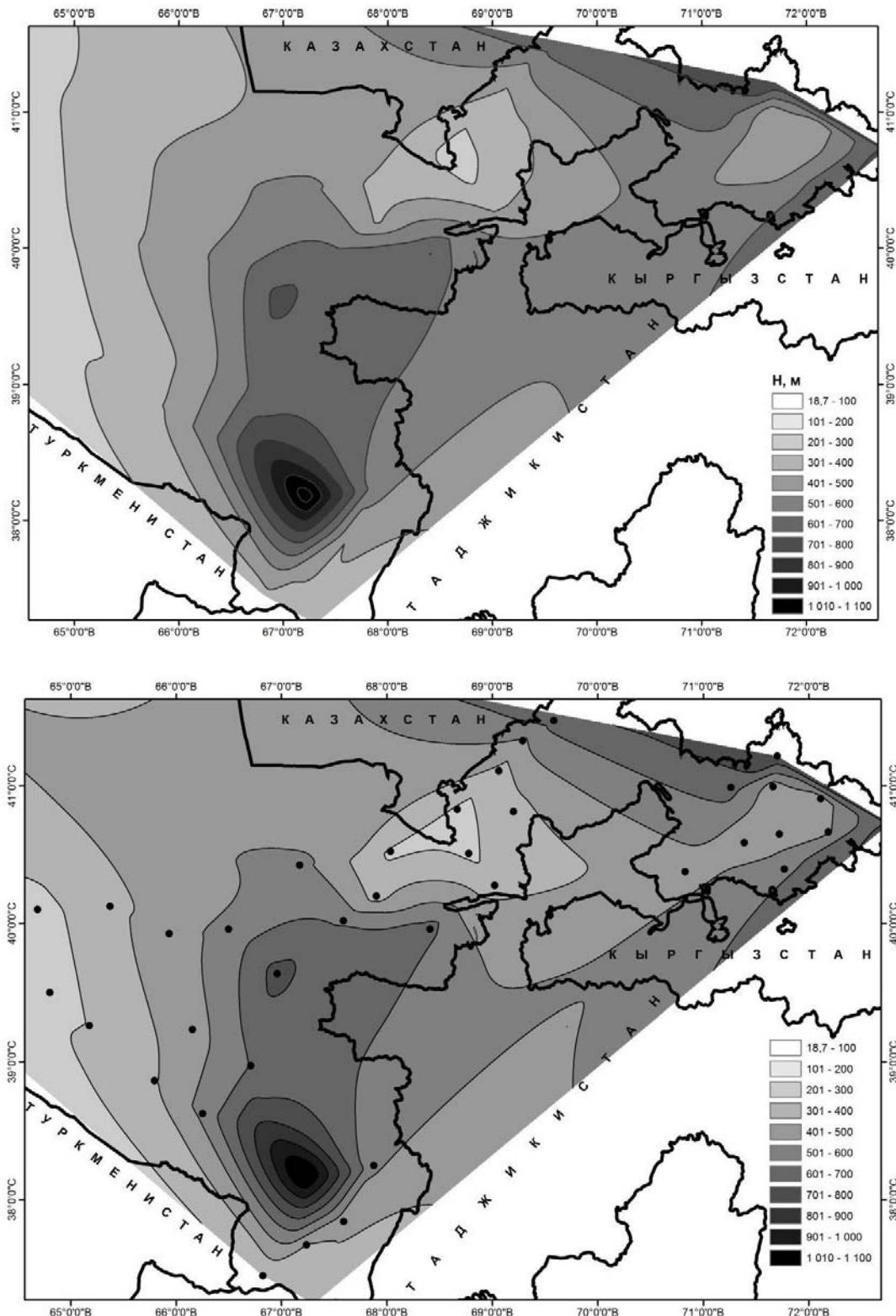
В таблице 1 приведена статистика для разности  $\Delta H(P)$  между значениями нормальных высот, вычисленных по моделям ГМ EGM2008, EIGEN-6C4, GAO2012 и ГНСС-измерениям и определенных с помощью классического нивелирования.

**Таблица 1.** Статистические данные разности нормальных высот, вычисленных по спутниковым измерениям и определенных методами классического нивелирования

Модель ГПЗ	Минимум, м	Максимум, м	Среднее, м	СКО, м
EGM2008	-31,63	94,88	3,71	18,95
EIGEN-6C4	-31,58	94,62	3,90	19,14
GAO2012	-31,56	94,98	4,00	19,25

На рис. 2 представлены изолинии значений нормальных высот с шагом 50 м, определенных классическим нивелированием (сверху) и по спутниковым измерениям (снизу). Для пунктов геодезической сети значения нормальных высот колеблются в пределах от 71 м до 1159 м для всех моделей ГПЗ и в интервале от 61 м до 1175 м для классических данных. Для станций BAUD (Баяут), DUS1(Дустлик), KOKA (Коканд), SAR1 (Сарасия), ZAAM (Заамин) получены расхождения между модельными и измеренными нормальными высотами от 35 м до 94 м. Для станции ZAR1 (Заравшан), расположенной в центральной части исследуемой территории, разность нормальных высот составила исключительное значение равное -197 м. Данная станция не учитывалась при статистической оценке. Возможно, на данное расхождение модельных и реальных измерений повлияла недостаточная плотность исходных данных классического нивелирования и, соответственно, низкая точность определения интерполяционных величин для данного пункта (рис. 1). Другим фактором, повлиявшим на разность значений высот, безусловно, является рельефная особенность региона, включающая горные массивы. Следует отметить, что и спутниковая геодезическая сеть имеет недостаточную плотность как в западной части Республики, так и в горных районах, т.к. первоначально развитие сети проводилось только в густонаселенных районах страны для обеспечения нужд кадастра и землепользования. По результатам среднеквадратического отклонения для всех рассматриваемых моделей ГМ (EGM2008, EIGEN-6C4, GAO2012) можно сделать предварительный вывод, что рассмотренные ГМ не уступают друг другу по точно-

сти и могут считаться равноценными кандидатами на определение предварительного геоида республики.



**Рис. 2.** Изолинии значений нормальных высот, определенные методами классического нивелирования (вверху) и вычисленными по данным модели EGM2008 и GPS-измерениям (внизу).

## **Заключение**

Результаты сравнения значений нормальных высот, вычисленных на основе современных глобальных моделей гравитационного поля Земли EGM2008, EIGEN-6C4, GAO2012 и данных классического нивелирования на территории Республики Узбекистан показали, что:

1. По своей точности глобальные модели EGM2008, EIGEN-6C4, GAO2012 не уступают друг другу и могут считаться равноценными кандидатами на определение предварительного геоида республики.

2. Необходимым условием для замены дорогостоящего и трудоемкого геометрического нивелирования спутниковым ГЛОНАСС/GPS- нивелированием является уплотнение локальных сетей и проведение детальных исследований в горных районах Узбекистана с привлечением дополнительной информации (т.к. гравиметрические измерения).

3. Расчеты выполнены относительно глобального эллипсоида WGS-84, но для построения более точной модели геоида Узбекистана необходимо должен быть определены параметры лучшего эллипса для данной территории с привлечением данных о территории сопредельных государств.

## **Литература**

1. «О мерах по реализации инвестиционного проекта «Создание Национальной географической информационной системы». Постановление Президента РУз № 2045 от 25.09. 2013.
2. Непоклонов В.Б. Об использовании новых моделей гравитационного поля Земли в автоматизированных технологиях изысканий и проектирования //Автоматизированные технологии изысканий и проектирования. 2009. № 3. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.credo-dialogue.com/journal.aspx>
3. Дмитренко А.П. Современные трансформации определения геоида: монография. – Кривой Рог: Минерал, 2012. – 218 с.
4. Fazilova D.SH, Magdiev H.N. Creation a State GNSS network as a basic component of the National Geographic Information System of Uzbekistan // Вестник Кыргызского государственного университета строительства, транспорта и архитектуры: матер. 10-й Центральноазиатской ГИС конференции 28–30 апреля 2016. – Бишкек, 2016. 3 (53). С. 207-214.
5. Drewes, H., Kuglitsch, F., Adam, J., Rozsa, S. // The International Gravimetric Bureau. Journal of Geodesy, 2016, Vol. 90 (10), 1186-1190.
6. Barthelmes, F. and Köhler, W. International Centre for Global Earth Models (ICGEM), in: Drewes, H., Kuglitsch, F., Adám, J. et al. The Geodesists Handbook 2016 // Journal of Geodesy, 2016, Vol. 90, No.10, 907-1205.
7. Heiskanen, W.A. and Moritz, H. Physical Geodesy – San Francisco: W.H. Freeman, 1967.
8. Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H. and Collins, J. Global Positioning System. Theory and Practice, 3rd Edition – New York: Springer-Verlag, 2001.
9. Fazilova D., Magdiev H. Comparative study of interpolation methods in development of local geoid // International Journal of Geoinformatics, 2018, V. 14, No. 1, 29–33.

## **DETERMINATION OF LOCAL GEIODE FOR UZBEKISTAN**

**Fazilova D.Sh.<sup>1</sup>, Magdiev H.N.<sup>2</sup>, Skurihina E.A.<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Ulugh Beg Astronomical Institute of Uzbek Academy of Sciences, Tashkent, Uzbekistan*

<sup>2</sup>*The State Committee of the Republic of Uzbekistan on Land Resources, Geodesy, Cartography and State Cadaster, Tashkent, Uzbekistan*

<sup>3</sup>*Institute of Applied Astronomy of Russian Academy of Sciences, Sankt-Petersburg, Russia*

A comparative analysis of the normal heights obtained using modern global models (GM) of the gravitational field of the Earth EGM2008, EIGEN-6C4, GAO2012 and GNSS measurements with the results of classical leveling for the territory of the Republic of Uzbekistan has been carried out. It was

shown that the considered GM are not inferior to each other in accuracy and can be considered equivalent candidates for the definition of a preliminary geoid of the republic. The difference between the model and measured normal altitudes is between 31 m and 94 m with a standard deviation of 18 m. To build a refined model of the region's geoid, especially in the western part of the republic and in mountainous areas, GM data should be used in conjunction with additional gravimetric measurements and subject to the creation of a denser geodetic network.

## **НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗУЧЕНИЯ ДЛИТЕЛЬНЫХ РЯДОВ АСТРООПТИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ В ПОЛТАВЕ**

**Халявина Л.Я., Заливадный Н.М.**

*Полтавская гравиметрическая обсерватория НАН Украины, Полтава, Украина*

*Представлены основные геодинамические характеристики, полученные из анализа 55-летнего ряда наблюдений широты Полтавы (1962–2017) с призменной астролябией. Ряд ревизован с учетом новых каталогов (ARIHIP, Tucho-2, HIP2), теории прецессии-нутации (IAU 2000/2006) и уточненной модели инструментальных погрешностей астролябии. Изучена структура вариаций широты Полтавы в широком спектральном диапазоне; реконструированы декадные вариации направления силы тяжести (НСТ) на пункте Полтава; рассмотрена 12-летняя неполярная цикличность, которая коррелирует с индексом солнечной активности на уровне  $K = -0.7$ ; сопоставлены меридиональные смещения НСТ из наблюдений на астролябии и локальные горизонтальные смещения земной коры по данным GPS-наблюдений в Полтаве за период 2002–2013 гг. Полученные из анализа ряда геодинамические параметры дополняют картину геодинамических процессов, вызывающих изменения НСТ и региональную тектонику.*

### **1. Введение**

Аstromетрические наблюдения за изменениями координат пунктов являются важным источником геодинамической информации. В XX веке международная сеть астрооптических наблюдений обеспечивала данными о параметрах вращения Земли, которые стали основой современной модели движения полюса Земли С01 для интервала 1900–1992 гг. [1].

Научная значимость наземных аstromетрических наблюдений в постклассическую эпоху обозначена в резолюции комиссии № 19 XXI ассамблеи МАС (Буэнос-Айрес, 1991 г.), где указано, что астрооптические ряды являются источником данных о вариациях локального направления силы тяжести (НСТ).

Длительные аstromетрические ряды стали объектом многочисленных исследований с целью изучения неизвестных ранее геофизических и геодинамических эффектов. Например, выявлены низкочастотные закономерности изменений амплитуды и фазы чандлеровского колебания полюса, а также скорости вращения Земли [2–3]; установлена зависимость глобальных геодинамических параметров и вариаций НСТ от солнечной активности [4–6]; обнаружено аномальное поведение локальных отвесов обсерваторий, расположенных вблизи эпицентров мощных землетрясений [7–8].

Поведение локальных отвесов в сейсмоопасных зонах может оказаться важным индикатором при прогнозе землетрясений. В Китае эта задача решается на проектном уровне: теоретическое обоснование задач мониторинга НСТ, совмещающего наземную аstromетрию и гравиметрические сети [9], и разработка инструментов на современной технологической базе – цифровой зенитной трубы [10]. Профессор Ли образно сформулировал задачу так: «Повернем телескоп, чтобы взглянуть в недра» [9]. Задачу мониторинга локального отвеса системно решают и в Чехии: с 2007 года функционирует модернизированная зенитная труба вблизи от криогенного гравиметра [11].

В Полтавской гравиметрической обсерватории (ПГО) аstromетрические наблюдения продолжались до недавнего времени: на призменной астролябии до 2017 г., на зенит-телескопе ЗТЛ-180 – до 2014 г. С 2006 г. целью аstromетрических наблюдений было изучение вариаций НСТ.

Представлены результаты изучения геодинамических параметров по данным ряда наблюдений с призменной астролябией и некоторых других инструментов.

## 2. Структурный анализ широтного ряда по наблюдениям на астролябии

Ряд наблюдений широты с призменной астролябией (1962–2017 гг.) обработан с использованием уточненных каталогов звезд ARIHIP, Tycho-2, HIP, HIP2, с учетом современной теории прецессии-нutationи IAU2000/2006, а также усовершенствованной методики контроля стабильности инструментальной системы астролябии [13].

Для определения структуры ряда широты  $\varphi[n]$ , размерности  $n$  с дискретностью 0.05 г., был апробирован метод определения параметров  $s$  гармонических составляющих непосредственно из решения системы уравнений вида:

$$\varphi[n] = \sum_{k=1}^s h_k z_k^{n-1} + r[n], \quad (1)$$

где  $h_k = A_k \exp(i\psi_k)$  – комплексная амплитуда компоненты;  $z_k = \exp[-(\alpha_k + i\omega_k)t]$ ; параметры:  $A_k$  – амплитуда,  $T_k = 2\pi/\omega_k$  – период,  $\psi_k$  – начальная фаза,  $\alpha_k$  – коэффициент затухания амплитуды  $k$ -ой компоненты;  $r[n]$  – случайные погрешности наблюдений.

Для оценивания параметров составляющих системы уравнений (1) разработан алгоритм рекуррентного уравнивания для нелинейных систем, позволяющий находить не только искомые параметры, но и изучать динамику их изменения.

В таблице 1 представлены параметры главных компонент – чандлеровой и годовой, а также 12-летней, полученных для ряда наблюдений на астролябии и полярной составляющей, вычисленной на основе модели IERS C01.

Таблица 1.

Главные компоненты вариаций широты Полтавы (1962–2017)					
Модель IERS C01			Астролябия		
Период	Амплитуда	Фаза	Период	Амплитуда	Фаза
432.76 <sup>d</sup> ± .15	0.144" ± .003	26.40 <sup>0</sup> ± .05	432.46 <sup>d</sup> ± .21	0.125" ± .004	18.96 <sup>0</sup> ± .07
365.20 <sup>d</sup> ± .08	0.090" ± .002	242.89 <sup>0</sup> ± .04	365.20 <sup>d</sup> ± .12	0.091" ± .003	242.01 <sup>0</sup> ± .06
12.37 <sup>y</sup> ± .30	0.007" ± .001	98.31 <sup>0</sup> ± .38	12.24 <sup>y</sup> ± .20	0.022" ± .003	100.54 <sup>0</sup> ± .26

Параметры  $T$ ,  $A$ ,  $\psi$  главных компонент движения полюса, полученные из анализа эмпирического и эталонного рядов, хорошо согласуются между собой, что говорит об удовлетворительном качестве нашего ряда.

Амплитуда 12-летней цикличности в реальных вариациях широты Полтавы превосходит в 3 раза амплитуду компоненты полярной проекции. Следует ожидать наличия такой же цикличности в неполярных смещениях зенита Полтавы.

## 3. Медленные смещения локального направления силы тяжести в Полтаве

Данные об изменениях локального НСТ содержатся в неполярных вариациях зенита обсерватории, полученных из астрометрических наблюдений. Меридиональная неполярная составляющая:

$$DZ[n] = \varphi[n] - x[n] \cos \lambda + y[n] \sin \lambda, \quad (2)$$

где  $x[n]$ ,  $y[n]$  – значения координат полюса (модель C01 EOP [1]);  $\lambda$  – долгота станции.

Низкочастотные смещения зенита принято отождествлять с вариациями отвесной линии. Для исключения влияния межгодовых флуктуаций сезонных погрешностей, отсекаются составляющие ряда  $DZ[n]$  с периодами меньшими 6 лет, что достигается сглаживанием по методу скользящего среднего (МСС) с шириной окна  $W = 6$  лет. Де-

кадные составляющие получают путем сглаживания ряда  $DZ[n]$  с окном  $W = 12$  лет [13].

Результаты реконструкции декадных изменений НСТ в Полтаве на основе комбинации рядов наблюдений на астролябии и зенит-телескопе, представлены в работах [12, 13]. Использование данных наблюдений на двух разнотипных инструментах, показало объективный характер декадных вариаций линии отвеса. Но в додекадном диапазоне  $6 \div 12$  лет различия кривых НСТ для двух инструментов порой достигают  $0.04''$ , что указывает на ограниченность точности значений НСТ, определяемых из астрооптических наблюдений.

На рисунках 1(а, б) представлены вариации НСТ, полученные по наблюдениям на астролябии (кривая ZA6 – в додекадной области спектра, кривая ZAL – в декадной). Также отображены соответствующие нормализованные графики вариаций солнечной активности (СА). Кривая SAI (рис. 1а) фактически совпадает с 11-летним циклом СА, а кривая SAL (рис. 1б) представляет декадную компоненту СА.

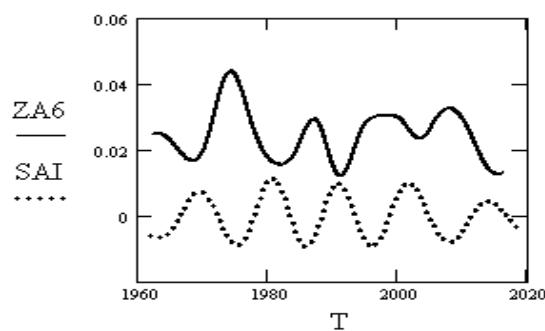


Рис. 1(а).

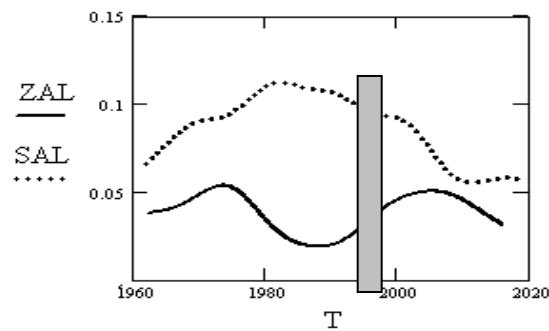


Рис. 1(б).

Вариации ZA6 асинхронны 11-летнему индексу СА – SAI. Возрастание СА сопровождается смещением зенита Полтавы к югу. Фазовая зависимость ZA6 и SAI устойчива для  $20 \div 24$  циклов СА;  $\text{corr}(ZA6, SAI) = -0.69$ . Коэффициент кросс-корреляции циклическостей ZA6 и SAI достигает максимального по модулю значения 0.8 при сдвиге кривых во времени на 0.35 г., причем смещения зенита ZA6 запаздывают относительно процесса SAI. Этот результат согласуется с гипотезой о механизме воздействия солнечной активности на изменения глобального и локального гравитационного поля [6].

Подобным образом соотносятся декадные компоненты ZAL и SAL (рис. 1б), но запаздывание смещений НСТ во времени составляет 5–6 лет.

Похожая зависимость от индексов СА (SAI и SAL) отмечается для полярных вариаций широты Полтавы FP6 и FPL, полученных на основе модели C01 IERS (рис. 2а,б).

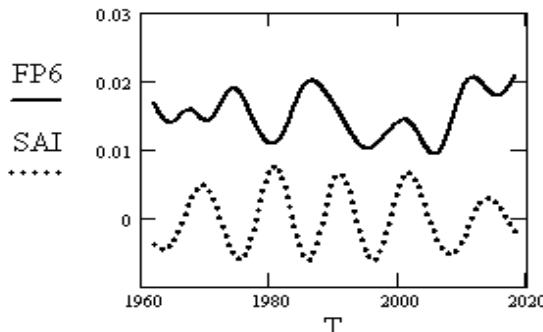


Рис. 2(а).

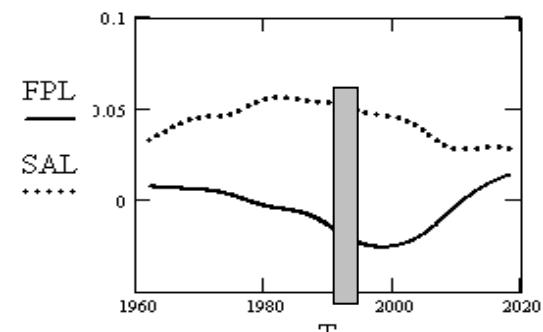


Рис. 2(б).

Но в отличие от неполярной составляющей ZA6 фаза полярных вариаций FP6 нестабильна, амплитуда меньше в 2 раза. Запаздывание декадной компоненты FPL относительно кривой SAL увеличивается до  $\sim 15$  лет.

Отметим, что кривые FP6 и FPL – это проекции медленных колебаний полюса на меридиан Полтавы ( $\lambda = 34^{\circ}34'E$ ). Они близки по форме колебаниям Марковица (КМ), максимальные проекции которых приходятся на меридианы  $\lambda = 32^{\circ}\div 56^{\circ}E$  [14]. Поэтому параметры 12-летней волны C01 IERS (табл. 1,) хорошо согласуются с параметрами КМ за период 1956–2004 гг. ( $T \approx 15$  лет,  $A = 0.008''$ ) [14].

Приведенные результаты указывают на видимую связь поведения локального отвеса в Полтаве с процессами солнечной активности и движения полюса. Возможная причина усиленного отклика НСТ на глобальные возмущения – особенности геологического строения земной коры Полтавского рифтогенного узла, в окрестностях которого расположена обсерватория [13].

#### 4. Сопоставление смещений зенита Полтавы и локальных движений земной коры по данным GPS-наблюдений

С 2001 г. в ПГО начаты GPS-наблюдения. С 2008 г. полтавской GPS-станции был присвоен статус опорной (класс А).

Данные GPS-наблюдений, представленные на сайте европейской службы EUREF, позволяют получать широкий спектр геодинамической информации, в том числе, и горизонтальные проекции (N – северной, E – восточной) внутриплитных перемещений станции в системе ETRF89 [15]. Эти проекции можно рассматривать как характеристики локальных движений земной коры.

Проведено сопоставление меридиональных компонент смещений земной коры N по данным GPS-наблюдений и смещений зенита Полтавы по наблюдениям на астролябии за период 2002–2013 гг. На рис. 3(а) VN – недельные значения N-компоненты, VNS – сглаженная ( $W = 3$  года) систематическая компонента; на рис. 3(б) DZ – массив мгновенных значений  $DZ_i$ ; DZS – систематическая компонента ( $W = 6$  лет).

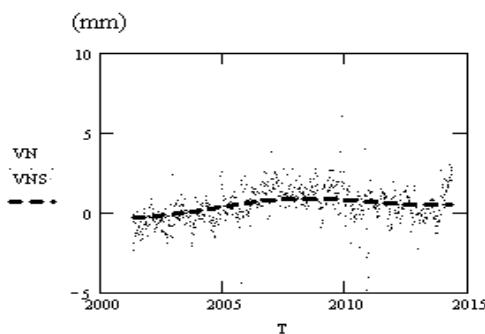


Рис. 3(а).

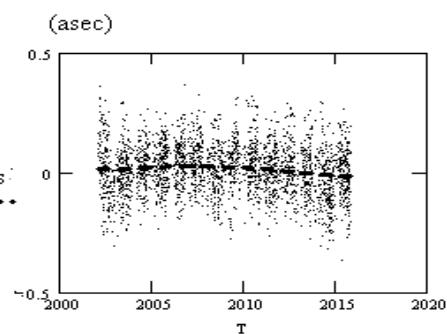


Рис. 3(б).

Сопоставление систематических компонент VNS и DZS приведено на рис. 4. Кривая VNS представлена в реальном масштабе (в мм), а кривая DZS нормализована с помощью масштабного коэффициента ( $0.01'' \times 25$ ).

Поведение трендов рассмотренных геодинамических параметров имеет два общих признака: параболичность и совпадение во времени вершин обеих парабол.

Представим систематические части массивов VN и DZ квадратичной функцией:  $FN = a_0 + a_1(T - T_0) + a_2(T - T_0)^2$ , где  $T$  – время в годах;  $T_0 = 2008.0$ . Это позволит более точно сравнить структуру систематических компонент.

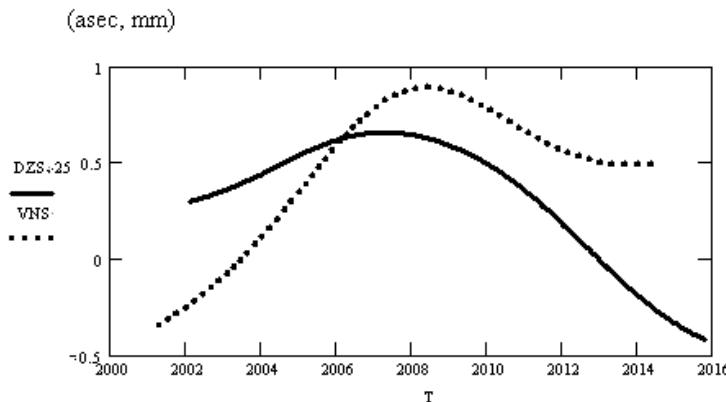


Рис. 4.

Массив DZ масштабирован умножением значений ординат на 25. Значения коэффициентов  $a_1$ ,  $a_2$ , характеризующих систематические изменения массивов VN и DZ, а также критерии значимости Фишера для каждого коэффициента приведены в табл. 2.

Таблица 2.

Ряд	$a_1$	$F_1$	$a_2$	$F_2$
VN	0.087	78.5	-0.33	128.3
DZ×25	-0.022	2.3	-0.25	52.0

Критерий значимости Фишера для коэффициентов  $a_2$  указывает на их безусловную значимость в обоих случаях ( $F = 6.8$ ,  $n > 200$ ,  $\alpha = 0.005$ ). При заданном масштабировании значения  $a_2$  формально почти совпадают. Коэффициенты  $a_1$ , характеризующие линейные тренды рядов, наоборот, имеют противоположные знаки.

Очевидно, что квадратичная часть смещений зенита обусловлена влиянием солнечной активности во второй половине 23-го цикла (2002–2009 гг.) и в начале 24-го (2009–2014). Синхронное поведение нелинейных смещений зенита DZS и движения земной коры VNS в направлении меридиана можно интерпретировать как реакцию на некоторые возмущения гравитационной природы, обусловленные влиянием солнечной активности.

### Заключение

Определение геодинамических параметров из анализа ряда наблюдений на астролябии в Полтаве на интервале 1962–2017 гг. показало следующее.

1. Значения главных компонент полярного движения хорошо согласуются с данными модели C01 IERS, что говорит об удовлетворительном качестве ряда.

2. Медленные смещения локального отвеса содержат нелинейную трендовую часть и устойчивую 12-летнюю цикличность, коррелированную с главным циклом солнечной активности. Реальность вариаций направления силы тяжести подтверждается данными наблюдений на других инструментах.

3. Характер поведения локального отвеса и смещений земной коры в Полтаве демонстрирует видимую связь локального гравитационного поля с процессами солнечной активности и движения полюса. Это позволяет предположить, что СА управляет возмущениями глобальных геодинамических процессов, которые в идентичной форме проявляются в движении полюса и изменениях локального отвеса в Полтаве.

### **Литература**

1. <http://hpiers.obspm.fr/iers/eop/eopc01/eopc01.1900-now.dat>
2. *Миллер Н.О.* Тонкая структура и параметры чандлеровского движения полюса // Известия ГАО в Пулково, № 220. 2013. С. 125-130.
3. *Горшков В.Л.* Исследование шестилетних вариаций скорости вращения Земли // Известия ГАО в Пулково, № 219. 2009. С. 67-72.
4. *V.L. Gorschkov, N.O. Miller, and M.V. Vorotkov.* Manifestation of Solar and Geodynamic Activity in the Dynamics of the Earth's Rotation // Geomagnetism and Aeronomy, 2012, Vol. 52, N 7, pp. 944-952.
5. *Zalivadnyi N.M., Khalyavina L.Ya., Borisyuk T.Ye.* Search of traces of geophysical phenomena in series of determinations of latitude changes with a Danjon astrolabe in Poltava // Odessa astr. publ., 2007, vol. 20, part 1. P. 233– 234.
6. *Chapanov Ya., J. Vondrák, and C. Ron.* Oscillations of the local verticals due to solar activity cycles, EGU 2010, Vienna, 02–07 May 2010.  
<http://meetingorganizer.copernicus.org/EGU2010/EGU2010-6514-1.pdf>
7. *H.Hu J. Vondrák, Y.J. Su.* Anomalies of astronomical time-latitude residuals at YAO before Wenchuan earthquake // Proc. Journées 2013. P. 220-221.
8. *Литвиненко Е.А.* Аномальные изменения широты и их связь с землетрясениями, по наблюдениям на фотографической зенитной трубе / Сб. "Астрофотография в исследованиях Вселенной". СПб, 1992, с. 312-314.
9. *Zhengxin Li.* New role of ground astrometry in space era // Repot, Kiev. July 17, 2014.
10. *Lili Tian, Jinyun Guo, Yanben Han et al.* Digital Zenith telescope prototype China // China Science Bull., 2014, vol.59, is. 1983.
11. *C. Ron, V. Stefska, J. Vondrák.* The Deflection of Local Vertical from the New CCD Zenith Tube at Ondrejov observatory // Geophysical Reserch Abstracts, 2009, Vol. 11, EGU2009-12883.
12. *Халявина Л.Я.* Интерпретация смещений отвесной линии в меридиане Полтавы по данным астрометрических наблюдений // Известия ГАО в Пулково, № 220. 2013. С. 155-160.
13. *Халявина Л.Я.* Декадные смещения локального отвеса на пункте Полтава по данным астрометрических наблюдений широты // Апробация. 2014. N 10(25). С. 98-103.
14. *Горшков В.Л.* Связь низкочастотных вариаций полюса Земли с Северо-Атлантическим колебанием // Астрон. Вестник. 2007.41, № 1. С.0-76.
15. [ww.epnccboma.be/\\_dataproducts/timeseriesanalysis/](http://www.epnccboma.be/_dataproducts/timeseriesanalysis/)

### **SOME RESULTS OF THE STUDY OF LONG-TERM SERIES OF ASTROOPTIC OBSERVATIONS IN POLTAVA**

**Khalyavina L.Ya., Zalivadny N.M.**  
Poltava Gravimetric Observatory NASU, Ukraine

The main geodynamic effects found on the basis of a 55-year series of observations of the latitude of Poltava (1962–2017) with a prism astrolabe are presented. The series was revised to take into account new catalogs (ARIHIP, Tycho-2, HIP2), theory of nutation precession (IAU 2000/2006), and a refined model of instrumental astrolabe errors. The structure of variations in the latitude of Poltava in a wide spectral range was studied; decadal variations of the local vertical (LV) at the point Poltava were reconstructed; the 12-year non-polar cyclicity is considered, which correlates with the solar activity index at the level  $K = -0.7$ . The changes in the LV from observations of the astrolabe and local horizontal displacements of the Earth's crust from GPS-observations are compared according. The empirical facts obtained from the analysis of a series complete the picture of geodynamic processes causing changes in the LV and regional tectonics.

## **Секция 3**

# **ЭФЕМЕРИДНАЯ АСТРОНОМИЯ, КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ЭКЗОПЛАНЕТНЫХ СИСТЕМ**



## АРХИВ ИЗОБРАЖЕНИЙ ЯРКИХ КОМЕТ, ПОЛУЧЕННЫХ НА ЗВЕНИГОРОДСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ ИНАСАН

**Барабанов С.И., Постникова Е.С., Верещагин С.В.**

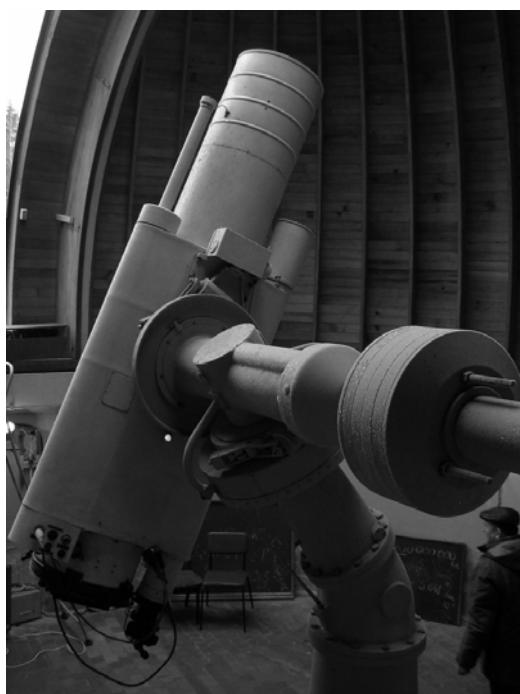
*Институт астрономии РАН, Москва, Россия*

*Представлено описание архива сканов фотопластинок с изображениями ярких комет, пролетавших вблизи Земли в конце прошедшего столетия. Наблюдения проводились на астрографе Цейсс-400/2000 Звенигородской обсерватории Института астрономии РАН (ИНАСАН). Основная часть архива включает изображения ярких комет: Ирас-Араки-Алькока, Галлея, Хякутаке, Хейла-Боппа, Когоутека. Изображения получены на широком интервале экспозиций от менее 1-й минуты для астрометрии до часа (заметно множество деталей газовых струй и пыли) для фотометрии и астрофизических исследований. Размеры комет на некоторых пластинах достигают 6.3° (23 см). Некоторые из изображений представляют интерес для исследователей физики процессов потери вещества ядром и процессов газовой динамики по деталям. Особую ценность представляет многодневные ряды наблюдений, позволяющий проследить суточные изменения деталей хвоста и его размеров (иногда составляющих около 1 градуса в сутки). На многих сканах хорошо различимы детали хвостов комет, в том числе отдельные струи, вихри и т.п. Архив изображений находится в свободном доступе.*

### 1. Введение

Архив пластинок был создан усилиями наблюдателей Звенигородской обсерватории ИНАСАН [1] в период 1972–2005 гг. В основном наблюдались звезды поля, но значительную часть стеклотеки составляют пластиинки с изображениями астероидов и комет. На Звенигородской обсерватории выполнена работа по созданию электронной библиотеки астронегативов, хранящихся в архиве обсерватории. Работа проводилась в рамках международного сотрудничества. Для оцифровки «стеклянного архива» использованы сканеры Epson Expression 1640XL.

### 2. Характеристики телескопа



**Рис. 1.** 40-санитметровый астрограф Карла Цейса на ломаной монтировке ( $F = 206$  см, предельная величина до  $18^m$ ).

Наблюдения комет проводились на астрографе Zeiss-400 ([2], рис. 1). Телескоп имеет широкое поле зрения, равное  $8 \times 8^\circ$  ( $30 \times 30$  см, масштаб  $100''/\text{мм}$ ). Такое поле зрения позволяет фотографировать длинные хвосты комет.

### **3. Цифровой архив**

Пластинки сканированы в формате низкого разрешения, и по необходимости могут быть отсканированы в формате высокого разрешения. Всего в архиве около 4500 фотопластинок (3703 из них отсканированы), информация о кометах составляет около 10%. Для большинства пластинок проницающая звездная величина равна  $16,5^m$ . Полученные изображения каталогизированы в соответствии с требованиями Центра обработки данных в Софии [3, 4]. Изучение кометных ядер и хвостов ведётся по снимкам. Поэтому особую ценность представляют архивы наблюдений больших комет на длительных интервалах времени. Большое количество снимков, чёткость полученных изображений и протяжённость наблюдений по времени помогают увеличить точность измерений координат, а также проследить возможные вспышки яркости, изменения различных образований и неоднородностей в хвостах комет. Тем самым можно рассчитывать получить по нашему архиву более достоверные сведения о кометах, оценить потерю её массы и других процессах.

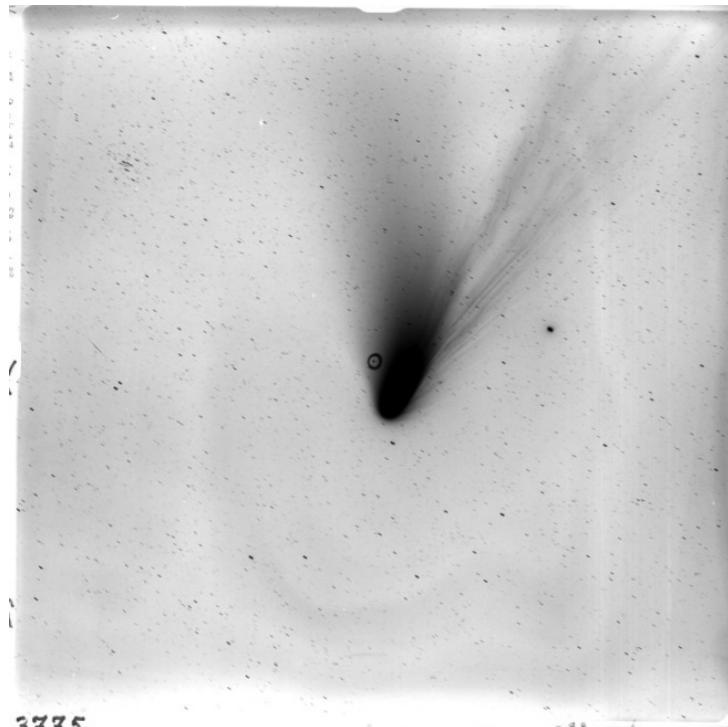
### **4. Наблюдения комет**

Кометы представляют интерес для исследователя по ряду причин. Например, по наблюдаемым морфологическим особенностям и их наблюдаемым изменениям, возможностью наблюдать нестационарные процессы, и возможностям изучать особенности их реликтового происхождения из протопланетного облака. На Звенигородской обсерватории наблюдения комет проводились для определения координат и уточнения орбит, а также и для изучения морфологии хвоста и его изменений со временем. Астрограф позволяет получать координаты ядра кометы с точностью  $3-5''$ . Для этого используется цепочка из 5 экспозиций с выбором оптимального звездообразного изображения, удобного для измерений. При проведении наблюдений пластиинка ориентировалась так, чтобы хвост располагался по диагонали, а звезда гидирования выбиралась около головы кометы. Таким образом, можно было получить изображение хвоста длиной до  $7^\circ$  (25 см). Примеры полученных изображений приведены на рис. 2–5.

С момента наблюдения кометы Галлея (1985) была поставлена задача получать снимки для выявления деталей в хвостах: отрывы, сгущения, завихрения. Эта задача была вполне реализована во время пролета кометы Хейла-Боппа (1986-87).

В основном наблюдения выполнялись для Центра малых планет и Института теоретической астрономии АН СССР (ИТА) с целью каталогизации данных и уточнения орбит.

Отметим, что в некоторых случаях по кометам специально делались снимки с такими временными промежутками, чтобы из двух снимков получалась стереопара. Промежутки времени связаны со скоростью движения кометы по небу и с промежутком между левым и правым глазом. Стереоэффект связан с равенством углового расстояния пройденного кометой и угла, образованного нашими глазами и кометой. Рассматривая два таких снимка, можно обнаружить стереоэффект: комета как бы висит между нами и звездным небом (для этого делаются отпечатки изображений на фотобумаге и подбирается расположение двух отпечатков на плоскости стола).

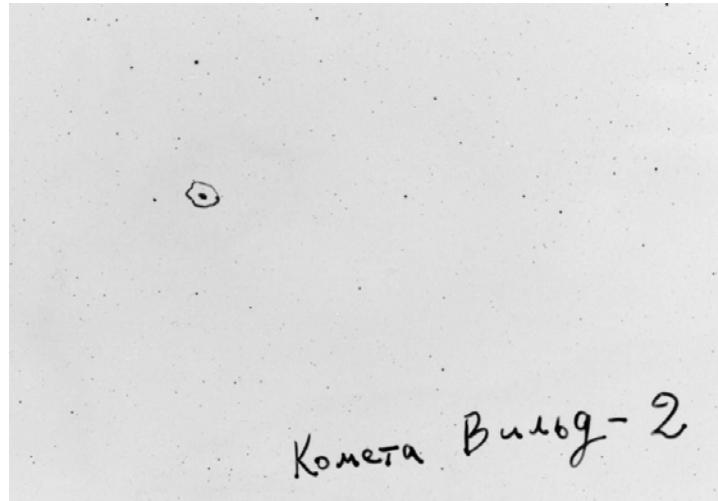


3775

**Рис. 2.** Изображение кометы Хейла-Боппа из нашего архива (пластинка номер 3775, получена 09.04.1997). Комета находится вблизи перигелия, максимальны размеры хвоста (около 20 см, 6 градусов). Хорошо заметны детали в хвосте кометы.



**Рис. 3.** Комета Хякутаке. Автор В.П. Осипенко, снимок получен 04.08.1996. Трассировка была сделана на комету. Длина хвоста 5°. Длинные узкие нити – ионный хвост. Широкий хвост – это пыль.



**Рис. 4.** Фрагмент пластиинки астрографа с изображением кометы 81P / Wild.



**Рис. 5.** Комета Hiakutaki B2 проходит вблизи Полюса Мира. На этом снимке комета Хиакутаки B2 проходит на кратчайшем расстоянии от Полюса Мира (4 градуса). Это заметно по дугам – следы звезд изогнуты и концентричны. Отслеживание производилось по комете (только по прямому восхождению! склонение не менялось). Время экспозиции 15 минут. 27.03.1996. Время UT  $1^{\text{h}}45^{\text{m}}00^{\text{s}}$  -  $2^{\text{h}}00^{\text{m}}00^{\text{s}}$ . Длина хвоста пять градусов. Длинные узкие нити – ионный хвост. Широкий короткий хвост – пылевой. Для определения точных координат на этом снимке сделана также и 10-секундная экспозиция со сдвигом приблизительно на  $1/4$  градуса вверх. Звездообразное изображение ядра видно на северном краю головы кометы первой экспозиции.

##### **5. Список ярких комет, снимки которых имеются в архиве**

Приведем список комет, для которых имеются изображения в нашем архиве: 27P/Crommelin, 81P/Wild, 9P/Tempel 1, Kohoutek, IRAS-Araki-Alcock, 1P/Halley, Hiakutaki B1, Hiakutaki B2, Machholz, Hale-Bopp, Fukuda, Jkeya-Zhang, 21P/Giacobini-Zinner, McNaught Hartley, 122P/de Vico, Levy-Rudenko. Данные об орбитах можно найти

с помощью [5]. Ниже, в таблице 1, помещена дополнительная информация о кометах, исследования которых ведется в обсерватории.

**Таблица 1.** Данные о некоторых кометах.

Название	Код	Количество фотопластинок	Период наблюдений
Шайн-Шалдеха	61P/Shajn-Schaldach	2	с 13.02.1980 по 18.02.1980
Брэдфилда	C/1979 Y1	2	с 11.04.1980 по 15.04.1980
Panther	1980u	4	с 25.02.1981 по 21.04.1981
ИРАС-Араки-Алькока	C/1983 H1	7	с 09.05.1983 по 11.05.1983
Темпеля	9P/Tempel 1	2	с 10.05.1983 по 13.05.1983
Чернис	C/1983 O1	4	с 02.09.1983 по 14.09.1983
Кроммелина	27P/Crommelin	18	с 01.02.1984 по 10.03.1984
Хартли-ИРАС	161P/Hartley-IRAS	10	с 21.03.1984 по 21.05.1984
Шумейкер-LINEAR	146P/Shoemaker-LINEAR	4	с 30.10.1984 по 14.11.1984
Леви-Руденко	C/1984 V1	3	с 24.02.1985 по 27.02.1985
Джакобини-Циннера	21P/Giacobini-Zinner	41	с 14.08.1985 по 18.10.1985
Галлея	1P/Halley	20	с 25.08.1985 по 28.12.1985
Тиле	C/1985 T1	2	с 27.10.1985 по 21.11.1985
Ciffreо	108P/Ciffreо	2	с 22.11.1985 по 08.12.1985
Вильсон	C/1986 P1	5	с 05.09.1986 по 08.12.1986
Брэдфилда	C/1987 P1	3	с 10.11.1987 по 09.12.1987
Макхольца 2	141P/ Machholz 2	8	с 02.09.1994 по 17.10.1994
Брэдфилда	C/1995 Q1	2	с 05.10.1995 по 06.10.1995
Де Вико	122P/DeVico	13	с 05.10.1995 по 28.10.1995
Хякутаке 2	C/1996B2	28	с 14.03.1996 по 15.04.1996
Хейла-Боппа, [6]	C/1995 O1	60	с 17.08.1996 по 29.04.1997
Табур	C/1996 Q1	5	с 10.10.1996 по 12.10.1996
Икэя-Чжана	153P/Ikeya-Zhang	19	с 01.02.2002 по 18.03.2002

## **6. Поиск метеорных потоков, порожденных конкретной кометой**

Кометы из нашего списка приближались к Земле на расстояния вплоть до долей а.е. Особенно близко приближалась комета Хейла-Боппа. Работа с данными о ней начата в [6]. Не для всех комет выявлены метеорные потоки, для которых данная комета может являться родительским телом (малые метеорные потоки и т.п.). Возможно также сама комета может входить в широкие комплексы или ассоциации, включающие астероиды, кометы, метеорные и болидные потоки (например, комплекс Тауриды). Поиски таких ассоциаций и комплексов также является задачей, которую мы решаем при изучении конкретной кометы из нашего списка. Наличие длинных рядов измерений, полученных при сближении комет с Землей, позволяет ставить задачи поиска и исследования метеорных потоков, связанных с выбранной кометой, а также изучить эволюцию этих комплексов малых тел. Изучение рядов изображений отдельных комет предполагается использовать для сопоставления со случаями сближения в пространстве Солнечной системы орбит комет и метеорных потоков. Проблема актуальная для вопросов космической опасности. Продолжение работы позволит провести поиск возможных катастроф в хвостах комет. Потерянные при этом частицы кометы могут достигать земной поверхности.

### **Литература**

1. Звенигородская обсерватория Института астрономии РАН  
[http://www.inasan.ru/divisions/zvenigorod/about\\_zo/](http://www.inasan.ru/divisions/zvenigorod/about_zo/)
2. Звенигородская обсерватория Института астрономии РАН, инструменты  
<http://www.inasan.ru/divisions/zvenigorod/instr/>
3. WIDE-FIELD PLATE DATABASE <http://www.wfpdb.org/>
4. S.V. Vereshchagin, N.V. Chupina. Digital archive of the astrograph plates stored at the INASAN Zvenigorod observatory // Baltic Astronomy, 2012, V. 21, P. 366-370.
5. Генератор эфемерид HORIZONS (англ.), <http://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>
6. Верещагин С.В., Постникова Е.С., Осипенко В.П. Фотографические наблюдения кометы Хейла-Боппа на Звенигородской обсерватории // Астрономический Вестник, 2017, т. 51, № 2, с. 174–181.

### **ARCHIVE OF IMAGES OF BRIGHT COMETS RECEIVED AT THE ZAVENIGOROD OBASURATORY OF INASAN**

**Barabanov S.I., Postnikova E.S., Vereshchagin S.V.**  
*Institute of Astronomy RAS, Moscow, Russia*

The description of the scan archive of photographic plates with images of bright comets flying near the Earth at the end of the last century (Hale-Bopp, Hyakutake, Halley, etc.) is presented. The observations were carried out at multi-day time intervals on the Zeiss-400/2000 astrograph of the Zvenigorod Observatory of the Institute of Astronomy of the Russian Academy of Sciences (INASAN). The details of the tails and the cores are well distinguishable in many frames. The dimensions of the comets on some plates reach 5° (18 cm). Scans of photographic plates are in the public domain. The description of the archive of scans of photographic plates with images of bright comets flying near the Earth at the end of the last century is presented. Observations were carried out on a Zeiss-400/2000 astrograph at the Zvenigorod Observatory of the Institute of Astronomy of the Russian Academy of Sciences (INASAN). The main part of the archive includes images of bright comets: IRAS-Araki-Alcock, Halley, Hiakutaki, Hale-Bopp, Kohoutek. Images were taken over a wide range of exposures from less than 1 minute for astrometry to an hour (many gas jets and dust are noticeable) for photometry and astrophysical research. The dimensions of comets on some plates reach 6.3 ° (23 cm). Some of the images are of interest to researchers of the physics of the process of mass loss by the nucleus and the processes of gas dynamics in detail. Especially important the multi-day series of observations, which allows us to trace changes in the details of the tail and its size (sometimes making up about one degree per day). On many scans, details of the tails of comets are well distinguishable, including the individual jets, vortices, etc. The image archive is freely available.

## СЕМЕЙСТВА АСТЕРОИДОВ В ГРУППЕ КИБЕЛЫ

Виноградова Т.А.

Институт прикладной астрономии РАН, Санкт-Петербург, Россия

Среди астероидов, принадлежащих группе Кибелы, был произведен поиск семейств. Необходимые для этого собственные элементы были вычислены с использованием эмпирического метода. Для идентификации семейств был применен метод, аналогичный методу иерархического кластерного анализа. В настоящее время идентификационный номер присвоен всего двум семействам в этой области: 87 *Sylvia*, 909 *Ulla*, существование которых не подлежит сомнению. Благодаря использованию всех имеющихся на настоящий момент астероидов нам удалось обнаружить дополнительно 8 возможных семейств: 3141 *Buchar*, 121 *Hermione*, 643 *Scheherezade*, 1028 *Lydina*, 1390 *Abastumani*, 522 *Helga*, 3092 *Herodotus*, 466 *Tisiphone*. Для всех найденных семейств определен их таксономический состав и вычислено среднее альбедо.

### 1. Введение

Семейства астероидов представляют собой популяции астероидов, возникшие в результате столкновения и дробления астероидов. Первые семейства были открыты К. Хирамой [1] в 1918 г. С тех пор количество обнаруженных семейств неуклонно возрастало. Современный список, опубликованный в работе [2], включает 120 семейств. Этот список включает надежно определенные семейства, найденные разными авторами.

Для поиска семейств используются собственные элементы, такие как наклон, эксцентриситет, большая полуось. Эти элементы получают после исключения из оскулирующих элементов короткопериодических и долгопериодических возмущений. Оскулирующие элементы испытывают периодические осцилляции с достаточно большой амплитудой, и поэтому их невозможно использовать для поиска семейств астероидов. Только в случае очень молодых семейств, элементы орбит которых, за исключением средней аномалии, не подверглись еще значительным изменениям, эти элементы могут быть использованы.

Существуют разные методы вычисления собственных элементов: аналитические, численные, эмпирические. Современные методы используют численное интегрирование уравнений движения астероидов на очень больших промежутках времени в сотни тысяч и миллионы лет с последующим Фурье-анализом полученных результатов.

Принято обозначать найденное семейство по имени астероида с наименьшим порядковым номером среди членов семейства. Но при разных исходных данных в качестве главного астероида могут быть найдены разные астероиды. Поэтому в работе [2] было предложено присвоить надежно определенным семействам, в существовании которых нет сомнений, идентификационный номер. В группе Кибелы такой номер получили только два семейства 87 *Sylvia* и 909 *Ulla*.

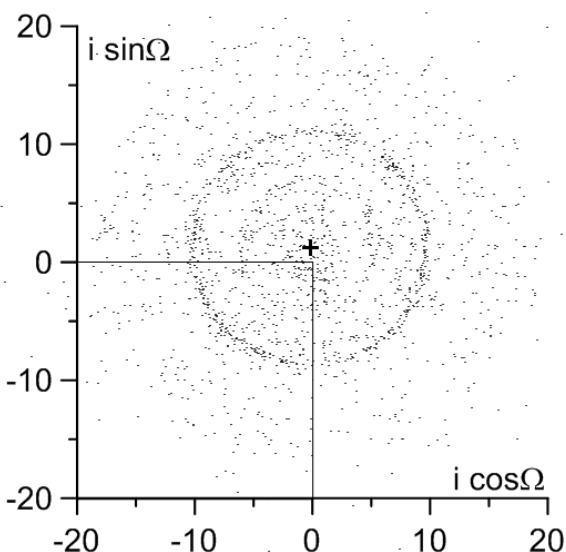
В предлагаемой работе собственные элементы орбит астероидов были вычислены эмпирическим методом, использующим наблюдаемое распределение элементов орбит. Необходимые для вычислений сведения об орbitах и абсолютных звездных величинах астероидов были взяты из каталога элементов орбит MPC (IAU Minor Planet Centre) версии 2018 Сентябрь 25.

### 2. Работа Хирамы 1918 г.

В этом году исполнилось 100 лет с момента опубликования работы К. Хирамы “Группы астероидов, возможно, общего происхождения” [1], в которой он объявил об

открытии первых трех семейств астероидов. В чем заключалась его работа? Хирама выделил в пространстве оскулирующих элементов (наклон, эксцентриситет, большая полуось) несколько плотных скоплений и для каждого из них рассмотрел распределение на плоскости ( $i \cos\Omega$ ,  $i \sin\Omega$ ) и ( $e \cos\omega$ ,  $e \sin\omega$ ). Здесь  $i$  – наклон орбиты,  $\Omega$  – долгота восходящего узла,  $e$  – эксцентриситет,  $\omega$  – долгота перигелия. Он обратил внимание на то, что эти распределения имеют кольцевую форму и объяснил это действием векового возмущения со стороны Юпитера, применив вековую теорию возмущений.

Примерно такое же распределение построено на рис. 1 для всех астероидов группы Кибелы без какого-либо предварительного выделения плотных скоплений. Хорошо заметная кольцевая структура на этом рисунке образована астероидами, принадлежащими крупному семейству 87 Sylvia. Надо сказать, что Хирама в своей работе не вычислял собственные элементы и не использовал термины ‘собственные и вынужденные элементы’, но, тем не менее, принято считать, что идея собственных элементов принадлежит ему. Центр круга на рис. 1, обозначенный крестиком, соответствует вынужденным элементам, наклону и узлу, а расстояние точек от этого центра представляет собой собственный наклон. Астероиды, элементы орбит которых хорошо соответствовали таким кольцевым образованиям, Хирама объявил первыми семействами. Таким образом, можно сказать, что Хирама в своей работе применил два метода: эмпирический и аналитический.



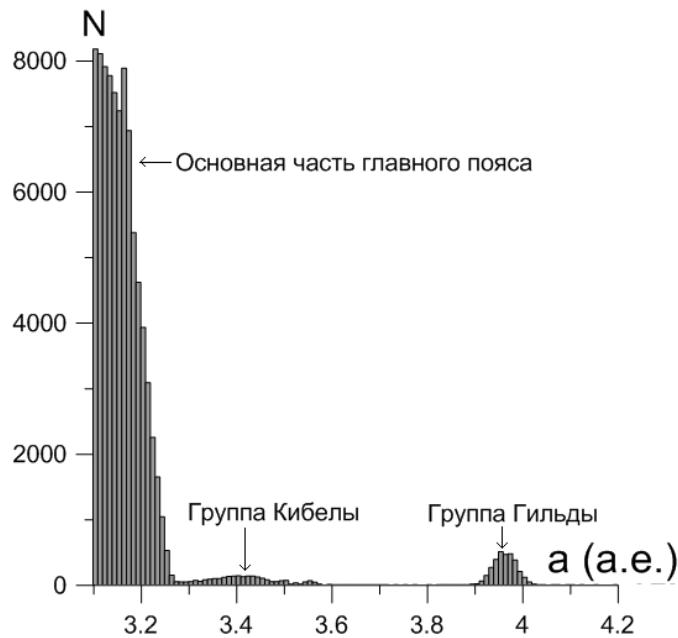
**Рис. 1.** Распределение элементов орбит астероидов группы Кибелы в плоскости ( $i \cos\Omega$ ,  $i \sin\Omega$ ).

Хирама использовал в своей работе орбиты 790 астероидов. Именно для такого количества астероидов были опубликованы элементы орбит в Берлинском астрономическом ежегоднике в 1917 году. В группе Кибелы в то время орбиты были вычислены всего для нескольких астероидов.

### 3. Группа Кибелы

Группа Кибелы представляет собой самую удаленную от Земли область главного пояса астероидов. Группа названа по имени астероида 65 Cybele, имеющего наименьший порядковый номер в этой группе. Этот астероид очень крупный, он находится на восьмом месте в списке самых крупных астероидов главного пояса, его диаметр равен 282 км. Благодаря большому размеру этот астероид был открыт довольно рано, несмотря на удаленность от Земли. Астероиды этой группы находятся на средних расстояниях

от Солнца 3.28–3.70 а.е. С внутренней стороны эта популяция отделена от основной части главного пояса астероидов люком Кирквуда. Этот люк в распределении астероидов по большой полуоси в области 3.28 а.е. объясняется резонансом 2:1 средних движений астероидов и Юпитера. С внешней стороны находится естественная граница главного пояса астероидов, вызванная множественными резонансами и близостью Юпитера. Эти факторы не позволяют выживать астероидам с большой полуосью орбит, превышающей 3.70 а.е. Вплоть до устойчивого резонанса 3:2, около которого сосредоточены астероиды группы Гильды, в этой области наблюдаются только одиночные астероиды.



**Рис. 2.** Положение группы Кибелы в главном поясе астероидов.

Положение группы Кибелы в главном поясе астероидов показано на рис. 2. В настоящее время в этой области обнаружено около 2200 многооппозиционных астероидов. Рис. 2 показывает, что это очень небольшое число в сравнении с количеством астероидов, наблюдавшихся на внутренней стороне резонанса 2:1 около 3.28 а.е.

#### 4. Распределения оскулирующих и собственных элементов орбит астероидов группы Кибелы

В отличие от Хирамы, мы рассматриваем распределения оскулирующих элементов в других плоскостях. Для наклонов орбит такой плоскостью является ( $i$ ,  $\Omega$ ), а для эксцентриситетов ( $e$ ,  $\varpi$ ). Такие распределения для астероидов группы Кибелы на рис. 3 показывают характер классического векового возмущения наклонов орбит (рис. 3а) и эксцентриситетов (рис. 3б). На первом рисунке очень хорошо выделяется на общем фоне синусоида, образованная семейством 87 Sylvia. Орбиты членов семейства представляют собой орбиту родительского тела на разных этапах ее эволюции.

Амплитуды колебаний наклонов и эксцентриситетов, видимые на этих распределениях, соответствуют вынужденным элементам. Метод вычисления вынужденных элементов описан в [3]. Исключение вынужденных элементов из оскулирующих может быть произведен с помощью формулы преобразования координат. Исключение вынужденного наклона означает переход от плоскости эклиптики к вынужденной плоскости, относительно которой орбиты астероидов прецессируют, не изменяя относительно нее своих собственных наклонов. Эволюция эксцентриситетов качественно не отличается

от эволюции наклонов и тоже может быть описана с помощью формулы преобразования координат.

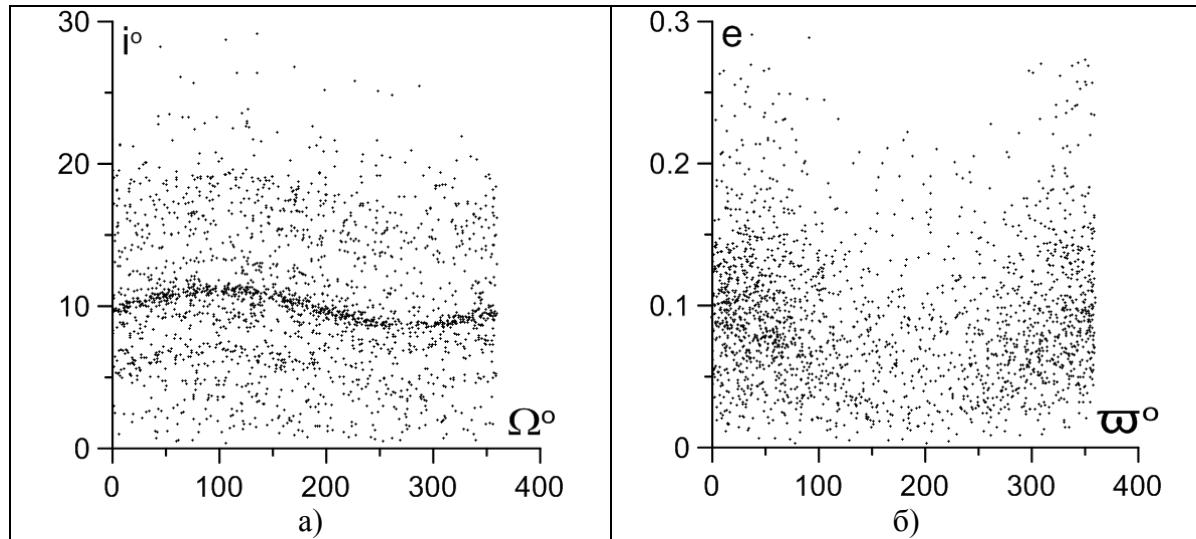


Рис. 3. Распределение оскулирующих элементов орбит астероидов группы Кибелы.

Исключение вынужденных элементов (или вековых возмущений) позволяет получить собственные (proper) элементы  $i_p$  и  $e_p$ . Используемый метод вычисления собственных элементов описан в [4–5]. На рис. 4а показано распределение собственных элементов на плоскости  $(e_p, i_p)$ , а на рис. 4б можно видеть распределение  $(a, i_p)$ . На этих рисунках хорошо заметны несколько концентраций точек. Они хорошо просматриваются на обоих рисунках. Так выглядят на распределениях собственных элементов семейства астероидов, которые необходимо выделить с помощью специальной программы.

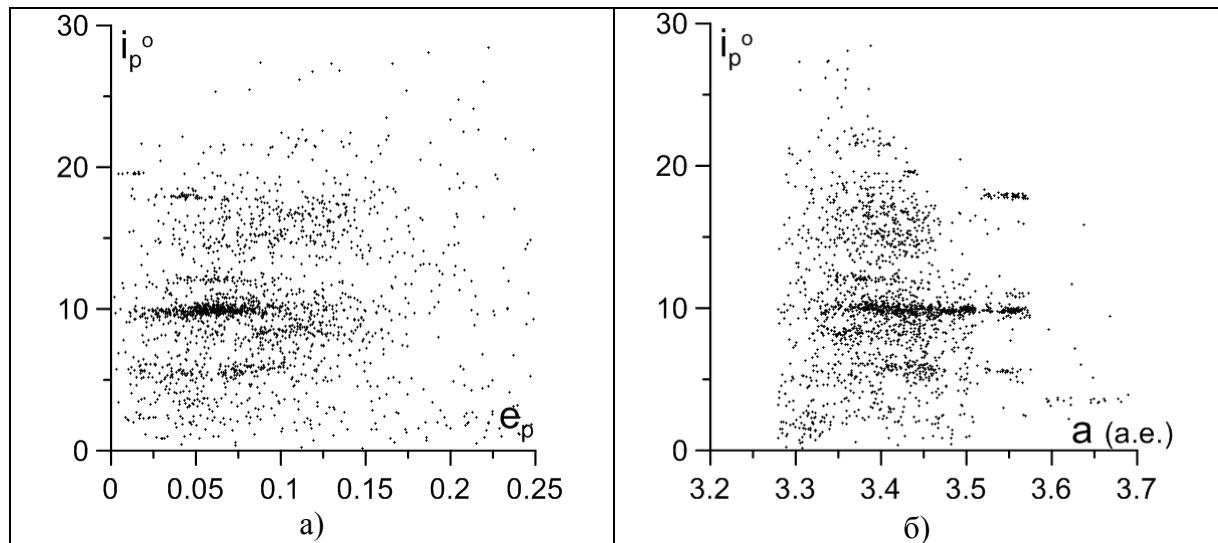


Рис. 4. Распределение собственных элементов орбит астероидов группы Кибелы:  
а)  $(e_p, i_p)$ ; б)  $(a, i_p)$ .

##### 5. Поиск семейств астероидов

Идентификация семейств основывается на поиске плотных скоплений точек в трехмерном пространстве собственных элементов  $(a, i_p, e_p)$ . Используемый в данной

работе метод описан в работах [4–5], он является аналогом иерархического кластерного анализа. В результате были найдены 10 семейств.

Характеристики найденных семейств приведены в таблице 1. В таблице приводятся: имя найденного семейства, диаметр главного астероида семейства, а также, после знака плюс, диаметр тела, составленного из всех остальных астероидов семейства. Численность семейства определена для двух составов населения. Первая ( $N$ ) включает все открытые на настоящий момент астероиды семейства, другая ( $N_{H<15}$ ) только астероиды, абсолютная звездная величина  $H$  которых не превышает значения, до которого все астероиды в главном поясе практически уже открыты, то есть до  $15^m$ .  $D_{cut}$  – интервал заданного расстояния между точками. Tax – таксономический состав семейств, приводятся три самых распространенных таксономических типа и доля астероидов каждого типа от общего числа астероидов с известным спектральным типом в данном семействе, указанного в скобках.  $\Delta a$ ,  $\Delta e_p$ ,  $\Delta i_p$  – интервалы собственных элементов, в которых заключено семейство. С помощью этих интервалов можно легко найти обнаруженные семейства на рис. 4.

**Таблица 1.** Семейства в области Кибелы.

	Name	Diam (км)	$N / N_{H<15}$	$D$ ( $10^{-4}$ )	tax	Алб.	$\Delta a$ (а.е.)	$\Delta e$	$\Delta i$ (град)
1	87 Sylvia	270+214	509/133	70- 260	CXD- 8:1:0(39)	0.06	3.34- 3.57	0.02- 0.11	9.0- 10.9
2	909 Ulla	114+25	41/21	120- 390	C- (3)	0.05	3.52- 3.57	0.04- 0.07	17.7- 18.3
3	3141 Buchar	38+ 38	61/ 21	180- 350	XDC- 4:3:2( 9)	0.07	3.33- 3.45	0.04- 0.10	11.4- 12.6
4	121 Hermione	189+170	151/ 42	190- 370	CDX- 5:4:0(21)	0.06	3.32- 3.56	0.01- 0.11	4.6- 6.8
5	643 Scheherezade	72+57	197/ 99	210- 380	CDX- 6:1:1(28)	0.07	3.30- 3.47	0.05- 0.15	14.0- 18.0
6	1028 Lydina	83+42	76/ 26	210- 260	CDS- 7:2:1( 9)	0.05	3.33- 3.49	0.08- 0.12	7.8- 8.9
7	1390 Abastumani	102+ 9	12/ 3	230- 740	C- ( 2)	0.06	3.43- 3.44	0.00- 0.02	19.5- 19.7
8	3092 Herodotus	33+ 26	15/ 9	250- 330	X- (1)	0.07	3.49- 3.57	0.06- 0.08	10.3- 11.1
9	522 Helga	92+16	15/ 3	310- 680	X- (2)	0.04	3.59- 3.66	0.04- 0.06	3.2- 3.7
10	466 Tisiphone	105+189	33/ 14	520- 860	CPL- 6:1:1(8)	0.06	3.29- 3.42	0.05- 0.16	20.6- 22.6

Как уже было сказано, в настоящее время идентификационный номер FIN (Family Identification Number) присвоен всего двум семействам в этой области: 87 Sylvia (FIN = 603) и 909 Ulla (FIN = 903). Эти два семейства, а также три других, 3092 Herodotus, (522) Helga и (1390) Abastumani, впервые были открыты С. Смирновым и опубликованы в [6–7]. Семь семейств, представленных в таблице, за исключением 1390Abastumani, 3092 Herodotus, 466 Tisiphone, были опубликованы в [8]. Поиск семейств, проведенный в настоящей работе с использованием нового массива собственных элементов, подтверждает существование всех найденных ранее семейств.

Дополнительно было идентифицировано семейство 466 Tisiphone в области больших наклонов.

Семейства астероидов позволяют наблюдать деятельность различных резонансов в этой области. На рис. 4б видно, что семейства 87 Sylvia и 121 Hermione состоят из двух частей, разделенных резонансом 9:5 около 3.52 а.е. Семейства 909 Ulla и 3092 Herodotus находятся в промежутке между резонансами 9:5 и 7:4 (3.58 а.е.). Семейство 522 Helga является самым удаленным в главном поясе астероидов, оно лежит между резонансами 7:4 и 5:3 (3.70 а.е.).

Для получения физических характеристик найденных семейств мы воспользовались данными об альбедо, собранными в базе данных NASA SBN. Наибольший вклад в этой области был внесен спутником WISE, получившим данные об альбедо для более 100 тыс. астероидов. В группе Кибелы альбедо определено для 40% астероидов. Более 90% из этого числа характеризуются низким альбедо  $<0.1$ . Альбедо  $>0.2$  имеют только около 1% астероидов в этой области. Таксономический состав астероидов на таком удалении от Солнца становится довольно однообразным. В основном, здесь наблюдаются астероида C, X, D – типов. Таблица 1 показывает, что семейства астероидов никак не выделяются на общем фоне по своим физическим характеристикам.

### **Литература**

1. Hirayama K. Groups of asteroids probably of common origin // Astron. J., 1918, 31, 185–188.
2. Nesvorný D., Brož M., Carruba V., 2015, Identification and Dynamical Properties of Asteroid Families // in Michel P., DeMeo F., and Bottke W., eds., Asteroids IV. Univ. Arizona Press, Tucson, p. 297.
3. Виноградова Т.А. Вычисление вынужденных элементов орбит астероидов // Труды ИПА РАН, 2011, вып.19, с. 205–210.
4. Виноградова Т.А. Вычисление собственных элементов и поиск семейств среди троянцев // Известия ГАО, 2013, вып.220, с.195—200.
5. Vinogradova T.A. Identification of asteroid families in Trojans and Hildas // MNRAS, 2015, 454, p. 2436-2440.
6. Смирнов С.С. Новые семейства астероидов (522)Helga и (1390) Abastumani // Известия ГАО РАН, 2013, вып. 220, с. 323-328.
7. Смирнов С.С. Новые семейства астероидов во внешней части главного пояса вблизи соизмеримости 9:5 // Известия ГАО РАН, 2006, вып. 218, с. 135-140.
8. Vinogradova T., Shor V. Asteroid families in the Cybele and Hungaria groups // ACM-2014, Abstracts, 2014, p. 588.

## **ASTEROID FAMILIES IN THE CYBELE-GROUP**

**Vinogradova T.A.**

*Institute of Applied Astronomy of RAS, St. Petersburg, Russia*

A search for families was performed among the Cybele-group asteroids. Proper elements were calculated using the empirical method. A method similar to hierarchical clustering method was applied to identify families. Currently, the identification number is assigned to only two families in this region: 87 Sylvia, 909 Ulla, the existence of which is beyond doubt. Through the use of all currently available asteroids, we detected additionally 8 possible families: 3141 Buchar, 121 Hermione, 643 Scheherezade, 1028 Lydina, 1390 Abastumani, 522 Helga, 3092 Herodotus, 466 Tisiphone. For all the families found, their taxonomic composition was determined and the average albedo was calculated.

## ИССЛЕДОВАНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНО ОПАСНЫХ АСТЕРОИДОВ

Девяткин А.В., Горшанов Д.Л., Наумов К.Н., Иванов А.В., Петрова С.Н.,  
Мартюшева А.А., Русов С.А., Львов В.Н., Цекмейстер С.Д.

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

*По наблюдениям на пулковских телескопах ЗА-320М и МТМ-500М проведено комплексное исследование сближающихся с Землёй астероидов 276033 (2002 AJ129) и 2017 VR12. По полученным астрометрическим положениям улучшены орбиты астероидов, по кривым блеска определены периоды их осевого вращения. Для астероида 276033 также получены показатели цвета, сделаны оценки принадлежности его к таксономическим классам и влияние эффекта Ярковского на его орбиту.*

### Введение

В Лаборатории наблюдательной астрометрии и Секторе эфемеридного обеспечения Пулковской обсерватории ведутся комплексные исследования астероидов, в том числе потенциально опасных для Земли. Исследования включают в себя ПЗС-наблюдения, интерпретацию их результатов, а также численное моделирование.

Из наблюдений получается астрометрическая и фотометрическая информация об астероидах. Серии астрометрических положений астероидов позволяют строить первоначальные орбиты или улучшать имеющиеся. В частности, проводится построение орбит астероидов по их квазидновременным базисным наблюдениям с разных обсерваторий [1]. Фотометрические измерения позволяют строить кривые блеска, по которым определяются вращательные характеристики астероидов — в первую очередь, периоды осевого вращения. Наблюдения с широкополосными светофильтрами позволяют определять показатели цвета, с помощью которых можно оценивать принадлежность астероида к тому или иному таксономическому классу.

Для астероидов выполняется моделирование орбитальной эволюции вперёд и назад по времени и прогнозирование их сближений с планетами и с другими астероидами. Ведётся исследование орбитальной эволюции астероидов, являющихся квазиспутниками больших планет. Также рассчитывается влияние на орбитальную эволюцию негравитационных эффектов: светового давления и эффекта Ярковского.

### Средства исследования

Основой наблюдательных исследований являются наблюдения на двух телескопах, принадлежащих Лаборатории наблюдательной астрометрии ГАО РАН. Телескоп ЗА-320М расположен на территории Пулковской обсерватории (Санкт-Петербург). Он имеет оптическую схему Кассегрена с диаметром главного зеркала  $D = 320$  мм и фокусным расстоянием  $F = 3200$  мм [2]. Телескоп оборудован ПЗС-камерой SBIG STX-16803, которая имеет матрицу из  $4096 \times 4096$  пикселов размером  $9 \times 9$  мкм (используется биннирование  $3 \times 3$ ). Поле зрения с этой камерой составляет около  $39' \times 39'$ . Телескоп МТМ-500М (оптическая схема Максутова-Кассегрена,  $D = 500$  мм,  $F = 4100$  мм) установлен на Горной астрономической станции ГАО РАН в горах Северного Кавказа близ Кисловодска на высоте 2100 м над уровнем моря [3]. Он оборудован ПЗС-камерой SBIG STL-1001E ( $1024 \times 1024$  пикселов размером  $24 \times 24$  мкм), поле зрения с которой составляет около  $21' \times 21'$ .

Оба телескопа оснащены турелями с широкополосными светофильтрами *BVRI*.

Астрометрическая и фотометрическая обработка ПЗС-наблюдений выполняется с помощью программного пакета APEX-II, разработанного в Пулковской обсерватории

[4]. Этот пакет позволяет выполнять полную редукцию кадров от калибровки до получения таблиц результатов в стандартных форматах. Изображения звёзд на кадрах аппроксимируются двумерной гауссианой. В качестве опорного каталога при астрометрической редукции используется каталог UCAC-4. При фотометрической обработке звёздные величины опорных звёзд в видимом диапазоне вычисляются из данных инфракрасного обзора 2MASS в соответствии с методикой, предложенной Уорнером в статье [5].

Эфемеридная поддержка наблюдений и их обработка, а также построение и улучшение орбит астероидов и моделирование их орбитальной эволюции выполняется с помощью программного пакета ЭПОС, также разработанного в Пулкове [6].

### **Астероид 276033 (2002 AJ129)**

Астероид 276033 (2002 AJ129) был открыт в проекте NEAT (Haleakala, Гавайи) 15-го января 2002 г. 4-го февраля 2018 года этот астероид приблизился к Земле на расстояние 4.2 млн. км (0.0281 а.е.). В Пулковской обсерватории он наблюдался 6-го, 7-го и 10-го февраля на телескопе МТМ-500М. Его блеск изменился за этот период от примерно 12.5 зв. вел. (на расстоянии 0.046 а.е.) до примерно 15.5 зв. вел. (0.125 а.е.). Движение астероида по небу в период наблюдений было очень быстрым; так, в ночь с 6-го на 7-е февраля его скорость превышала 30 угловых секунд за минуту времени.

За время наблюдений на телескопе ЗА-320М было получено 1209 астрометрических положений 2002 AJ129. Эти данные были использованы для улучшения орбиты астероида. Улучшение производилось с помощью программы «OrbImpr» программного пакета ЭПОС. В качестве первоначальных использовались элементы орбиты из каталога MPCORB на эпоху JD2458000.5 и численная эфемерида DE405. Учитывались возмущения от всех планет Солнечной системы, четырех массивных астероидов и сжатия Земли. Ни одно из 1209 полученных астрометрических положений не было выброшено в процессе улучшения орбиты. Начальная оценка совпадения наблюдений и орбиты (RMS) составляла 7''.825, после улучшения орбиты — 1''.037. В таблице 1 приведены сравнения исходной орбиты MPC и улучшенной орбиты на эпоху JD2458000.5 и переведенные на эпоху JD2458200.5 соответственно.

Данные, полученные в результате фотометрической обработки, были исправлены за изменение расстояний астероида от Земли и Солнца и за эффект фазы. Параметр  $G$  наклона фазовой зависимости для 2002 AJ129 был на момент обработки результатов неизвестен, определить его из наших наблюдений также не удалось. Поэтому, как обычно в таких случаях, использовалось его значение равное 0.15. В списке параметров астероидов, который ведётся в чешской обсерватории Ondrejov П. Правецом (<http://www.asu.cas.cz/~ppravec/newres.txt>), приводится оценка параметра  $G$ :  $0.12 \pm 0.08$ .

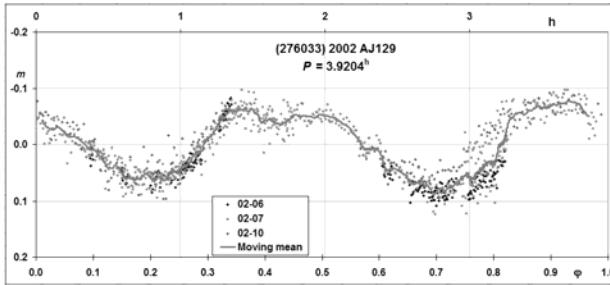
Полученный ряд значений блеска астероида был подвергнут частотному анализу методом Скаргла [7]. В результате был определён период вращения астероида:  $3.9204 \pm 0.01$  часа. На рис. 1 показана кривая блеска астероида, приведённая к найденному нами значению периода. Точками на графике обозначены значения блеска полученные по ПЗС-кадрам, снятым в различные ночи, сплошная кривая — скользящее среднее. Амплитуда средней кривой блеска составляет около  $0.08''$ .

В списке параметров астероидов, который ведётся в чешской обсерватории Ondrejov П. Правецом с сотрудниками (<http://www.asu.cas.cz/~ppravec/newres.txt>), приводится значение, полученное по наблюдениям с 16-го по 22-е февраля 2018 года и равное  $3.9226 \pm 0.0007$  часа. На сайте Лаборатории реактивного движения (JPL, США, <https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi>) приводится значение периода равное 3.9223 часа, и отмечено, что оно может быть неточным (с ошибкой до 30 процентов), так как определено из наблюдений, не покрывающих подряд весь этот период. Наши наблюдения в ночь

с 7-го на 8-е февраля позволили построить кривую блеска астероида длительностью в целом около 7-ми часов и охватывающую, тем самым, почти два периода. Непрерывные наблюдения продолжались более 4-х часов, т.е. больше целого периода. Таким образом, наши наблюдения подтверждают найденный период вращения этого астероида.

**Таблица 1.** Элементы орбиты астероида 2002 AJ129 на эпохи JD2458000.5: начальные (орбита MPC) и улучшенные по наблюдениям на телескопе ЗА-320М, а также переведённые на эпоху JD2458200.5.

	На эпоху JD2458000.5				На эпоху JD2458200.5		
	Началь-ные	Улучш.	Поправки	Дисперсия	Улучш.	Из MPC	Разность
$M$	288.22661	288.22620	-0.00041	0.000766	51.04717	51.04693	-0.00024
$\omega$	211.01217	211.01227	0.00010	0.000210	211.00715	211.00728	0.00013
$\Omega$	138.05385	138.05387	0.00002	0.000009	138.04186	138.04181	-0.00005
$i$	15.44899	15.44895	-0.00004	0.000093	15.45478	15.45478	0.00000
$e$	0.9149038	0.9149038	0.0000000	0.00000008	0.9148962	0.9148963	0.0000001
$a$	1.37105111	1.37104644	-0.00000467	0.000009719	1.37043774	1.37044240	0.00000534
$q$	0.11667124	0.11667090			0.11662943	0.11662972	0.00000029



**Рис. 1.** Кривая блеска астероида 2002 AJ129, построенная по наблюдениям на телескопе МТМ-500М и свёрнутая с периодом 3.9204 часа.

В каждую ночь проводились также наблюдения со светофильтрами *BVRI* международной фотометрической системы Джонсона-Казинса для определения показателей цвета астероида. Полученные значения этих показателей были усреднены и приведены к стандартной системе с использованием коэффициентов трансформации, ранее определённых по наблюдениям площадки Ландольта. Получились следующие значения:  $B-V = 0.74 \pm 0.03$ ,  $V-R = 0.38 \pm 0.04$ ,  $R-I = 0.13 \pm 0.05$ . В списке П. Правеца приведена оценка показателя цвета  $V-R = 0.384 \pm 0.012$ , что в пределах точности совпадает с нашей. По полученным показателям цвета можно попытаться оценить принадлежность астероида 2002 AJ129 к таксономическому классу по Толену, используя методику, описанную в работе [8]. Спектральная кривая, построенная по вышеприведённым показателям цвета, наиболее близка к кривым классов V и B.

Также были сделаны оценки влияния эффекта Ярковского на орбиту астероида 276033, для чего были приняты следующие начальные данные на эпоху JD 2458200.5:  $n = 0.61434576^{\circ}/\text{сут}$  — среднее суточное движение,  $p = 0.04$  — альбедо,  $R = 600$  м — радиус,  $P = 3.9223$  ч — период вращения,  $\rho = 2000 \text{ кг}/\text{м}^3$  — плотность,  $\epsilon = 0.9$  — коэффициент эмиссии,  $C = 500 \text{ Дж}/\text{кг}/\text{К}$  — теплопроводность,  $K = 10^{-2} \text{ Вт}/\text{м}/\text{К}$  — теплопроводность,  $e = 0.91489631$  — эксцентриситет,  $M = 51.04690^{\circ}$  — средняя аномалия,  $\gamma = 0^{\circ}, 45^{\circ}, 90^{\circ}, 135^{\circ}, 180^{\circ}$  — ориентация оси вращения (5 значений, т.к. угол неизвестен). В таблице 2 приведены результаты интегрирования. В последнем её столбце указаны величины ожидаемого изменения значения большой полуоси орбиты под действием эффекта Ярковского в зависимости от угла ориентации оси вращения астероида.

**Таблица 2.** Компоненты радиуса-вектора и вектора скорости астероида 276033 в гелиоцентрической системе координат на начальный момент интегрирования (2018-02-08) и спустя один оборот вокруг Солнца при различных углах ориентации оси вращения  $\gamma$ . В последнем столбце приведены значения большой полуоси и величины изменения её под действием эффекта Ярковского.

	$r (X, Y, Z)$ (а.е.)	$V_x, V_y, V_z$ (а.е./сут)	$a, \Delta a$ (а.е.)
<b>Начальные значения</b>	-2.375329204839387 0.7352699782724319 0.2879029521144985	-3.839093914123425·10 <sup>-3</sup> -2.110341342546109·10 <sup>-3</sup> 1.143511032346927·10 <sup>-3</sup>	1.3704424599103977
$\gamma = 0^\circ$	-2.3754645705471176 0.73519591921460037 0.28794319989410366	-3.8375214403313816·10 <sup>-3</sup> -2.1108274493188794·10 <sup>-3</sup> 1.1433203075287559·10 <sup>-3</sup>	1.3704424599110349 $6.3698 \cdot 10^{-13}$
$\gamma = 45^\circ$	-2.3754645704345396 0.73519591909970872 0.28794319989691536	-3.8375214391469345·10 <sup>-3</sup> -2.1108274497832497·10 <sup>-3</sup> 1.1433203074052867·10 <sup>-3</sup>	1.3704424599108346 $4.3689 \cdot 10^{-13}$
$\gamma = 90^\circ$	-2.3754645701727526 0.73519591883497704 0.28794319990295147	-3.8375214364006270·10 <sup>-3</sup> -2.1108274508546475·10 <sup>-3</sup> 1.1433203071179198·10 <sup>-3</sup>	1.3704424599103706 $-0.2706 \cdot 10^{-13}$
$\gamma = 135^\circ$	-2.3754645699250783 0.73519591858808286 0.28794319990792921	-3.8375214338141526·10 <sup>-3</sup> -2.1108274518559216·10 <sup>-3</sup> 1.1433203068456767·10 <sup>-3</sup>	1.3704424599099338 $-4.6394 \cdot 10^{-13}$
$\gamma = 180^\circ$	-2.3754645698266392 0.73519591849106669 0.28794319990967859	-3.8375214327898122·10 <sup>-3</sup> -2.1108274522500165·10 <sup>-3</sup> 1.1433203067373555·10 <sup>-3</sup>	1.3704424599097607 $-6.3698 \cdot 10^{-13}$

### Астероид 2017 VR12

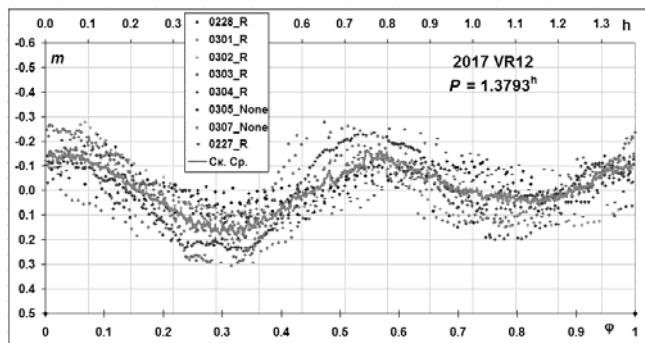
Астероид 2017 VR12 был открыт в проекте «Pan-STARRS» (Pan-STARRS 1, Haleakala) 10-го ноября 2017 г. 7-го марта 2018 года этот астероид приблизился к Земле на расстояние 1 млн. 445 тыс. км (0.0097 а.е.). В Пулковской обсерватории он наблюдался на телескопе ЗА-320М с 21-го февраля (расстояние 0.049 а.е.) по 8-е марта (0.010 а.е.) 2018 года. Его блеск усилился за этот период от примерно 14.5 зв. вел. до примерно 12 зв. вел.

За время наблюдений на телескопе ЗА-320М было получено 2315 астрометрических положений 2017 VR12 со средней. Эти данные были использованы для улучшения орбиты астероида. После исключения далеко отклоняющихся точек осталось 2269 наблюдений, по которым и производилось улучшение орбиты. Начальная оценка совпадения наблюдений и орбиты (RMS) составляла 37".294, после улучшения орбиты — 0".245. В таблице 3 приведены сравнения исходной орбиты MPC и улучшенной орбиты на эпоху JD2458000.5 и переведённые на эпоху JD2458200.5 соответственно.

**Таблица 3.** Элементы орбиты астероида 2017 VR12 на эпоху JD2458000.5: начальные (орбита MPC) и улучшенные по наблюдениям на телескопе ЗА-320М, а также переведённые на эпоху JD2458200.5.

	На эпоху JD2458000.5				На эпоху JD2458200.5		
	Началь-ные	Улучш.	Поправки	Дисперсия	Улучш.	Из MPC	0.00004
$M$	246.94181	246.94144	-0.00037	0.000005	8.89262	8.89266	-0.00006
$\omega$	180.05212	180.05275	0.00063	0.000005	180.74457	180.74451	0.00002
$\Omega$	347.40850	347.40803	-0.00047	0.000000	347.31609	347.31611	-0.00004
$i$	9.17972	9.17968	-0.00004	0.000006	9.22475	9.22471	-0.0000012
$e$	0.2724360	0.2724360	0.00000000	0.00000002	0.2695842	0.2695830	-0.000000232
$a$	1.37528980	1.37528645	-0.00000335	0.000000027	1.36967742	1.36967510	-0.00000006
$q$	1.00061135	1.00060885			1.00043404	1.00043398	0.00004

Полученный ряд значений блеска астероида был подвергнут частотному анализу методом Скаргла [7]. В результате был определён период вращения астероида 2017 VR12:  $1.3793 \pm 0.0005$  часа. В списке параметров астероидов, который ведётся чешской обсерваторией Ondrejov, приводится значение, полученное в этой обсерватории и равное  $1.37755 \pm 0.00007$  часа, что довольно близко к нашему значению. На рис. 2 показана кривая блеска астероида, приведённая к найденному нами значению периода. Точками на графике обозначены значения блеска, полученные по ПЗС-кадрам, снятым в различные ночи, сплошная кривая — скользящее среднее. Амплитуда средней кривой блеска составляет около  $0.17^m$ .

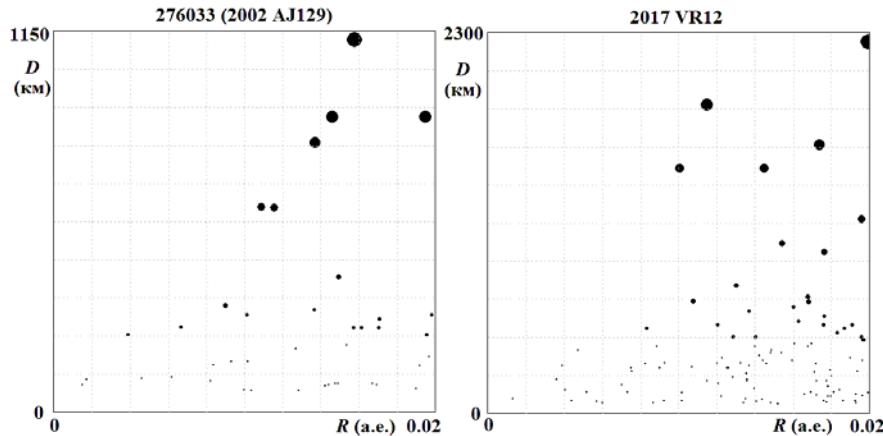


**Рис. 2.** Кривая блеска астероида 2017 VR12, полученная по наблюдениям на телескопе ЗА-320М и свёрнутая с периодом 1.3793 часа.

Движение астероида по небу в период наблюдений было очень быстрым; так, 7-го марта его скорость превышала 50 угловых секунд за минуту времени. Поэтому результаты фотометрической обработки наблюдений имеют невысокую точность (в среднем более 0.05 зв. вел.). Однако большой размах изменений блеска астероида (более 0.3 зв. вел.) и длительный интервал наших фотометрических наблюдений (более 6 суток) позволили определить период вращения 2017 VR12. 27-го, 28-го февраля и 1-го, 2-го, 3-го, 4-го марта наблюдения кривой блеска астероида выполнялись через фильтр *R*, а 5-го и 7-го марта — без фильтра. Полученные в результате обработки данные были исправлены за изменение расстояний астероида от Земли и Солнца и за эффект фазы. Параметр *G* наклона фазовой зависимости для 2017 VR12 неизвестен, определить его из наших наблюдений также не удалось. Поэтому, как обычно в таких случаях, использовалось его значение равное 0.15.

### Прогноз сближения АС3 276033 (2002 AJ129) и 2017 VR12 с другими астероидами

Оба астероида входят в список потенциально опасных объектов для Земли. Астероид 2002 AJ129 также является потенциально опасным и для Марса. Однако в ближайшем столетии не ожидается более тесных сближений этих объектов ни с Землей, ни с другими внутренними планетами. Тесные сближения (меньше 0.01 а.е.) названных объектов с другими сравнимыми по размеру астероидами немногочисленны. За полвека, например, их число не превышает 20 для каждого из них. К тому же, чем крупнее встречающиеся астероиды, тем дальше от названных объектов они проходят. Это подтверждает рис. 3, на котором представлено распределение «минимальное расстояние сближения — размер астероида» для обоих астероидов. Можно предположить, что названные астероиды достаточно долго избегают очень тесных сближений с объектами, способными кардинально изменить их орбиту. А это значит, что они долго могут являться потенциально опасными объектами.



**Рис. 3.** Зависимости наименьших расстояний сближения 276033 и 2017 VR12 с другими астероидами в ближайшие 50 лет от размеров этих астероидов.

### Литература

1. А.В. Девяткин, Д.Л. Горшанов, С.Н. Петрова и др. Базисные наблюдения потенциально опасных астероидов в 2017 году // Экологический вестник научных центров черноморского экономического сотрудничества, 2017, № 4, вып. 3, с. 24-31.
2. Девяткин А.В., Канаев И.И., Кулиш А.П. и др. Автоматизация астрономических наблюдений на ЗА-320. II. // Изв. ГАО РАН, 2004, № 217, с. 505–530.
3. Кулиш А.П., Девяткин А.В., Рафальский В.Б. и др. Автоматизация комплекса телескопа МТМ-500М // Изв. ГАО РАН, 2009, № 219, вып. 1, с. 192–218.
4. Девяткин А.В., Горшанов Д.Л., Куприянов В.В., Верещагина И.А. Программные пакеты «Апекс-І» и «Апекс-ІІ» для обработки астрономических ПЗС-наблюдений // Астрономический вестник, 2010, том 44, № 1, с. 74-87.
5. Warner B.D. Initial Results from a Dedicated H-G Project // Minor Planet Bulletin, 2007, vol. 34, p. 113–119.
6. Львов В.Н., Цекмейстер С.Д. Использование программного пакета ЭПОС для исследования объектов Солнечной системы // Астрономический Вестник, 2012, том 46, № 2, с. 190-192.
7. Scargle J.D. Studies in Astronomical Time Series Analysis. II. Statistical Aspects of Spectral Analysis of Unevenly Spaced Data // Ap.J., 1982, vol. 263, pp. 835–853.
8. C.L. Dandy, A. Fitzsimmons, S.J. Collander-Brown. Optical colors of 56 near-Earth objects: trends with size and orbit // Icarus, 2003, vol. 163, pp. 363–373.

### RESEARCH OF POTENTIALLY HAZARDOUS ASTEROIDS

Devyatkin A.V., Gorshanov D.L., Naumov K.N., Ivanon A.V., Petrova S.N.,  
Martyusheva A.A., Rusov S.A., L'vov V.N., Tsekmeister S.D.  
Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia

Complex investigations of asteroids 276033 (2002 AJ129) and 2017 VR12 were made on the base of observations with ZA-320M and MTM-500M telescopes of Pulkovo Observatory. The asteroid orbits were improved using obtained astrometric positions. The periods of axial rotations were determined using observed lightcurves. Also for 276033 asteroid, color-indices were determined, its taxonomic class was estimated, and Yarkovsky effect on its orbit was calculated.

## РЕЗОНАНСНЫЕ И ХАОТИЧЕСКИЕ ЭКЗОПЛАНЕТНЫЕ СИСТЕМЫ: ОТОЖДЕСТВЛЕНИЕ И КАТАЛОГИЗАЦИЯ

Довгалев И.С.<sup>1,2</sup>, Мельников А.В.<sup>1</sup>, Смирнов Е.А.<sup>2</sup>, Шевченко И.И.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ГАО РАН, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>4xxi Ltd., Санкт-Петербург, Россия

*В работе описана процедура поиска орбитальных резонансов в системах экзопланет, а также представлены первые результаты массового отождествления и статистического анализа резонансных экзопланетных систем. Описан алгоритм работы программы, осуществляющей численное интегрирование орбит в системе с варьированием начальных параметров методом Монте-Карло и последующим анализом поведения резонансного аргумента. На начальной стадии осуществлен поиск двухтесельных резонансов до 8-го порядка включительно в системах с двумя и более планетами, в итоге найдено 74 системы с отличной от нуля вероятностью нахождения в резонансе. Представлена первая версия общего каталога систем с отождествленными резонансами. Получено представление о распределении резонансов различного порядка и конфигурации. Для определения степени хаотичного поведения систем производился расчет характеристических показателей Ляпунова.*

### Введение

Изучение орбитальной динамики планетных систем необходимо для понимания природы их происхождения и временной эволюции. В свою очередь в число основных факторов, определяющих динамику системы, входят степень динамической неустойчивости (хаотичности) системы и наличие орбитальных резонансов.

В настоящем исследовании преследуются цели создания общего каталога резонансных и хаотических экзопланетных систем. В качестве систем, в которых могут быть обнаружены резонансы, мы рассматриваем 1) системы с одиночной звездой и двумя и более планетами (мультипланетные системы) и 2) планетные системы двойных и кратных звезд. В случае систем двойных звезд возможны орбиты планет циркумбинарного типа (планета обращается вокруг обеих компонент) и циркумзвездного типа (планета обращается вокруг одной из компонент). К настоящему времени открыто почти 3000 экзопланетных систем [1], среди которых известно более 600 мультипланетных систем и более 50 планетных систем двойных и кратных звезд. Отдельный интерес представляют вопросы об общей относительной численности резонансных систем и, например, о том, какие типы резонансов наиболее распространены.

### Отождествление резонансов в системе

В данной работе мы ограничиваемся рассмотрением орбитальных резонансов двухтесельного типа до 8-го порядка включительно. Под резонансом средних движений понимается наличие соизмеримости между средними движениями двух планет либо планеты и одной из компонент двойной системы, то есть

$$m_1 \lambda'_1 + m_2 \lambda'_2 \approx 0,$$

где  $\lambda'_1$  и  $\lambda'_2$  – производные по времени от средних долгот вовлеченных тел, а  $m_1$  и  $m_2$  – целые числа. Для определения возможности нахождения в резонансе вводится понятие резонансного аргумента, определяемого по формуле

$$\sigma = m_1 \lambda_1 + m_2 \lambda_2 + p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2,$$

где  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – средние долготы и долготыperiцентров участвующих тел соответственно,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $p_1$  и  $p_2$  – целые числа, удовлетворяющие условию Даламбера [2]:

$$m_1 + m_2 + p_1 + p_2 = 0.$$

Также вводится порядок резонанса, определяемый как  $q = |m_1 + m_2|$ . Рассматривается плоская задача, в связи с чем в формуле резонансного аргумента отсутствуют члены, связанные с долготами восходящих узлов. Считается, что система находится в чистом резонансе, если на всем достаточно большом рассматриваемом промежутке времени аргумент либринует около некоторого значения. Если аргумент циркулирует, то система находится вне резонанса. Рассматривается также случай транзиентного резонанса, когда наблюдается чередование либраций и циркуляций.

В работе предложена модификация алгоритма отождествления либраций, предложенного ранее в работе [3] и дополненного в [4]. Для решения поставленной задачи разработана первая версия программного комплекса, в основные функции которого входит численное интегрирование орбит планет в выбранной системе, поиск потенциально возможных резонансов и исследование поведения резонансного аргумента для каждой возможной конфигурации.

В качестве источника известных систем в настоящий момент используется открытая база данных экзопланет «The Extrasolar Planets Encyclopaedia» [1], содержащая актуальную информацию о физических и орбитальных параметрах открытых экзопланет. На основании информации из этой базы данных программой строится первичный каталог, который содержит необходимую информацию по каждой системе в целом и используется программой в дальнейшем. К настоящему времени рассматриваются системы с известными массами планет. В случае нехватки каких-либо других данных по системе эти данные восстанавливаются исходя из известных параметров, либо инициализируются методом Монте-Карло.

Для каждой взятой системы производится серия численных интегрирований в рамках гравитационной задачи N тел с различными начальными условиями. Варьирование начальных параметров осуществляется методом Монте-Карло. На данном этапе исследования варьированию подвергаются лишь угловые переменные – аргументыperiцентров и средние аномалии. В качестве интегратора используется пакет «mercury6» [5]. Интегрирование ведется на временном интервале в  $10^5$  орбитальных периодов (в случае мультипланетной системы – планеты, имеющей наибольший период), однако может закончиться преждевременно, если будет зафиксировано тесное сближение между планетами или выброс из системы.

После интегрирования для каждой симуляции ведется подбор пригодных к рассмотрению резонансных конфигураций на основе соотношения орбитальных периодов для каждой пары планет и анализ поведения резонансного аргумента для каждого подобранных варианта. Мы определяем вероятность нахождения системы в резонансе как долю от общего числа проведенных симуляций, где наблюдалась чистая или транзиентная либрация. Методика определения либраций все еще требует дальнейшего усовершенствования, поскольку страдает от недостатка точности в случае нахождения транзиентных резонансов, фиксируя большое количество «ложных срабатываний», поэтому на данный момент при рассмотрении транзиентных случаев учитываются лишь те резонансы, вероятность которых оказалась выше некоторого минимального порога (в данной работе взято значение в 20%).

Совместно с поиском резонансов велось исследование хаотичности орбитальной динамики экзосистем путем определения характеристических показателей Ляпунова и Ляпуновских времен. Для некоторого числа систем проводилось моделирование в рамках полной задачи трех тел по алгоритмам, описанным в [6] на тех же промежутках времени, что и при численном интегрировании.

### Предварительные результаты

Всего было определено в общей сложности 74 системы, вошедших в учет на текущей стадии исследования. В статистике учитывались системы, для которых в процессе симуляций имелись случаи отождествления резонансов чистого и транзитного типа, то есть вероятность нахождения в резонансе оказывалась ненулевой. Для резонансов транзитного типа дополнительно был введен нижний порог на вероятность в 20%. Данное значение было подобрано с целью исключить наличие ложных срабатываний.

На рис. 1 представлено распределение числа найденных резонансных систем по отношению периодов планет, вовлеченных в резонанс. Наиболее часто встречающимися оказались резонансы типа 1:2 и 2:3 (17 и 18 систем соответственно), также распространены резонансы 3:4 и 3:5 (4 и 6 систем соответственно).

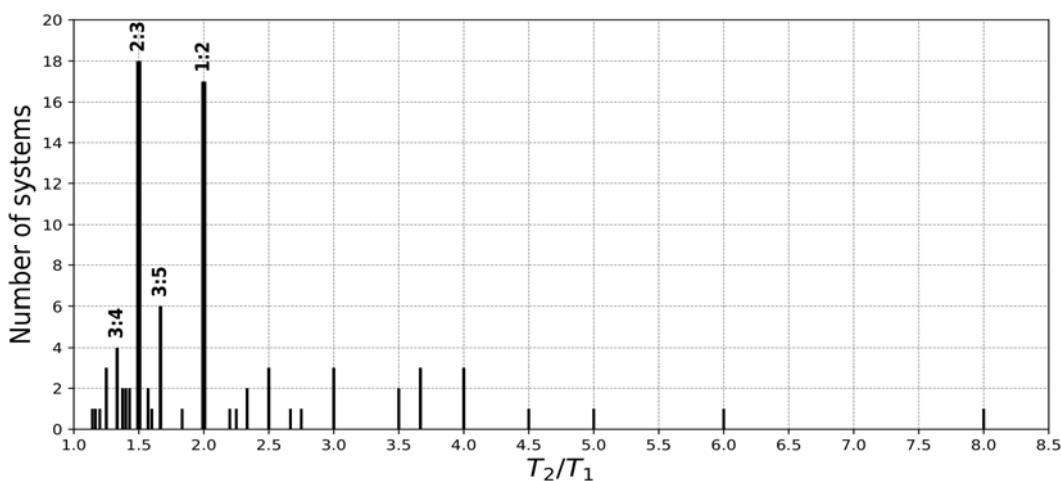


Рис. 1. Диаграмма распределения резонансных систем по конфигурации.

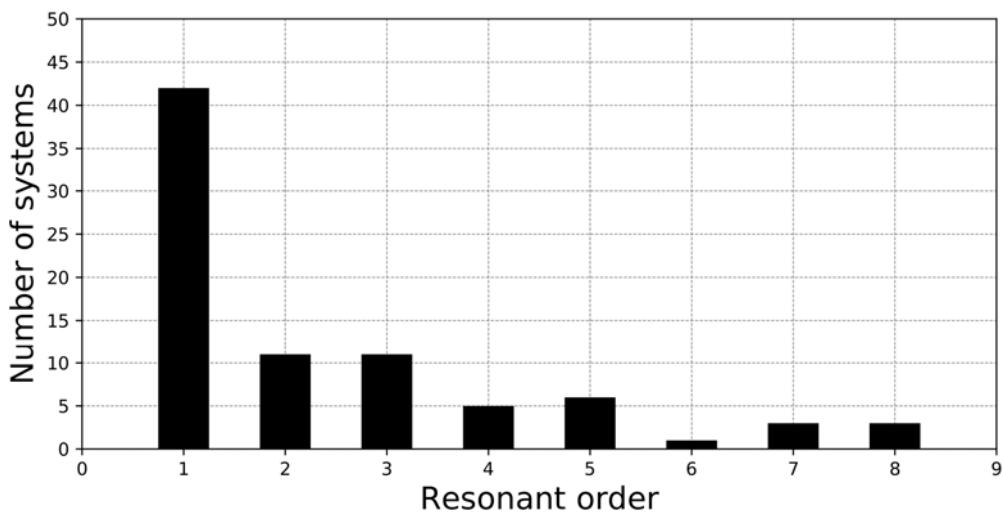
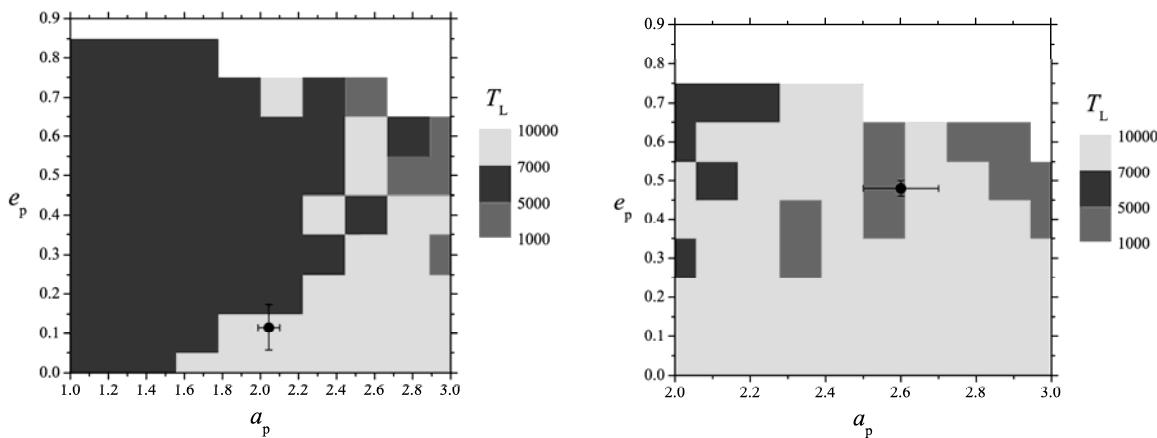


Рис. 2. Диаграмма распределения резонансных систем по порядку резонанса.

В распределении систем по порядку резонанса (рис. 2) ожидаемо преобладают резонансы более низких порядков (но коорбитальных резонансов, то есть резонансов нулевого порядка, найдено не было), наблюдается постепенное убывание числа резонансных систем с ростом величины порядка. Тем не менее, сложившаяся картина требует дальнейшего уточнения с привлечением большего количества рассматриваемых систем.

На рис. 3 представлены примеры диаграмм устойчивости для двух систем,  $\gamma$  Сер и HD 196885. Методики построения диаграмм устойчивости на основе вычисления пока-

зателей Ляпунова предложены ранее и описаны в работах [6–8]. Более темные области относятся к зонам неустойчивости системы. Точками на каждой диаграмме отмечено положение планеты с начальными орбитальными параметрами, взятыми из исходной базы данных с указанными для них погрешностями.



**Рис. 3.** Диаграммы устойчивости для систем  $\gamma$  Сер (слева) и HD 196885 (справа);  
 $a_p$  и  $e_p$  – большая полуось и эксцентриситет орбиты планеты,  $T_L$  – ляпуновское время в годах.

Зафиксировано много случаев, когда при использовании параметров, взятых непосредственно из базы данных, система (в пределах погрешности параметров) оказывалась близко или внутри зоны сильной неустойчивости со значением ляпуновского времени в интервале от 1000 до 5000 лет. Аналогичная проблема возникала в процессе отождествления резонансов – большое количество систем имело значительную (более 30%) долю симуляций, завершенных до конца промежутка интегрирования. В число предположений о причинах проблемы входит возможность того, что для большинства открытых экзопланет все еще недостаточно точно определены массы и параметры орбит, причем в пределах погрешности допускается как устойчивое, так и хаотическое поведение системы в целом.

### Заключение

Представлена первая версия каталога резонансных экзопланетных систем, включающего, в настоящее время, сведения об отождествленных двухтельных резонансах в мультипланетных системах. Получено общее представление о распределении резонансов в таких системах по порядку и конфигурации. Планируется дальнейшее расширение каталога за счет рассмотрения большего числа систем, а также уточнение уже достигнутых результатов, усовершенствование текущей методики определения либраций и включение в рассмотрение резонансов трехтельного типа. Предполагается, что увеличение числа варьируемых параметров позволит составить более детальное представление о хаотичности систем.

Данная работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 17-02-00028) и в рамках Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 28 «Космос: исследования фундаментальных процессов и их взаимосвязей».

### Литература

1. Schneider, J. «The Extrasolar Planets Encyclopaedia» (exoplanet.eu)? 2018.
2. Морбиделли, А. Современная небесная механика / Москва–Ижевск: Издательство «ИКИ». 2014.

3. Smirnov, E.A., Shevchenko, I.I. // Icarus, 2013, 222, 220.
4. Smirnov, E.A., Dovgalev, I.S., Popova, E.A. // Icarus, 2018, 304, 24.
5. Chambers, J. // MNRAS, 1999, 304, 793.
6. Мельников, А.В., Шевченко, И.И. // Астрон. вестник, 1998, 32, 548.
7. Шевченко, И.И., Мельников, А.В. // Письма в ЖЭТФ, 2003, 77, 772.
8. Мельников, А.В., Орлов, В.В., Шевченко, И.И. // Астрон. журн., 2014, 91, 735.

## RESONANT AND CHAOTIC EXOPLANETARY SYSTEMS: IDENTIFICATION AND CATALOGIZATION

Dovgalev I.S.<sup>1,2</sup>, Melnikov A.V.<sup>1</sup>, Smirnov E.A.<sup>2</sup>, Shevchenko I.I.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Pulkovo observatory, Saint-Petersburg, Russia

<sup>2</sup>4xxi ltd., Saint-Petersburg, Russia

In this paper we describe a procedure for searching orbital resonances in exoplanetary systems and present first results of massive identification and statistical analysis of resonant exoplanetary systems. We describe an algorithm, used in our program, that performs numerical integrations of orbits with variation of the initial conditions by the Monte-Carlo method, and then analyzes the time behavior of the resonant argument. The identification of two-body resonances up to 8<sup>th</sup> order in the systems hosting two or more planets has been performed. In total, 74 systems have been found to be resonant with non-zero probability. A first version of our catalogue of resonant exoplanetary systems is presented. A representation of the distribution of resonances by their resonant order and configuration has been obtained. To estimate the level of chaotic behavior, the computation of the Lyapunov exponents has been performed.



## ПРОБЛЕМА РЕДУКЦИИ УГЛОВ ВРАЩЕНИЯ ЛУНЫ, ПОЛУЧЕННЫХ В РАЗНЫХ ТЕОРИЯХ ЛУННОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ЛИБРАЦИИ

Загидуллин А.А.<sup>1</sup>, Усанин В.С.<sup>1</sup>, Петрова Н.К.<sup>1,2</sup>, Нефедьев Ю.А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Казанский федеральный университет, Казань, Россия

<sup>2</sup>Казанский государственный энергетический университет, Казань, Россия

*В свете планируемого освоения Луны на лунными аппаратами проблема изучения вращения нашего спутника актуальна. В Казанском федеральном университете ведётся разработка численной теории физической либрации Луны (ФЛЛ), построенной в самолётных углах. На данном этапе наша численная теория построена на основе эфемериды, извлечённой из DE421. Для анализа точности полученного решения проведено сравнение с углами Эйлера, также извлечёнными из DE421. Нами получены редукционные формулы, позволяющие реализовать корректный переход от эйлеровых углов к самолётным, а также от угловых скоростей к каноническим импульсам.*

### 1. Введение

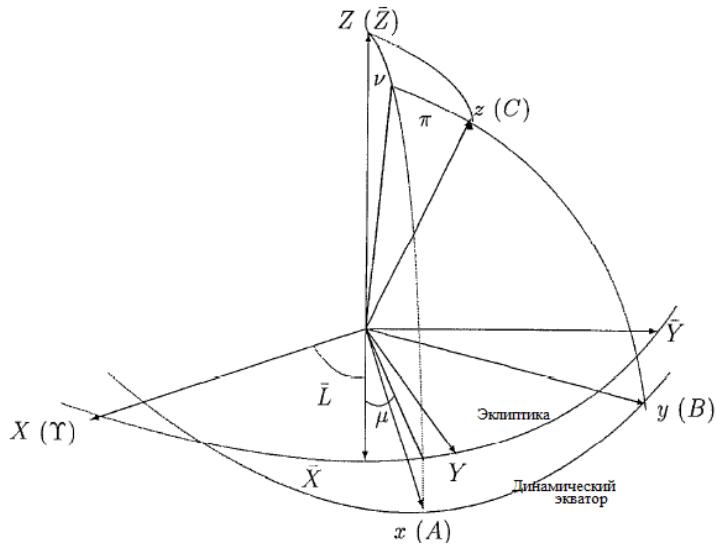
Одна из проблем, возникающих при сравнении различных численных и аналитических теорий вращения Луны состоит в том, что эти теории построены в различных системах переменных, в различных системах координат и с применением разных по значению астрономических постоянных. Так, современные численные эфемериды серии DE [1] представляют вращение Луны углами Эйлера относительно средней экваториальной системы координат эпохи J2000 (ICRF). В аналитических теориях ФЛЛ (например, [2]) обычно используются углы либрации относительно эклиптической системы координат. Хабибуллиным [3] было предложено применение самолётных углов. В самолётных углах, для которых основной плоскостью является эклиптика и система координат вращается с угловой скоростью среднего движения Луны, построена аналитическая теория ФЛЛ Петровой [4]. Анализические теории не учитывают изменение геоцентрической орбиты Солнца (то есть смещение плоскости эклиптики в результате прецессии от планет). Поскольку динамические уравнения записаны в инерциальной системе координат, декларируется, что основной плоскостью является фиксированная эклиптика эпохи J2000. Но при частотном анализе эфемериды DE421 Рамбо и Вильямс [5] использовали углы либрации относительно средней эклиптики текущей даты, что в аналитическом представлении углов либрации существенно уменьшило пуассоновские члены, ответственные за долговременные эффекты.

Для изучения особенностей современных систем координат и редукционных постоянных, мы предварительно воспроизвели переход от углов Эйлера из DE421 к углам либрации из [5]. В настоящей работе с целью сохранения преемственности разрабатываемой нами численной теории ФЛЛ с аналитической теорией Петровой, рассматривается переход от экваториальных углов Эйлера из DE421 к эклиптическим самолётным углам, а также соответственно от угловых скоростей к каноническим импульсам.

### 2. Системы переменных и системы координат

Для углов Эйлера из DE421 мы придерживаемся обозначений, принятых в [6] и отличающихся от [2, 5].  $\varphi$  – угол вдоль экватора ICRF от точки весеннего равноденствия до восходящего узла лунного экватора.  $\theta$  – наклон лунного экватора к экватору ICRF.  $\psi$  – угол вдоль лунного экватора от восходящего узла до лунного нулевого меридиана (направления наименьшего момента инерции). Также в эфемериде содержатся соответствующие угловые скорости  $\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ .

Самолётные углы использовались Петровой [4] следующим образом (рис. 1).  $\mu$  – угол вдоль эклиптики эпохи J2000 от среднего направления на Землю до круга широты направления наименьшего момента инерции (рыскание).  $\nu$  – угол вдоль круга широты от эклиптики эпохи J2000 до направления наименьшего момента инерции (крен).  $\pi$  – угол вдоль лунного меридиана от направления среднего из главных моментов инерции до эклиптики эпохи J2000 (тангаж). Теория построена в рамках гамильтонова подхода, поэтому с обобщёнными координатами  $q_1 = \mu$ ,  $q_2 = \nu$ ,  $q_3 = \pi$  сопряжены обобщённые импульсы  $p_1, p_2, p_3$ .



**Рис. 1.** Селеноцентрическая система координат.  $XYZ$  – эклиптическая система координат, ось  $X$  направлена в точку весеннего равноденствия,  $Z$  – к полюсу эклиптики.  $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$  – равномерно вращающаяся эклиптическая система координат.  $xuz$  – динамическая система координат: ось  $x$  направлена в направлении наименьшего момента инерции  $A$ ,  $z$  – в направлении наибольшего момента инерции  $C$ .

### 3. Преобразование углов

Вначале необходимо перейти от углов Эйлера главных моментов инерции, отнесённых к экватору ICRF, к углам Эйлера, отнесённым к эклиптике эпохи J2000. Это преобразование содержится в [6] как часть перехода от вектора в системе координат, определяемой средним направлением на Землю, к углам либрации относительно эклиптики даты. Обозначим матрицы поворота:

$$R_1(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$R_3(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда, переход от вектора  $\vec{r}_1$  в системе координат главных моментов инерции к вектору  $\vec{r}_2$  в системе координат экватора ICRF и к вектору  $\vec{r}_{2000}$  в системе координат эклиптики эпохи J2000 будет:

$$\vec{r}_2 = R_3(-\varphi) R_1(-\theta) R_3(-\psi) \vec{r}_1, \quad (2)$$

$$\vec{r}_{2000} = R_1(\varepsilon_0) \vec{r}_2,$$

где  $\varepsilon_0 = 84381.406''$  – наклон эклиптики к экватору в эпоху J2000 [7]. Применим повороты (2) к  $\vec{r}_1 = (1 \ 0 \ 0)^T$  и  $\vec{r}_1 = (0 \ 0 \ 1)^T$  (Т обозначает транспонирование) и назовём полученные векторы соответственно  $\vec{x}_{2000}$  и  $\vec{z}_{2000}$ . Пусть  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – единичные векторы в системе координат эклиптики эпохи J2000 вдоль осей  $X, Y, Z$ . Определим единичный вектор в направлении к нисходящему узлу лунного экватора на эклиптике эпохи J2000:

$$\vec{\omega} = [\vec{z}_{2000} \times \vec{k}] / \|[\vec{z}_{2000} \times \vec{k}]\|. \quad (3)$$

Тогда,

$$\begin{aligned} \cos \varphi_C &= (\vec{i} \cdot \vec{\omega}), \\ \sin \varphi_C &= (\vec{j} \cdot \vec{\omega}), \\ \cos \theta_C &= (\vec{k} \cdot \vec{z}_{2000}), \\ \cos \psi_C &= (\vec{\omega} \cdot \vec{x}_{2000}), \\ \sin \psi_C &= ([\vec{z}_{2000} \times \vec{\omega}] \cdot \vec{x}_{2000}), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\varphi_C$  – угол от точки весеннего равноденствия эпохи J2000 до нисходящего узла лунного экватора на эклиптике эпохи J2000,  $\theta_C$  – наклон лунного экватора к эклиптике эпохи J2000,  $\psi_C$  – угол вдоль лунного экватора от его нисходящего узла на эклиптике эпохи J2000 до направления наименьшего момента инерции.

Далее, самолётные углы  $\nu, \pi$  определяем из соотношений [4,5]:

$$\begin{aligned} \sin \nu &= -P_1 = \sin \psi_C \sin \theta_C, \\ \sin \pi \cos \nu &= -P_2 = \cos \psi_C \sin \theta_C, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $P_1, P_2$  – направляющие косинусы полюса эклиптики эпохи J2000 в системе координат главных моментов инерции. Из сферических треугольников, либо матричных соотношений имеем также:

$$\begin{aligned} \cos M \cos \nu &= \cos \psi_C \cos \varphi_C - \sin \psi_C \cos \theta_C \sin \varphi_C, \\ \sin M \cos \nu &= \cos \psi_C \sin \varphi_C + \sin \psi_C \cos \theta_C \cos \varphi_C, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$M = \mu + \bar{L} = \mu + F + W_3 + 180^\circ, \quad (7)$$

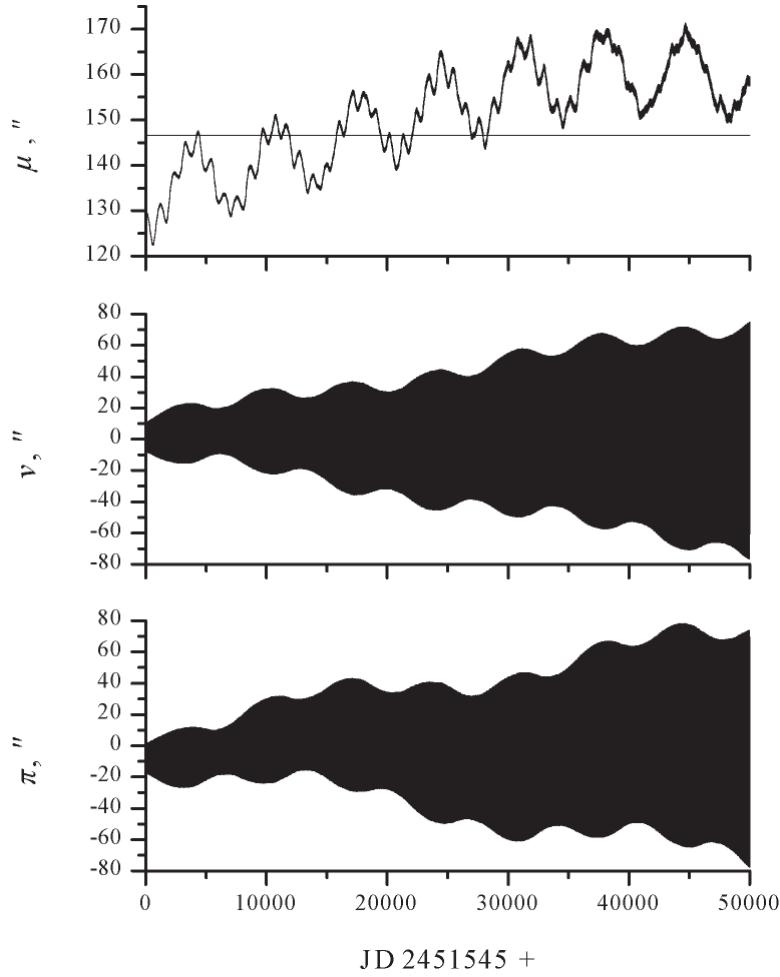
$\bar{L}$  – сelenоцентрическая средняя долгота Земли относительно точки весеннего равноденствия эпохи J2000,  $F$  – средний аргумент широты Луны (из аргументов Делоне),  $W_3$  – средняя долгота восходящего узла орбиты Луны на эклиптике эпохи J2000. По [8],

$$\begin{aligned} F &= 93^\circ 16' 19.5517'' + 1739527263.2179'' t - 13.2293'' t^2 - \\ &\quad - 0.001021'' t^3 + 0.00000417'' t^4, \\ W_3 &= 125^\circ 02' 40.3265'' - 6967919.8851'' t + 6.3593'' t^2 + \\ &\quad + 0.007625'' t^3 - 0.00003586'' t^4, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $t$  – время в юлианских столетиях от эпохи J2000.

Разности в  $\mu, \nu, \pi$  между аналитической теорией Петровой с параметрами LURE2 и численной теорией DE421 показаны на рис. 2. Сравнивая таблицы [4] и [5], находим, что уточнение коэффициентов Стокса лунного гравитационного потенциала вызвало постоянное смещение  $146.599''$  в  $\mu$  и колебания с периодом 27.212 суток и амплитудами  $4.071''$  и  $4.088''$  в  $\nu, \pi$ . Вследствие изменения геоцентрической орбиты Солнца, возникают колебания в  $\nu, \pi$  с периодом 27.322 суток и амплитудой, возрастающей на  $46.999''$  в столетие [7]. Другие заметные колебания отождествляются в [5] как не связанные с «главной проблемой». В  $\mu$ : косвенные возмущения от Венеры с периодом 99858.686 суток и амплитудой  $14.605''$ , косвенные возмущения от формы Земли с периодом 6798.526 суток и амплитудой  $7.761''$ , свободная либрация и косвенные возмущения от Венеры с периодом 1056.210 суток и амплитудой  $1.809''$ . В  $\nu, \pi$ : косвенные возмущения от формы Земли и движущейся плоскости эклиптики с периодом 27.322 суток

и амплитудой  $11.862''$ , свободные чандлероподобные колебания с периодом 27257.273 суток и амплитудами  $3.306''$  и  $8.183''$ .



**Рис. 2.** Разности между аналитической теорией Петровой с параметрами LURE2 и численной теорией DE421.

#### 4. Преобразование угловых скоростей

Для перехода от  $\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$  к  $\dot{M}, \dot{v}, \dot{\pi}$  продифференцируем по времени соотношения (1–6):

$$\dot{R}_1(\theta, \dot{\theta}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\dot{\theta} \sin \theta & \dot{\theta} \cos \theta \\ 0 & -\dot{\theta} \cos \theta & -\dot{\theta} \sin \theta \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$\dot{R}_3(\theta, \dot{\theta}) = \begin{pmatrix} -\dot{\theta} \sin \theta & \dot{\theta} \cos \theta & 0 \\ -\dot{\theta} \cos \theta & -\dot{\theta} \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} \dot{\vec{r}}_2 &= (\dot{R}_3(-\varphi, -\dot{\varphi}) R_1(-\theta) R_3(-\psi) + R_3(-\varphi) \dot{R}_1(-\theta, -\dot{\theta}) R_3(-\psi) + \\ &+ R_3(-\varphi) R_1(-\theta) \dot{R}_3(-\psi, -\dot{\psi})) \vec{r}_1, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\dot{\vec{r}}_{2000} = R_1(\varepsilon_0) \dot{\vec{r}}_2,$$

$$\vec{\Omega} = \frac{[\dot{\vec{z}}_{2000} \times \vec{k}] |[\vec{z}_{2000} \times \vec{k}]| - \frac{[\vec{z}_{2000} \times \vec{k}]}{|[\vec{z}_{2000} \times \vec{k}]|} ([\vec{z}_{2000} \times \vec{k}] \cdot [\dot{\vec{z}}_{2000} \times \vec{k}])}{|[\vec{z}_{2000} \times \vec{k}]|^2}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} -\dot{\varphi}_C \sin \varphi_C &= (\vec{i} \cdot \vec{\Omega}), \\ -\dot{\theta}_C \sin \theta_C &= (\vec{k} \cdot \dot{\vec{z}}_{2000}), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} -\dot{\psi}_C \sin \psi_C &= (\vec{\Omega} \cdot \vec{x}_{2000}) + (\vec{\Omega} \cdot \dot{\vec{x}}_{2000}), \\ \dot{v} \cos v &= \dot{\psi}_C \cos \psi_C \sin \theta_C + \dot{\theta}_C \sin \psi_C \cos \theta_C, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \pi \cos \pi \cos v - v \sin \pi \sin v &= -\dot{\psi}_C \sin \psi_C \sin \theta_C + \dot{\theta}_C \cos \psi_C \cos \theta_C, \\ \dot{M} \cos M \cos v - v \sin M \sin v &= -\dot{\psi}_C \sin \psi_C \sin \varphi_C + \\ &+ \dot{\varphi}_C \cos \psi_C \cos \varphi_C + \dot{\psi}_C \cos \psi_C \cos \theta_C \cos \varphi_C - \\ &- \dot{\theta}_C \sin \psi_C \sin \theta_C \cos \varphi_C - \dot{\varphi}_C \sin \psi_C \cos \theta_C \sin \varphi_C. \end{aligned} \quad (14)$$

Кинематические уравнения вращения Луны дают проекции угловой скорости вращения  $\vec{\Omega}$  на оси динамической системы координат:

$$\begin{aligned} \Omega_x &= -\dot{M} \sin v - \pi, \\ \Omega_y &= -\dot{M} \cos v \sin \pi + v \cos \pi, \\ \Omega_z &= \dot{M} \cos v \cos \pi + v \sin \pi. \end{aligned} \quad (15)$$

Кинетическая энергия лунного вращения может быть записана в виде [4]:

$$T = (A\Omega_x^2 + B\Omega_y^2 + C\Omega_z^2) / 2, \quad (16)$$

где главные моменты инерции Луны  $A, B, C$  выражаются через безразмерные параметры  $\beta, \gamma$  [1,4]:

$$\begin{aligned} A &= (1 - \beta\gamma) / (1 + \beta), \\ B &= (1 + \gamma) / (1 + \beta), \\ C &= 1. \end{aligned} \quad (17)$$

Импульсы  $\tilde{p}_1, p_2, p_3$  [4], сопряжённые переменным  $M, v, \pi$  определяются по формулам:

$$\begin{aligned} \tilde{p}_1 &= \frac{\partial T}{\partial \dot{M}} = -A\Omega_x \sin v - B\Omega_y \cos v \sin \pi + C\Omega_z \cos v \cos \pi, \\ p_2 &= \frac{\partial T}{\partial \dot{v}} = B\Omega_y \cos \pi + C\Omega_z \sin \pi, \\ p_3 &= \frac{\partial T}{\partial \dot{\pi}} = -A\Omega_x. \end{aligned} \quad (18)$$

Импульс  $p_1$ , сопряжённый переменной  $\mu$ , находим, делая каноническое преобразование [4]:

$$p_1 = \tilde{p}_1 - Cn = \tilde{p}_1 - C\dot{L} = \tilde{p}_1 - C(\dot{F} + \dot{W}_3), \quad (19)$$

где  $n$  – среднее движение Луны. Дифференцируя (8), получаем:

$$\begin{aligned} \dot{F} &= (1739527263.2179'' - 2 \cdot 13.2293'' t - 3 \cdot 0.001021'' t^2 + \\ &+ 4 \cdot 0.00000417'' t^3) / \text{юлианское столетие}, \\ \dot{W}_3 &= (-6967919.8851'' + 2 \cdot 6.3593'' t + 3 \cdot 0.007625'' t^2 - \\ &- 4 \cdot 0.00003586'' t^3) / \text{юлианское столетие}. \end{aligned} \quad (20)$$

## 5. Заключение

В настоящей работе приведён алгоритм перехода от углов Эйлера и угловых скоростей, применяемых в современных численных эфемеридах серии DE, к самолётным

углам и каноническим импульсам, применяемым в аналитической теории ФЛЛ Петровой. Разности между теорией Петровой и DE421 объясняются уточнением параметров гравитационного поля Луны и эффектами, не учитываемыми в «главной проблеме» ФЛЛ, в рамках которой построена теория Петровой. Таким образом, мы получили начальные данные и основу для контроля разрабатываемой нами численной теории ФЛЛ, сохраняющей преемственность с аналитической теорией Петровой.

### **Литература**

1. *Williams J.G., Boggs D.H., Folkner W.M.* DE421 Lunar Orbit, Physical Librations, and Surface Coordinates (Jet Propulsion Laboratory California Institute of Technology Interoffice memorandum IOM 335-JW,DB,WF-20080314-001), 2008,  
[ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets/ioms/de421\\_moon\\_coord\\_iom.pdf](ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets/ioms/de421_moon_coord_iom.pdf).
2. *Eckhardt D.H.* Theory of the libration of the Moon // *The Moon and the planets*, 1981, V. 25, No. 1, 3-49.
3. *Habibullin Š.T.* The Motion of the Momentary Poles of the Moon // *Acta Astronomica*, 1968, V. 18, No. 2, 207-220.
4. *Petrova N.* Analytical extension of lunar libration tables // *Earth, Moon and Planets*, 1996, V. 73, No. 1, 71-99.
5. *Rambaux N., Williams J.G.* The Moon's physical librations and determination of their free modes // *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2011, V. 109, Issue 1, 85-100.
6. *Taylor D.B., Bell S.A., Hilton J.L., Sinclair A.T.* Computation of the Quantities Describing the Lunar Librations in the Astronomical Almanac (NAO Technical Note No. 74), 2010,  
<http://astro.ukho.gov.uk/data/tn/naotn74.pdf>.
7. *Hilton J.L., Capitaine N., Chapront J. et al.* Report of the International Astronomical Union Division I Working Group on Precession and the Ecliptic // *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2006, V. 94, Issue 3, 351-367.
8. *Chapront J., Chapront-Touzé M., Francou G.* A new determination of lunar orbital parameters, precession constant and tidal acceleration from LLR measurements // *Astronomy & Astrophysics*, 2002, V. 387, No. 2, 700-709.

### **A PROBLEM OF THE REDUCTION OF ROTATION ANGLES OF THE MOON OBTAINED IN DIFFERENT LUNAR PHYSICAL LIBRATION THEORIES**

**Zagidullin A.A.<sup>1</sup>, Usanin V.S.<sup>1</sup>, Petrova N.K.<sup>1,2</sup>, Nefedyev Y.A.<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Kazan Federal University, Kazan, Russia*

<sup>2</sup>*Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia*

In the light of the planned exploration of the Moon by landers, the problem of studying the rotation of the Earth's natural satellite is relevant. A numerical theory of the lunar physical librations (LPL) in nautical angles is developing at the Kazan Federal University. At the current stage, our numerical theory is based on the ephemeris derived from DE421. A comparison is made with the Euler angles also derived from DE421 to analyze the accuracy of the obtained solution. We have obtained the reduction formulae, which allow realizing the correct transformation from the Euler angles to the nautical angles and from the angular velocities to the generalized momenta.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПОСТРОЕНИЯ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ВРАЩЕНИЯ ТРЕХОСНОЙ ЛУНЫ

Иванова Т.В.

Институт прикладной астрономии РАН, Санкт-Петербург, Россия

Разработаны алгоритмы построения аналитической теории вращения трехосной Луны в рамках общей планетной теории, позволяющей построить решение для параметров вращения в виде рядов Пуассона по степеням эволюционных эксцентрических и облических переменных планетных и лунного движений с квази-периодическими коэффициентами, т.е. без вековых членов относительно времени. В отличие от предыдущей работы [3] о построении теории вращения осесимметричной Луны (угловая скорость вращения Луны постоянна), в данной работе наряду с углами Эйлера определяются компоненты вектора угловой скорости вращения Луны.

### 1. Введение

Цель данной работы состоит в разработке аналитических алгоритмов определения параметров твердотельного вращения трехосной Луны. В качестве параметров вращения принимаются четыре параметра Эйлера и три компоненты угловой скорости вращения Луны. В современных планетных и лунных эфемеридах эти параметры учитываются в неявной численной форме. Предложенные в этой работе алгоритмы позволяют найти параметры вращения Луны в рамках общей планетной теории (GPT) [1], основная идея которой заключается в разделении короткопериодических и долгопериодических членов в уравнениях орбитального движения больших планет и Луны и вращательного движения Луны. При этом долгопериодические члены образуют вековую полиномиальную систему, описывающую эволюцию планетных и лунной орбит и эволюцию вращательного движения Луны. Таким образом, параметры вращения Луны представляются в форме, аналогичной форме представления координат больших планет и Луны в GPT, а именно: в форме тригонометрических рядов по средним долготам планет и Луны с коэффициентами в виде рядов относительно медленно меняющихся переменных, поведение которых описывается автономной вековой системой. Данная работа является непосредственным продолжением [3], где излагается определение параметров осесимметричной Луны.

### 2. Уравнения вращательного движения трехосной Луны

В углах Эйлера  $\varphi, \psi, \theta$  стандартные кинематические и динамические уравнения вращения Луны представляются в форме

$$\omega_1 + i\omega_2 = (-\dot{\theta} + i\dot{\psi} \sin \theta) \exp(-i\varphi), \quad \omega_3 = \dot{\varphi} - \dot{\psi} \cos \theta, \quad (1)$$

$$\mathcal{M}_1 + i\mathcal{M}_2 = \left[ \frac{i}{\sin \theta} \left( \frac{\partial U}{\partial \psi} + \cos \theta \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right) - \frac{\partial U}{\partial \theta} \right] \exp(-i\varphi), \quad \mathcal{M}_3 = \frac{\partial U}{\partial \varphi}, \quad (2)$$

где  $\boldsymbol{\omega} = (\omega_i)$  — вектор угловой скорости вращения Луны с компонентами  $\omega_i$ , отнесенными к вращающейся, жестко связанной с Луной системой координат, ориентированной главными осями инерции  $I_1, I_2, I_3$ ;  $\mathcal{M}_i, i=1,2,3$  — компоненты вектора момента  $\mathbf{M}$ ,  $U$  — силовая функция. Здесь и далее  $i = \sqrt{-1}$ .

Для проведения компьютерных вычислений целесообразно заменить три угла Эйлера четырьмя комплексными параметрами Эйлера  $u, \bar{u}, v, \bar{v}$  (величина с чертой сверху означает комплексно-сопряженную величину)

$$u = -\sin \frac{\theta}{2} \exp \left( -i \frac{\psi + \phi}{2} \right), \quad v = i \cos \frac{\theta}{2} \exp \left( i \frac{\psi - \phi}{2} \right), \quad (3)$$

причем  $u\bar{u} + v\bar{v} \equiv 1$ . Тогда в Эйлеровых параметрах кинематические и динамические уравнения вращения Луны (1) и (2) можно представить в форме, типичной для общей планетной теории

$$\dot{\mathbf{X}} = i \mathcal{N} [P\mathbf{X} + \mathbf{R}(\mathbf{X}, t)], \quad (4)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= (X_i) = (u, \bar{u}, v, \bar{v}, m', \bar{m}', m_3), \quad \mathbf{R} = (R_i), \quad (i = 1, 2, \dots, 7) \\ R_1 &= m_3 u - m \bar{v}, \quad R_2 = -\bar{R}_1, \quad R_3 = m_3 v + m \bar{u}, \quad R_4 = -\bar{R}_3 \\ R_5 &= -4\sqrt{k_1 k_2} m_3 m' - \frac{1}{4n^2} \left( \frac{1}{\sqrt{k_1}} \frac{\mathcal{M}_2}{I_2} - \frac{i}{\sqrt{k_2}} \frac{\mathcal{M}_1}{I_1} \right), \quad R_6 = -\bar{R}_5 \\ R_7 &= 2\sqrt{k_1 k_2} \frac{I_1 - I_2}{I_3} (m'^2 - \bar{m}'^2) + \frac{i}{2n^2} \frac{\mathcal{M}_3}{I_3}, \end{aligned} \quad (5)$$

$\mathcal{N}$  и  $P$  —  $7 \times 7$  диагональные матрицы вида

$$\mathcal{N} = \text{diag}(n, n, n, n, n, n, n), \quad P = \text{diag}(1, -1, 1, -1, -4\sqrt{k_1 k_2}, 4\sqrt{k_1 k_2}, 0).$$

$\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{M}_3$  в Эйлеровых параметрах представляются формулами:

$$\mathcal{M}_1 = \frac{i}{2} \left( \bar{v} \frac{\partial}{\partial u} - v \frac{\partial}{\partial \bar{u}} - \bar{u} \frac{\partial}{\partial v} + u \frac{\partial}{\partial \bar{v}} \right) U, \quad (6)$$

$$\mathcal{M}_2 = \frac{1}{2} \left( -\bar{v} \frac{\partial}{\partial u} - v \frac{\partial}{\partial \bar{u}} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial v} + u \frac{\partial}{\partial \bar{v}} \right) U, \quad (7)$$

$$\mathcal{M}_3 = \frac{i}{2} \left( -u \frac{\partial}{\partial u} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial \bar{u}} - v \frac{\partial}{\partial v} + \bar{v} \frac{\partial}{\partial \bar{v}} \right) U. \quad (8)$$

Чтобы упростить уравнения (4), вместо размерных компонент вектора угловой скорости вращения  $\boldsymbol{\omega} = (\omega_i)$  вводятся безразмерные малые переменные  $m$  и  $m'$  в виде

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \Omega m_1, \quad \omega_2 = \Omega m_2, \quad \omega_3 = \Omega(1 + m_3), \\ m_1 &= 2\sqrt{k_2} m'_1, \quad m_2 = 2\sqrt{k_1} m'_2, \quad m = m_1 + im_2, \quad m' = m'_1 + im'_2, \end{aligned}$$

где  $\Omega = -2n$  ( $n = \text{const}$ ) — средняя скорость вращения Луны,

$$k_1 = \frac{I_3 - I_1}{2I_2}, \quad k_2 = \frac{I_3 - I_2}{2I_1}.$$

### 3. Силовая функция

В квадрупольном приближении силовая функция, обусловленная действием Солнца и Земли, для уравнений вращения Луны (4) представляется в форме

$$U = 2n^2 I_3 \left\{ K \left[ \left( \frac{A_3}{r_0} \right)^5 \left( \frac{z'_0}{A_3} \right)^2 + \varepsilon \left( \frac{A_E}{r_E} \right)^5 \left( \frac{z'_E}{A_E} \right)^2 \right] + L \left[ \left( \frac{A_3}{r_0} \right)^5 \frac{1}{A_3^2} (x'^2_0 - y'^2_0) + \varepsilon \left( \frac{A_E}{r_E} \right)^5 \frac{1}{A_E^2} (x'^2_E - y'^2_E) \right] \right\}, \quad (9)$$

$$\varepsilon = \frac{M_E}{M_0} \left( \frac{A_3}{A_E} \right)^3, \quad K = -\frac{3}{4} \left( 1 - \frac{I_1 + I_2}{2I_3} \right) \frac{GM_0}{A_3^3 n^2}, \quad L = -\frac{3}{8} \frac{I_1 - I_2}{I_3} \frac{GM_0}{A_3^3 n^2}$$

Здесь  $G$  — гравитационная постоянная,  $K$  и  $L$  — малые параметры,  $M_0, r_0$ ,  $M_E, r_E$  — массы и сelenоцентрические радиусы-векторы Солнца и Земли, соответственно,  $M_i$  и  $r_i$  — массы и гелиоцентрические радиусы-векторы больших планет  $i = 1, 2, \dots, 8$ . Индекс  $i = 3$  относится к барицентру Земля–Луна,  $M_9$  и  $r_9$  — масса и геоцентрический радиус-вектор Луны,  $A_E$ ,  $A_3$  — большие полуоси сelenоцентрической орбиты Земли и гелиоцентрической орбиты барицентра системы Земля–Луна, соответственно. Координаты  $x', y', z'$  относятся к врачающейся системе координат, жестко связанной с телом Луны, координаты  $x, y, z$  связаны с инерциальной системой координат. Переход от инерциальных координат к врачающимся производится по формулам

$$\begin{aligned} x' + iy' &= -v^2(x + iy) + u^2(x - iy) + 2uvz, \\ z' &= \bar{u}v(x + iy) + u\bar{v}(x - iy) + (-u\bar{u} + v\bar{v})z. \end{aligned}$$

Сelenоцентрические координаты Земли и Солнца вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} x_E &= -x_9, & y_E &= -y_9, & z_E &= -z_9. \\ x_0 + iy_0 &= A_3 [-(1 - p_3)\zeta_3 + \sigma(1 - p_9)\zeta_9], & z_0 &= A_3(-w_3 + \sigma w_9), \end{aligned}$$

где  $\sigma = \frac{M_E}{M_3} \frac{A_E}{A_3}$ .

Следуя методике общей планетной теории, в рамках которой строится теория вращения Луны, вместо прямоугольных координат  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 9$ ) вводятся безразмерные комплексно-сопряженные переменные  $p_i$ ,  $q_i = \bar{p}_i$  и вещественные переменные  $w_i$

$$x_i + iy_i = A_i(1 - p_i)\zeta_i, \quad z_i = A_i w_i, \quad \zeta_i = \exp i\lambda_i, \quad \lambda_i = n_i t + \varepsilon_i, \quad (10)$$

характеризующие отклонения реальных движений планет и Луны от плоских круговых движений с большими полуосами  $A_i$ , связанными со средними движениями  $n_i$  третьим законом Кеплера

$$n_i^2 A_i^3 = G(M_0 + M_i) \quad (i = 1, 2, \dots, 8), \quad n_9^2 A_9^3 = GM_3.$$

Здесь  $\lambda_i$  — средние долготы планет и Луны. Переменные  $p$  и  $q$  имеют порядок малости эксцентриситета, переменные  $w$  — порядок малости наклона орбит.

В результате, силовая функция (9) в Эйлеровых параметрах имеет вид

$$\begin{aligned} U = 2n^2 I_3 \{ &K[k + u^2 \bar{v}^2 f + \bar{u}^2 v^2 \bar{f} + 2u\bar{v}(u\bar{u} - v\bar{v})g + 2\bar{u}v(u\bar{u} - v\bar{v})\bar{g} + 2u\bar{u}v\bar{v}h] + \\ &+ L \left[ \frac{1}{2}(u^4 + \bar{v}^4)f + \frac{1}{2}(\bar{u}^4 + v^4)\bar{f} + 2(-u^3v + \bar{u}\bar{v}^3)g + 2(-\bar{u}^3\bar{v} + uv^3)\bar{g} - (u^2v^2 + \bar{u}^2\bar{v}^2)h \right] \} \end{aligned} \quad (11)$$

и представляет собой однородную форму четвертого порядка относительно Эйлеровых параметров с коэффициентами в виде рядов Пуассона со степенными переменными  $p_i$ ,  $q_i$ ,  $w_i$  и экспоненциальными переменными  $\zeta_i$ . Выражения для комплексных функций  $f$  и  $g$  и вещественных функций  $k$  и  $h$ , зависящих от координат планет и Луны, определены в [3]. И, наконец, по формулам (6–8) с использованием (9) находим величины, необходимые для вычисления правых частей (5):

$$\mathcal{M}_1 + i\mathcal{M}_2 = i4n^2 I_3 (KS - L\bar{S}), \quad \mathcal{M}_3 = i2n^2 I_3 L(T - \bar{T}) \quad (12)$$

с

$$S = u^3 \bar{v} f - \bar{u} v^3 \bar{f} + u^2(u\bar{u} - 3v\bar{v})g + v^2(v\bar{v} - 3u\bar{u})\bar{g} + uv(u\bar{u} - v\bar{v})h, \\ T = (-u^4 + \bar{v}^4)f + 4(u^3v + \bar{u}\bar{v}^3)g + 2u^2v^2h.$$

#### 4. Вековая система

Правые части уравнений вращения Луны зависят от планетных и лунных прямоугольных координат посредством функций  $f, g, h$ . Общая планетная теория [1] позволяет построить в тригонометрической форме решение для эксцентрических и овлических переменных  $a$  и  $b$ , допускающих непосредственный переход [4] к вековой системе и которые близки по смыслу к классическим переменным Лапласа-Лагранжа  $e \exp i(\lambda - \pi), \sin i \exp i(\lambda - \Omega)$ , где  $e, i, \lambda, \pi, \Omega$  — эксцентриситет, наклон, средняя долгота, долготаperiцентра и долгота узла, соответственно. Это достигается путем разделения переменных на короткопериодические и долгопериодические и применения метода нормализации Биркгофа, который заключается в нахождении такого преобразования переменных, которое обеспечило бы интегрирование уравнений в новых переменных без вековых членов. В процессе решения долгопериодические члены выделяются в вековую систему, имеющую форму полиномиальной системы дифференциальных уравнений для больших планет и Луны.

Вековая система для орбитального движения планет и Луны была построена в [1, 2]. Она не зависит от вращения Луны и может быть представлена в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_\tau &= i(\mu_\tau z_\tau + n_\tau U_{1\tau}^*) \\ \dot{w}_\tau &= i(v_\tau w_\tau + n_\tau U_{3\tau}^*) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

с

$$U_{\kappa\tau}^* = \begin{pmatrix} z_\tau, & \kappa=1 \\ w_\tau, & \kappa=3 \end{pmatrix} \sum U_{\mathbf{k}\mathbf{m}}^{(\kappa\tau)} (z_j \bar{z}_j)^{k_j} (w_j \bar{w}_j)^{m_j}, \quad (\kappa=1, 3; \tau, j=1, 2, \dots, 9), \quad (14)$$

где переменные  $\mathbf{z}, \mathbf{w}$  связаны с исходными координатами целым рядом замен переменных;  $\mu_\tau, v_\tau$  — собственные частоты движений перигелиев и узлов планет и перигея и узла Луны;  $\mathbf{k}, \mathbf{m}$  — 9-мерные векторы степенных индексов  $k_j, m_j$ , соответственно.

Эта система допускает очевидные интегралы

$$z_j \bar{z}_j = \text{const}, \quad w_j \bar{w}_j = \text{const}, \quad (15)$$

ведущие сразу же к интегрированию вековой системы для планет и Луны.

Для построения вековой системы вращательного движения трехосной Луны используется методика, аналогичная построению вековой системы для орбитального движения больших планет и Луны. В результате, вековая система для семи параметров вращения  $g, \bar{g}, h, \bar{h}, f, \bar{f}, d$ , которые связаны с исходными параметрами  $u, \bar{u}, v, \bar{v}, m', \bar{m}', m_3$ , целым рядом замен переменных, может быть представлена в виде

$$\dot{g} = i n [gG(g\bar{g}, h\bar{h}, z_j \bar{z}_j, w_j \bar{w}_j) + \Phi(g, \bar{g}, h, \bar{h}, z_j \bar{z}_j, w_j \bar{w}_j)], \quad (16)$$

$$\dot{h} = i n [hH(g\bar{g}, h\bar{h}, z_j \bar{z}_j, w_j \bar{w}_j) + \Psi(g, \bar{g}, h, \bar{h}, z_j \bar{z}_j, w_j \bar{w}_j)] \quad (17)$$

$$\dot{f} = i n [fF(g\bar{g}, h\bar{h}, z_j \bar{z}_j, w_j \bar{w}_j) + \Theta(g, \bar{g}, h, \bar{h}, z_j \bar{z}_j, w_j \bar{w}_j)] \quad (18)$$

$$\dot{d} = i n [dD(g\bar{g}, h\bar{h}, z_j \bar{z}_j, w_j \bar{w}_j) + \Delta(g, \bar{g}, h, \bar{h}, z_j \bar{z}_j, w_j \bar{w}_j)] \quad (19)$$

и трех уравнений для комплексно-сопряженных параметров  $g$ ,  $G$ ,  $H$ ,  $F$ ,  $\Phi$ ,  $\Psi$ ,  $\Theta$  являются голоморфными функциями своих аргументов:

$$G = 1 + U_1^{*(1)}, \quad H = 1 + U_3^{*(1)}, \quad F = -4\sqrt{k_1 k_2} f + U_5^{*(1)}, \quad D = U_7^{*(1)} \quad (20)$$

$$\Phi = U_1^{*(2)}, \quad \Psi = U_3^{*(2)}, \quad \Theta = U_5^{*(2)}, \quad \Delta = U_7^{*(2)} \quad (21)$$

$$U_{\kappa}^{*(1)} = (1 - \delta_{\kappa 7}) \sum * U_{km}^{(\kappa,s)} (g\bar{g})^{s_2} (h\bar{h})^{s_4} (\bar{f}\bar{f})^{s_6} d^{s_7} \times (w_N \bar{w}_N)^{s_4} \prod_{j=1}^9 (z_j \bar{z}_j)^{k_j} (w_j \bar{w}_j)^{m_j}, \quad (22)$$

$$U_{\kappa}^{*(2)} = (1 - \delta_{\kappa 7}) f^{\delta_{\kappa 5}} \bar{f}^{\delta_{\kappa 6}} \sum * U_{km}^{(\kappa,s)} g^{s_1} \bar{g}^{s_2} h^{s_3} \bar{h}^{s_4} (\bar{f}\bar{f})^{\min\{s_5, s_6\}} d^{s_7} \times \\ \times (w_N \bar{w}_N)^{\max\{s_3 - \delta_{\kappa 3}, s_4 - \delta_{\kappa 4}\}} \prod_{j=1}^9 (z_j \bar{z}_j)^{k_j} (w_j \bar{w}_j)^{m_j}, \quad (23)$$

где  $s = (s_{\kappa})$ ,  $\kappa = 1, \dots, 7$ ,  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера,  $N$  — номер облической переменной  $w_N = \text{const}$  в вековой планетной теории, которой соответствует нулевая частота  $v_N$ . Из правых частей (20), (21) видно, что для переменной  $d$  они равны нулю и уравнение (19) переходит в уравнение  $\dot{d} = 0$ . Кроме того, уравнения (16) – (18) вековой системы разделяются на систему, состоящую из уравнений (16), (17), и уравнение (18). Уравнения (16)–(19) с правыми частями (20) – (23) допускают три первых интеграла

$$g\bar{g} + (w_N \bar{w}_N)(h\bar{h}) = C_1 \quad (24)$$

$$\bar{f}\bar{f} = C_{21} \quad (25)$$

$$d_7 = C_3. \quad (26)$$

С вещественными константами  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ .

## 5. Заключение

В рамках общей планетной теории построена вековая система (16)–(19), описывающая вращательное движение твердотельной трехосной Луны. Решение этой системы представляется без вековых членов с использованием тригонометрического решения вековой системы (13), описывающей орбитальное движение больших планет и Луны, с интегралами (15) и (23)–(25). Для проведения аналитических операций над рядами Пуассона использовался пуассоновский процессор [4].

## Литература

1. Brumberg V.A. Analytical Techniques of Celestial Mechanics. Springer, 1995. – 236 p.
2. Брумберг В.А., Иванова Т.В. О решении вековой системы уравнений движения Луны в тригонометрической форме // Бюлл. ИТА. 1985. Т. 15, № 8. С. 424–439.
3. Иванова Т.В. Тригонометрическая теория вращения Луны (случай Пуассона) // Труды ИПА РАН. 2017. Вып. 42. С. 145–153.
4. Ivanova T.V. PSP: A New Poisson Series Processor // Dynamics, Ephemerides and Astrometry of the Solar System, IAU Symposium 172/ Eds. Ferraz-Mello S., Morando B. and Arlot J.-E. Kluwer 1996. — P. 283–284.

**THE THEORETICAL ASPECTS OF CONSTRUCTING THE ANALYTICAL  
THREE-AXIAL MOON'S ROTATION THEORY**

**Ivanova T.V.**

*Institute of Applied Astronomy of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russia*

The algorithms of the analytical theory of the three-axial Moon's rotation are worked out in the frames of the general planetary theory. The rotation parameters are presented without the secular terms with respect to time by means of the series in powers of the evolutionary variables with quasi-periodic coefficients in the planetary-lunar mean longitudes. Unlike [3] on the theory of the axially symmetrical Moon's model in this paper at the same time with the Euler parameters the components of the Moon's rotation angular velocity are determined.

## ОСОБЕННОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОРБИТ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Калиничева О.В.<sup>1</sup>, Чернетенко Ю.А.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Вологодский государственный университет, г. Вологда, Россия

<sup>2</sup>Институт прикладной астрономии РАН, г. Санкт-Петербург, Россия

Рассматриваются некоторые статистические закономерности в распределении орбит долгопериодических комет, принадлежащих внутренней области облака Оорта (афельные расстояния  $Q$  находятся в интервале 50–2000 а.е.). Для  $Q$  в диапазоне 600–1000 а.е. можно отметить значительное отклонение распределения афелиев от равномерного. Предположено, что в этой области пространства есть возмущающее тело ( $P$ ), относительно орбиты которого существует семейство комет. Варьированием значений наклона и долготы восходящего узла определена плоскость с наибольшим количеством афелиев в 20°-й зоне относительно нее (43% от общего количества) и получены следующие параметры орбиты тела в галактической системе координат:  $\Omega_P = 170^\circ$ ,  $i_P = 40^\circ$ ,  $\omega_P = 150^\circ \pm 10^\circ$ ,  $e_P = 0.5 \pm 0.1$ ,  $Q_P = 850 \pm 25$  а.е.

### 1. Введение

Происхождение долгопериодических комет (ДПК) связано с облаком Оорта. Радиус облака Оорта оцениваются в 50000–100000 а.е. ДПК можно разделить на «новые», «молодые» и «старые» [1]. «Новые» кометы имеют большую полуось  $a > 10^4$  а.е. и первый раз оказались во внутренних областях Солнечной системы. «Молодые» кометы имеют большую полуось  $10000 \text{ а.е.} \geq a \geq 1000 \text{ а.е.}$ , а «старые» –  $1000 \text{ а.е.} \geq a \geq 40 \text{ а.е.}$  На движение ДПК оказывают влияние близкие прохождения звезд, приливные силы со стороны галактического диска и молекулярные облака [2]. Звездные возмущения и проникающие встречи с гигантскими молекулярными облаками могут рассматриваться как случайный процесс. Галактическая приливная сила является возмущением, которое действует непрерывно, изменяя кометные орбитальные элементы и, в частности, периодически изменяя расстояние перигелия [3] и создавая постоянный кометный поток во внутренние части Солнечной системы.

На распределение орбит ДПК могут оказывать влияние и гипотетические массивные тела в этой области пространства. При наличии такого крупного возмущающего тела афелии комет концентрируются вблизи орбиты тела, образуя семейство этой планеты (известные семейства Юпитера, Сатурна и других планет). Основным процессом, приводящим к образованию семейства комет, являются тесные сближения кометы с планетой, приводящие к трансформации орбиты кометы. Поэтому поиски и выявление гипотетических массивных тел основываются на исследовании распределения орбит ДПК (см. обзор в работе [4]). В последнее время для таких поисков стали использовать также данные об орbitах транснептуновых объектов (THO). Это, прежде всего, работа [5]. Авторы статьи показывают, что необычное распределение орбит ряда открытых небесных тел в области рассеянного диска (концентрация значений аргументов перигелиев) может быть случайным с малой вероятностью 0.007%. Но его можно объяснить гравитационным влиянием гипотетической планеты X с массой 5–20 масс Земли, двигающейся по эллиптической орбите со следующими элементами относительно

$$\text{эклиптики (ЭСК): } \Omega_X = 113^\circ, i_X = 30^\circ, \omega_X = 150^\circ, e_X = 0.6, a_X = 700 \text{ а.е.}, Q_X = 1120 \text{ а.е.} \quad (1)$$

$$\text{галактики (ГСК): } \Omega_X = 198^\circ, i_X = 88^\circ, \omega_X = 170^\circ, e_X = 0.6, a_X = 700 \text{ а.е.}, Q_X = 1120 \text{ а.е.} \quad (2)$$

В работе [6] показано, что существование на такой орбите массивного тела может объяснить наблюдаемые значения наклонов осей вращения Солнца и планет. Можно отметить также работу [7], в которой приводятся результаты моделирования влияние

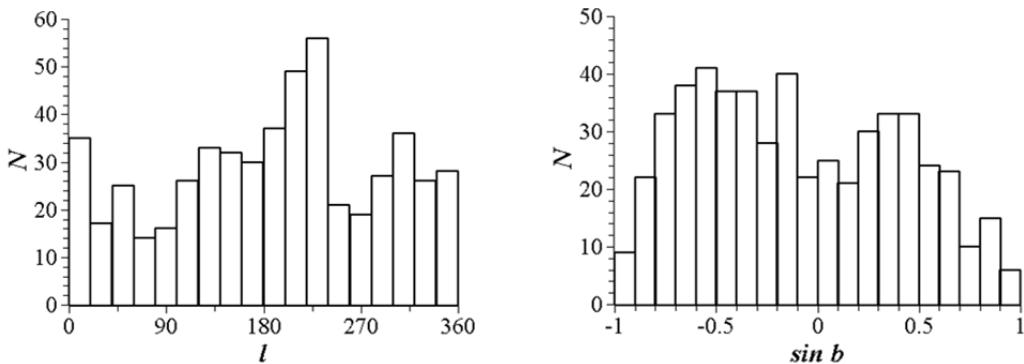
массивного возмущающего тела на распределение некоторых параметров орбит тестовых частиц. Получен вывод о том, что в плоскости эклиптики в рассеянном диске нет массивного возмущающего тела.

## 2. Вычисления

В настоящей работе используется каталог элементов орбит эллиптических комет Международного планетного центра на 24.06.2016 г. Из него выбраны кометы с  $Q = 40 - 10000$  а.е.,  $N = 462$ , т.е. рассматриваются «старые» кометы во внутренней области облака Оорта и рассеянном диске. Перигельные расстояния для них не превышают 9 а.е. (Параметры орбит этих комет нами не уточнялись, поэтому их ошибки не учитывались в дальнейшей работе.) Орбиты «старых» ДПК сохраняют в некоторой степени особенности «новых» ДПК, но при этом накапливают дополнительные возмущения в элементах своих орбит. Эти возмущения, в частности, могут быть вызваны негравитационными эффектами при приближении комет к Солнцу, разрушением комет, гравитационным воздействием неизвестных массивных тел. Такие кометы имеют, в основном, значительное время пребывания в Солнечной системе в течение которого могли подвергаться действию гравитационных возмущений от гипотетических крупных тел в этой области.

Рассмотрим распределение афелиев этих ДПК в галактической системе координат (рис. 1). Распределение долгот афелиев (левый график) имеет примерные минимумы вблизи линии апекс–антиапекс галактического движения Солнца ( $90^\circ$  и  $270^\circ$ ), и примерные максимумы вблизи направления на центр Галактики ( $l_G \sim 0^\circ$ ) и в противоположном направлении ( $l_G \sim 180-230^\circ$ ). Помимо указанных максимумов имеются и максимумы, существование которых было доказано в работах [8, 9] – на галактической долготе  $l_G \sim 135^\circ$  и  $l_G \sim 315^\circ$ . Предполагалось, что найденная анизотропия в распределении кажущаяся и связана с тем, что перигелии (афелии) «новых» ДПК лежат преимущественно на большом круге. Перигелии ДПК на этом большом круге могут быть связаны со звездными столкновениями, имеющими предпочтительные направления, связанные с апексом пекулярного движения Солнца [10]. При уровне значимости  $\alpha = 0.01$  распределение по долготе значимо отличается от равномерного:  $(\chi^2_{\text{выч}} = 72.8) > (\chi^2_{\text{крит}} = 33.4)$ . Интересно отметить, что в интервале долгот ( $l_G \sim 180-230^\circ$ ) находится долгота восходящего узла эклиптики ( $l_{\Omega_{ekl}} = 192.9^\circ$ ) и долгота восходящего узла планеты X ( $l_{\Omega_X} = 197.6^\circ$ ) ([9]). В распределении широт афелиев вследствие влияния галактического прилива должен ожидаться недостатков линий апсид около галактических полюсов и галактического экватора и избыток вблизи широт  $b_Q = \pm 45^\circ$ , что и видно на правом графике для рассматриваемых комет. В работе [11] получено распределение долгот перигелиев относительно плоскости галактики для результатов моделирования и реальных новых комет. Максимумы этих распределений соответствуют значениям  $45^\circ$  и  $135^\circ$  и также отражают влияние Галактики. Отмечается, что наблюдаемые и модельные распределения подтверждают доминирующую роль галактического прилива. Однако есть и отличия, которые могут говорить о некотором влиянии проходящих звезд и молекулярных облаков. Мы предполагаем, что возможные неравномерности в распределении положений афелиев вызваны наличием некоторого массивного тела в исследуемой области пространства. В поисках орбиты возмущающего тела будем основываться на исследовании распределений афелиев орбит ДПК. В этом и состоит цель настоящей работы.

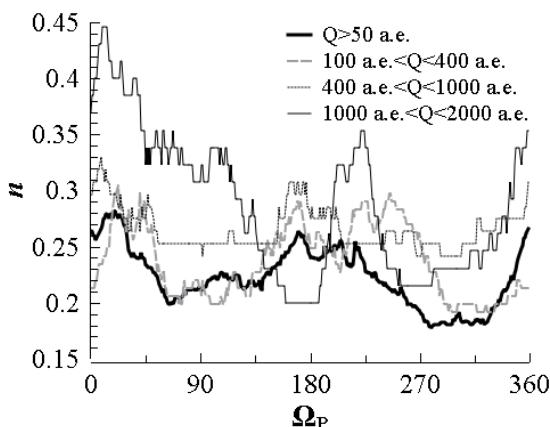
Задача нахождения орбиты возмущающего тела состоит из двух этапов. На первом – находим плоскость ( $\Omega_P$  и  $i_P$ ), относительно которой количество афелиев максимально. На втором – на плоскости находим параметры орбиты ( $Q_P, e_P, \omega_P$ ), относительно которой количество афелиев максимально.



**Рис. 1.** Распределение эллиптических комет с  $Q > 50$  а.е. по галактической долготе  $l$  и широте  $b$  афелия

Вычислим количество кометных афелиев, находящихся в некоторой окрестности плоскости с заданными долготой восходящего узла  $\Omega_p$  и наклоном  $i_p$ . При расчетах  $\Omega_p$  и  $i_p$  меняется с шагом  $1^\circ$  в интервале  $0^\circ < \Omega_p < 359^\circ$ ,  $0^\circ < i_p < 90^\circ$ . На рис. 2 представлена относительная максимальная частота попадания афелиев комет в  $10^\circ$ -ую окрестность плоскости с заданной долготой восходящего узла  $\Omega_p$  для нескольких интервалов изменения афельного расстояния  $Q$  кометных орбит: 100–400 а.е., 400–1000 а.е., 1000–2000 а.е.,  $> 50$  а.е. Глобальный максимум близок для всех четырех кривых и находится на долготе  $\Omega_p = 10^\circ$ – $20^\circ$ . В общем случае этот максимум может соответствовать разным наклонам для разных групп комет. Однако в данном случае максимум на каждой из четырех кривых соответствует не только одинаковой долготе восходящего узла  $\Omega_p$ , но и примерно равному наклону  $i_p = 35^\circ$ – $40^\circ$ . Следовательно, эта особенность характерна для всех исследуемых комет, т.е. афелии (перигелии) эллиптических комет с рассмотренными афелийными расстояниями имеют тенденцию концентрироваться к плоскости с долготой восходящего узла  $\Omega_p \sim 10^\circ$ – $20^\circ$  и наклоном  $i_p \sim 35^\circ$ – $40^\circ$ . Эта плоскость близка к плоскости, перпендикулярной эклиптике и проходящей через точки солнцестояний и вряд ли связана с какой-то возмущающей планетой.

В табл.1 для различных максимумов (рис. 2) приводятся значения углов ( $\Omega_p$ ,  $i_p$ ), характеризующие положение искомой плоскости относительно плоскости галактики. Выделим кометы, чьи афелии находятся неподалеку от плоскости с долготой восходящего узла  $\Omega_p = 170^\circ$  и наклоном  $i_p = 40^\circ$ . На интервале  $50$  а.е.  $< Q < 2000$  а.е. в  $10^\circ$  окрестности этой плоскости находится 84 афелия. Как видно (рис.3), афельные расстояния  $Q$  этих комет распределены весьма неравномерно. Так, комет с  $900$  а.е.  $< Q < 2000$  а.е. всего 12 из 84, что подтверждает полученный выше вывод (рис. 2, табл. 1) о малой концентрации афелиев с  $Q > 1000$  а.е. в рассматриваемой плоскости. Кроме того, значе-

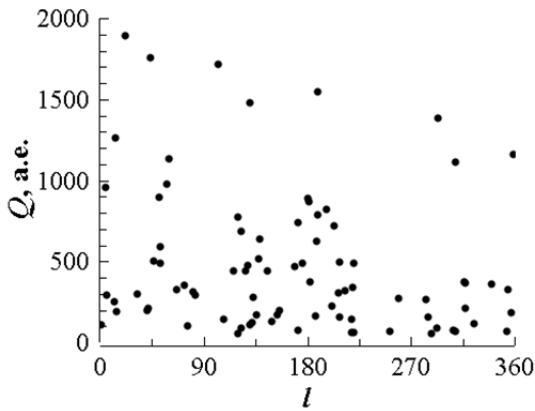


**Рис. 2.** Максимальная частота попадания афелиев комет в  $10^\circ$ -ую окрестность плоскости с долготой восходящего узла  $\Omega_p$ .

**Таблица 1.** Локальные максимумы на рис. 2 и соответствующие им плоскости (углы в ГСК).

$Q$ (а.е.)	$\Omega_p, i_p$ ( $^\circ$ )					
>50	20, 39	–	170, 38	–	–	–
100-400	20-22, 39	43-44, 88-90	169-172, 36-37	223, 89-90	224-227, 26	246, 26-28
400-1000	8, 40-41	41, 59	163-177, 42-50	–	–	–
1000-2000	9-13, 34-38	–	–	223, 35-39	–	–

ния  $Q$  зависят от галактической долготы афелиев  $l$  (рис. 3). При  $\alpha = 0.01$  это распределение значимо отличается от равномерного согласно критерию Пирсона: ( $\chi^2_{\text{выч}} = 27.3$ ) > ( $\chi^2_{\text{крит}} = 9.2$ ).



**Рис. 3.** Афельные расстояния комет, находящихся в  $10^\circ$ -ой окрестности плоскости ( $\Omega_p = 170^\circ$ ,  $i_p = 40^\circ$ ), в зависимости от галактической долготы афелия.

В табл. 2 приведено медианное значение афельного расстояния  $Q_{med}$  для различных интервалов галактической долготы  $l$  афелиев комет, представленных на рис.3. Одна из возможных причин обнаруженной неравномерности в распределении афелиев в плоскости  $\Omega_p = 170^\circ$ ,  $i_p = 40^\circ$  – существование в этой плоскости массивного, возмущающего орбиты комет, тела. В этом случае афелии комет должны концентрироваться около орбиты этого тела. В первом приближении, согласно табл. 2 и рис. 3, можно сделать предположение, что перигелий этого тела расположен около галактической долготы  $l \sim 0^\circ$ , а афелий – около долготы  $l \sim 180^\circ$  на расстоянии  $Q \sim 1000$  а.е.

Чтобы уточнить параметры возмущающего тела в рассматриваемой плоскости, используем следующую методику. Определим число афелиев, находящихся в непосредственной близости от орбиты возмущающего тела (планеты), при условии, что орбита кеплерова и находится в плоскости, определяемой некоторыми значениями  $\Omega_p$  и  $i_p$ . Тогда орбита планеты зависит от афельного расстояния  $Q$ , которое в общем случае может находиться в интервале значений 50–2000 а.е., от эксцентриситета  $e$  ( $0 \leq e < 1$ ) и аргумента перигелия  $\omega$ . В качестве критерия близости орбиты планеты и афелия кометы используем величину

$$x = kr, \quad (3)$$

где  $k$  – некоторый эмпирический коэффициент (зависит от массы планеты),  $r$  – гелиоцентрическое расстояние планеты. Для упрощения расчетов афелии проецировались на плоскость орбиты планеты, т.е. угловое расстояние от этой плоскости не учитывалось, поскольку оно мало. Применяя эту методику к интервалу по  $Q$  100–1000 а.е., содержа-

**Таблица 2.** Медианное значение  $Q_{med}$  для различных интервалов долготы афелия.

$l$ ( $^\circ$ )	$N$	$Q_{med}$ (а.е.)	$l$ ( $^\circ$ )	$N$	$Q_{med}$ (а.е.)
315 – 45	16	229.3	135 – 225	29	376.1
45 – 135	21	352.0	225 – 315	8	76.2

щему 232 афелия, получили результаты, представленные в табл. 3. (П.4 совпадает с плоскостью, определенной в работе [5]). ( $\Omega_P, i_P$ ) – галактические координаты плоскости.  $N_{20}$  (третий столбец) – количество афелиев в  $20^\circ$ -ой окрестности соответствующей плоскости. (Этот интервал был выбран после некоторых оценок, при меньшем значении количества комет оказывается слишком малым). В случае равномерного распределения афелиев по небесной сфере в  $20^\circ$ -ой окрестности любой плоскости должно содержаться 36% точек или 83.1 афеля. В этом же столбце приводятся значения  $\alpha$ , при которых отклонения  $N_{20}$  от равномерного распределения являются значимыми по критерию Пирсона. Для всех рассмотренных плоскостей наблюдается повышенная концентрация афелиев, наиболее существенна она вблизи П.1.  $N$  (восьмой столбец) – число афелиев, удовлетворяющих условию (3) для данной орбиты. В общем случае  $N$  зависит от протяженности орбиты, большой полуоси (чем дальше орбита расположена, тем меньше афелиев) и  $k$ . Первые два параметра для всех орбит, представленных в таблице,

**Таблица 3.** Определение параметров  $Q_P, e_P, \omega_P$  на выбранной плоскости.

Номер плоскости	$\Omega_P, i_P$ (°)	$N_{20}$	$k$	$Q_P$ (а.е.)	$e_P$	$\omega_P$ (°)	$N$	Приняты значения		
								$Q_P$ (а.е.)	$e_P$	$\omega_P$ (°)
П.1	170, 40	100 (43%), при $\alpha \geq 0.17$	0.1	900	0.5	140	23	860	0.5	160
			0.15	850	0.5	140	29			
			0.2	825	0.6	180	35			
П.2	40, 90	89 (38%)	0.1	Отсутствует максимум				650	0.6	180
			0.15	700	0.7	250	22			
			0.2	600	0.6	110	26			
П.3	40, 60	94 (40%) при $\alpha \geq 0.35$	0.1	Отсутствует максимум				575	0.6	115
			0.15	450	0.6	130	24			
			0.2	700	0.7	100	29			
П.4	200, 88 [5]	91 (39%)		925	0.7	160	17	880	0.6	160
			0.1	950	0.8	170				
			0.15	775	0.4	150	23			
			0.2	Отсутствует максимум						

при расчетах изменяются в одинаковых пределах. Поэтому можно считать, что степень концентрации афелиев к той или иной орбите для одинаковых значений  $k$  определяется величиной  $N$ . Из табл. 3 видим, что повышенная концентрация афелиев к орбитам для разных  $k$  наблюдается в П.1. В последних трех столбцах приводятся принятые значения параметров орбиты. Ошибки метода равны:  $\Delta Q = 25$  а.е.,  $\Delta e = 0.1$ ,  $\Delta \omega = 10^\circ$ .

Решения, представленные в табл.3, позволяют сделать выводы о том, что 1) наибольшая степень концентрации афелиев принадлежит П.1; 2) П.1 показывает также лучшую согласованность всех трех определяемых параметров в зависимости от значения  $k$ ; 3) только П.1 позволяет получить решение для всех трех значений  $k$ .

### 3. Выводы

1. Показано, что есть значительная неравномерность в распределении положений афелиев ДПК на интервале их значений 50 – 2000 а.е.

2. При предположении, что 100 из 232 (43%) комет с  $Q = 100 – 1000$  а.е. принадлежат семейству некоторого возмущающего тела  $P$ , получены параметры его орбиты:

$$\text{ГСК} - \Omega_P = 170^\circ, i_P = 40^\circ, \omega_P = 150^\circ \pm 10^\circ, e_P = 0.5 \pm 0.1, Q_P = 850 \pm 25 \text{ а.е.}, a_P = 570 \text{ а.е.}, \quad (4)$$

$$\text{ЭСК} - \Omega_P = 297^\circ, i_P = 24^\circ, \omega_P = 292^\circ, \pi_P = \Omega_P + \omega_P = 229^\circ. \quad (5)$$

Ошибки элементов орбиты характеризуют только ошибки метода их определения.

3. Для П.4 получена следующая орбита:

$$\text{ГСК} - \Omega_p = 200^\circ, i_p = 88^\circ, \omega_p = 160^\circ \pm 10^\circ, e_p = 0.6 \pm 0.1, Q_p = 880 \pm 25 \text{ а.е.}, a_p = 550 \text{ а.е.}, \quad (6)$$

$$\text{ЭСК} - \Omega_p = 117^\circ, i_p = 30^\circ, \omega_p = 136^\circ. \pi_p = \Omega_p + \omega_p = 253^\circ. \quad (7)$$

4. Для полученных решений (4) и (6) значения  $\omega_p$ ,  $e_p$ ,  $Q_p$  и  $a_p$  практически совпадают. Различия углов  $\Omega_p$  и  $\omega_p$  для решений (4) и (6) составляют  $\sim 180^\circ$ , а их суммы близки.

5. Орбиты (6, 7) мало отличаются от данных работы [5] (орбиты (1,2)). Т.е., при выборе плоскости орбиты тела  $P$ , близкой к плоскости, определенной в работе [5], получены близкие значения для остальных параметров.

### Литература

1. *Fernandez, J.* New and evolved comets in the Solar System // Astron. Astrophys., 1981, V. 96, 26–35.
2. *Morbidelli A.* Origin and dynamical evolution of comets and their reservoirs. 2008, arXiv: astro-ph/0512256v1.pdf
3. *Heisler J. and Tremaine S.* The influence of the galactic tidal field on the Oort comet cloud // Icarus, 1986, V. 65, 13–26.
4. *Калиницева О.В., Томанов В.П.* Динамическая связь комет с планетами: Монография. – Вологда: ВГПУ, издательство, 2008, 190 с.
5. *Batygin K.E., Brown M.E.* Evidence for a distant giant planet in the solar system // Astron. J., 2016, V. 151, 22–34.
6. *Bailey E., Batygin K.E., Brown M.E.* Solar obliquity induced by planet nine // Astron. J., 2016, V. 152:126 (8 pp).
7. *Li G., Hadden S., Payne M., Holman M.J.* The Secular Dynamics of TNOs and Planet Nine Interactions. 2018, arXiv: /1806.06867v2.pdf
8. *Matese J.J., Whitman P.G. and Whitmire D.P.* Cometary evidence of a massive body in the outer Oort cloud // Icarus, 1999, V. 141, 354–366.
9. *Matese J.J. and Whitmire D.P.* Persistent Evidence of a Jovian Mass Solar Companion in the Oort Cloud // Icarus, 2011, V. 211, Issue 2, 926–938.
10. *Feng, F. & Bailer-Jones C.A.L.* Exploring the role of the Sun's motion in terrestrial comet impacts // MNRAS, 2014, V. 442, 3653–3673.
11. *Wiegert P., Tremaine S.* The Evolution of Long-Period Comets // Icarus, 1999, V. 137, 84–121.

### FEATURES OF DISTRIBUTION OF LONG-PERIOD COMET ORBITS

**Kalinicheva O.V.<sup>1</sup>, Chernetenko Yu.A.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Vologda State University, Vologda, Russia*

<sup>2</sup>*IAA RAS, Saint Petersburg, Russia*

The paper discusses some statistical patterns in the distribution of the orbits of long-period comets belonging to the inner region of the Oort cloud (aphelion distances  $Q$  are in the range of 50–2000 AU). A significant deviation of the aphelion distribution from the uniform can be noted for  $Q$  in the range of 600–1000 AU. It is assumed that in this region of space there is a perturbing body ( $P$ ) and relative to it there is a family of comets. By varying the inclination and longitude of the ascending node, we determined zone in the  $20^\circ$  relative to the plane with the largest number of aphelions (43% of the total). The orbital parameters of the body ( $P$ ) in the galactic coordinate system are:  $\Omega_p = 170^\circ$ ,  $\omega_p = 150^\circ \pm 10^\circ$ ,  $i_p = 40^\circ$ ,  $e_p = 0.5 \pm 0.1$ ,  $Q_p = 850 \pm 25$  AU.

## ЧИСЛЕННЫЕ ЭФЕМЕРИДЫ ГАЛИЛЕЕВЫХ СПУТНИКОВ ЮПИТЕРА И ГЛАВНЫХ СПУТНИКОВ САТУРНА

**Космодамианский Г.А.**

*Институт прикладной астрономии РАН, Санкт-Петербург, Россия*

*Представлены численные эфемериды галилеевых спутников Юпитера (Ио, Европа, Ганимед, Каллисто), построенные на интервале 1891–2025 гг., и восьми классических спутников Сатурна (Мимас, Энцелад, Тефия, Диона, Рея, Титан, Гиперион, Япет), построенные на интервале 1870–2025 гг. В работе представлены О – С, среднеквадратические ошибки наблюдений и графики сравнения построенных теорий с численными эфемеридами, разработанными V. Lainey.*

### 1. Введение

С 2007 г. в Институте прикладной астрономии ведётся работа по созданию численных эфемерид ярких спутников больших планет. Целью этой работы является включение эфемерид этих объектов в приложения к Астрономическому Ежегоднику, а так же уточнение орбит планет и самих спутников. Эта работа ведется при помощи разработанного в ИПА программного пакета «ERA» (Эфемеридные Расчеты в Астрономии) [1]. «ERA» представляет собой проблемно-ориентированную программную систему, предназначенную для решения задач эфемеридной и динамической астрономии. «ERA» позволяет использовать как уже готовые эфемериды планет DE, INPOP, EPM и спутников, так и самостоятельно строить численные теории движения небесных тел.

### 2. Численная модель

Теории движения спутников были построены методом дифференциального уточнения параметров по нескольким последовательным итерациям, на каждой из которых проводится численное интегрирование дифференциальных уравнений движения спутников методом Эверхарта 19-го порядка. В результате интегрирования получаются коэффициенты разложения координат и скоростей в ряды по полиномам Чебышева. Начальные координаты и скорости, улучшенные методом наименьших квадратов (WLSM) по результатам сравнения с наблюдениями, служат начальными данными при новом интегрировании в следующей итерации. Процесс улучшения продолжается до тех пор, пока разница между двумя последовательными итерациями не становится пренебрежимо мала.

Модель движения спутников учитывает несферичность центральной планеты ( $J_2$ ,  $J_4$ ,  $J_6$  для Юпитера и  $J_2$ ,  $J_4$  для Сатурна), учитываются взаимные возмущения спутников, возмущения от Солнца и больших планет. Расчеты проводились с использованием отечественных эфемерид EPM2015 [2].

Начальные координаты и скорости были получены из аналитической теории J.H. Lieske [3] для системы Юпитера, из полуаналитической теории TASS [4] для системы Сатурна. Гравитационные параметры спутниковых систем, такие как гравитационные массы и зональные гармоники, были взяты с официальной интернет страницы JPL (<http://ssd.jpl.nasa.gov>). Координаты северного полюса центральной планеты взяты в соответствии с последним отчетом рабочей группы по геодезии и картографии [5].

### 3. Наблюдения

Для уточнения параметров движения спутников было использовано 19294 наблюдения спутников Юпитера, выполненные в период с 1891 по 2017 гг. и 45319 наблюдения спутников Сатурна, выполненные в период с 1874 по 2015 гг. В таблице 1 приведе-

ны данные по использованным наблюдениям, где для каждой обсерватории приведены период и в скобках общее количество наблюдений для каждой системы спутников. Наблюдения были взяты из трёх источников: а базе данных наблюдений Службы естественных спутников планет (NSDB) [6], базы наблюдений Пулковской обсерватории [7] и с сайта Военно-морской обсерватории США [8].

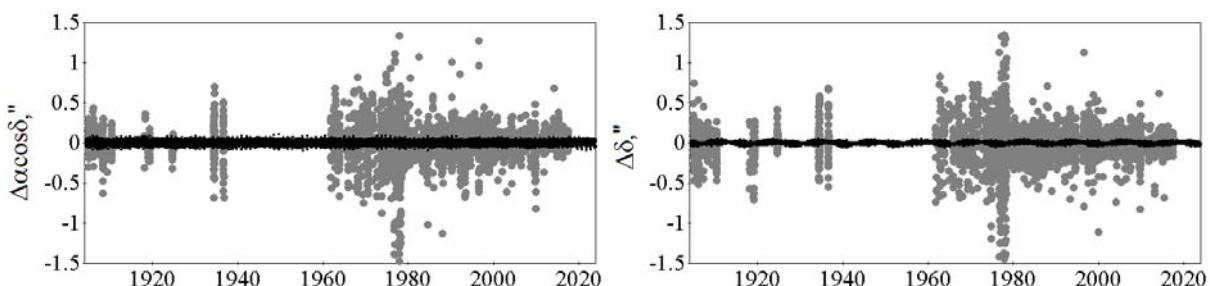
В таблице 2 для каждого спутника приведены полученные среднеквадратические ошибки представления наблюдений (rms) после улучшения по каждой координате. Таблица условно разделена по типам наблюдений (абсолютные позиционные наблюдения, наблюдения спутника относительно планеты, спутника относительно другого спутника и взаимные явления в системе спутников – затмения и покрытия).

**Таблица 1.** Использованные наблюдения.

Обсерватория	Система Юпитера	Система Сатурна
<b>Каталог ST90 [9]</b>	-	1874–1947 (10189)
<b>Каталог Arlot [10]</b>	1891–1978 (3470)	-
<b>USNO</b>	1967–2015 (6448)	1974–2015 (7540)
<b>Пулково</b>	1974–2017 (4886)	1908–2014 (8080)
<b>Николаев</b>	1962–1997 (1311)	1973–1997 (632)
<b>Киев</b>	-	1980–1984 (996)
<b>La Palma</b>	1992–1997 (658)	1987–1997 (718)
<b>Bordeaux</b>	-	1966–2007 (1591)
<b>Table Mountain</b>	-	2002–2003 (366)
<b>Бюракан</b>	-	1990 (53)
<b>Bucharest</b>	-	1995 (2536)
<b>Itajuba</b>	1995 (364)	1982–1999 (8875)
<b>Yunnan</b>	2002–2010 (526)	1996–2006 (3067)
<b>Tokyo</b>	-	1970–1972 (581)
<b>Hubble Space Telescope</b>	1994–1997 (47)	-
<b>Взаимные явления</b>	1973–2009 (1584)	1980–2010 (95)

#### 4. Оценки точности

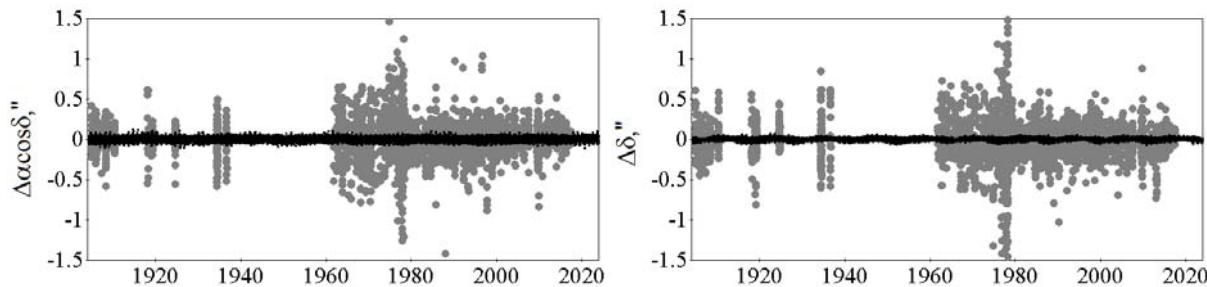
Было проведено сравнение построенных эфемерид с наблюдениями и с численными эфемеридами, разработанными V. Lainey, которые доступны на сервере MULTYSAT [11] Службы естественных спутников планет (NSDB) [6]. На рис. 1–12 приведены графики, которые показывают  $O - C$  (серые точки) и результаты сравнения эфемерид, построенных в данной работе, с эфемеридами Lainey (черные точки). Сравнение показало, что в целом результаты согласуются в пределах точности наблюдений. Значительные отклонения между эфемеридами наблюдаются только у Мимаса и Тэфии, что связано с недостатком точных наблюдений этих объектов, в силу природных особенностей их строения и движения.



**Рис. 1.** Сравнение с наблюдениями и эфемеридой Lainey по прямому восхождению и склонению для Ио.

**Таблица 2.** Среднеквадратические ошибки представления наблюдений.

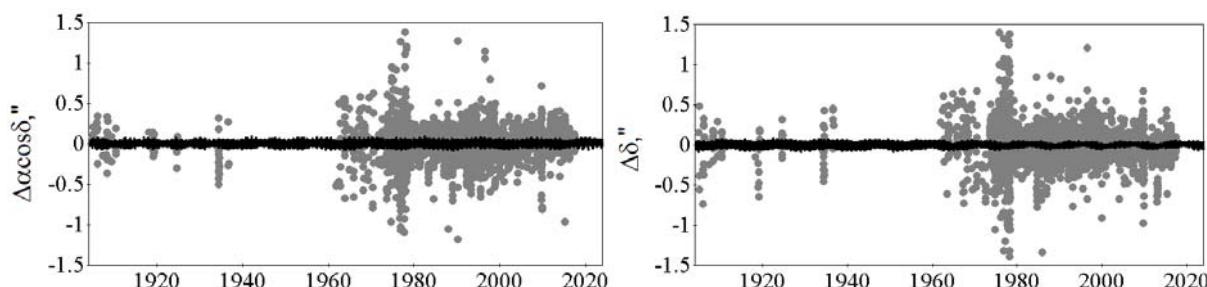
Планета	Спутник	СКО различных типов наблюдений, "							
		абсолютные позиционные		Дифференциальные				Взаимные явления	
		$\Delta \alpha \cos \delta$	$\Delta \delta$	$\Delta \alpha \cos \delta$	$\Delta \delta$	$\Delta \alpha \cos \delta$	$\Delta \delta$	$\Delta \alpha \cos \delta$	$\Delta \delta$
Юпитер	Ио	.08-.31	.09-.25	.07-.15	.03-.21	.03-.16	.03-.15	.04-.05	.04-.05
	Европа	.08-.29	.08-.27	.04-.17	.05-.20	.03-.17	.02-.15	.04	.04
	Ганимед	.08-.23	.10-.28	.08-.15	.05-.32	.01-.17	.02-.17	.05-.06	.05
	Каллисто	.08-.22	.07-.27	.03-.16	.02-.47	.08-.19	.12-.18	.05-.06	.06-.08
Сатурн	Мимас	.09-.44	.17-.76	.10-.68	.15-.45	.06-.19	.04-.23	.01-.04	.06-.08
	Энцелад	.12-.47	.11-.32	.12-.42	.05-.42	.05-.48	.06-.26	.05-.07	.03-.06
	Тефия	.11-.89	.09-.56	.13-.89	.05-.40	.04-.73	.04-.37	.05-.06	.02-.07
	Диона	.09-.70	.07-.55	.10-.41	.05-.50	.04-.70	.04-.29	.04	.03-.04
	Рея	.06-.77	.08-.51	.10-.47	.05-.50	.05-.74	.04-.35	.04-.05	.04-.06
	Титан	.07-.43	.08-.43	.09-.44	.06-.49	.08-.30	.07-.19	.02	.06
	Гиперион	.09-.76	.05-.50	.40-.73	.19-.33	.06-.34	.06-.27	—	—
	Япет	.05-.54	.05-.43	.12-.70	.20-.56	.04-.60	.04-.39	—	—



**Рис. 2.** Сравнение с наблюдениями и эфемеридой Lainey по прямому восхождению и склонению для Европы.

## 5. Заключение

В представленной работе построены численные эфемериды главных спутников Юпитера и Сатурна, охватывающие интервал времени с конца XIX до начала XXI вв., и проведено сравнение этих эфемерид, как с наблюдениями, так и с другими эфемеридами. Сравнение показало, что в целом результаты согласуются. Построенные эфемериды будут использованы для вычисления наблюдательных эфемерид этих спутников, а также будут доступны для пользователей в онлайн-службе эфемерид на сайте ИПА РАН (<http://iaaras.ru/dept/ephemeris/online/>).



**Рис. 3.** Сравнение с наблюдениями и эфемеридой Lainey по прямому восхождению и склонению для Ганимеда.

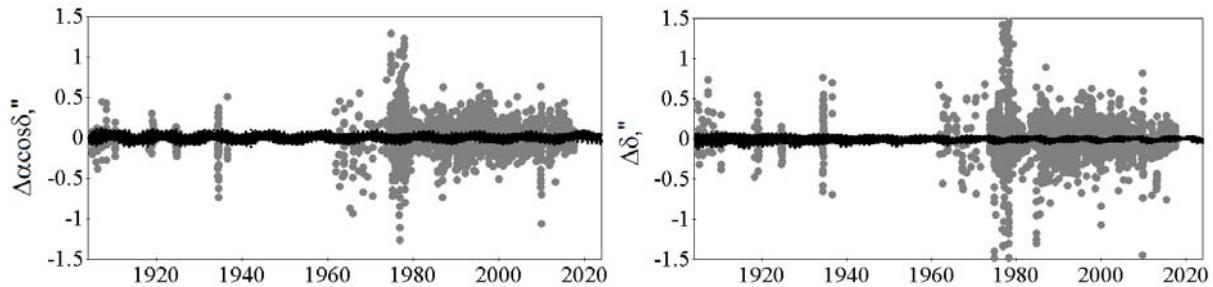


Рис. 4. Сравнение с наблюдениями и эфемеридой Lainey по прямому восхождению и склонению для Каллисто.

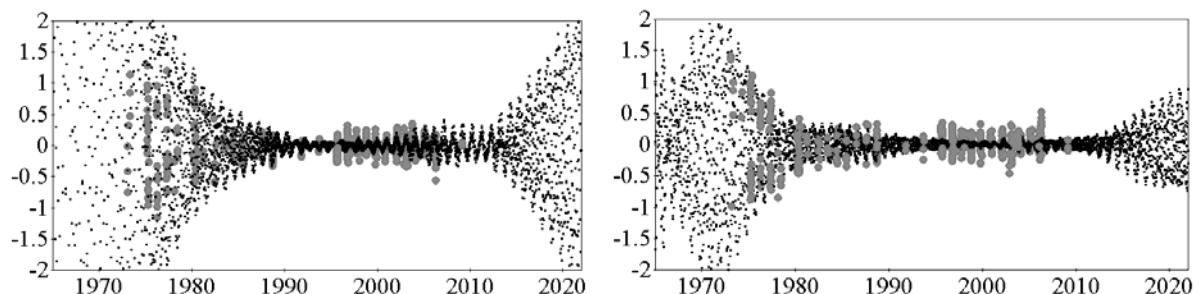


Рис. 5. Сравнение с наблюдениями и эфемеридой Lainey по прямому восхождению и склонению для Мимаса.

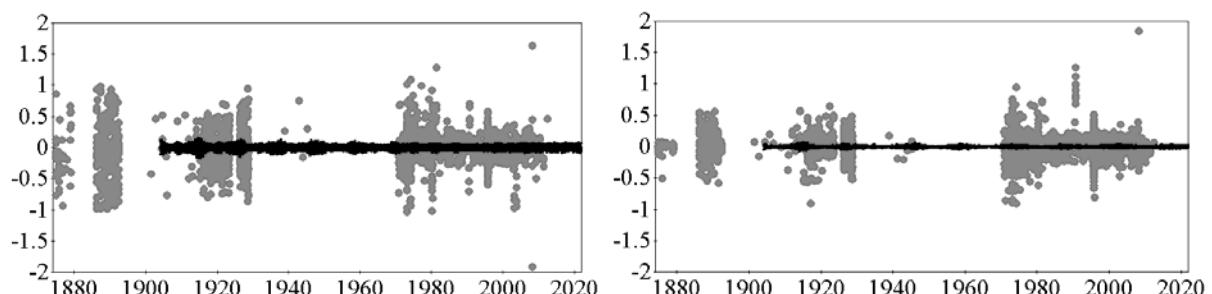


Рис. 6. Сравнение с наблюдениями и эфемеридой Lainey по прямому восхождению и склонению для Энцелада.

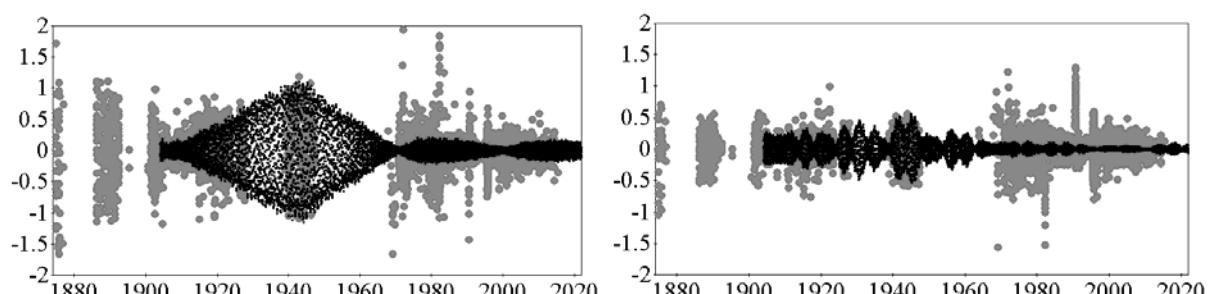


Рис. 7. Сравнение с наблюдениями и эфемеридой Lainey по прямому восхождению и склонению для Тефии.

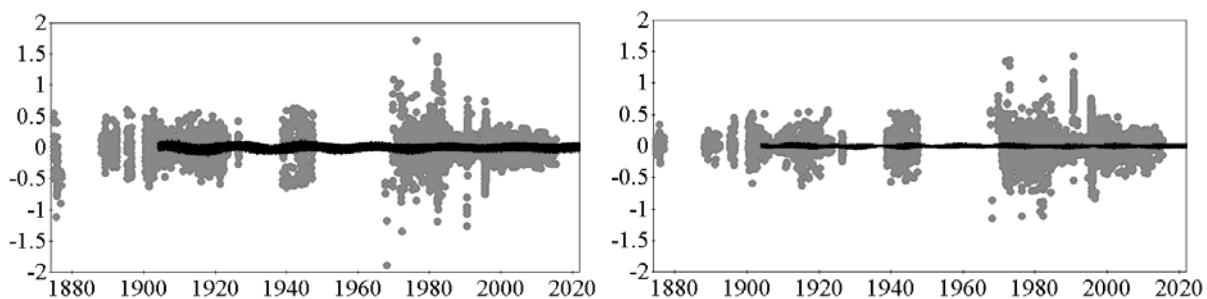


Рис. 8. Сравнение с наблюдениями и эфемеридой Lainey по прямому восхождению и склонению для Дионы.

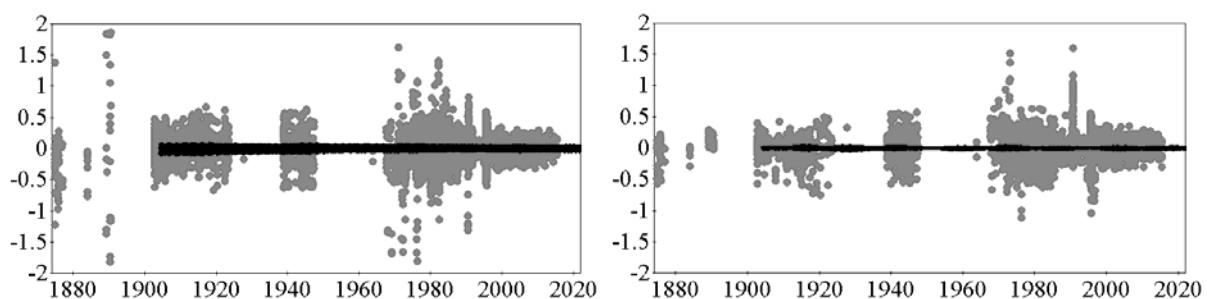


Рис. 9. Сравнение с наблюдениями и эфемеридой Lainey по прямому восхождению и склонению для Реи.

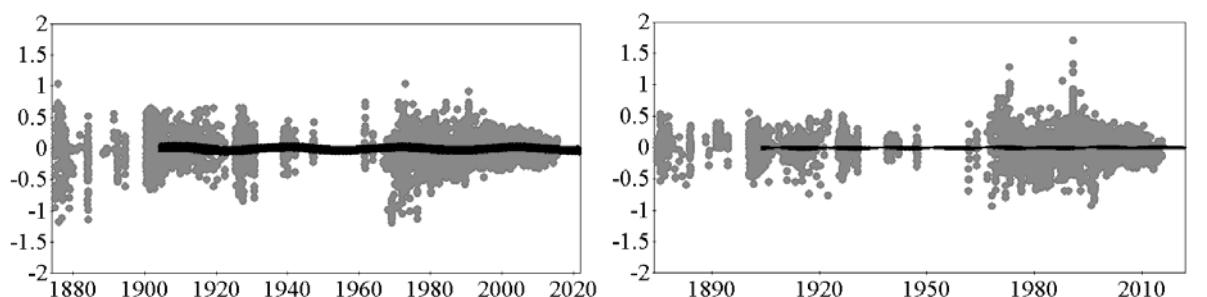


Рис. 10. Сравнение с наблюдениями и эфемеридой Lainey по прямому восхождению и склонению для Титана.

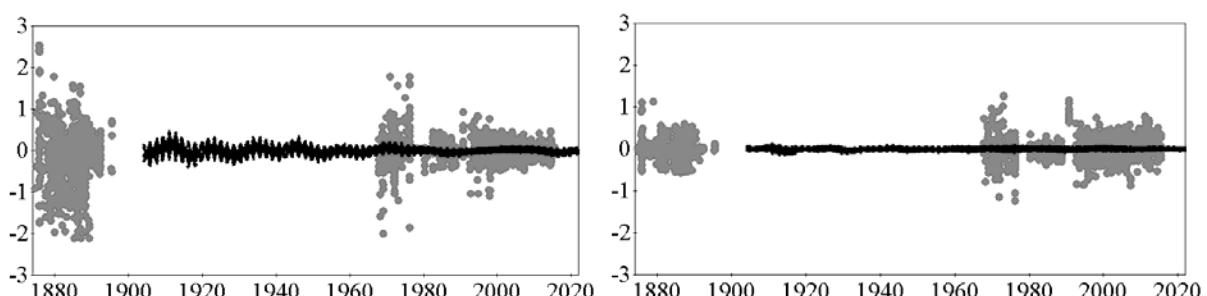
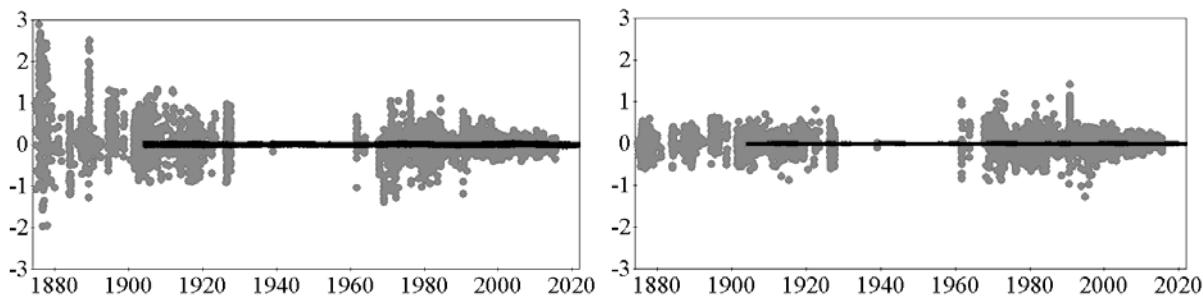


Рис. 11. Сравнение с наблюдениями и эфемеридой Lainey по прямому восхождению и склонению для Гипериона.



**Рис. 12.** Сравнение с наблюдениями и эфемеридой Lainey по прямому восхождению и склонению для Япета.

### Литература

1. Krasinsky G.A., Vasilyev M.V. ERA: knowledge base for ephemeris and dynamical astronomy. Dynamics and Astrometry of Natural and Artificial Celestial Bodies / Proc. IAU Coll. N 165. eds. I. M. Wytrzyszczak, J. H. Lieske, R. A. Feldman. Kluwer Academic Publishers, 1997, 239-244.
2. Pitjeva E.V., Pitjev N.P. Development of planetary ephemerides EPM and their applications // Celest. Mech. Dyn. Astr. 2014, V. 119, 237-256.
3. Lieske J.H. Galilean satellite ephemerides E5. Astron. Astrophys. Suppl. 1998, V. 129, 205—217
4. Vienne A., Duriez L. TASS1. 6: Ephemerides of the major Saturnian satellites // Astron. Astrophys. 1995, V. 297, 588–605.
5. Archinal B.A., Acton C.H., A'Hearn M.F., et al. Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2015 // Celest. Mech. Dyn. Astr., 2018, 130:22.
6. URL: <http://www.sai.msu.ru/neb/nss/obsindhr.htm>
7. URL: <http://www.puldb.ru/db/sdb.php>
8. URL: <https://www.usno.navy.mil/USNO/astrometry/optical-IR-prod/solsys/fastt-plansat>
9. Strugnell P.R., Taylor D.B. A catalogue of ground-based observations of the eight major satellites of Saturn, 1874–1989 // Astron. Astrophys. Suppl. 1990, V. 83, N. 2, 289-300.
10. Arlot J.-E. Amelioration des ephemerides des satellites galileens de Jupiter par l'analyse des observations / These de Doctorat d'etat, Obs. de Paris. 1982.
11. Emelyanov N.V., Arlot J.-E. The Natural Satellites ephemerides facility MULTI-SAT // Astronomy & Astrophysics, 2008, V. 487, 759–765.

### NUMERICAL EPHEMERIDES OF THE GALILEAN SATELLITES OF JUPITER AND MAJOR SATELLITES OF SATURN

Kosmodamianskiy G.A.

Institute of Applied Astronomy of RAS, St. Petersburg, Russia

This work presents numerical ephemerides of the Galilean satellites of Jupiter (Io, Europa, Ganymede, Callisto) covering the period 1891–2025, and eight major satellites of Saturn (Mimas, Enceladus, Tethys, Dione, Rhea, Titan, Hyperion, Iapetus) covering the period 1870–2025. We give our residuals, rms and compare our ephemerides with those constructed by V. Lainey.

## **РАЗРАБОТКА АСТРОНАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ НАВИГАТОР**

**Лукашова М.В., Свешников М.Л., Парийская Е.Ю., Павлов Д.А.**

*Институт прикладной астрономии РАН, г. Санкт-Петербург, Россия*

*Целью настоящей статьи является представление ПС Навигатор на примере решения некоторых задач морской астронавигации разными методами. Система Навигатор не только будет предоставлять пользователю эфемеридные данные, являясь электронной версией «Морского астрономического ежегодника», но и решать типовые задачи морской астронавигации, связанные с определением места судна и поправкой компаса. В настоящее время в системе осуществлены ОМС высотным методом по одновременным и разновременным наблюдениям до 4-х светил, по двум разновременным наблюдениям Солнца, ОМС азимутальным методом по одновременным наблюдениям до 4-х светил, ОПК по Полярной. Ввод задания осуществляется с помощью графического интерфейса пользователя. Решение представляется в графической форме (планшет) и протокола решения в текстовой форме.*

### **1. Введение**

Исключительно важным направлением развития морских астронавигационных эфемерид является создание программных комплексов для решения судоводительских задач. В ИПА РАН поставлена задача разработки специализированной астронавигационной программной системы (ПС) Навигатор [2].

Система будет не только предоставлять пользователю эфемеридные данные, являясь электронной версией «Морского астрономического ежегодника» (МАЕ) [1] повышенной точности (до 0.01'), но и решать типовые задачи морской астронавигации, связанные с определением места судна (ОМС) и поправкой компаса (ОПК). Планируется, что Навигатор будет обладать характеристиками, учитывающими пожелания штурманов ВМФ России.

Целью настоящей статьи является представление ПС на примере решения некоторых задач морской астронавигации разными методами. ОМС основывается на измерениях высот и азимутов светил, а ОПК — на измерениях пеленгов навигационных светил. Измерения светил производятся секстаном для нескольких объектов при движении судна во время наблюдений, что осложняет задачу.

Программа разрабатывается в среде Windows на языке C++ и использует 2D графическую библиотеку Cairo. Ввод задания осуществляется с помощью графического интерфейса пользователя. Решение представляется в графической форме (планшет) и протокола решения в текстовой форме. При решении используются МНК или метод Кондрашихина. Навигатор представляет собой автономную систему, распространяемую на CD-носителе.

В программе используется фундаментальная эфемерида EPM2017, созданная в ИПА РАН, обеспечивающая вычисление экваториальных координат светил с заданной точностью в пределах интервала 2015–2065 гг. В ПС используется каталог звёзд, основанный на данных FK6/HIPPARCOS и значения параметров вращения Земли (ПВЗ), публикуемые на сайте ИПА РАН. Рефракция учитывается по Пулковским таблицам 1985 г. В то время как при использовании МАЕ или МАА-2 точность эфемерид составляет 0.1'=6", а при «ручных» вычислениях, кроме того, используются таблицы ТВА-57, допускающие ошибку до 0.3', вычисления эфемеридных высот и азимутов светил в ПС Навигатор ведутся с полной точностью 0.01", характерной для АЕ [3].

### **2. Панели задач системы**

Общая структура решения задач представлена на рис. 1.

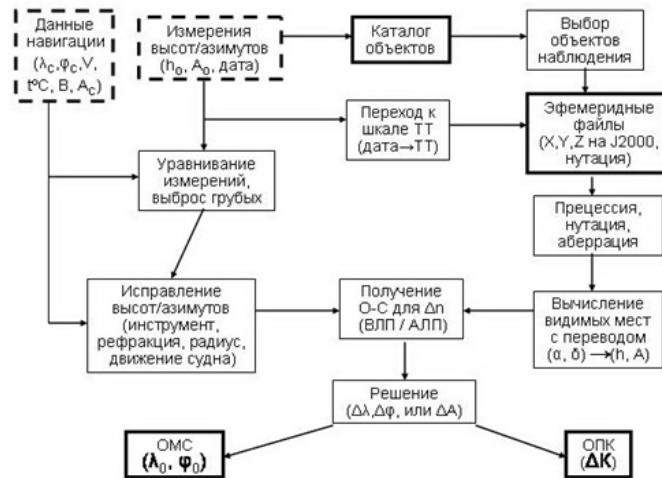


Рис. 1. Общая структура решения задач по определению ОМС и ОПК.

Задание входных параметров осуществляется с помощью графического интерфейса, обеспечивающего редактирование, диагностику входных параметров и запуск задачи (рис. 2). Выработанная структура формирования задач явается удобной для использования. На её основе создётся вычислительный комплекс планируемой системы Навигатор.

Вывод решения производится в форме планшета (рис. 3) и текстового протокола.

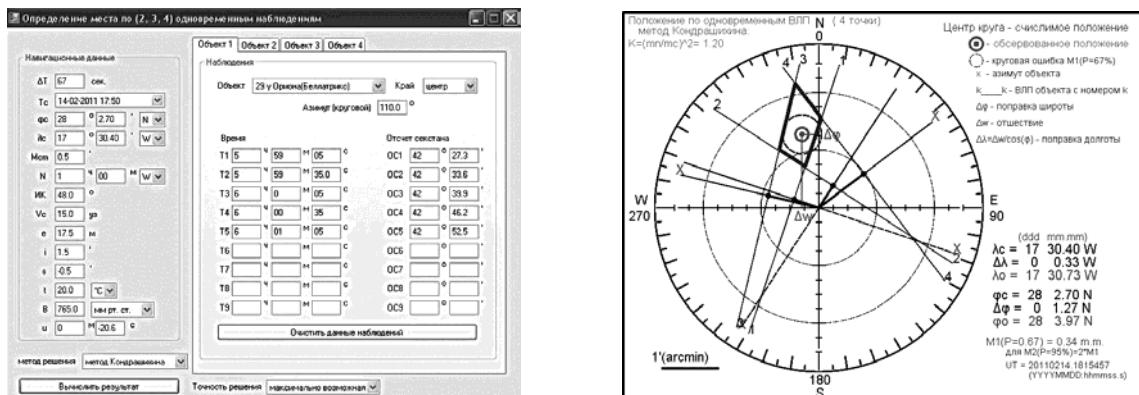


Рис. 2 и 3. Вид панели для ввода навигационной информации и измерений высот, графический вывод решения ОМС по высотам 4-х звёзд.

В настоящее время в системе осуществлены ОМС высотным методом по одновременным и разновременным наблюдениям до 4-х светил, по двум разновременным наблюдениям Солнца, ОМС азимутальным методом по одновременным наблюдениям до 4-х светил, ОПК по Полярной. Подготовлены на языке C++ 12 задач, из числа примеров к объяснению МАЕ, и задача перевода координат между принятыми на практике референц-эллипсоидами.

### 3. Планетарий системы

Завершена работа над ПО поисковой части системы Навигатор — блоком планирования наблюдений (Планетарий). Планетарий представляет собой графическую интерактивную среду, которая позволяет получать изображения звёздного неба для любого момента времени и любой точки земного шара как для всей небесной полусфера целиком, так и для её увеличенной части. Итоговая точность вычисления положений объектов на планетарии зависит от размера экрана, но должна быть не хуже 1.5'.

Планетарий предназначен для решения следующих задач:

- определение начала и конца интервала наблюдений для заданной даты;
- определение общей ситуации на заданный момент времени в заданном месте;
- подбор опорных звёзд для наблюдений (для  $30^\circ < h < 60^\circ$  и заданных азимутов);
- идентификация светил по основным характеристикам ( $T, \lambda, \phi, h, A$ ).

Каталог навигационных звёзд МАЕ (170 объектов), изначально предполагаемый для использования в ПС Планетарий, был расширен до 357 звёзд для лучшей опознаваемости светил.

На рис. 4 представлен общий вид главного окна ПО Планетарий. На панели слева можно задать дату, время и координаты (долготу и широту) наблюдателя. Этим координатам будет соответствовать центр планисфера. На планисфере отображаются все видимые объекты расширенного каталога МАЕ для заданного момента времени и заданной точки наблюдателя. Можно задать максимальное значение звёздной величины видимых звёзд. Ниже на панели задаются параметры суточного движения планисфера (шаг и скорость вращения), кнопка запуска анимации. На управляющей панели можно включить режим показа созвездий и выбрать язык надписей. Цвет фона соответствует дневной освещённости неба.

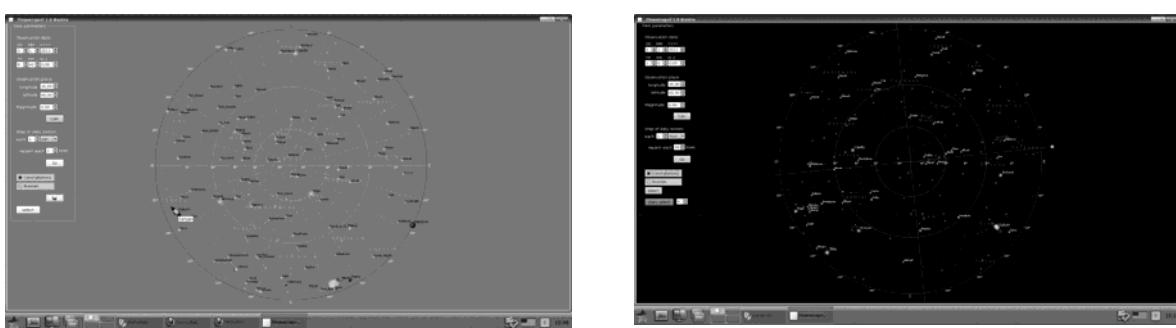


Рис. 4 и 5. Общий вид главного окна Планетария и пример режима выборки 4-х опорных звёзд.

Рис. 5 демонстрирует режим выборки опорных звёзд для наблюдений. Возможно задание пользователем до шести опорных звёзд. Для удобства выбора планисфера делится на сектора, количество которых соответствует числу опорных звёзд. На рисунке выбрано 4 опорных звезды, соответственно планисфера поделена на 4 сектора. Предусмотрена возможность вращения разбиения по планисфере с помощью чувствительной кнопки на одном из лучей разбиения (зелёный кружок на рисунке справа планисфера).

#### 4. Сравнение различных рефракций

Для использования в Навигаторе была произведена работа по сравнению различных моделей рефракции.

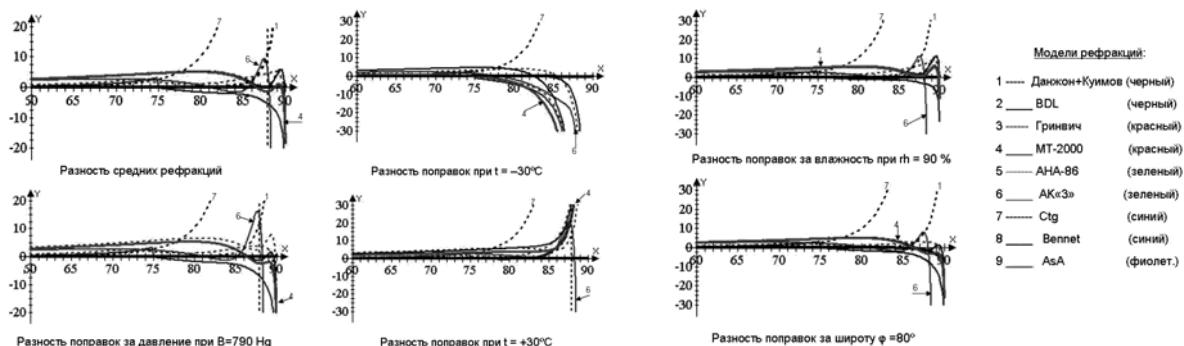


Рис. 6. Сводка сравнения рефракций с Pu-85. Z — по оси x,  $\Delta r$  — по оси y.

На рис. 6 даны графики средней рефракции, поправок за температуру, давление и влажность для различных моделей. Видно сильное различие значений для значений рефракций у горизонта (для  $h < 5^\circ$ ). При этом следует учесть, что ошибки моделей в целом могут складываться из отдельных ошибок для параметров (средней рефракции, температуры, давления, влажности), что может привести к значительной неопределенности в значении рефракции вплоть до минут дуги.

Из графиков видно, что для точного описания рефракции можно использовать:

- В тех случаях, когда нет ограничений на объем программы, лучше всего использовать Пулковские таблицы (модель Ри-85, раздел 2).
- При ограничениях на объем программы применять модель BDL (раздел 3.1), дающую точность для всех условий и высот порядка 1" (а для  $h < 5^\circ$  не более 2") по отношению к Ри-85.

### **5. Используемые референц-эллипсоиды**

В программе могут использоваться несколько референц-эллипсоидов с разными способами переходов между ними: ПЗ-90.11, ПЗ-90.02, ПЗ-90, WGS, СК-42, СК-95, ITRF2008.

Для переходов между эллипсоидами предусмотрено использование разных методов: точный способ Молоденского, средний(стандартный) метод Молоденского (точность преобразования координат, близкую к  $\pm 2$  метрам) и штурманский метод, представляющий собой сокращённый вариант формул М.С. Молоденского, упрощённый для удобства работы штурманов.

### **6. Заключение**

Следует отметить, что, несмотря на появление спутниковых и инерциальных навигационных систем, мореходная астрономия ещё сохраняет своё значение. Например, поправка компаса, как суммарное влияние земного и судового магнитного поля на магнитную стрелку компаса, в открытом море определяется пока только астрономическими методами. Постоянный же учёт поправки компаса на каждой вахте, при смене курса, после стрельб и т.д. является одним из важнейших условий безопасного и экономичного плавания. В связи с этим работы по ПС Навигатор следует считать актуальным направлением в развитии средств морской астронавигации.

### **Литература**

1. Лукашова М.В. (отв. ред.) Морской астрономический ежегодник на 2019 год – СПб: ИПА РАН, УНиО, 2018, 336 с.
2. Свешников М.Л., Свешников А.М., Павлов Д.А., Лукашова М.В. Система для решения основных задач мореходной астрономии // Труды ИПА РАН, 2016, т. 39, 91-97.
3. Брумберг В.А., Глебова Н.И., Лукашова М.В., и др. Расширенное объяснение к Астрономическому ежегоднику // Труды ИПА РАН, 2004, Вып. 10, 488 с.

## **DEVELOPMENT OF THE ASTRONAVIGATION NAVIGATOR SYSTEM**

**Lukashova M.V., Sveshnikov M.L., Pariyskaya E.Yu., Pavlov D.A.**

*Institute of applied astronomy of RAS, St. Petersburg, Russia*

The purpose of the present article is representation of Navigator program soft the on the example of the solution of some problems of naval astronavigation by different methods. The Navigator system not only will be calculated the ephemeris data, being the electronic version of "The naval astronomical yearbook", but also to solve the standard problems of naval astronavigation connected with determination of the position of a ship and a compass' correction. Now the system has determination of the position of a ship by a high-rise method on simultaneous and observations occurring at different times to 4 stars, on two observations of the Sun occurring at different times, determination of the position of a ship by an azimuthal method on simultaneous observations to 4 stars; a compass' correction on Polar are carried out. Input of a task is carried out by means of a graphical user interface. The solution is submitted in a graphic form (tablet) and the protocol of the decision in a text form.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ЭКЗОПЛАНЕТНЫХ СИСТЕМ

Мельников А.В.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>ГАО РАН, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Томский государственный университет, Томск, Россия

*Рассмотрены современные численные методы исследования резонансной и хаотической динамики экзопланетных систем: метод вычисления характеристических показателей Ляпунова, метод MEGNO и метод «максимальных эксцентриситетов». С их помощью построены диаграммы устойчивости для планетных систем γ Сер, HD 196885 и HD 41004. Анализ диаграмм устойчивости позволил определить наиболее вероятные значения орбитальных параметров экзопланет и получить оценки ляпуновского времени их орбитальной динамики. Помощью сопоставления диаграмм устойчивости, построенных при помощи различных методов, выполнен сравнительный анализ их эффективности для исследования долговременной орбитальной динамики экзопланетных систем.*

### 1. Введение

В настоящий момент известно более 3900 планет (экзопланет) в других звездных системах (<http://www.exoplanet.eu>). В орбитальном движении экзопланет может иметь место хаотическое поведение (см., например, [1]). Это, в частности, обусловлено тем, что орбиты экзопланет в кратных звездных системах (более половины звезд главной последовательности входят в кратные системы) могут иметь существенные эксцентриситеты и наклонения. В последнее время большое внимание уделяется изучению динамики экзопланет в двойных звездных системах. В частности, в работах [2, 3] составлен каталог (<http://www.univie.ac.at/adg/schwarz/multiple.html>) планет в двойных звездных системах; в настоящее время он содержит сведения почти о ста планетных системах. В вековой динамике планет в двойных звездных системах существенную роль может играть эффект Лидова-Козаи [4–6]. В частности, именно действием резонансного механизма Лидова-Козаи можно объяснить [6–8] существенные величины эксцентриситетов у ряда экзопланет. Поскольку число известных экзопланет в настоящее время велико и продолжает быстро увеличиваться, разработка эффективных методов и алгоритмов для изучения вековой орбитальной динамики экзопланетных систем является важной и актуальной задачей.

### 2. Методы исследования устойчивости

Одним из основных методов изучения динамики систем является вычисление характеристических показателей Ляпунова (ХПЛ) [9–11]. ХПЛ представляют собой среднюю скорость экспоненциальной расходимости близких (по начальным условиям) траекторий фазового пространства системы. Ненулевая величина максимального ХПЛ (МХПЛ) указывает на хаотический (неустойчивый), а нулевая — на регулярный (устойчивый) характер движения. Величина, обратная МХПЛ, — «ляпуновское время» — представляет собой характерное время предсказуемой динамики системы. Основной недостаток ХПЛ — для получения их точных численных оценок необходимо долговременное интегрирование уравнений движения.

Для того чтобы сделать вывод о характере движения за максимально короткое время интегрирования в работах [12, 13] был предложен метод MEGNO (Mean Exponential Growth factor of Nearby Orbits, средний фактор экспоненциальной расходимости близких орбит). На существенно меньших (по сравнению с вычислением МХПЛ) временах счета MEGNO позволяет сделать вывод о характере движения. В настоящее вре-

мя метод MEGNO активно используется для исследования орбитальной динамики экзопланетных систем (см., например, [8, 14–16]).

Идея по разделению множества возможных орбит небесного тела на регулярные и хаотические посредством анализа максимального изменения эксцентриситета его орбиты в ходе долговременной орбитальной эволюции, выдвинутая в работе [17], легла в основу метода «максимальных эксцентриситетов» (метода MEM, Maximum Eccentricity Method). Суть метода MEM заключается в том, что для хаотической орбиты величина максимального изменения эксцентриситета планеты на фиксированном интервале времени будет велика, а для регулярной орбиты — мала. Благодаря простоте реализации метод MEM часто используется в задачах по исследованию динамики экзопланетных систем (см., например, [2, 3, 18–20]).

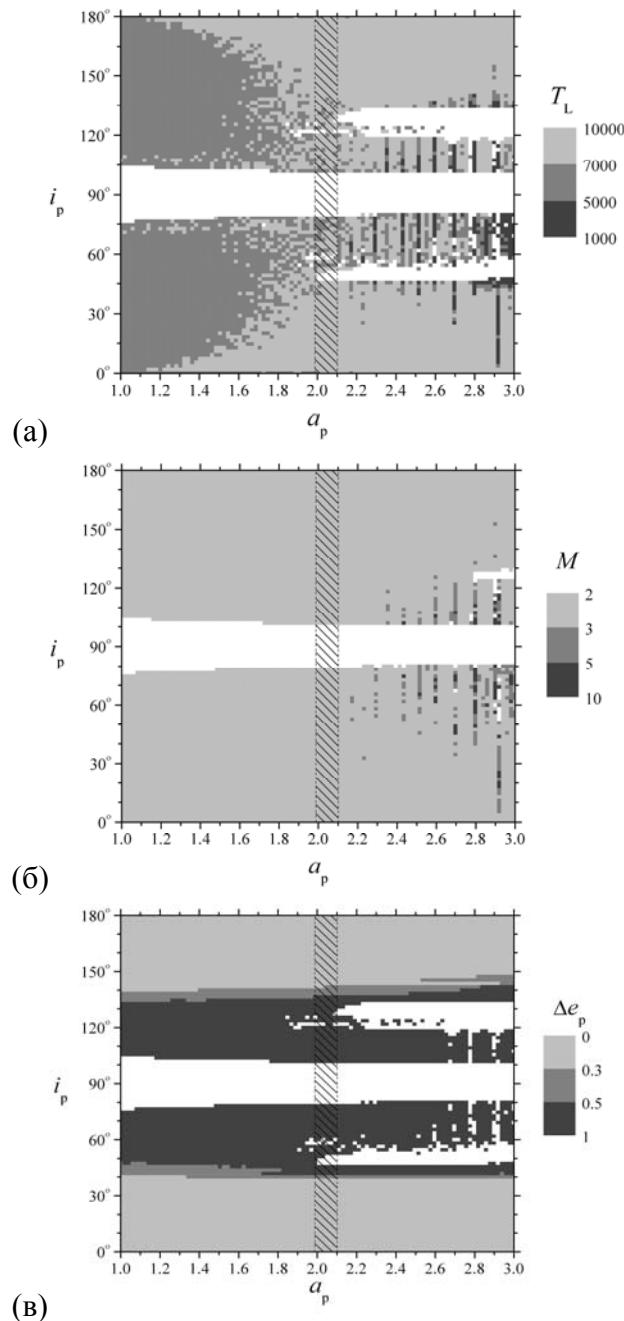
### **3. Диаграммы устойчивости планетных систем**

Применение методов вычисления ХПЛ, MEGNO и метода МЕМ для анализа вековой динамики экзопланет рассмотрим на примере трех экзопланет, находящихся в двойных звездных системах —  $\gamma$  Сер, HD 196885 и HD 41004. Физические и орбитальные параметры этих систем близки. Указанные звездные системы являются тесными (компактными) двойными системами с большими полуосами орбит  $a \approx 20$  а.е. и эксцентриситетами  $e \approx 0.4$ . Для всех планетных систем посредством каждого из перечисленных выше методов построим диаграммы устойчивости, представляющие собой плоскости начальных значений орбитальных параметров системы, на которых выделены области с разным характером динамики. Путем сопоставления диаграмм устойчивости оценим эффективность каждого из методов.

Для всех планетных систем интегрирование уравнений движения в рамках задачи трех тел проводилось для начальных значений орбитальных параметров системы, взятых на равномерной сетке размером  $100 \times 100$  на плоскости  $(a_p, i_p)$ , где  $0^\circ \leq i_p \leq 180^\circ$  — наклонение орбиты планеты относительно плоскости орбиты звездной системы. Диапазон вариации величины большой полуоси орбиты планеты  $a_p$  выбирался в ближайшей окрестности от ее известной из наблюдений величины. В частности, для системы  $\gamma$  Сер величина  $a_p$  варьировалась от 2 а.е. до 3 а.е. с шагом 0.01 а.е. Детальное описание алгоритма интегрирования орбитальной динамики можно найти в работах [21–23].

Посредством вычисления ХПЛ, параметра MEGNO и применения метода МЕМ на плоскости  $(a_p, i_p)$  выделялись области с разным характером орбитальной динамики — строились диаграммы устойчивости. Для всех систем при вычислении ХПЛ и использовании метода МЕМ интегрирование уравнений движения проводилось на интервале времени  $10^5$  лет. Параметр MEGNO вычислялся на промежутке времени  $2 \times 10^4$  лет. Подробные описания алгоритма построения диаграмм устойчивости и методов определения устойчивости экзопланетных систем приведены в работах [21–23]. На рис. 1 в качестве примера представлены диаграммы устойчивости, построенные для планетной системы  $\gamma$  Сер. Диаграммы устойчивости для двух других планетных систем — HD 196885 и HD 41004 представлены в работах [22, 23].

Из анализа диаграмм устойчивости планетной системы  $\gamma$  Сер, представленных на рис. 1, видно, что динамика системы является устойчивой, если она не находится вблизи резонанса Лидова-Козаи (центру резонанса соответствуют значения  $i_p \approx 39^\circ, 129^\circ$ ) и угол между плоскостями орбит планетной и звездной систем не слишком велик. При  $80^\circ < i_p < 110^\circ$  для всех рассмотренных значений  $a_p$  планета выбрасывается из звездной системы или сталкивается со звездой на временах 100–500 лет (см. подробнее про динамику системы в этой области значений  $i_p$  в [14]).



**Рис. 1.** Планетная система  $\gamma$  Сер. (а) Ляпуновские времена (в годах). (б) Величина параметра MEGNO. (в) Максимальное изменение величины эксцентриситета планетной системы на интервале времени  $10^5$  лет. Белый цвет соответствует неустойчивым планетным орбитам. Штриховой полосой указано местоположение [24] планетной системы  $\gamma$  Сер.

Из рис. 1а следует, что ляпуновское время (положено  $T_L = 1/L$ , где  $L$  — МХПЛ) планетной системы  $\gamma$  Сер для большинства вероятных начальных значений орбитальных параметров, выделенных заштрихованной вертикальной полосой, составляет более  $7 \times 10^3$  лет. Отметим, что на рис. 1а при  $a_p > 2$  а.е. присутствуют области в форме вертикальных полос из орбит с малыми ляпуновскими временами ( $T_L = 1000\text{--}5000$  лет). Данные области связаны с резонансами средних движений планетной и звездной систем. На рис. 1б эти области также присутствуют, им соответствуют большие значения параметра MEGNO ( $M > 3$ ). Регулярным орбитам на рис. 1б соответствуют значения

$2 < M < 3$ . Области неустойчивости в окрестности резонанса Лидова-Козаи, представляющие собой на рис. 1а и рис. 1в белые горизонтальные полосы при  $a_p > 2$  а.е., на рис. 1б выявлены не полностью. Это связано с использованием меньшего промежутка времени интегрирования при вычислении MEGNO, чем при вычислении ХПЛ и использовании метода МЕМ. Из рис. 1в видно, что метод МЕМ позволяет грубо оценить границы области регулярной/хаотической динамики. Например, присутствующие на рис. 1а области с малыми ляпуновскими временами, связанные с резонансами средних движений, на рис. 1в не видны. Возможно, их удастся выявить посредством увеличения времени интегрирования.

#### **4. Выводы**

Итак, рассмотрены современные численные методы для исследования резонансной и хаотической динамики экзопланетных систем: метод вычисления ХПЛ, метод MEGNO и метод МЕМ. Посредством перечисленных выше методов построены диаграммы устойчивости для трех планетных систем —  $\gamma$  Сер, HD 196885 и HD 41004.

Сравнительный анализ эффективности рассмотренных методов для исследования вековой динамики экзопланетных систем показал, что вычисление ХПЛ позволяет сделать теоретически обоснованные выводы о характере вековой динамики экзопланетной системы и получить оценки ляпуновского времени. Метод вычисления ХПЛ является наиболее затратным из рассмотренных, поскольку требует значительных вычислительных ресурсов. Вычисление MEGNO позволяет выявить области регулярной/хаотической динамики на множестве начальных значений орбитальных параметров экзопланетной системы с большим разрешением по начальным данным, чем метод вычисления ХПЛ. Это возможно благодаря тому, что вычисление MEGNO обычно проводится на интервале времени на порядок меньше, чем в случае вычисления ХПЛ. Затраты машинного времени для вычисления ХПЛ и MEGNO на одном и том же промежутке времени интегрирования сопоставимы по величине. Однако вероятность ошибиться с определением типа траектории (регулярная/хаотическая) в фазовом пространстве, при использовании MEGNO выше (см., например, [25]), чем при вычислении ХПЛ, так как в алгоритмах определения MEGNO используются дополнительные предположения. Метод МЕМ позволяет получить лишь предварительные оценки границ областей регулярной/хаотической динамики, но требует наименьших затрат машинного времени и может использоваться параллельно с методами вычисления ХПЛ и MEGNO для дополнительного контроля получаемых результатов.

Анализ диаграмм устойчивости, построенных посредством любого из рассмотренных методов, позволяет наложить ограничения на реальные значения орбитальных параметров планеты (в нашем случае на  $a_p$  и  $i_p$ ) — они должны принадлежать областям с максимальными значениями ляпуновских времен.

Установлено, что динамика систем  $\gamma$  Сер и HD 41004 является устойчивой с ляпуновским временем более  $(5-7) \times 10^3$  лет, если угол между плоскостями орбит планетной и звездной систем орбиты далек от  $90^\circ$ . Динамика планетной системы HD 196885 может быть неустойчивой — для ряда возможных начальных значений орбитальных параметров планеты ляпуновское время составляет менее  $10^3$  лет.

Данная работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 17-02-00028), в рамках Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 28 «Космос: исследования фундаментальных процессов и их взаимосвязей» и Программы повышения конкурентоспособности ТГУ.

### **Литература**

1. *Маров М.Я., Шевченко И.И.* Экзопланеты. Экзопланетология – М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2017. 138 с.
2. *Schwarz R., Funk B., Zechner R. and Bazsó Á.* New prospects for observing and cataloguing exoplanets in well detached binaries // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2016. V. 460. № 4. P. 359–3609.
3. *Schwarz R., Haghighipour N., Eggl S., et al.* Prospects of the detection of circumbinary planets with Kepler and CoRoT using the variations of eclipse timing // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2011. V. 414. P. 2763–2770.
4. *Лидов М.Л.* Эволюция орбит искусственных спутников под воздействием гравитационных возмущений внешних тел // Искусственные спутники Земли. 1961. Т. 8. С. 5–45.
5. *Kozai Y.* Secular perturbations of asteroids with high inclination and eccentricity // Astronomical Journal. 1962. V. 67. № 9. P. 591–598.
6. *Shevchenko I.I.* The Lidov-Kozai effect – applications in exoplanet research and dynamical astronomy – Springer. 2017. 198 p.
7. *Holman M., Touma J., Tremaine S.* Chaotic variations in the eccentricity of the planet orbiting 16 Cygni B // Nature. 1997. V. 386. № 6622. P. 254–256.
8. *Giuppone C.A., Correia A.C.M.* Lidov-Kozai stability regions in the  $\alpha$  Centauri system // Astronomy & Astrophysics. 2017. V. 605. id. A124. 10 p.
9. *Лихтенберг А., Либерман М.* Регулярная и стохастическая динамика – М.: Мир. 1984. 528 с.
10. *Оседец В.И.* Мультиплективная эргодическая теорема. Характеристические показатели Ляпунова динамических систем // Труды Московского математического общества. 1968. Т. 19. С. 179–210.
11. *Chirikov B.V.* A universal instability of many-dimensional oscillator systems // Physics Reports. 1979. V. 52. № 5. P. 263–379.
12. *Cincotta P.M., Simó C.* Simple tools to study global dynamics in non-axisymmetric galactic potentials – I // Astronomy and Astrophysics Supplement. 2000. V. 147. P. 205–228.
13. *Cincotta P.M., Girdano C.M., Simó C.* Phase space structure of multidimensional systems by means of the mean exponential growth factor of nearby orbits // Physica D. 2003. V. 182. P. 151–178.
14. *Giuppone C.A., Morais M.H.M., Boué G., Correia A.C.M.* Dynamical analysis and constraints for the HD 196885 system // Astronomy & Astrophysics. 2012. V. 541. id. A151. 10 pp.
15. *Satyal S., Hinse T.C., Quarles B. and Noyola J.P.* Chaotic dynamics of the planet in HD 196885 AB // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2014. V. 443. № 2. P. 1310–1318.
16. *Satyal S., Quarles B. and Hinse T.C.* Application of chaos indicators in the study of dynamics of S-type extrasolar planets in stellar binaries // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2013. V. 433. № 3. P. 2215–2225.
17. *Morbidelli A., Nesvorný D.* Numerous weak resonances drive asteroids toward terrestrial planets orbits // Icarus. 1999. V. 139. № 2. P. 295–308.
18. *Dvorak R., Pilat-Lohinger E., Schwarz R. and Freistetter F.* Extrasolar Trojan planets close to habitable zones // Astronomy & Astrophysics. 2004. V. 426. P. L37–L40.
19. *Funk B., Pilat-Lohinger E. and Eggl, S.* Can there be additional rocky planets in the Habitable Zone of tight binary stars with a known gas giant? // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2015. V. 448. № 2. P. 3797–3805.
20. *Pilat-Lohinger E., Bazsó A. and Funk B.* A quick method to identify secular resonances in multi-planet systems with a binary companion // The Astronomical Journal. 2016. V. 152. № 5. id. 139. 9 p.
21. *Мельников А.В.* О хаотической орбитальной динамике планеты в системе 16 Cyg // Письма в Астрономический журнал. 2016. Т. 42. № 2. С. 136–147.
22. *Мельников А.В.* Орбитальная динамика планетной системы HD 196885 // Астрономический вестник. 2017. Т. 51. № 4. С. 357–364.
23. *Мельников А.В.* Численные инструменты для анализа вековой динамики экзопланетных систем // Астрономический вестник. 2018. Т. 52. № 5. С. 427–436.

24. Neuhäuser R., Mugrauer M., Fukagawa M., et al. Direct detection of exoplanet host star companion  $\gamma$  Cep B and revised masses for both stars and the sub-stellar object // *Astronomy & Astrophysics*. 2007. V. 462. P. 777–780.
25. Maffione N.P., Darriba L.A., Cincotta P.M. and Giordano C.M. Chaos detection tools: application to a self-consistent triaxial model // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2013. V. 429. № 3. P. 2700–2717.

## NUMERICAL METHODS FOR STUDYING THE STABILITY OF EXOPLANETARY SYSTEMS

**Melnikov A.V.<sup>1,2</sup>**

*Pulkovo observatory, Saint-Petersburg, Russia  
Tomsk State University, Tomsk, Russia*

The modern numerical methods for studying the resonance and chaotic dynamics of exoplanetary systems are considered: the method of calculating Lyapunov characteristic exponents, the MEGNO method and the “maximum eccentricity” method. With their help, stability diagrams were constructed for planetary systems  $\gamma$  Cep, HD 196885 and HD 41004. Analysis of stability diagrams made it possible to determine the most probable values of the orbital parameters of exoplanets and to obtain estimates of the Lyapunov time of their orbital dynamics. By comparing the stability diagrams constructed using various methods, a comparative analysis of their effectiveness is performed to study the long-term orbital dynamics of exoplanetary systems.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ НАБЛЮДЕНИЙ ЛАЗЕРНОЙ ЛОКАЦИИ ЛУНЫ 1970–2017 гг.

Павлов Д.А.

Институт прикладной астрономии РАН, Санкт-Петербург, Россия

Лазерная локация Луны (ЛЛЛ) является наиболее высокоточным средством для изучения динамики Луны и построения лунной системы отсчёта. С 2013 г. доступны результаты космической миссии *GRAIL* — высокоточные измерения гравитационного поля Луны (ГПЛ), которые также важны для изучения динамики Луны. В статье приведены результаты улучшения модели движения Луны с учётом солнечного давления и крутящего момента от взаимодействия фигур Земли (2-й степени) и Луны (3-й степени). На сегодняшний день обработка выявляет ряд эффектов, требующих объяснения. В частности, в статье рассматривается обнаруживаемое вращение эфемеридной системы координат относительно оси X ICRF и отклонение осей лунной системы координат от истинных главных осей инерции (возможно, связанное с несовершенством модели приливных возмущений или внутреннего строения Луны).

### 1. Введение

Более чем 48-летняя история эксперимента ЛЛЛ принесла множество научных результатов, среди которых — изучение строения Луны путём развития динамической модели её движения. Точность наблюдений (нормальных точек) ЛЛЛ в начале 1970-х годов исчислялась дециметрами, а в настоящее время достигла показателей 2–5 мм. Действующими обсерваториями на данный момент являются: ОСА (Франция), включая действующий с 2015 г. инфракрасный лазер [1], Apache Point (США) и Matera (Италия). Данные наблюдений ЛЛЛ публично доступны:

- ОСА: <http://geoazur.fr/astrogeo/?href=observations/donnees/luneRG/brutes>
- Apache Point: [http://tmurphy.physics.ucsd.edu/apollo/norm\\_pts.html](http://tmurphy.physics.ucsd.edu/apollo/norm_pts.html)
- Matera: [ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/pub/slrf/data/npt\\_crd](ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/pub/slrf/data/npt_crd) (сервер CDDIS)
- Все наблюдения до 2016 г.: <http://polac.obspm.fr/lrdatae.html>.

По ходу улучшения точности наблюдений улучшалась и модель движения Луны. В настоящий момент большая часть исследований, посвящённых обработке наблюдений ЛЛЛ, проводятся с использованием численных эфемерид Луны или динамической модели, лежащей в основе этих эфемерид. Три мировых института, выпускающие эфемериды Луны (NASA JPL [2], IMCCE [3], ИПА РАН [4, 5]), используют одну (с небольшими различиями) динамическую модель Луны как эластичного тела с круглым жидким ядром, предложенную Дж. Вильямсом [6] и впоследствии модифицированную введением параметра сжатия ядра [2]. Эластичность Луны моделируется возмущениями тензора инерции лунной мантии из-за приливов, вызываемых Землёй и из-за вращения самой Луны. В модели Луны присутствуют кинематические члены либрации в долготе [7, 4], природа которых требует объяснения. Кроме того, разброс остаточных невязок наблюдений ЛЛЛ существенно превышает формальные точности современных наблюдений (см. табл. 1). Причинами разброса могут являться как несовершенство модели движения Луны, так и несовершенство земных моделей движения наблюдательных пунктов, вращения Земли, задержки оптического сигнала в тропосфере. В статье рассматриваются несколько путей улучшения динамической модели Луны.

### 2. Давление солнечной радиации

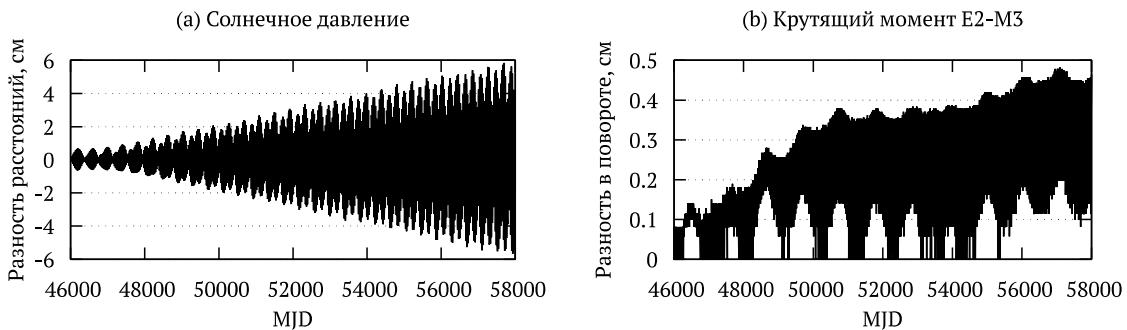
Давление солнечной радиации, отсутствующее в опубликованных эфемеридах DE и EPM, но присутствующее в эфемериде INPOP17a [3], было смоделировано в рабочей версии эфемерид EPM как дополнительный член ускорения центра масс Луны  $\mathbf{a}_{\text{rad}}$ :

$$\mathbf{a}_{\text{rad}} = \frac{G_{\text{SC}} \pi R^2}{c M} \hat{\mathbf{r}}_{\text{SM}} \approx 5.86 \times 10^{-16} \hat{\mathbf{r}}_{\text{SM}} \text{ м/с}^2, \quad (1)$$

где  $\hat{\mathbf{r}}_{\text{SM}}$  — единичный вектор направления от Солнца на Луну,  $G_{\text{SC}}$  — солнечная «постоянная» (около 1361 Вт),  $R$  — радиус Луны (около 1738000 м),  $M$  — масса Луны (около  $7.348 \times 10^{22}$  кг),  $c$  — скорость света. Дополнительные эффекты — поглощение света Землёй, отражение света Землёй и Луной, тепловое излучение Луны — не учитываются. По оценкам, проведённым в [8], эти эффекты, действуя в разных направлениях, суммарно составляют не более 25% от главного эффекта поглощения света Луной.

Влияние дополнительного члена (1) на динамику Луны, выраженное в изменении расстояния от Луны до Земли, приведено на рис. 1 (а). На интервале времени в 12000 суток (около 32.8 лет) амплитуда изменения расстояния достигает 6 см.

Общее сравнение решений без учёта (А) и с учётом (В) солнечного давления с обработкой всех наблюдений ЛЛЛ и уточнением всех динамических и редукционных параметров приведено в табл. 1., из которой видно устойчивое, хотя и очень малое, улучшение результатов при использовании модели солнечного давления. Незначительность улучшения свидетельствует о том, что основная часть колебаний, видимых на рис. 1 (а), была искусственно «погашена» за счёт подгонки динамических параметров.



**Рис. 1.** (а) влияние учёта солнечного давления на модельное расстояние между Землёй и Луной. (б) влияние учёта взаимодействия между фигурой Земли (2-я степень) и фигурой Луны (3-я степень) на модельное вращение Луны, измеренное в максимальном смещении на поверхности.

**Таблица 1.** Статистика представления наблюдений ЛЛЛ в эфемериде ЕРМ. Взвешенное среднеквадратическое значение (WRMS) односторонних остаточных невязок в вариантах (А) и (В) соответствует модели без учёта и с учётом солнечного давления, соответственно. Значения WRMS для современных миллиметровых наблюдений приведены с большей точностью.

Станция	Период наблюдений	Нормальных точек	Использовано	Отброшено	WRMS (A), см	WRMS (B), см
McDonald	1969–1985	3604	3552	52	19.9	19.9
MLRS1	1983–1988	631	587	44	11.1	11.1
MLRS2	1988–2013	3670	3216	454	3.5	3.5
Haleakala	1984–1990	770	749	21	5.8	5.8
OCA (Ruby)	1984–1986	1188	1109	79	17.0	17.0
OCA (YAG)	1987–2005	8324	8207	117	2.0	2.0
OCA (MeO)	2009–2017	1836	1814	22	1.43	1.42
OCA (IR)	2015–2017	2840	2797	43	1.30	1.29
Apache Point	2006–2016	2648	2609	39	1.39	1.38
Matera	2003–2017	151	143	8	3.0	3.0

### 3. Взаимодействие фигур Земли и Луны

В динамической модели всех современных эфемерид отражено не только взаимодействие небесных тел как материальных точек, но и дополнительное ускорение материальных точек в несферическом гравитационном потенциале Солнца (только  $C_{20}$ ), Луны и Земли (гармоники до 6 порядка включительно), крутящий момент, сообщаемый Луне нахождением материальных точек в её гравитационном поле. Также учитывается крутящий момент, обусловленный нахождением сжатой ( $C_{20}$ ) Земли в гравитационном поле Луны. В работе [9] предложено учитывать также и взаимодействие гармоник Земли от порядка 3 и выше с гравитационным полем Луны. Уравнения из [9] в настоящей работе для краткости опущены. В рабочую версию эфемериды ЕРМ был введен дополнительный член, отвечающий за крутящий момент «E2-M3», возникающий от сжатой Земли, находящейся в ГПЛ, представленном гармониками до 3-го порядка. Влияние этого члена на вращение Луны оценено на рис. 1 (b): менее 5 мм в максимальном смещении на поверхности за 12000 суток. Этот эффект полностью компенсируется «подгонкой» параметров решения и не оказывает влияния на итоговый результат.

Дальнейшие тесты показали, что крутящий момент от взаимодействия фигур более высоких порядков, равно как и ускорение от взаимодействия фигур начиная с порядка 2 и выше (уравнения для которого также приведены в [9]), имеют пренебрежимо малое влияние на орбитальное и вращательное движение Луны.

### 4. Наклон жидкого ядра

Данные космического гравиметра GRAIL, действовавшего в 2012 г., позволили создать модели ГПЛ до степеней 660 [10], 900 [11], 1200 [12] и 1500 [13] (количество гармоник росло одновременно с ресурсами компьютеров, на которых рассчитывались соответствующие решения). КА GRAIL не имели средств прямой привязки к лунной поверхности; привязка осуществлялась через траекторные измерения с Земли с использованием данных о движении Луны из одной из численных эфемерид.

Следует отметить, что во всех современных эфемеридах система координат (СК) Луны построена на главных осях инерции лунной мантии, которые (по предположению модели) совпадают с главными осями инерции всей Луны. В таких условиях, в СК Луны коэффициенты ГПЛ  $C_{21}$ ,  $S_{21}$  и  $S_{22}$  равны нулю, что соблюдается в модели.

Во всех четырёх решениях, полученных из GRAIL, значения этих трёх коэффициентов находятся за пределами  $3\sigma$  (см. табл. 2). Более того, значения  $C_{21}$  и  $S_{22}$  существенно различаются между моделями, что отчасти объяснимо тем фактом, что модели были получены в двух разных институтах с использованием двух разных эфемерид.

Однако значения  $S_{21}$  относительно близки во всех четырёх моделях и превышают  $1 \times 10^{-9}$ . Столь устойчивое отличие  $S_{21}$  от нуля имеет существенное значение для динамики Луны.

**Таблица 2.** Значения коэффициентов ГПЛ  $C_{21}$ ,  $S_{21}$  и  $S_{22}$  с формальными ошибками ( $1\sigma$ ) в четырёх решениях, полученных из данных GRAIL и в одном тестовом решении, основанном на обработке наблюдений ЛЛЛ в рамках лунной эфемериды ЕРМ.

Решение	Институт	Эфемерида	$C_{21} (\times 10^{-9})$	$S_{21} (\times 10^{-9})$	$S_{22} (\times 10^{-9})$
GL0660b	JPL	DE421	$0.123 \pm 0.003$	$1.013 \pm 0.004$	$-0.249 \pm 0.007$
GRGM900c	GSFC	DE421	$0.223 \pm 0.002$	$1.007 \pm 0.002$	$-0.105 \pm 0.003$
GRGM1200a	GSFC	DE430	$0.015 \pm 0.003$	$1.173 \pm 0.002$	$0.908 \pm 0.003$
GL1500e	JPL	DE430	$0.173 \pm 0.002$	$1.041 \pm 0.002$	$-0.102 \pm 0.003$
ЕРМ (ЛЛЛ)	ИПА РАН	ЕРМ	—	$0.848 \pm 0.060$	—

В данной работе был проведён эксперимент с определением поправки к  $S_{21}$  в рамках эфемериды ЕРМ по наблюдениям ЛЛЛ. Начальное значение коэффициента было равно нулю, в соответствии с принятой моделью. Определённое таким образом значение поправки (см. последнюю строку табл. 2) находится в пределах  $3\sigma$  от значений в моделях GRAIL. Определение ненулевого  $S_{21}$  двумя принципиально разными способами не оставляет сомнений в том, что модель движения Луны требует улучшения.

В [4] был проведён эксперимент с введением в модель Луны номинального значения  $S_{21}$  из решения GL660b, были получены удовлетворительные результаты обработки наблюдений ЛЛЛ. Однако такая модель противоречит законам механики и создаёт расхождение между двумя эффектами, зависящими от распределения масс в Луне. Первый из этих эффектов — свободное вращение самой Луны (уравнения [2, 4] построены так, что номинальное изменение  $S_{21}$  не оказывает влияния на тензор инерции). Второй эффект — влияние на Луну внешних тел, непосредственно зависящее от ГПЛ и, в частности, от  $S_{21}$ .

Влияние внешних тел на вращение Луны моделируется крутящим моментом, действующим на мантию, но не на жидкое ядро (доказательство для Земли приведено в [14]). Следовательно, изменение формы ядра, на первый взгляд, могло бы устранить наблюдаемое рассогласование между свободным вращением Луны и действием внешних тел. Такое предположение высказывалось в [15]. В настоящей работе был проведён эксперимент по моделированию движения Луны с жидким ядром в форме эллипсоида с коэффициентом сжатия  $f_c$ , наклонённым на  $1^\circ$  относительно оси X мантии (что примерно соответствует компенсации указанного значения  $S_{21}$  всей Луны).

Уравнения вращения мантии и ядра, записанные во вращающейся СК мантии, выглядят следующим образом:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{I}^{-1}(\mathbf{N} - \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega})), \quad (2)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_c = \mathbf{I}_c^{-1}(-\mathbf{N}_{CMB} - \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}_c \boldsymbol{\omega}_c)), \quad (3)$$

где  $\mathbf{I}$  и  $\mathbf{I}_c$  — тензоры инерции мантии и ядра соответственно,  $\boldsymbol{\omega}$  и  $\boldsymbol{\omega}_c$  — угловые скорости. Полный крутящий момент  $\mathbf{N}$ , действующий на мантию, складывается из действия внешних тел (как точек и как фигур), и действия на границе между мантией и ядром:

$$\mathbf{N} = \sum_{A \neq M} N_{figM-pmA} + N_{figM-figE} + \mathbf{N}_{CMB}. \quad (4)$$

На границе между мантией и ядром возникает трение (моделируется как вектор, пропорциональный относительной угловой скорости) и давление, рассмотренное в [16]:

$$\mathbf{N}_{CMB} = k_v(\boldsymbol{\omega}_c - \boldsymbol{\omega}) + C_c f_c (\hat{\mathbf{z}}_c \cdot \boldsymbol{\omega}_c) (\hat{\mathbf{z}}_c \times \boldsymbol{\omega}_c), \quad (5)$$

где  $k_v$  — коэффициент трения,  $C_c$  — полярный момент инерции ядра,  $\hat{\mathbf{z}}_c$  — направление главной оси эллипсоида, в которую заключена жидкость ядра. Сумма тензоров инерции ядра и мантии даёт диагональный (в среднем) тензор инерции всей Луны, подвергающийся возмущениям от приливов и вращения Луны:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_T - \mathbf{I}_c \quad (6)$$

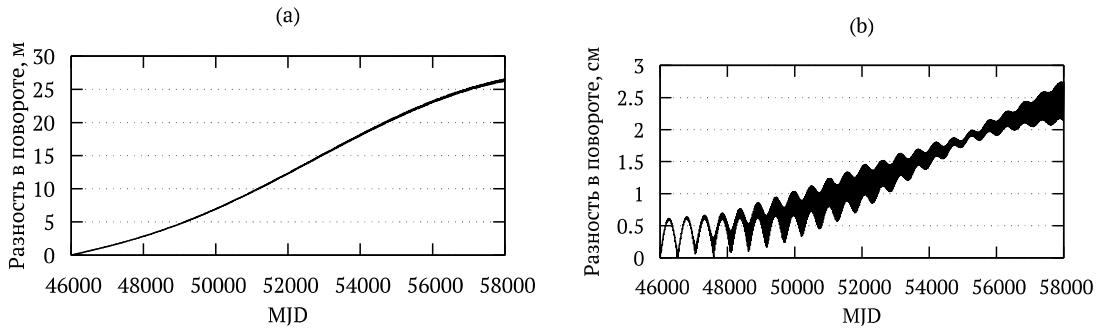
Пусть  $R$  — матрица поворота из СК ядра (осей эллипсоида) в СК всей Луны. Тензор инерции ядра  $\mathbf{I}_c$  в СК всей Луны выражается из  $\mathbf{I}_c^{(0)}$  в СК ядра. Аналогично, орт  $\hat{\mathbf{z}}_c$  эллипсоида выражается через орт  $\hat{\mathbf{z}}$  всей Луны:

$$\mathbf{I}_c^{(0)} = C_c \begin{pmatrix} 1 - f_c & 0 & 0 \\ 0 & 1 - f_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{I}_c = R \mathbf{I}_c^{(0)} R^{-1} \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_c = R \hat{\mathbf{z}} \quad (9)$$

Эксперимент с изменённым тензором инерции ядра (8), повлекшим обратное изменение тензора инерции мантии (6) позволил получить модель Луны, в которой поправка к  $S_{21}$  ожидаемо достигла оклонулевой величины. Однако учёт поворота формы (9), повлекший изменение во внутреннем крутящем моменте (4), вернул поправку к исходному показателю. На рис. 2 показано, что (8) и (9) оказывают практически взаимоуничтожающее действие на модельное вращение Луны.



**Рис. 2.** Влияние поворота ядра Луны на  $1^\circ$  по оси X на модельное вращение Луны, измеренное в максимальном смещении на поверхности. (а) с учётом изменения тензора инерции ядра, но без учёта изменения направления оси эллипсоида при вычислении давления жидкости на мантию. (б) с учётом изменения тензора инерции и оси эллипсоида.

## 5. Относительное вращение небесной и эфемеридной систем координат

Орбиты планет (включая Землю) в эфемеридах ЕРМ привязаны к ICRF с точностью около 0.2 mas ( $3\sigma$ ) через радиотехнические и РСДБ-наблюдения КА в дальнем космосе [17]. Орбита Луны определяется в экваториальной СК, фактически привязанной к ICRF через РСДБ-наблюдения квазаров. Наблюдения ЛЛЛ чувствительны и к экватору (в отличие от наблюдений КА), и к эклиптике (в отличие от РСДБ-наблюдений квазаров) [18] и могут использоваться как независимое средство определения ориентации эфемерид в ICRF. В данной работе были получены поправки к этой ориентации с точностью 0.2 mas ( $3\sigma$ ), аналогично привязке по наблюдениям КА. Кроме того, было обнаружено вращение эфемеридной СК относительно оси X ICRF со скоростью  $-37 \pm 13$  ( $3\sigma$ ) mas/год. Данное значение существенно превышает оценки «вращения» самой ICRF (безотносительно оси) из-за явления галактической аберрации [19]. Возможным объяснением полученного значения было бы некорректное вращение тел Солнечной системы в динамической модели эфемерид. На первый взгляд, единственной причиной такого вращения может быть некорректная модель ускорения Луны и планет от сжатия Солнца (в частности, причиной может быть неверная ориентация оси самого Солнца).

## 6. Заключение

Учёт солнечного давления и взаимодействия фигур Земли и Луны степени выше 2 не приводит к улучшению остаточных невязок в обработке ЛЛЛ. Модификация модели ядра Луны путём поворота его формы (эллипсоида) в мантии не даёт ожидаемого устранения артефакта модели в виде ненулевого значения  $S_{21}$ . Требуется усложнение либо модели приливов (например, учёт приливов от Солнца), либо модели вращающейся жидкости в несферической оболочке. Наблюдения ЛЛЛ могут использоваться для привязки эфемерид к ICRF. Требуется объяснение эффекта обнаруженного из обработки ЛЛЛ вращения эфемеридной системы координат относительно ICRF. Вероятной причиной является некорректное моделирование ускорения тел от сжатия Солнца.

### Литература

1. Courde C. et al. Lunar laser ranging in infrared at the Grasse laser station // A&A, 2017, V. 602.
2. Folkner W. et al. The Planetary and Lunar Ephemerides DE430 and DE431 – IPN Progress Report 42-196, 2014, NASA JPL.
3. Viswanathan V. et al. The new lunar ephemeris INPOP17a and its application to fundamental physics // MNRAS, 2018, V. 476(2), 1877–1888.
4. Pavlov D.A., Williams J.G., Suvorokin V.V. Determining parameters of Moon's orbital and rotational motion from LLR observations using GRAIL and IERS-recommended models // Cel. Mech. Dyn. Astr., 2016, V. 126(1), 61–88.
5. Павлов Д.А., Ягудина Э.И. Анализ уточнённой лунной части эфемерид ЕРМ // Труды ИПА РАН, 2016, вып. 43, 104–112.
6. Williams J.G. et al. Lunar rotational dissipation in solid body and molten core // J. Geophys. Res.: Planets, 2001, V. 106(E11), 27933–27968.
7. Williams J.G., Boggs D.H., Folkner W.M. DE430 Lunar Orbit, Physical Librations, and Surface Coordinates. JPL IOM 335, 2013.
8. Vokrouhlický D. A Note on the Solar Radiation Perturbations of Lunar Motion // Icarus, 1997, V. 126(2), 293–300.
9. Hofmann F., Müller J. Relativistic tests with lunar laser ranging // Class. Quant. Grav., 2018, V. 35(3).
10. Konopliv A.S. et al. The JPL lunar gravity field to spherical harmonic degree 660 from the GRAIL Primary Mission // J. Geophys. Res.: Planets, 2013, V. 118(7), 1415–1434.
11. Lemoine F.G. et al. GRGM900C: A degree 900 lunar gravity model from GRAIL primary and extended mission data // Geophys. Res. Lett., 2014, V. 41(10), 3382–3389.
12. Goossens S.J. et al. A global degree and order 1200 model of the lunar gravity field using GRAIL mission data / Lunar and Planetary Science Conference XLVII, 2016.
13. Park R.S. et al. A high-resolution spherical harmonic degree 1500 lunar gravity field from the GRAIL mission / AGU Fall Meeting Abstracts, 2015, G41B-01.
14. Wu X., Wahr J.M. Effects of non-hydrostatic core-mantle boundary topography and core dynamics on Earth rotation // Geophys. J. Int., 1997, V. 128, 18–42.
15. Williams J.G. et al. The deep lunar interior from GRAIL / 46<sup>th</sup> Lunar and Planetary Science Conference XLVII, 2015.
16. Noir J., Cardin P., Jault D., Masson J.-P. Experimental evidence of non-linear resonance effects between retrograde precession and the tilt-over mode within a spheroid // Geophys. J. Int., 2003, V. 154, 407–416.
17. Pitjeva E.V. VLBI Data are the Basis for Orientation of Planetary Ephemerides with Respect to ICRF2 and Improvement of Other Ephemeris Parameters // Trans. IAA RAS, 2017, Is. 40, 10–15.
18. Williams J.G. Insight-building models for lunar range and range rate // Cel. Mech. Dyn. Astr., 2016, V. 130(10), 63.
19. Malkin Z. On the implications of the Galactic aberration in proper motions for the Celestial Reference Frame // MNRAS, 2014, V. 145(1), 845–849.

### RESULTS OF PROCESSING OF THE LUNAR LASER RANGING OBSERVATIONS OF 1970–2017

Pavlov D.A.

Institute of Applied Astronomy RAS, St. Petersburg, Russia

Lunar laser ranging (LLR) is presently the most precise technique for studying the dynamics of the Moon and building the lunar reference frame. Since 2013, the results of the GRAIL mission are available with precise model of lunar gravitational potential, which is also useful for improving the lunar dynamical model. This article presents the results of improvement the lunar model with terms accounting for solar pressure and figure-figure torque between Earth (degree 2) and Moon (degree 3). At present, the processing of the LLR observations reveals some phenomena that require explanation. Two of such phenomena discussed in the article are: the determined angular velocity (X component) between ephemeris frame and celestial frame and the deviation of the lunar principal axes in the model from the true principal axes of the whole Moon (perhaps related to the model lacking some physical effect coming from tides or the lunar structure).

## ИССЛЕДОВАНИЕ ОРБИТАЛЬНОЙ ЭВОЛЮЦИИ КОМПАКТНЫХ ВНЕСОЛНЕЧНЫХ ТРЕХПЛАНЕТНЫХ СИСТЕМ GJ 3138, HD 39194

Перминов А.С., Кузнецов Э.Д.

Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Россия

В работе исследуется орбитальная эволюция двух компактных трехпланетных систем GJ 3138 и HD 39194, в которых большие полуоси орбит планет не превышают 1 а.е. Для моделирования орбитальной эволюции используется, построенная авторами, осредненная численно-аналитическая теория движения 2 порядка по массам планет. При задании начальных условий для численного интегрирования уравнений движения неизвестные и известные с ошибками элементы орбит варьируются в допустимых пределах. По результатам моделирования определяются диапазоны изменения элементов орбит в зависимости от начальных условий. Предположение о стабильности наблюдаемых планетных систем позволяет исключить начальные условия, ведущие к экстремальному росту эксцентриситетов и наклонов орбит, и выявить те, при которых элементы орбит сохраняются малыми на всем интервале моделирования. Таким образом, становится возможным сузить диапазон возможных значений неизвестных элементов орбит и определить их наиболее вероятные значения.

### 1. Введение

Построенная авторами осредненная численно-аналитическая теория движения второго порядка по массам планет применяется для исследования орбитальной эволюции внесолнечных планетных систем. При построении теории движения оскулирующий гамильтониан записывается в системе координат Якоби, которая наиболее удобна для использования в рамках планетной задачи. Далее строится разложение гамильтониана в ряд Пуассона по степеням малого параметра и по элементам второй системы Пуанкаре [6]. В данной системе имеется только один угловой элемент – средняя долгота, что позволяет существенно упростить угловую часть разложения. В качестве малого параметра задачи выбрано отношение суммы масс планет системы к массе звезды. Алгоритм разложения представлен авторами в работе [3].

Осреднение гамильтониана выполняется методом Хори-Депри [7]. Исключаются короткопериодические возмущения, определяемые слагаемыми, содержащими средние долготы, что позволяет существенно увеличить шаг интегрирования уравнений движения. Алгоритм построения осредненного гамильтониана и уравнений движения в средних элементах рассмотрен авторами в работе [4]. В настоящей работе используется осредненный гамильтониан, построенный с точностью до 2 степени по малому параметру и до 4 степени по эксцентрическим и облическим элементам Пуанкаре. Преобразование между оскулирующими и средними элементами задается функциями замены переменных, которые получены с точностью до 3 степени по указанным элементам. Применение построенной теории движения для моделирования орбитальной эволюции апробировано на примере планет-гигантов Солнечной системы в работе [5].

Элементы орбит внесолнечных планетных систем, получаемые из наблюдений, известны с ошибками, некоторые же элементы, в силу специфики используемых методов наблюдений, не определяются. В настоящей работе на основе моделирования динамической эволюции трехпланетных систем GJ 3138 и HD 39194 определяются допустимые значения орбитальных параметров. Все неизвестные и известные с ошибками элементы орбит варьируются в допустимых пределах, что определяет набор всех возможных начальных условий для численного интегрирования уравнений движения.

По результатам моделирования определяются диапазоны изменения элементов орбит в зависимости от начальных условий. Предположение, что наблюдаемые планетные системы эволюционируют достаточно долгое время и являются устойчивыми, позволяет исключить начальные условия, приводящие к экстремальному росту эксцентриситетов и наклонов орбит, и выявить те, при которых указанные элементы сохраняются малыми на всем интервале моделирования. Это позволяет сузить диапазон возможных значений неизвестных элементов орбит и определить их наиболее вероятные значения, при которых система остается стабильной на длительных интервалах времени.

## 2. Характеристики систем GJ 3138 и HD 39194 и варьирование элементов орбит

Звезда GJ 3138 – красный карлик M0V с массой  $0.681 \text{M}_\odot$ , находящийся в созвездии Кита на расстоянии около 28 пк от Солнца ( $m_V = 10.98^m$ ). Имеет планетную систему, состоящую из 3 планет – две супер-Земли и один мини-Нептун.

Планетная система звезды HD 39194 имеет в составе три супер-Земли и находится на расстоянии 25.9 пк в созвездии Столовой Горы. Спектральный класс звезды K0V, масса оценивается как  $0.72 \text{M}_\odot$ , а видимая звездная величина  $m_V = 8.08^m$ .

Известные из наблюдений параметры планетных систем GJ 3138 и HD 39194 приведены в табл. 1 и 2 вместе с их погрешностями в соответствии с [2]. Планеты в обеих системах открыты методом лучевых скоростей, значит, для них известны только минимальные значения масс  $M \sin I$ , приведенные в табл. 1 и 2 в массах Юпитера. Кроме того известны большие полуоси орбит  $a$ , их эксцентриситеты  $e$  и периоды обращения планет  $P$ . Обе системы являются компактными – расстояние всех планет в апоастре с учетом максимально возможных значений эксцентриситетов не превышает 1.06 а.е.

**Таблица 1.** Известные из наблюдений параметры планетной системы GJ 3138

планета	c	b	d
$M \sin I, M_{\text{Jup}}$	$0.0056_{-0.001}^{+0.0011}$	$0.0132 \pm 0.0019$	$0.033_{-0.0066}^{+0.0072}$
$a, \text{а.е.}$	$0.0197 \pm 0.0005$	$0.057 \pm 0.001$	$0.698_{-0.019}^{+0.018}$
$e$	$0.19_{-0.13}^{+0.18}$	$0.11_{-0.07}^{+0.11}$	$0.32_{-0.21}^{+0.2}$
$P, \text{сутки}$	$1.22003_{-4e-5}^{+6e-5}$	$5.974 \pm 0.001$	$257.8_{-3.5}^{+3.6}$

**Таблица 2.** Известные из наблюдений параметры планетной системы HD 39194

планета	b	c	d
$M \sin I, M_{\text{Jup}}$	$0.0117 \pm 0.001$	$0.0187 \pm 0.00148$	$0.0162 \pm 0.0026$
$a, \text{а.е.}$	$0.0519 \pm 0.0008$	$0.0954 \pm 0.0016$	$0.172 \pm 0.0029$
$e$	$0.2 \pm 0.1$	$0.11 \pm 0.006$	$0.2 \pm 0.16$
$P, \text{сутки}$	$5.6363 \pm 0.0008$	$14.025 \pm 0.0051$	$33.941 \pm 0.0353$

Необходимо задать систему координат, относительно которой будет рассматриваться движение планет. В силу произвольности выбора основной плоскости планетной системы определим ее совпадающей с плоскостью орбиты внутренней планеты в начальный момент времени. Таким образом, в начальный момент наклон орбит внутренних планет (GJ 3138 c и HD 39194 b) по определению будет равен  $0^\circ$ . Если плоскость орбиты совпадает с основной плоскостью, то долгота восходящего узла не определена. Поэтому для определенности полагаем долготу восходящего узла равной  $0^\circ$ .

Наклоны орбит всех внешних планет принимаются равными друг другу и варьируются в диапазоне от  $0^\circ$  до  $45^\circ$  с шагом  $5^\circ$ . Различные пространственные конфигурации планет на орбитах достигаются варьированием, как долгот узлов  $\Omega$  внешних планет, так и аргументовperiцентров  $\omega$  всех планет с шагом  $45^\circ$ . При этом эксцентриси-

теты орбит принимаются равными минимальным, средним и максимальным значениям в соответствии с табл. 1 и 2. Массы планет выбираются равными своим минимальным значениям, без учета погрешности. Большие полуоси орбит также не варьируются. Таким образом, для одного набора значений эксцентриситетов и наклонов орбит моделируется эволюция планетной системы для 32768 начальных конфигураций планет.

### 3. Результаты численного интегрирования

Уравнения движения численно интегрируются методом Эверхарта 7 порядка [1] на интервале времени 1 млн лет с шагом 1000 лет. Начальные условия для численного интегрирования определяются следующим образом – барицентрические кеплеровские элементы орбит преобразуются в элементы Пуанкаре в координатах Якоби и осредняются с использованием функций замены переменных. Дальнейшая эволюция системы рассматривается в средних элементах. Строятся карты экстремальных значений элементов орбит в зависимости от начальных орбитальных конфигураций планет для различных начальных значений наклонов и эксцентриситетов.

На рис. 1 и 2, в качестве примера, представлены карты максимальных значений эксцентриситетов орбит планет GJ 3138 c и b (соответственно) для двух случаев – начальные значения наклонов орбит двух внешних планет системы b и d равны  $I_0 = 5^\circ$  (слева) и  $I_0 = 25^\circ$  (справа). Начальные значения эксцентриситетов –  $e_c = 0.06$ ,  $e_b = 0.04$ ,  $e_d = 0.11$ . На всех рисунках комбинации долгот восходящих узлов расположены по горизонтали, аргументыperiцентров – по вертикали. Внутри каждого участка с фиксированными значениями долготы узла  $\Omega_b$  и аргументаperiцентра  $\omega_c$  указанные элементы орбит остальных планет варьируются во всем диапазоне с шагом  $45^\circ$ .

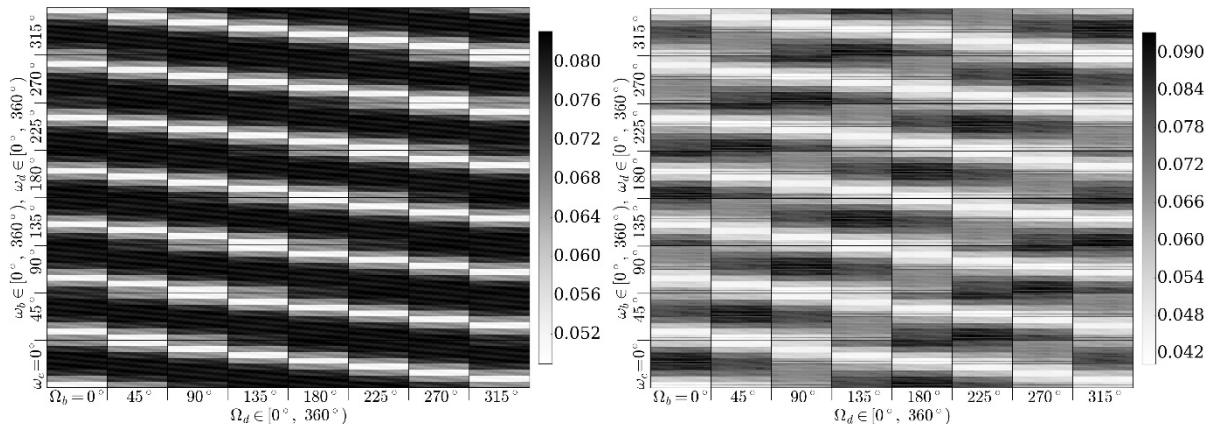


Рис. 1. Карты максимальных значений эксцентриситета орбиты планеты GJ 3138 c.

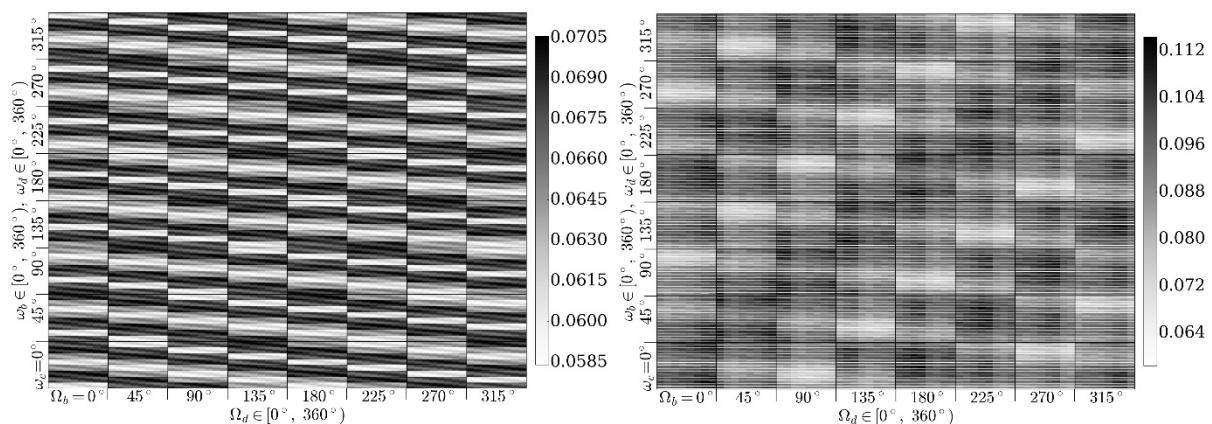


Рис. 2. Карты максимальных значений эксцентриситета орбиты планеты GJ 3138 b.

В табл. 3 и 4 в зависимости от начальных условий, приведены максимально достижимые на интервале моделирования значения эксцентриситетов  $e_{\max}$  и наклонов  $I_{\max}$  орбит планетных систем GJ 3138 и HD 39194. Данные, приведенные в обоих таблицах, соответствуют начальным значениям долгот узлов и аргументовperiцентров при которых, для одних и тех же начальных значений наклонов и эксцентриситетов, реализуются наибольшие значения  $e_{\max}$  и  $I_{\max}$ . Анализ диапазонов значений  $e_{\max}$  при  $I_0 \geq 25^\circ$  в табл. 3 и 4 позволяет сделать вывод, что существуют комбинации начальных значений долгот восходящих узлов и аргументовperiцентров, при которых эксцентриситеты орбит сохраняют малые и умеренные значения, обеспечивая устойчивую динамическую эволюцию системы. В то же время существуют комбинации начальных условий, приводящие к значительному росту эксцентриситетов и, возможно, к флипам орбит (переходу от прямого движения к обратному).

**Таблица 3.** Максимально достижимые значения элементов орбит системы GJ 3138

$I_0, {}^\circ$	c			b			d		
	$e_0$	$e_{\max}$	$I_{\max}, {}^\circ$	$e_0$	$e_{\max}$	$I_{\max}, {}^\circ$	$e_0$	$e_{\max}$	$I_{\max}, {}^\circ$
0	0.06	0.062	0	0.04	0.082	0	0.11	0.110	0
	0.19	0.192	0	0.11	0.250	0	0.32	0.320	0
	0.37	0.372	0	0.22	0.476	0	0.52	0.520	0
5	0.06	0.071	13	0.04	0.083	13	0.11	0.110	5
	0.19	0.213	13	0.11	0.251	13	0.32	0.320	5
	0.37	0.410	13	0.22	0.480	14	0.52	0.520	5
10	0.06	0.072	25	0.04	0.083	27	0.11	0.110	10
	0.19	0.216	26	0.11	0.253	27	0.32	0.320	10
	0.37	0.414	27	0.22	0.482	28	0.52	0.520	10
15	0.06	0.075	39	0.04	0.086	42	0.11	0.110	15
	0.19	0.224	39	0.11	0.255	42	0.32	0.320	15
	0.37	0.438	41	0.22	0.490	44	0.52	0.520	15
20	0.06	0.082	52	0.04	0.090	60	0.11	0.110	20
	0.19	0.240	60	0.11	0.265	60	0.32	0.320	20
	0.37	0.480	57	0.22	0.495	62	0.52	0.520	20
25	0.06	0.116	68	0.04	0.093	72	0.11	0.110	25
	0.19	0.390	80	0.11	0.3	82	0.32	0.320	25
	0.37	0.4 – 0.8	> 90	0.22	0.3 – 0.7	> 90	0.52	0.521	25
30	0.06	0.333	81	0.04	0.138	84	0.11	0.110	30
	0.19	0.2 – 1	> 90	0.11	0.2 – 1	> 90	0.32	0.322	30
	0.37	0.4 – 1	> 90	0.22	0.3 – 1	> 90	0.52	0.524	30
35	0.06	0.4 – 1	> 90	0.04	0.2 – 1	> 90	0.11	0.114	35
	0.19	0.2 – 1	> 90	0.11	0.2 – 1	> 90	0.32	0.325	35
	0.37	0.4 – 1	> 90	0.22	0.5 – 1	> 90	0.52	0.526	35
40	0.06	0.5 – 1	> 90	0.04	0.4 – 1	> 90	0.11	0.128	40
	0.19	0.2 – 1	> 90	0.11	0.2 – 1	> 90	0.32	0.340	40
	0.37	0.4 – 1	> 90	0.22	0.5 – 1	> 90	0.52	0.530	40
45	0.06	0.6 – 1	> 90	0.04	0.6 – 1	> 90	0.11	0.124	45
	0.19	0.2 – 1	> 90	0.11	0.2 – 1	> 90	0.32	0.332	45
	0.37	0.4 – 1	> 90	0.22	0.5 – 1	> 90	0.52	0.530	45

Следует отметить, что применяемая нами теория движения позволяет исследовать орбитальную эволюцию систем с умеренными значениями наклонов и эксцентриситетов. Поэтому, если в процессе эволюции системы происходит существенный рост эксцентриситетов и наклонов орбит, количественные характеристики этого роста не могут

быть определены. Можно говорить лишь о том, что качественное поведение эксцентрикитетов и наклонов орбит соответствует росту вплоть до экстремальных значений. Но поведение системы после подобного роста элементов орбит исследовать невозможно.

**Таблица 4.** Максимально достижимые значения элементов орбит системы HD 39194

$I_0, {}^\circ$	b			c			d		
	$e_0$	$e_{\max}$	$I_{\max}, {}^\circ$	$e_0$	$e_{\max}$	$I_{\max}, {}^\circ$	$e_0$	$e_{\max}$	$I_{\max}, {}^\circ$
0	0.1	0.178	0	0.104	0.106	0	0.04	0.121	0
	0.2	0.382	0	0.110	0.271	0	0.20	0.221	0
	0.3	0.4 – 0.63	0	0.116	0.3 – 0.4	0	0.36	0.4	0
5	0.1	0.198	11	0.104	0.134	7	0.04	0.122	7
	0.2	0.412	13	0.110	0.278	8	0.20	0.257	7
	0.3	0.4 – 0.67	16	0.116	0.3 – 0.44	8	0.36	0.4	7
10	0.1	0.260	22	0.104	0.165	14	0.04	0.136	14
	0.2	0.3 – 0.46	27	0.110	0.305	17	0.20	0.281	16
	0.3	0.4 – 0.73	37	0.116	0.3 – 0.45	20	0.36	0.43	21
15	0.1	0.2 – 0.49	34	0.104	0.29	23	0.04	0.26	21
	0.2	0.3 – 0.58	40	0.110	0.38	26	0.20	0.34	25
	0.3	0.4 – 0.85	50	0.116	0.3 – 0.48	32	0.36	0.45	31
20	0.1	0.2 – 0.65	45	0.104	0.41	30	0.04	0.36	28
	0.2	0.3 – 0.73	50	0.110	0.2 – 0.47	33	0.20	0.41	30
	0.3	0.4 – 1	56	0.116	0.3 – 0.55	38	0.36	0.5	35
25	0.1	0.4 – 0.85	60	0.104	0.3 – 0.53	37	0.04	0.2 – 0.5	33
	0.2	0.3 – 0.95	70	0.110	0.3 – 0.6	40	0.20	0.2 – 0.5	37
	0.3	0.4 – 1	73	0.116	0.3 – 0.65	44	0.36	0.4 – 0.57	40
30	0.1	0.6 – 1	> 90	0.104	0.4 – 0.73	46	0.04	0.4 – 0.75	41
	0.2	0.6 – 1	> 90	0.110	0.4 – 0.82	54	0.20	0.4 – 0.75	49
	0.3	0.4 – 1	> 90	0.116	0.4 – 0.8	60	0.36	0.4 – 0.8	46
35	0.1	0.6 – 1	> 90	0.104	0.4 – 0.85	56	0.04	0.4 – 0.8	54
	0.2	0.6 – 1	> 90	0.110	0.4 – 0.85	58	0.20	0.4 – 0.8	54
	0.3	0.6 – 1	> 90	0.116	0.4 – 0.8	54	0.36	0.4 – 0.8	54
40	0.1	0.6 – 1	> 90	0.104	0.4 – 0.9	64	0.04	0.4 – 0.82	56
	0.2	0.6 – 1	> 90	0.110	0.4 – 0.9	65	0.20	0.4 – 0.85	58
	0.3	0.6 – 1	> 90	0.116	0.4 – 0.9	65	0.36	0.4 – 0.85	58
45	0.1	0.6 – 1	> 90	0.104	0.4 – 0.95	72	0.04	0.4 – 0.9	66
	0.2	0.6 – 1	> 90	0.110	0.4 – 0.95	75	0.20	0.4 – 0.9	68
	0.3	0.6 – 1	> 90	0.116	0.4 – 0.95	80	0.36	0.4 – 1	66

#### 4. Заключение

В работе качественно исследована орбитальная эволюция двух внесолнечных трехпланетных систем GJ 3138 и HD 39194 с помощью осредненной теории движения на интервале времени 1 млн лет. Численное интегрирование уравнений движения проводилось для различных начальных значений эксцентриситетов, наклонов, долгот восходящих узлов и аргументовperiцентров орбит планет.

По итогам моделирования орбитальной эволюции выявлены начальные условия, приводящие к экстремальному росту эксцентриситетов и наклонов, который может привести планетную систему к потере стабильности и разрушению. В противном случае, если элементы орбит сохраняются малыми, то систему можно считать динамически устойчивой.

Показанный в статье способ позволяет определить наиболее вероятные значения неизвестных из наблюдений долгот узлов и аргументовperiцентров, а также сузить диапазон возможных значений наклонов и эксцентриситетов орбит.

### **Благодарности**

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 18-32-00283 мол\_а.

### **Литература**

1. *Everhart E.* Implicit single methods for integrating orbit. Cel. Mech. 1974. V. 10. P. 35-55.
2. *Schneider, J.* The extrasolar planets encyclopaedia. <http://exoplanet.eu>. 2010.
3. *Перминов А.С., Кузнецов Э.Д.* Разложение гамильтониана планетной задачи в ряд Пуассона по элементам второй системы Пуанкаре // Астрон. вестник. 2015. Т. 49, № 6. С. 469-480.
4. *Перминов А.С., Кузнецов Э.Д.* Построение осредненных уравнений движения планетной задачи методом Хори–Депри в элементах второй системы Пуанкаре // Астрон. вестник. 2016. Т. 50, № 6. С. 450-461.
5. *Перминов А.С., Кузнецов Э.Д.* Орбитальная эволюция четырехпланетной системы Солнце – Юпитер – Сатурн – Уран – Нептун на космогонических интервалах времени // Астрон. вестник. 2018. Т. 52, № 3. С. 239.
6. *Субботин М.Ф.* Введение в теоретическую астрономию – М.: Наука. 1968.
7. *Холшевников К.В.* Асимптотические методы небесной механики – Л.: Изд-во Лен. ун-та. 1985.

## **THE INVESTIGATION OF ORBITAL EVOLUTION OF PACKED EXTRASOLAR THREE-PLANETARY SYSTEMS GJ 3138, HD 39194**

**Perminov A.S., Kuznetsov E.D.**  
*Ural Federal University, Yekaterinburg, Russia*

The orbital evolution of packed extrasolar three-planetary systems GJ 3138 and HD 39194 is investigated in this work. Semi-major axes of all planets in these systems are less than 1 AU. The modelling of the orbital evolution is performed by using of the averaged semi-analytical motion theory of the second order in planetary masses, which is constructed by authors. To determine the initial conditions for the numerical integration of the motion equations, unknown and known with errors orbital elements vary within the allowable limits. According to the integration results, the limits of change of the orbital elements are determined depending on the initial conditions. The assumption about the stability of observed planetary systems allows to eliminate the initial conditions leading to extreme growth of orbital eccentricities and inclinations, and to identify those in which the orbital elements remain small on whole interval of the numerical integration. It becomes possible to limit the range of possible values of unknown orbital elements and determine their most probable values.

## **ВОЗМОЖНЫЕ СБЛИЖЕНИЯ И СОУДАРЕНИЯ С ЗЕМЛЕЙ ОПАСНЫХ АСТЕРОИДОВ**

**Петров Н.А., Баляев И.А., Васильев А.А., Соколов Л.Л.**

*Санкт-Петербургский государственный университет, математико-механический факультет,  
Санкт-Петербург, Россия*

*Для опасного астероида 2015 RN35 были получены множества возможных сближений и соударений с Землей, исходя из трех номинальных орбит, представленных на сайте NASA speos.jpl.nasa.gov/sentry/ 30.11.2015, 07.03.2016, 21.03.2018. Точность большой полуоси у второй номинальной орбиты примерно в восемь раз выше, чем у первой, а у третьей — в 61 раз выше, чем у второй. Соответственно уменьшается и число возможных соударений. Для первой орбиты нами найдено 154 соударения в текущем столетии, для второй — 21 соударение, для третьей в текущем столетии соударений уже нет, а в следующем столетии найдено 8 соударений и около 8 тысяч сближений на расстояние менее 0.25 а.е. Для предотвращения соударений можно использовать ударное воздействие на астероид, предполагающее мгновенное изменение его скорости. Разработана программа, позволяющая в 3-мерном пространстве начальных скоростей определить форму области, которая соответствует соударению астероида с Землей. На примере виртуального Апофиса (и других опасных астероидов) демонстрируются эти области.*

### **Введение**

Нахождение возможных соударений с Землей опасных астероидов — одна из важнейших задач для обеспечения астероидно-кометной безопасности [10]. Важную роль играют также сближения астероидов с Землей. Сближения позволяют обнаруживать ранее неизвестные (или потерянные) объекты, уточнять орбиты. Сближения в принципе позволяют использовать эффект гравитационного маневра (даровую гравитационную энергию) для увода астероида от соударения с Землей. Траектории, ведущие к соударениям, нередко содержат более тесные сближения, чем номинальные. Эти сближения могут служить маркерами соударений; они требуют более подробного исследования.

С использованием разработанного на кафедре небесной механики СПбГУ программного комплекса v19 был выполнен ряд исследований, посвященных поиску областей, ведущих к соударениям астероида с Землей (а также Луной), или щелей, в окрестности номинальных орбит астероидов Апофис (99942) [8, 9], 2008 EX5 [6], 443102 (2013 XK22) [7], 2015 RN35 [8] и некоторых других. В ходе работы программного комплекса производится варьирование начальных данных астероида вдоль одной переменной (компоненты координаты или скорости). Вычисляются основные характеристики соударения: его дата и момент, положение щели и ее размер, минимальное геоцентрическое расстояние. Результаты, как правило, имеют хорошее согласие с приведенными на сайте NASA [2, 4], но содержат существенно больше соударений, обычно имеющих меньшие размеры щелей. Используются интегратор Эверхарта [1] и модель Солнечной системы DE 430 [3].

Представляет несомненный интерес форма щелей в шестимерном пространстве начальных данных и ее эволюция со временем. Поскольку один из основных методов предотвращения соударений астероидов с Землей — кинетический, сводящийся к импульсному изменению скорости астероида, особый интерес представляет форма щелей в пространстве скоростей.

В настоящей статье рассматриваются возможные соударения и сближения астероида в зависимости от точности его орбиты на примере 2015 RN35; исследуется форма

ведущих к соударениям щелей в пространстве скоростей на примере некоторых опасных астероидов.

### **1. Результаты наблюдений астероида 2015 RN35 в 2015–16 годах**

Астероид 2015 RN35 был открыт 9 сентября 2015 года на обсерватории Pan-STARRS 1 при сближении с Землей на расстоянии 0.1907 а.е. как объект 22 звездной величины. Исследование данных о тесных сближениях астероида 2015 RN35 с Землей в разделе Close Approach на сайте НАСА в ближайшем будущем показало, что этот астероид будет сближаться с Землей в окрестности 30 января 2016 года, следовательно, возможны новые наблюдения и уточнение орбиты.

На первом этапе наблюдений было получено 33 наблюдения на дуге 55 суток (09.09.2015 — 03.11.2015). На втором этапе наблюдений было получено 23 наблюдения на дуге 49 суток (19.01.2016 — 07.03.2016). Объединение двух этапов дало 56 наблюдений на дуге 180 суток. Точность большой полуоси после второго этапа наблюдений увеличилась в восемь раз по сравнению с первым этапом наблюдений. Диаметр астероида оценивается около 85 метров, скорость "на бесконечности" — 5.72 км/сек. После первого этапа наблюдений астероида 2015 RN35 нами были проведены вычисления и найдены 154 возможные орбиты соударения. После второго этапа наблюдений астероида 2015 RN35 нами была найдена 21 возможная орбита соударения [8].

Нами было обнаружено отсутствующее на сайте НАСА сближение 2015 RN35 с Землей 7 ноября 1962 года до 0.025 а.е., при котором видимая звездная величина была около 19<sup>m</sup>. Есть шанс найти его в старых наблюдениях, что привело бы к существенному уточнению орбиты. Исследование возможных сближений и соударений 2015 RN35 подтверждает наличие большого числа ранее неизвестных соударений, как и в случае Апофиса [8].

### **2. Результаты наблюдений астероида 2015 RN35 в 2018 году**

16 и 17 марта 2018 года были проведены наблюдения астероида 2015 RN35 на обсерватории Cerro Paranal при видимой звездной величине астероида приблизительно 26<sup>m</sup> и получено 6 новых наблюдений, что дало всего 74 наблюдения на гораздо большей дуге — 920 дней. Это позволило получить новое значение большой полуоси 1.459363 а.е. с ошибкой  $6.95 \cdot 10^{-8}$  а.е. На 10 марта 2018 года было известно значение большой полуоси 1.459358 а.е. с ошибкой  $4.23 \cdot 10^{-6}$  а.е.; точность увеличилась в 61 раз. В результате астероид 2015 RN35 перестал быть опасным, и теперь его нет в разделе Impact Risk на сайте НАСА, но он по-прежнему есть в разделах Orbit Elements и Close Approach.

В связи с уточнением орбиты астероида 2015 RN35 были проведены новые значительные по объему вычисления для поиска и нахождения возможных орбит соударения астероида с Землей уже на интервале времени 2018–2200 годы. Эти вычисления проводились для 40000 начальных значений большой полуоси в области шириной  $\pm 3$  σ относительно новой номинальной орбиты.

В 21-ом столетии оказалось только 5 сближений астероида 2015 RN35 с Землей, из которых самое тесное произойдет 15 декабря 2022 года до расстояния 0.004586 а.е. В 22-ом столетии произойдет резкое увеличение числа возможных сближений с Землей (более 15000), среди которых найдено 11 возможных орбит соударения, из них 5 возможных орбит соударения с очень малым размером щели. На рис. 1 показано увеличение числа сближений астероида за каждый год.

На рис. 4 показаны даты возможных соударений с Землей астероида 2015 RN35 (ось ординат) и соответствующие отклонения начальных значений большой полуоси от номинального ее значения (ось абсцисс).

На рис. 3 показаны размеры щелей возможных орбит соударения (ось ординат), по оси абсцисс то же, что на рис. 2.

На рис. 2 показаны минимальные геоцентрические расстояния возможных орбит соударения (ось ординат), по оси абсцисс то же, что на рис. 2.

На рис. 5 показаны даты возможных сближений на расстояние менее 0.25 а. е. (ось ординат), по оси абсцисс то же, что на рис. 2. На рис. 6 показаны минимальные геоцентрические расстояния возможных сближений (ось ординат), по оси абсцисс то же, что на рис. 2.

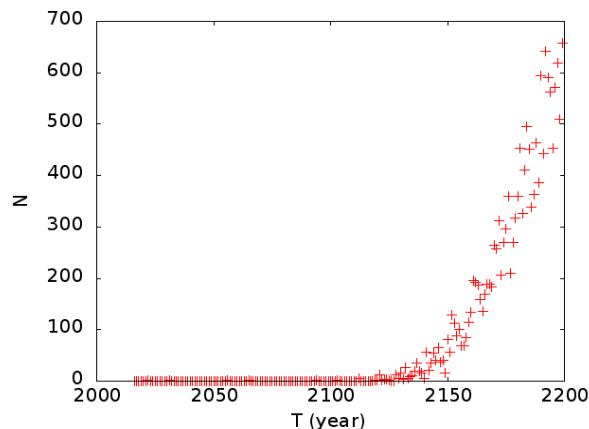


Рис. 1.

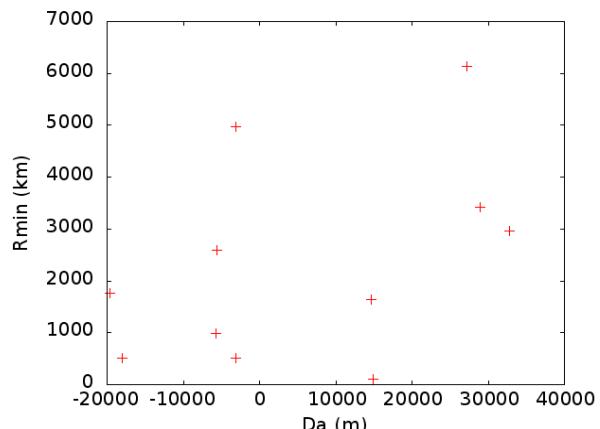


Рис. 2.

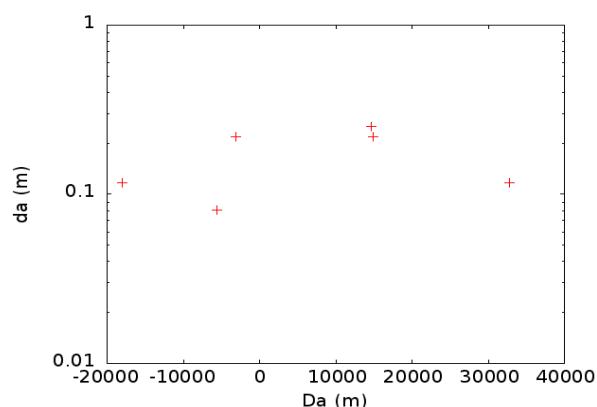


Рис. 3.

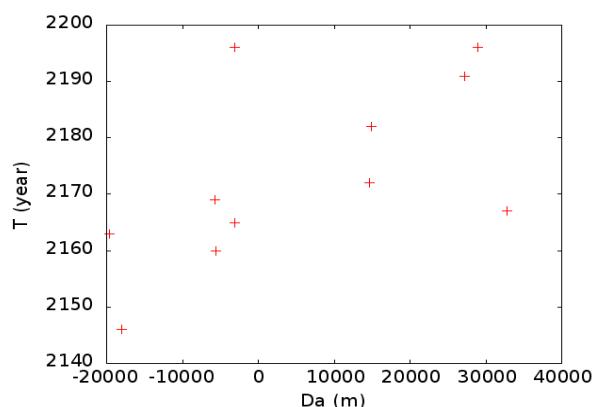


Рис. 4.

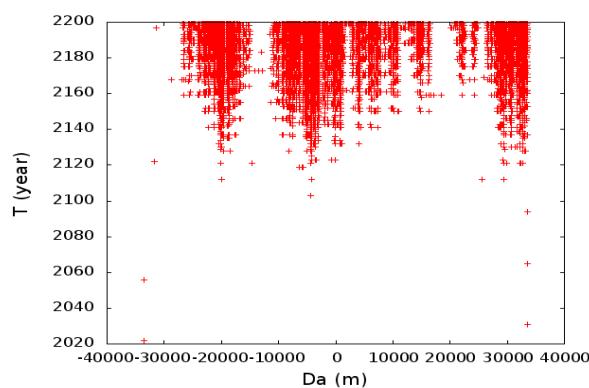


Рис. 5.

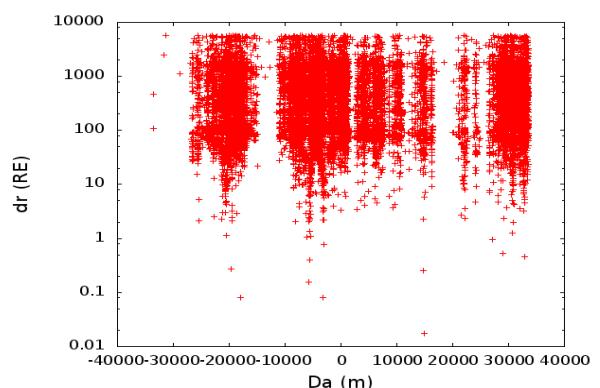


Рис. 6.

### 3. Вычисление формы щелей в пространстве скоростей

Чтобы получить форму щели в многомерном пространстве, либо эволюцию щели во времени, можно определить зависимость параметров щели от других переменных: координат и скоростей (или элементов орбиты), времени. В частности, для астероида Апофис были вычислены положения 13 наиболее широких щелей вблизи номинала на 4 момента времени в 2006–2029. Отмечено, что структура щелей расширяется пропорционально некоторому множителю  $k$ , зависящему от времени [11].

Обычно алгоритм поиска с помощью программного комплекса v19 предусматривает две стадии. На первой стадии выполняется варьирование переменной на некотором отрезке с целью поиска сближений. Сближение представляется в виде цепочки значений минимальных расстояний до Земли в зависимости от варьируемой переменной. На второй стадии найденные сближения уточняются за счёт дополнительного дробления интервалов. Схематично процесс представлен на рис. 7. По оси абсцисс отложены значения варьируемой переменной, по оси ординат расстояние до центра Земли в километрах. Пунктирной линией отмечен радиус Земли. Сплошная линия схематично изображает цепочку, а точки на ней – вычисленные значения. Жирные точки получены на первом этапе, когда рассматривался сразу большой промежуток на оси варьируемой переменной. Мелкие точки получены на втором этапе при дроблении интервала для уточнения сближения. Чаще всего соударение удается обнаружить на втором этапе, на первом только сближение.

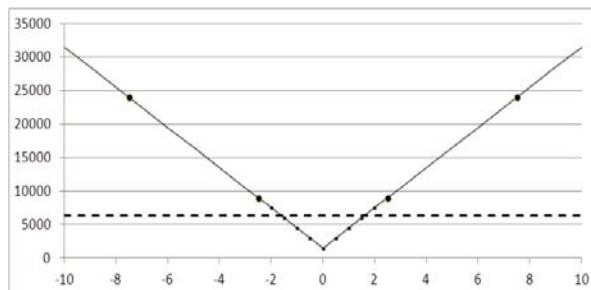


Рис. 7.

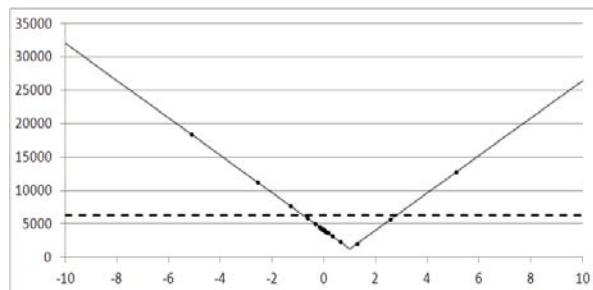


Рис. 8.

Полностью две стадии занимают от нескольких часов до нескольких суток. Существует альтернативный способ поиска, при котором начальные данные задаются вручную: новые значения выбираются человеком исходя из уже полученных результатов. Этот способ заметно быстрее, если нужно рассмотреть одну конкретную щель, но требует непрерывного контроля со стороны человека. При этом большое количество времени тратится на обработку результата и взаимодействие с программным комплексом v19. Представляет интерес создание эвристического алгоритма, который позволит автоматизировать процесс.

Предполагая, что зависимость параметров сближения от других переменных непрерывна, по крайней мере, локально, можно получить начальное приближение положения сближения при изменении другой переменной. Если изменение достаточно мало, то начальное приближение попадёт в искомое сближение. Дальнейшее уточнение позволит найти минимум. Уточнение производится следующим образом: из приближения строится цепочка в обе стороны с шагом, возрастающим в геометрической прогрессии. Найденный минимум становится новым приближением. Итерации прекращаются, когда новое приближение совпадает с предыдущим. На рис. 8 показан первый шаг уточнения на примере слегка изменённой цепочки из рис. 7. В качестве начального приближения положения выбрано положение щели из первой цепочки, равное нулю. Возможно получить лучшее начальное приближение, если пользоваться, например, линейной экстра-

поляцией (для этого нужны по крайней мере две известные цепочки). Базовый шаг выбран равным 0,01; знаменатель геометрической прогрессии – 2. Как и на предыдущем рисунке, пунктиром обозначен радиус Земли, сплошной линией – цепочка, точками – вычисленные значения. Новым приближением в данном примере станет значение 1,28.

Базовый шаг определяет наилучшую точность, с которой может быть вычислено положение сближения. С уменьшением базового шага объём вычислений растёт сравнительно медленно, поэтому можно смело выбрать базовый шаг на уровне последней цифры в машинном представлении, то есть порядка  $2^{-50}$  исходного числа при двойной точности. Оптимальное значение знаменателя геометрической прогрессии зависит от точности начального приближения и базового шага. Слишком малый знаменатель потребует большего количества точек для одной итерации, слишком большой – большего количества итераций. Неплохое ускорение вычислений наблюдается при росте знаменателя до 4.

При применении этого метода использовались орты, вычисляемые из текущих координат и скоростей астероида:

$$\vec{e}_3 = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \quad \vec{e}_1 = \frac{[\vec{r} \times \vec{v}]}{[\vec{r} \times \vec{v}]} \quad \vec{e}_2 = [\vec{e}_3 \times \vec{e}_1]$$

В качестве основной варьируемой переменной выбрана скорость вдоль направления движения  $V_3$ . В табл. 1 приведены некоторые результаты вычислений. Положение щели аппроксимировано линейной функцией. В случае, если в качестве орбиты отсчёта выбрана орбита соударения, свободный член равен нулю.

**Таблица 1.**

Астероид	Дата, JD	Орбита отсчёта	Год соударения	Аппроксимация положения щели, см/с
Апофис	2457800,5	номинал	2029	$V_3 = -4,353 - 0,00706V_2 - 0,00004V_1$
Апофис	2457800,5	номинал	2036	$V_3 = -0,0111 - 0,00654V_2 + 0,00132V_1$
2008 EX5	2458000,5	щель	2071	$V_3 = -0,00478V_2 - 0,00017V_1$
2013 XK22	2457800,5	щель	2101	$V_3 = -0,01709V_2 + 0,00035V_1$

Линейное приближение обеспечивает хорошую точность в окрестности орбиты отсчёта, при этом ширина щели меняется мало. Если рассматривать более широкую область, сечение щели плоскостью  $V_2V_3$  представляет собой слегка изогнутый сильно вытянутый вдоль оси  $V_2$  эллипс с отношением осей в несколько порядков. Внутри этой фигуры находится точка, соответствующая попаданию в центр Земли. В пространстве скоростей щель имеет форму трубки с сильно вытянутым сечением. С точки зрения увода астероидов от соударения результат показывает, что в большинстве случаев наиболее эффективно приданье импульса под небольшим углом к  $V_3$ , то есть почти параллельно вектору скорости.

### **Заключение**

В настоящей статье исследованы возможные соударения и сближения астероида 2015 RN35 в зависимости от точности его орбиты. Получена форма ведущих к соударениям щелей в пространстве скоростей на примере некоторых опасных астероидов.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант N 18-12-00050). При выполнении настоящей работы использовался компь-

ютерный кластер Вычислительного центра Ресурсного центра научного парка Санкт-Петербургского государственного университета.

### **Литература**

1. *E. Everhart // Celestial Mechanics*, 1974, 10, 35–55.
2. *Farnocchia D. et al. Yarkovsky-driven impact risk analysis for asteroid (99942) Apophis // arXiv:1301.1607v2 [astro-ph.EP]* 19 Feb 2013. 33p.
3. *Folkner W.M. et al. The Planetary and Lunar Ephemeris DE430 and DE431 // JPL Interplanet. Network Progress Report*, 2014. V. 42-196. P. 1-81.
4. <http://cneos.jpl.nasa.gov>
5. *Petrov N.A., Sokolov L.L., Polyakhova E.N., Oskina K.I. Predictions of Asteroid Hazard to the Earth for the 21st Century / AIP Conference Proceedinds The Eighth Polyakhov Reading 1959 040012* (2018); doi: 10.1063/1.5034615.
6. *Sokolov L.L., Petrov N.A., Kuteeva G.A., Vasilyev A.A. Scattering of Trajectories of Hazardous Asteroids. AIP Conference Proceedinds The Eighth Polyakhov Reading 1959 040019* (2018); doi: 10.1063/1.5034622.
7. *Балаяев И.А. Свойства траекторий опасных астероидов – Дипломная работа*, СПб, 2017, СПбГУ, 41 с.
8. *Петров Н.А., Васильев А.А., Кутеева Г.А., Соколов Л.Л. О траекториях соударения астероидов 2015 RN35 и Апофис с Землей // Астрономический вестник*. 2018. Т. 52, № 4. С. 330-342.
9. *Петров Н.А., Соколов Л.Л., Васильев А.А. О положениях областей, ведущих к соударениям астероида Апофис с Землей // Известия ГАО РАН, № 223, Труды Всерос. астром. конф. "Пулково-2015", СПб, 2016 С. 247-252.*
10. *Астероидная опасность: вчера, сегодня, завтра / Под ред. Б. М. Шустова Л. В. Рыхловой – М.: Физматлит, 2013. 384 с.*
11. *Соколов Л.Л., Петров Н.А., Васильев А.А., и др. О возможности увода астероида от соударений с Землей с использованием кинетического метода // Астрономический вестник*, 2018. Т. 52, № 4. С. 343-350.

### **THE POSSIBLE RENDEZVOUS AND IMPACT WITH THE EARTH OF DANGEROUS ASTEROIDS**

**Petrov N.A., Balyaev A.I., Vasilyev A.A., Sokolov L.L.**

*St. Petersburg State University, the Faculty of Mathematics and Mechanics, St. Petersburg, Russian Federation*

For the dangerous asteroid 2015 RN35 were obtained many possible approaches and collisions with the Earth, based on the three nominal orbits presented on the NASA website [cneos.jpl.nasa.gov/sentry/](http://cneos.jpl.nasa.gov/sentry/) 30.11.2015, 07.03.2016, 21.03.2018. The accuracy of the semi-major axis of the second nominal orbit is about eight times higher than that of the first, and the third - 61 times higher than that of the second. Accordingly, the number of possible collisions decreases. For the first orbit, we found 154 collisions in the current century, for the second — 21 collisions, for the third in the current century, there are no collisions, and in the next century found 8 collisions and about 8 thousands approaches at a distance of less than 0.25 a.e. To prevent collisions can be used impact on the asteroid, involving instantaneous change in its speed. A program has been developed that allows to determine the shape of the region in 3-dimensional space of initial velocities, which corresponds to the impact of the asteroid with the Earth. For example, the virtual Apophis (and other hazardous asteroids) illustrates these areas.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГРУПП ТРОЯНЦЕВ ЮПИТЕРА НА ДВИЖЕНИЕ ПЛАНЕТ И ДИНАМИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ИХ МАССЫ

Питьева Е.В.<sup>1</sup>, Питьев Н.П.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладной астрономии РАН, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

Исследована возможность динамической оценки суммарной массы астероидов в группах троянцев Юпитера по движению планет. Они составляют две компактные группы «Греки» ( $L_4$ ) и «Троянцы» ( $L_5$ ), состоящие из нескольких сотен тысяч астероидов, которые двигаются в резонансе 1:1 с орбитальным движением Юпитера в окрестности устойчивых точек Лагранжа. Гравитационное влияние этих компактных групп астероидов существенно для движения Марса и Юпитера. В настоящее время динамическая модель Солнечной системы включает гравитационное взаимодействие между планетами, Солнцем, Луной, крупными астероидами, транснептуновыми объектами (THO). Главным астероидным поясом, поясом Койпера, а также релятивистские эффекты Общей теории относительности и сжатие Солнца. Следующим шагом является рассмотрение учета притяжения многочисленных малых тел в районе Лагранжевых точек  $L_4$  и  $L_5$  Юпитера. Динамическая оценка их масс получена на основе обработки более 800 тысяч наблюдений планет и космических аппаратов с использованием новой версии планетных эфемерид EPM2017-EPM2018 ИПА РАН:

$$M_{L4} = (7.27 \pm 0.68) \cdot 10^{-6} M_\oplus; M_{L5} = (5.27 \pm 0.71) \cdot 10^{-6} M_\oplus.$$

### 1. Введение

Троянскими астероидами называют астероиды, находящиеся в окрестностях точек Лагранжа  $L_4$  и  $L_5$  в орбитальном резонансе 1:1 с планетами. Сами точки  $L_4$  и  $L_5$  для круговой орбиты планеты находятся в плоскости орбитального движения планеты, опережая ее ( $L_4$ ) и отставая от нее ( $L_5$ ) на 60°.

В настоящее время троянцы найдены у многих планет Солнечной системы: около Земли 1 ( $L_4$ ), около Марса 1 ( $L_4$ ) и 8 ( $L_5$ ), около Урана 1 ( $L_4$ ), около Нептуна 19 ( $L_4$ ) и 3 ( $L_5$ ). Наибольшее число троянцев найдено у Юпитера, и именно у него был открыт первый троянец в 1906 году германским астрономом Максом Вольфом в окрестностях  $L_4$ .

Количество небольших астероидов в облаках юпитерианских троянцев велико – по оценкам около 600 тысяч с диаметрами более 1 км. Большинство из них являются астероидами D-типа, остальные классифицированы как астероиды P- и C-типа. Их массы и плотности долго были неизвестны, но в настоящее время обнаружены несколько троянских астероидов со спутниками, массы которых были найдены по движению их спутников. Диаметры около 2000 троянцев (включая и эти) были определены по результатам работы нескольких космических и наземных программ. Оценки плотности дают большой разброс, но по известным массам и диаметрам примерная плотность получается в интервале 0.9÷2.4 г/см<sup>3</sup>. Низкое значение плотности, порядка 1 г/см<sup>3</sup> может указывать на то, что это вероятно пористые ледяные тела.

Изучение троянцев важно для прояснения возникающих вопросов о процессе формирования и эволюции Солнечной системы. В связи с этим, NASA готовится к исследованию троянцев с помощью космического аппарата «Lucy», который планируется запустить в октябре 2021 г. Предполагается исследование нескольких астероидов в окрестности  $L_4$  и  $L_5$ .

## 2. Моделирование гравитационного притяжения троянцев Юпитера

Для моделирования суммарного гравитационного влияния групп в окрестности  $L_4$  и  $L_5$  были добавлены две материальные точки, вращающиеся по круговой орбите с радиусом, равным полуоси орбиты Юпитера. Плоскость круговой орбиты совпадала с орбитальной плоскостью орбиты Юпитера, материальные точки отстояли на  $60^\circ$  от Юпитера впереди ( $L_4$ ) и сзади ( $L_5$ ). Круговые скорости соответствовали прямому движению и равнялись средней орбитальной скорости Юпитера. Массы групп троянцев  $m_{L4}$  и  $m_{L5}$  предполагались разными и находились из обработки наблюдений в итерационном процессе. Начальные массы в точках  $L_4$  и  $L_5$  были взяты из результатов статистических оценок [1] Виноградовой и Чернетенко и равнялись соответственно:

$$m_{L4} = 0.19 \cdot 10^{-10} M_{\text{Sun}}, \quad m_{L5} = 0.11 \cdot 10^{-10} M_{\text{Sun}}.$$

## 3. Эфемериды планет и Луны ИПА РАН — ЕРМ, использованные наблюдения и смещение планет за счет влияния троянцев Юпитера

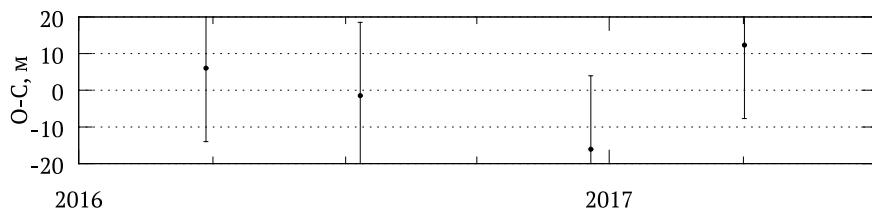
Эфемериды, которые использовались для нахождения динамических общих масс троянцев в точках  $L_4$  и  $L_5$  и экспериментов с орбитами планет, были эфемеридами ИПА РАН—ЕРМ (Эфемериды планет и Луны), начатые в 70-е годы прошлого века для поддержки Российских космических миссий и продолжающие свое развитие. Эволюция эфемерид ЕРМ с ЕРМ1987 по ЕРМ2014 описана в [9], а дальнейшая эволюция в [8, 10].

В эфемеридах ЕРМ2017 уравнения движения Солнца, Луны, планет подчиняются релятивистским уравнениям Einstein-Infeld-Hoffmann в инерциальной барицентрической системе и TDB шкалы с дополнительными возмущениями от крупнейших астероидов и ТНО (транспептуновые объекты), Главного пояса астероидов и пояса Койпера, от сжатия Солнца.

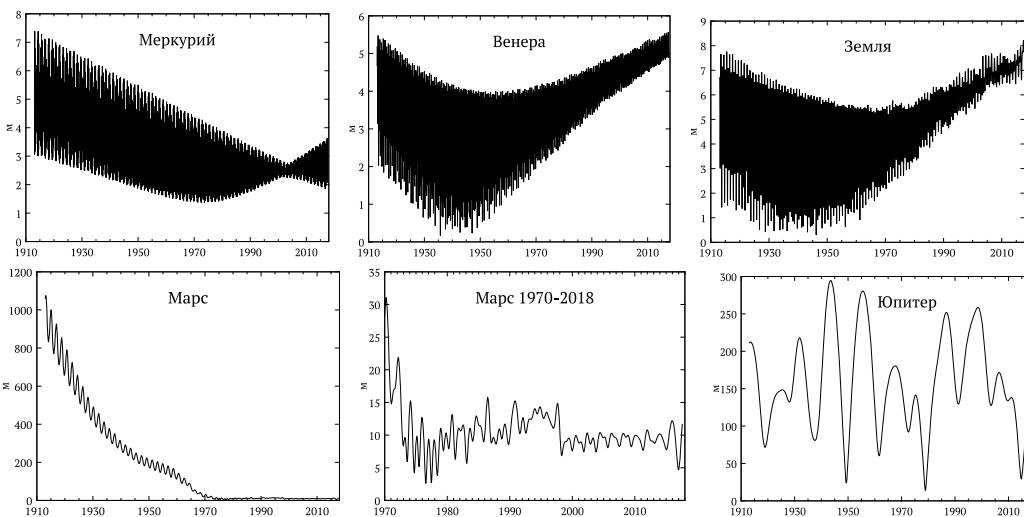
Количество высокоточных наблюдений, на которые опираются очередные версии ЕРМ, постоянно возрастает, и общее число наблюдений, использованных в планетной теории ЕРМ2017, составляет более 800 тысяч. При этом используются не сами отдельные измерения КА, а нормальные места, в которые были объединены наблюдения на одном обороте КА, так как эти наблюдения коррелированы между собой. При построении эфемерид внутренних планет в настоящее время используются только высокоточные радиотехнические измерения, которые охватывают временной интервал более полувека. Оптические наблюдения уступают по точности на несколько порядков, и для этих планет не использовались. Большая часть наблюдений была взята из базы данных Лаборатории Реактивного Движения США (JPL), созданной М. Стэндишем (Standish M.) и продолжаемой и поддерживаемой в настоящее время У. Фолкнером (Folkner W.): [https://ssd.jpl.nasa.gov/?eph\\_data](https://ssd.jpl.nasa.gov/?eph_data). Эти данные дополнены российскими радиарными наблюдениями планет (1961–1995 гг.) <http://iaaras.ru/en/dept/ephemeris/observations/>, оптическими данными Пулковской обсерватории и переработанными данными Плутона обсерватории Lowell, новыми ПЗС наблюдениями Бразильской обсерватории Pico dos Dias, а также данными КА Venus Express (VEX) и Mars Express (MEX), полученных благодаря любезности А. Фиенги (Fienga A.) <http://www.geoazur.fr/astrogeo/?href=obser-vations/base>.

После обработки всех наблюдений и уточнения около 300 параметров ЕРМ2017 в статье [3] приведены на рисунках остаточные невязки дальностей от Земли до планеты и  $\sigma$  – стандартные отклонения для наблюдений КА MESSENGER ( $\sigma = 0.7$  м), VEX ( $\sigma = 2.98$  м), Mars Global Surveyor – MGS ( $\sigma = 1.17$  м), Odyssey ( $\sigma = 0.95$  м), MEX ( $\sigma = 1.5$  м), Mars Reconnaissance Orbiter – MRO ( $\sigma = 0.96$  м) и Cassini ( $\sigma = 20.17$  м), вращающихся около Меркурия, Венеры, Марса и Сатурна. Кроме того, в 2018 г. стали доступны 4 нормальные точки КА Juno, полученные в 2016–2017 гг. для 4 оборотов КА Juno около Юпитера; его остаточные невязки показаны на рис. 1.

Чтобы определить смещения планет за счет гравитационного влияния троянцев Юпитера, мы нашли разности гелиоцентрических координат (в метрах), вычисленных по эфемериде EPM2017 (влияние троянцев не учитывалось), и тестовых эфемерид EPM2018t, где влияние возмущений от троянцев на планеты учитывалось, как изложено в разделе 2. На рис. 2 показаны полученные смещения на всем интервале наблюдений с 1913 по 2018 гг.



**Рис. 1.** О – С дальностей от Земли до КА Juno, вычисленные по эфемеридами EPM2017,  $\sigma$  (стандартное отклонение) = 10.73 м.



**Рис. 2.** Смещение планет за счет влияния троянцев Юпитера, 1913–2018 гг., (в метрах).

Влияние троянцев на внутренние планеты (Меркурий, Венера, Земля) – небольшое, несколько метров (максимум до 8 м), но все же превышающую достигнутую точность наблюдений. Для Марса смещение координат доходит до 1000 м, но это на всем интервале наблюдений; для наблюдений с 1970 г., когда появились высокоточные наблюдения ПА на Марсе Viking-1,2, Pathfinder, смещение значительно меньше (при мерно до 15 м), но оно должно оказываться на данных марсианских КА. Для Юпитера смещение доходит до 300 м, но в настоящее время около 70 м, что должно учитываться для данных КА Juno. Отсюда следует необходимость учитывать гравитационное влияние троянцев Юпитера на планеты, в первую очередь, на Марс и Юпитер.

#### 4. Суммарные массы групп троянцев Юпитера

После включения гравитационного влияния троянцев Юпитера в общий процесс интегрирования для построения эфемерид с начальными массами, как указано в разделе 2 и уточнения всех параметров (около 300) в итерационном процессе были получены следующие результаты для масс троянцев

$$\text{для группы } L_4 : M_{L4} = (7.27 \pm 0.68) \times 10^{-6} M_{\oplus}$$

для группы  $L_5$ :  $M_{L5} = (5.27 \pm 0.71) \times 10^{-6} M_\oplus$ .

Разными авторами было получено несколько оценок суммарных масс групп троянцев Юпитера с использованием, как правило, статистических методов. В таблице 1 приведены все доступные оценки масс. Массы в работе Jewitt et al. [4] примерно на порядок больше оценок других авторов. Как показано в работе [1], это объясняется принятием большего значения средней плотности астероидов и значительным завышением предполагаемого числа крупных астероидов. Большой диапазон для возможных значений масс указывается в статье Morbidelli et al. [7]. Также, кажется, несколько завышенной оценка массы в работе Li and Sun [5]. Все остальные оценки согласуются. Динамический метод (указано в таблице) использовался только в работе [2] и данной статье, и их полученные оценки хорошо согласуются в пределах точности. В работе [2] массы троянцев определялись по оптическим наблюдениям 122 самих троянских астероидов, в то время, как в нашей работе по точным радарным данным КА около планет. Поэтому наши неопределенности масс несколько меньше, и у нас соотношение между массами групп изменилось – несколько возросла доля  $L_5$ .

**Таблица 1.** Массы троянцев Юпитера.

Авторы	Группы	Масса в $M_\odot$	Масса в $M_\oplus$
Jewitt et al.(2000) [4]	$L_4$	$3.0 \times 10^{-10}$	$\sim 10^{-4}$
Morbidelli et al. (2005) [7]	$L_4+L_5$	$(0.12 \div 0.90) \times 10^{-10}$	$(4 \div 30) \times 10^{-6}$
Marchis et al. (2006) [6]	$L_4+L_5$	$0.2 \times 10^{-10}$	$7 \times 10^{-6}$
Виноградова (2012) [12]	$L_4+L_5$	$0.42 \times 10^{-10}$	$14 \times 10^{-6}$
Виноградова, Чернетенко (2015а) [1] статистический метод	$L_4$ $L_5$	$(0.19 \pm 0.11) \times 10^{-10}$ $(0.11 \pm 0.07) \times 10^{-10}$	$(6.3 \pm 3.7) \times 10^{-6}$ $(3.7 \pm 2.3) \times 10^{-6}$
Виноградова, Чернетенко (2015б) [2] <b>(динамический метод)</b>	$L_4$ $L_5$	$(0.26 \pm 0.04) \times 10^{-10}$ $(0.13 \pm 0.05) \times 10^{-10}$	$(8.7 \pm 1.3) \times 10^{-6}$ $(4.3 \pm 1.7) \times 10^{-6}$
Li, Sun (2018) [5]	$L_4+L_5$	$0.56 \times 10^{-10}$	$18.61 \times 10^{-6}$
Данная работа <b>(динамический метод)</b>	$L_4$ $L_{45}$	$(0.219 \pm 0.020) \times 10^{-10}$ $(0.158 \pm 0.021) \times 10^{-10}$	$(7.27 \pm 0.68) \times 10^{-6}$ $(5.27 \pm 0.71) \times 10^{-6}$

## 5. Влияние троянцев на остаточные невязки марсианских КА и КА Juno

Основная цель нашей работы — уточнить модель движения объектов Солнечной системы и построить высокоточные планетные эфемериды, принимая во внимание возмущения троянцев Юпитера на планеты. Число троянцев Юпитера с диаметрами больше 1 км – сотни тысяч. Хотя суммарная масса троянцев в 32 раза меньше общей массы Главного пояса астероидов, но как показано в секции 3, общее возмущение троянцев приводит к заметному смещению орбит Марса и Юпитера. В таблице 2 показывается влияние троянцев Юпитера на остаточные невязки марсианских КА (Mars Global Mars Surveyor–MGS, Odyssey, Mars Reconnaissance Orbiter–MRO, Mars Express–MEX) и КА Juno. Сначала вычислялись остаточные невязки (WRMS) по эфемеридам EPN2017, где влияние троянцев не учитывалось, а затем по строящимся с учетом троянцев эфемеридам EPM2018. Хотя значительная часть невязок, возникающих из-за троянцев, нивелируется уточнением орбитальных элементов планет, но все-таки небольшое уменьшение ( $\sim$  на 2%) как WRMS, так и  $\sigma$  – ошибки единицы веса заметно для марсианских КА и КА Juno.

Из данных табл. 2 видно, что остаточные невязки Марсианских КА стали лучше на 1.9%, а их ошибка единицы веса ( $\sigma$ ) уменьшилась на 1.7%. Нормальных мест для наблюдений КА Juno пока всего 4, полученных на 4 оборотах КА около Юпитера, но заметно небольшое уменьшение остаточных невязок на 2.7%. Поэтому для получения

высокоточных эфемерид и обработки высокоточных данных марсианских КА и КА Juno около Юпитера учет возмущений от Троянцев необходим.

**Таблица 2.** Влияние троянцев на остаточные невязки КА около Марса и Juno около Юпитера.

Эфемериды	Число норм. точек КА Марса	WRMS КА Марса (м)	$\sigma$ КА Марса	Число н. точек Juno	WRMS КА Juno (м)
EPM2017 (без учета троянцев)	16221	1.060	0.678	4	10.73
EPM2018 (с учетом троянцев)	16221	1.042	0.665	4	10.44

## 6. Заключение

- Точность траекторных измерений КА и современных планетных эфемерид ЕРМ в настоящее время позволяет выявлять и оценивать небольшие влияния на движения планет.
- В частности, оказалось возможным получить из наблюдений планет и космических аппаратов динамическую оценку массы групп троянцев Юпитера  $L_4$  и  $L_5$ .
- Показана необходимость учитывать возмущения троянцев для КА Марса и Юпитера (КА Juno).
- Полученные оценки масс для  $L_4$  и  $L_5$  согласуются с оценками в работе Виноградовой и Чернетенко [2], но соотношение между массами групп изменилось – возросла доля  $L_5$ . Погрешность определений массы из динамических оценок стала меньше.

## Литература

1. Виноградова Т.А., Чернетенко Ю.А. Суммарная масса троянцев Юпитера // Астрон. Вестник, 2015а, т. 49, № 6, 428-434.
2. Виноградова Т.А., Чернетенко Ю.А. Суммарная масса троянцев Юпитера, определенная статистическим и динамическим методами / Труды конференции «Околоземная астрономия 2015», Москва, 2015б, 13-17.
3. Питьева Е.В., Питьев Н.П. Массы главного пояса астероидов и пояса Койпера по движениям планет и космических аппаратов // Письма в АЖ, 2018а, т. 44, № 8/9, 604-617.
4. Jewitt D.C., Trujillo C.A., Luu J.X. Population and size distribution of small jovian Trojan asteroids // Astron. J., 2000, v. 120, 1140-1147.
5. Li J., Sun Y.S. Constructing a refined model of small bodies in the Solar system – I. The Jovian Trojans // Astronomy & Astrophysics, 2018, v. 616, A70, 9.
6. Marchis F.D., Hestroffer P., Descamps J.B., et al. A low density of 0.8 gcm<sup>-3</sup> for the Trojan asteroid 617 Patroclus // Nature, 2006, v. 439, 565-567.
7. Morbidelli A., Levison H.F., Triganis K. et al. Chaotic capture of Jupiter's Trojan asteroids in the early Solar System // Nature, 2005, v. 435, issue 7041, 462-465.
8. Pitjeva E., Pavlov D. Ephemerides EPM2017 and EPM2017H.  
<http://iaaras.ru/en/dept/ephemeris/epm/2017/>.
9. Pitjeva E.V., Pitjev N.P. Development of planetary ephemerides EPM and their applications. Celest. Mech. and Dyn. Astr., 2014, v. 119, 237-256.
10. Pitjeva E.V., Pitjev N.P. Mass of the Kuiper belt // Celest. Mech. and Dyn. Astron, 2018, v. 130, Issue 9, article id. 57, 17 pp.
11. Vinogradova T.A. The mass of the asteroid belt // Труды ИПА РАН, 2012, т. 26, 110-115.

**STUDY OF THE INFLUENCE OF THE JUPITER'S TROJAN GROUPS ON THE MOVEMENT OF PLANETS AND DYNAMIC ESTIMATES OF THEIR MASSES**

**Pitjeva E.V.<sup>1</sup>, Pitjev N.P.<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>*Institute of Applied Astronomy of RAS, St. Petersburg, Russia*

<sup>2</sup>*St. Petersburg State University, St. Petersburg, Russia*

The possibility of dynamically estimating the total mass of asteroids in the Jupiter Trojan groups has been investigated. There are the two compact groups “Greeks” ( $L_4$ ) and “Trojans” ( $L_5$ ), consisting of several hundred thousand asteroids in the vicinity of stable Lagrange points, moving at a 1:1 resonance with the orbital motion of Jupiter. The study of the gravitational influence of these compact groups of asteroids on the movement of the planets is essential for the movement of Mars and Jupiter. Currently, the dynamic model of the Solar System includes gravitational interactions between the planets, the Sun, the Moon, large asteroids, Trans-Neptune Objects (TNO), the Main Asteroid Belt, the Kuiper Belt, and the relativistic effects of General Theory of Relativity and Sun oblateness. The natural next step is to consider the effect of numerous small bodies in the region of the Lagrange points  $L_4$  and  $L_5$ . Their dynamic mass estimations were obtained on the basis of processing more than 800 thousand observations of planets and spacecraft using the new version of the EPM2017-EPM2018 planetary ephemeris created at the IPA RAS:

$$M_{L4} = (7.27 \pm 0.68) \cdot 10^{-6} M_{\oplus}; M_{L5} = (5.27 \pm 0.71) \cdot 10^{-6} M_{\oplus}.$$

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО УСКОРЕНИЯ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ СИНХРОНЫ ХВОСТА КОМЕТЫ C/2006 P1

Сафаров А.Г.<sup>1</sup>, Ибадинов Х.И.<sup>2</sup>, Бобоев Ш.С.<sup>1</sup>, Аюбов Д.К.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Таджикский национальный университет, г. Душанбе, Таджикистан

<sup>2</sup>Институт астрофизики Академии наук Республики Таджикистан, г. Душанбе, Таджикистан

У хвоста кометы C/2006 P1 от 18.41 до 22.51 января 2007 года наблюдались синхроны. На основе наблюдательных данных и элементов орбиты кометы мы методом Моисеева спроектировали синхроны кометы на плоскость орбиты кометы и получили кометоцентрические координаты частицы конца хвоста ( $\xi$ ,  $\eta$ ). Определены время выброса пылевых частиц из ядра кометы и эффективное ускорение частиц. Частицы пылевого хвоста, наблюденного в январе 18.41 – 22.51, были выброшены из ядра кометы C/2006 P1 от 4.28 до 7.6 января 2007 г., т.е. до прохождения кометой точки перигелия орбиты. Пылевой хвост, который наблюдался в это время, оказался хвостом II типа по классификации Бредихина.

### 1. Введение

Хвосты комет состоят из материальных частиц, движущихся под действием сил, исходящих от Солнца. На каждую частицу действуют две силы: сила гравитационного тяготения и сила отталкивания фотонного излучения Солнца, величина которых меняется только от расстояния частицы от Солнца. Векторы этих сил и векторы их ускорения направлены в противоположные стороны, т.е. к Солнцу и от Солнца. Принимаем величину вектора ускорения силы гравитационного тяготения на расстоянии единицы от Солнца за единицу. Величину ускорения (на расстоянии, равном единице), с которым будет двигаться частица относительно Солнца, обозначим символом  $\mu$  – ускорение эффективной силы Солнца. Если это обыкновенное притяжение Солнца, то  $\mu = 1$ , если  $\mu < 1$ , то это притяжение меньше обычного, если  $\mu$  отрицательно, то притяжение обращается в отталкивание [3, 4].



Рис. 1. Фотография кометы C/2006 P1, полученная в обсерватории Сайдинг-Спринг  
январь 2007 года [8].

Комета C/2006 P1 была открыта Робертом Макнотом в созвездии Змееносца 7 августа 2006 года как 17<sup>m</sup> на обсерватории Сайдинг-Спринг. Синхроны у пылевого хвоста кометы C/2006 P1 наблюдался от 18.41 до 22.51 января 2007 года [6, 7].

## 2. Основная часть

Синхроны у хвостов комет обычно образуется в результате одновременных выбросов пылевых частиц ядра кометы [4]. На основе наблюдательных данных и элементов орбиты кометы мы методом Моисеева [2] спроектировали синхроны кометы на плоскость орбиты кометы и получили кометоцентрические координаты частицы конца хвоста. Результаты перспективного проектирования наблюдаемой формы хвоста кометы C/2006 P1 на плоскость орбиты представлены в таблице 1.

**Таблица 1.** Наблюдательные данные кометы C/2006 P1  
и кометоцентрические координаты.

Время наблюдения UT, 2007	r, а.е.	$\rho$ , а.е.	S, град.	P, град.	$v$ , град.	$\xi$ , а.е.	$\eta$ , а.е.
Январь 18.50	0.274	0.842	4.5	140	0.246	0.323753	0.562702
Январь 18.73	0.282	0.847	8	137	0.211	0.562502	1.129327
Январь 19.01	0.296	0.856	4	140	0.153	0.345389	0.788483
Январь 19.51	0.302	0.860	20	145	0.131	0.813672	1.909303
Январь 19.74	0.312	0.862	3	140	0.094	0.116098	0.334756
Январь 19.78	0.319	0.868	17	132	0.071	0.247644	0.804649
Январь 20.03	0.326	0.875	10	145	0.047	0.585857	1.967495
Январь 20.51	0.341	0.880	23	155	0.001	0.463258	1.372320
Январь 21.03	0.355	0.896	20	145	-0.031	0.416742	2.029440
Январь 21.51	0.365	0.900	24	160	-0.064	0.360651	1.098254
Январь 21.73	0.380	0.910	12	145	-0.101	0.099254	0.837347
Январь 22.47	0.384	0.917	25	150	-0.111	0.093243	0.600703
Январь 22.51	0.395	0.925	24	160	-0.135	0.238067	0.991362

В табл. 1 приведены время наблюдения,  $r$  – гелио и  $\rho$  – геоцентрические расстояния ядра,  $S$  – длина синхроны пылевого хвоста,  $P$  – угол хвоста от точки севера,  $v$  – истинная аномалия ядра во время наблюдения,  $\xi$ ,  $\eta$  – кометоцентрические координаты хвоста кометы.

Длина синхроны пылевого хвоста меняется в течение 5 суток от 8° до 25°. Позиционный угол синхроны меняется в переделах 132°÷160°.

Если возраст частиц  $\tau$  выразить через угол  $\varphi$ , который определяется как  $\varphi = v - v_1$  ( $v$  и  $v_1$  – истинная аномалия ядра в момент  $t$  и  $t_1$ , соответственно), то он, может быть, был определен по известной формуле для параболической орбиты кометы [3].

$$\frac{k(t_1 - T)}{\sqrt{2}q^{3/2}} = \operatorname{tg} \frac{1}{2}v_1 + \frac{1}{3}\operatorname{tg}^3 \frac{v_1}{2},$$

в формуле  $k$  – постоянный Гаусса,  $T$  – момент прохождение перигелия,  $q$  – расстояния перигелия орбиты.

Эффективное ускорение можно найти согласно формуле [1]:

$$\mu = \frac{\frac{2q}{r_1} - \cos v_1 - \cos(v_1 - \varphi)}{\cos(v_1 - \varphi) - 1},$$

где  $r_1$  – радиус – вектор частицы в момент наблюдения, определяемые из соотношений

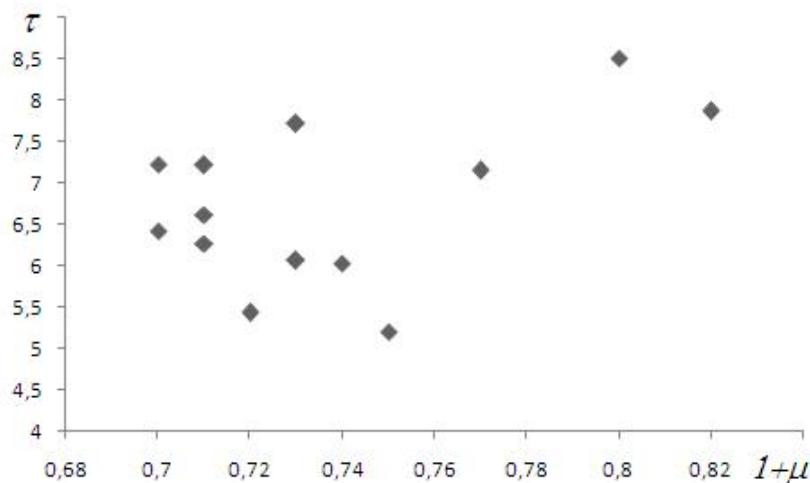
$$r_1 = \frac{\eta}{\sin(\nu - \nu_1)}.$$

В таблице 2 приведены времена наблюдения,  $\tau$  – возраст пылевых частиц,  $t$  – время выброса пылевых частиц синхроны пылевого хвоста,  $\nu_1$  – истинная аномалия ядра в момент выброса пылевых частиц,  $1+\mu$  – эффективное ускорение пылевых частиц синхроны пылевого хвоста кометы.

**Таблица 2.** Эффективное ускорение пылевых частиц синхроны хвоста кометы C/2006 P1

Время наблюдения UT, 2007	$\tau$ , сутки	$t$ , сутки	$\nu'$ , град.	$1+\mu$
Январь 18.50	5.198	Янв. 7.601	-89.467	0.75
Январь 18.73	5.429	Янв. 7.370	-94.634	0.72
Январь 19.01	6.065	Янв. 6.735	-98.905	0.73
Январь 19.51	6.029	Янв. 6.77	-99.784	0.74
Январь 19.74	6.265	Янв. 6.535	-105.72	0.71
Январь 19.78	6.424	Янв. 6.376	-108.76	0.70
Январь 20.03	6.621	Янв. 6.179	-109.57	0.71
Январь 20.51	7.148	Янв. 5.651	-106.52	0.77
Январь 21.03	7.213	Янв. 5.586	-177.09	0.71
Январь 21.51	7.866	Янв. 4.933	-107.17	0.82
Январь 21.73	7.226	Янв. 5.573	-124.18	0.70
Январь 22.47	7.716	Янв. 5.083	-121.09	0.73
Январь 22.51	8.516	Янв. 4.283	-114.08	0.80

Из рис. 2 видно, что возраст пылевых частиц синхроны хвоста из ядра кометы C/2006 P1 лежат в переделах от 5.19 до 8.51 суток. Причина такого разброса является приливное воздействие Солнца и большая скорость сублимации льдов ядра кометы. Значения эффективного ускорения частиц лежат в переделах от 0.7 до 0.82. Частицы пылевого хвоста, наблюденного в январе 18.41 – 22.51, были выброшены из ядра кометы C/2006 P1 от 4.28 до 7.6 января 2007 г., т.е. до прохождения кометой точки перигелия орбиты. Пылевой хвост, который наблюдался в это время, оказался хвостом II типа по классификации Бредихина.



**Рис. 2.** Зависимость возраста пылевых частиц синхроны хвоста кометы от эффективного ускорения силы Солнца.

Харчук и Корсун [5] показали, что скорость выброса пылевых частиц из активных областей ядра этой кометы лежат в пределах от 0.03 до 0.6 км/с. Возраст частиц оценивается в 11–12 суток. Значение скоростей Харчук и Корсун получены из результатов моделирования активных областей хвоста кометы C/2006 P1.

### **3. Выводы**

Частицы пылевого хвоста, наблюденного в январе 18.41 – 22.51 были выброшены из ядра кометы C/2006 P1 от 4.28 до 7.6 января 2007 года, т.е. до прохождение кометой точки перигелия орбиты. Пылевые частицы, которые выброшены около перигелия орбиты, образовали у кометы аномальный хвост. Пылевой хвост, который наблюдался в это время, оказался хвостом II типа по классификации Бредихина.

### **Литература**

1. Ибадинов Х.И. Обобщенный метод решения обратной задачи механической теории кометных форм // ДАН Тадж. ССР, 1981, т. 24, № 1, 22-27.
2. Мoiseев Н.Д. О вычислении кометоцентрических координат частицы кометного хвоста // Астрон. журнал, 1924, № 1–2, 79-86.
3. Орлов С.В. Кометы. – М.: ОНТИ, 1935, 280.
4. Сафаров А.Г. Условия образования аномального хвоста комет // Экологический вестник научных центров ЧЭС, 2017, № 4, Вып. 2, 124-134.
5. Харчук С.В., Корсун П.П. Полосоподобные детали в пылевом хвосте кометы C/2006 P1 (Мак-Нота) // Кинематика и физика небесных тел, 2010, т. 26, № 6, 68-74.
6. Marsden B. MPC 59042, 2007.
7. ICQ № 141; 142; 143; 2007.
8. <https://www.ao.gov.au/>

## **DETERMINE EFFECTIVE ACCELERATION DAST PARTICLES SINKHRONOS TAIL OF COMET C/2006 P1**

**Safarov A.G.<sup>1</sup>, Ibadinov Kh.I.<sup>2</sup>, Boboev Sh.S.<sup>1</sup>, Ayubov D.K.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Tajik National University, Dushanbe, Tajikistan

<sup>2</sup>Institute of Astrophysics, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan, Dushanbe, Tajikistan

At the tail of comet C/2006 P1 from 18.41 to 22.51 of January 2007, synchronous patterns were observed. On the basis of observational data and elements of the orbit of a comet, we designed the synchronism of the comet to the plane of the orbit of the comet using the Moiseev method and obtained the cometocentric coordinates of a particle of the tail end ( $\xi, \eta$ ). The time of ejection of dust particles from the cometary nucleus and the effective acceleration of particles are determined. The particles of the dust tail, observed in January 18.41 – 22.51, were ejected from the nucleus of comet C/2006 P1 from 4.28 to 7.6 January 2007, before the passage of the comet point of the perihelion of the orbit. The dust tail, which was observed at this time, turned out to be a type II tail according to the Bredikhin classification.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЭВОЛЮЦИИ АСТЕРОИДОВ, ИСПЫТЫВАЮЩИХ ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА ЛИДОВА-КОЗАИ

Скрипниченко П.В., Кузнецов Э.Д.

Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Россия

Исследована орбитальная эволюция 161 астероида при совместном влиянии эффектов Лидова-Козаи и Ярковского. Для каждого астероида рассматривались семь вариантов эволюции, различающихся скоростью дрейфа большой полуоси под действием эффекта Ярковского:  $0, \pm 1 \cdot 10^{-5}, \pm 1 \cdot 10^{-4}, \pm 1 \cdot 10^{-3}$  а.е./млн. лет). Показано, что 121 объект испытывает влияние эффекта Лидова-Козаи на всем интервале интегрирования 90 тыс. лет. Объект 2010 CU19 при интегрировании без учета эффекта Ярковского испытывает влияние эффекта Лидова-Козаи на ограниченном интервале времени. При скорости дрейфа большой полуоси  $10^{-3}$  а.е./млн. лет) 2010 CU19 испытывает эффект Лидова-Козаи на всем интервале интегрирования.

### 1. Введение

Астероиды, испытывающие влияние эффекта Лидова-Козаи, относятся к объектам с существенной вековой эволюцией. Позиционные элементы орбит таких объектов могут изменяться в широких пределах, а сами объекты при этом могут переходить из одного динамического класса в другой.

Влияние эффекта Лидова-Козаи приводит к периодическим изменениям эксцентриситетов и наклонов орбит, причем колебания эксцентриситета и наклона происходят в противофазе. Необходимым условием проявления эффекта Лидова-Козаи является [1]:

$$c_1 < 0.6 \quad \text{и} \quad c_2 < 0, \quad (1)$$

что в случае внешнего расположения возмущающего тела приводит к либрации аргумента перигея  $\varpi$  относительно  $90^\circ$  или  $270^\circ$ . Здесь  $c_1, c_2$  — интегралы Лидова-Козаи [2]:

$$\begin{aligned} c_1 &= (1 - e^2)(\cos i)^2, \\ c_2 &= e^2 \left( \frac{2}{5} - (\sin i \sin g)^2 \right), \end{aligned} \quad (2)$$

$e, i$  — эксцентриситет и наклон орбиты.

В настоящей работе, на основе данных сайта AstDyS<sup>1</sup> об элементах орбит о numerovанных астероидах и астероидах, наблюдавшихся более, чем в одной оппозиции (эпоха MJD58000, 04.09.2017), сделана выборка астероидов, удовлетворяющих условию (1), и исследована их динамическая эволюция.

### 2. Исследование динамической эволюции астероидов

В результате анализа элементов орбит астероидов из базы AstDyS был отобран 161 астероид с элементами орбиты, удовлетворяющими условию (1). Исследование динамической эволюции выполнялось с использованием пакета программ OrbFit<sup>2</sup>[3]. Номинальные орбиты астероидов, используемые в качестве начальных условий, были взяты в базе данных AstDyS. Начальные условия для планет были взяты из численной эфемериды DE431. Одновременно интегрировались уравнения движения восьми больших планет и карликовой планеты Плутон, учитывались релятивистские эффекты, сжатие Солнца и эффект Ярковского. Для каждого астероида рассматривались семь вариантов эволюции, различающихся скоростью дрейфа большой полуоси под действием

<sup>1</sup> <http://hamilton.dm.unipi.it/astdys/>

<sup>2</sup> <http://adams.dm.unipi.it/orbfit/>

**Таблица 1.** Нумерованные астероиды с либрацией аргумента перицентра.

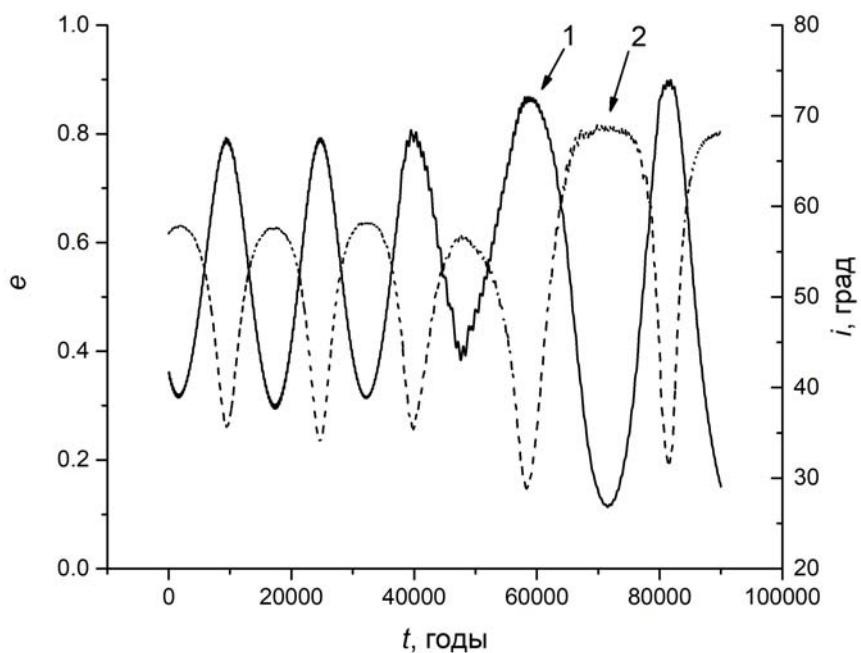
Астероид	$c_1$	$c_2$	$a$ , а.е.	$e$	$i$ , град
(1981) Midas	0.340	-0.004	1.7759329	0.6502366	39.83300
(2102) Tantalus	0.175	-0.020	1.2901309	0.2991527	64.00400
(2938) Hopi	0.502	-0.003	3.1532827	0.3288789	41.38113
(3040) Kozai	0.452	-0.003	1.8406270	0.2004366	46.63981
(4257) Ubasti	0.449	-0.003	1.6471179	0.4682052	40.71614
(5496) 1973 NA	0.084	-0.109	2.4351107	0.6359603	68.00547
(19021) 2000 SC8	0.427	-0.008	2.6788110	0.3054035	46.63944
(23187) 2000 PN9	0.255	-0.039	1.8467803	0.5893884	51.31338
(66272) 1999 JW6	0.383	-0.003	1.5075289	0.1431762	51.31458
(85818) 1998 XM4	0.174	-0.031	1.6566716	0.4165582	62.71603
(88959) 2001 TZ44	0.238	-0.043	1.7235906	0.5639778	53.82825
(101873) 1999 NC5	0.411	-0.003	2.0295217	0.3933204	45.76573
(112985) 2002 RS28	0.352	-0.024	2.2198505	0.4927520	46.98555
(137108) 1999 AN10	0.402	-0.004	1.4587678	0.5621720	39.93005
(143219) 2002 YY3	0.322	0.000	1.9867909	0.0524713	55.38274
(143637) 2003 LP6	0.115	-0.049	1.7463249	0.8836739	43.59194
(152952) 2000 GC2	0.313	-0.009	1.3834805	0.1870189	55.29704
(153195) 2000 WB1	0.350	-0.010	1.3010854	0.6189727	41.11191
(153957) 2002 AB29	0.201	-0.048	2.5334081	0.7585202	46.52576
(159518) 2001 FF7	0.366	0.000	2.1043174	0.4443608	47.51682
(159889) 2004 TR14	0.555	-0.001	1.7213945	0.2307903	40.02457
(162161) 1999 DK3	0.428	-0.009	2.1152007	0.4434191	43.14103
(162474) 2000 LB16	0.350	-0.020	1.2408763	0.3575495	50.70906
(162926) 2001 OB36	0.333	-0.004	2.9393200	0.6190981	42.67391
(163132) 2002 CU11	0.396	-0.008	1.2196133	0.2951767	48.77928
(164121) 2003 YT1	0.472	-0.007	1.1095526	0.2919171	44.06393
(196068) 2002 TW55	0.145	-0.116	2.1173508	0.6645003	59.37928
(220124) 2002 TE66	0.334	-0.019	1.4568322	0.3780208	51.34326
(252793) 2002 FW5	0.452	-0.006	1.3148994	0.2177546	46.44804
(254419) 2004 VT60	0.427	-0.001	2.0755467	0.4340056	43.51237
(267494) 2002 JB9	0.180	-0.074	2.7170951	0.7845458	46.75750
(276274) 2002 SS41	0.168	-0.054	2.1048002	0.3823476	63.68319
(277473) 2005 WD1	0.429	-0.006	2.2002189	0.4416189	43.07609
(279816) 2000 JE5	0.336	-0.025	1.2382474	0.4006592	50.74044
(302010) 2000 SH8	0.233	-0.070	1.6881681	0.4893556	56.37729
(311044) 2004 BB103	0.193	-0.084	1.9073130	0.6219028	55.86417
(322913) 2002 CM1	0.394	-0.020	2.2998857	0.4616061	44.98838
(326332) 2000 GS146	0.450	-0.005	1.3044324	0.1970978	46.85254
(337118) 1999 TX2	0.180	-0.021	1.2807982	0.4635617	61.38514
(338049) 2002 NY31	0.401	-0.002	2.2122558	0.5454021	40.90650
(350988) 2003 GW	0.327	-0.040	1.8205048	0.4762335	49.43853
(357618) 2005 EM30	0.320	-0.016	1.2033927	0.3367946	53.08180
(363814) 2005 ND7	0.283	-0.020	1.9637811	0.4822955	52.58151
(364762) 2007 XC10	0.426	-0.004	1.6193350	0.2261062	47.93757
(395289) 2011 BJ2	0.365	-0.022	1.2904009	0.3472492	49.90125
(408956) 2002 GH2	0.514	-0.002	2.2745094	0.2394671	42.39102
(410778) 2009 FG19	0.162	-0.048	2.9088682	0.7198642	54.50160
(417444) 2006 OE2	0.531	0.000	1.8002783	0.1911455	42.04180
(417581) 2006 VA3	0.192	-0.001	1.6029360	0.6783873	53.34441
(427643) 2003 VF1	0.302	-0.033	1.6753344	0.3787786	53.59317
(436324) 2010 GZ6	0.492	-0.001	1.4014367	0.1439521	44.84236

эффекта Ярковского:  $0, \pm 1 \cdot 10^{-5}, \pm 1 \cdot 10^{-4}, \pm 1 \cdot 10^{-3}$  а.е./млн. лет). Интервал интегрирования составил 90 тыс. лет.

Либрация аргументаperiцентра зафиксирована у 121 объекта. Сведения о нумерованных астероидах (с номерами меньше 440000) с либрацией аргументаperiцентра приведены в таблице 1. Элементы орбит (большая полуось  $a$ , эксцентриситет  $e$ , наклон  $i$ ) и значения интегралов  $c_1, c_2$  даны на эпоху MJD58000.

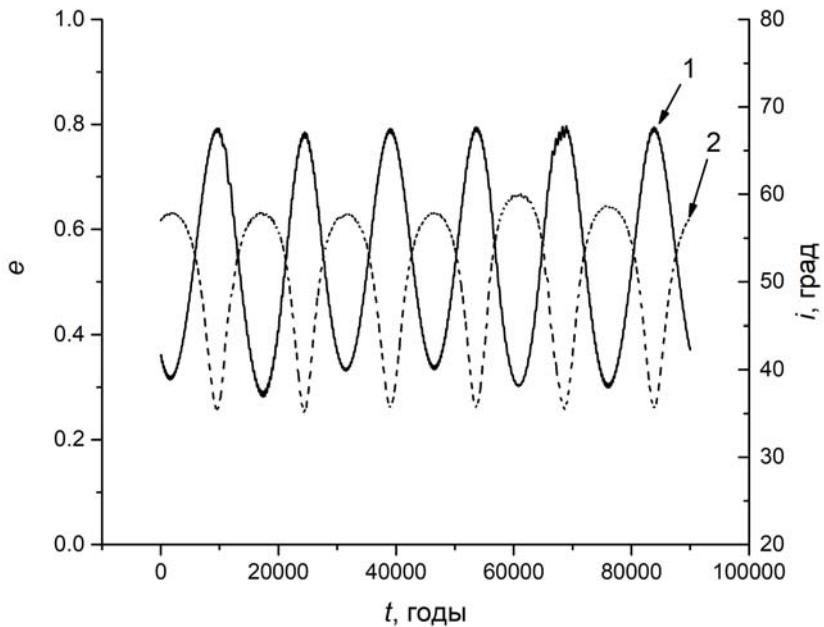
Для большинства рассмотренных астероидов, на динамическую эволюцию которых оказывает влияние эффект Лидова-Козаи, учет эффекта Ярковского не приводит к качественному изменению характера эволюции.

Эффект Ярковского оказывает существенное влияние на орбитальную эволюцию астероидов, сближающихся с Землей (AC3), и испытывающих влияние эффекта Лидова-Козаи. Учет эффекта Ярковского оказывает существенное влияние на характер эволюции аргументаperiцентра AC3 2010 CU19. Астероид эволюционирует под влиянием эффекта Лидова-Козаи (рис. 1, 2). Вариант эволюции без учета эффекта Ярковского сопровождается сменой режима либрации аргументаperiцентра (кривая 1 на рис. 3). После 65 000 тысяч лет либрация относительно значения  $g = 270^\circ$  сменяется на либрацию относительно  $g = 90^\circ$ . При учете влияния эффекта Ярковского (скорость векового дрейфа большой полуоси  $da/dt = 1 \cdot 10^{-3}$ ) либрация относительно значения  $g = 270^\circ$  сохраняется на всем рассматриваемом интервале времени (кривая 2 на рис. 3).

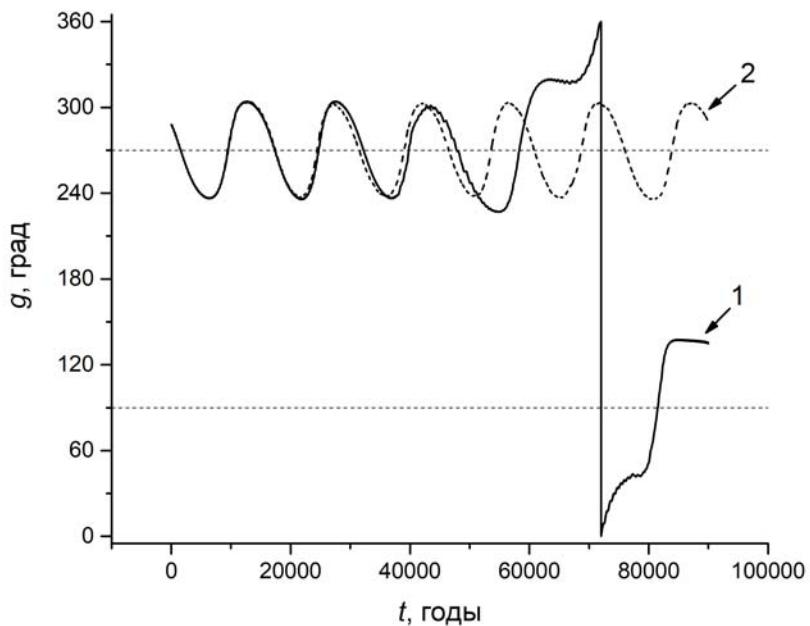


**Рис. 1.** Эволюция 1) эксцентриситета  $e$  и 2) наклона  $i$  астероида 2010 CU19 без учета эффекта Ярковского.

Динамическая эволюция Кентавров и транснептуновых объектов рассматривалась без учета влияния эффекта Ярковского. Обнаружено, что плутино (транснептуновый объект, движущийся в резонансе 2:3 с Нептуном) 2014 GM54 испытывает влияние эффекта Лидова-Козаи. Для этого объекта было выполнено дополнительное моделирование на интервале времени 100 млн. лет. На всем рассматриваемом интервале времени сохраняется либрация аргументаperiцентра относительно  $g = 90^\circ$ , колебания эксцентриситета и наклона происходят в противофазе.



**Рис. 2.** Эволюция 1) эксцентриситета  $e$  и 2) наклона  $i$  астероида 2010 CU19 при учете эффекта Ярковского ( $da/dt = 1 \cdot 10^{-3}$ ).



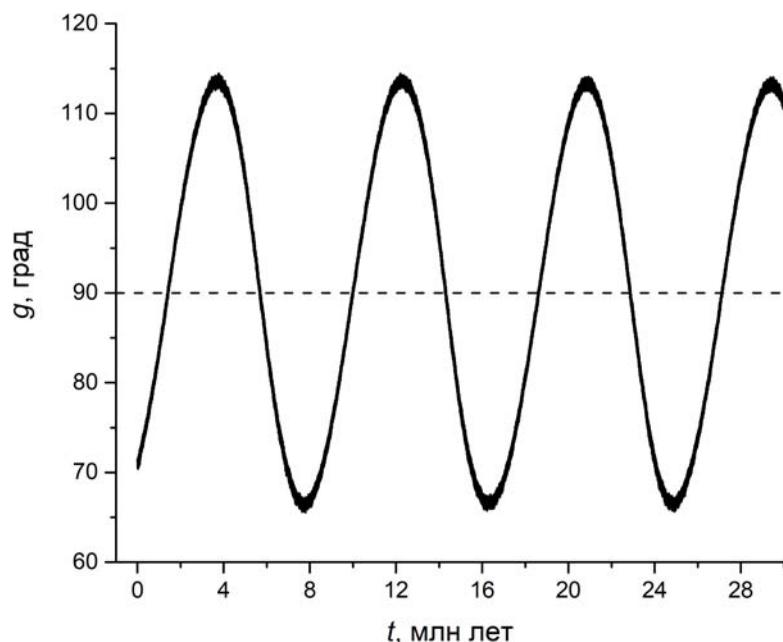
**Рис. 3.** Эволюция аргументаperiцентра  $g$  астероида 2010 CU19:  
1) без учета эффекта Ярковского, 2) с учетом эффекта Ярковского ( $da/dt = 1 \cdot 10^{-3}$ ).

### 3. Заключение

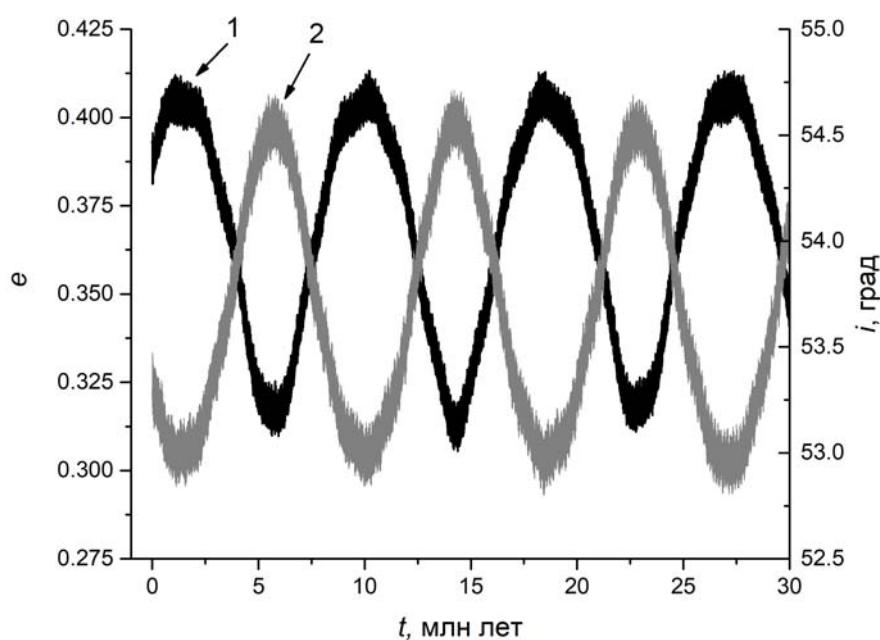
В настоящей работе среди известных нумерованных астероидов и астероидов, наблюдавшихся более, чем в одной оппозиции, обнаружено 122 объекта, которые испытывают влияние эффекта Лидова-Козаи. Моделирование динамической эволюции показало, что учет эффекта Ярковского, как правило, не приводит к выходу объектов из-под влияния эффекта Лидова-Козаи на рассматриваемом интервале времени. Для астероидов, сближающихся с Землей, учет эффекта Ярковского может приводить к существенным изменениям долгопериодической эволюции эксцентриситета, наклона,

аргументаperiцентра, обусловленной влиянием эффекта Лидова-Козаи. Обнаружено плутино 2014 GM54, испытывающее влияние эффекта Лидова-Козаи.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-02-00015.



**Рис. 4.** Эволюция аргумента перицентра  $g$  плутино 2014 GM54.



**Рис. 5.** Эволюция 1) эксцентриситета  $e$  и 2) наклона  $i$  плутино 2014 GM54.

#### Литература

1. Shevchenko I.I. The Lidov-Kozai Effect: Applications in Exoplanet Research and Dynamical Astronomy – Springer, 2017.
2. Lidov M.L. The evolution of orbits of artificial satellites of planets under the action of gravitational perturbations of external bodies // Planet. Space Sci. 1962. V. 9. P. 719–759.

3. OrbFit Consortium. OrbFit: Software to Determine Orbits of Asteroids. Astrophysics Source Code Library. 2011. arXiv:1106.015.

**INVESTIGATION OF DYNAMICAL EVOLUTION OF ASTEROIDS DUE  
TO THE LIDOV-KOZAI EFFECT**

**Skripnichenko P.V., Kuznetsov E.D.**

*Ural Federal University, Yekaterinburg, Russia*

Orbital evolution of 161 asteroids is investigated due to common influence the Lidov-Kozai and Yarkovsky effect. Seven trajectories are considered for each asteroid. The trajectories are differed by rates of semi-major drift due to the Yarkovsky effect  $0, \pm 1 \cdot 10^{-5}, \pm 1 \cdot 10^{-4}, \pm 1 \cdot 10^{-3}$  au/Myr. Shown that 121 asteroids are influenced by the Lidov-Kozai effect over integration interval 90 kyr. Modeling dynamical evolution 2010 CU19 without the Yarkovsky effect shown that the asteroid is influenced by the Lidov-Kozai effect over limited interval. If a rate of the semi-major drift equal to  $10^{-3}$  au/Myr 2010 CU19 is influenced by the Lidov-Kozai effect the whole of the integration interval.

## **ПРЕДВЫЧИСЛЕНИЕ СБЛИЖЕНИЙ И СТОЛКНОВЕНИЙ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ С ЗЕМЛЕЙ И ЛУНОЙ В СИСТЕМЕ «ПРОГНОЗ»**

**Шор В.А.<sup>1</sup>, Кочетова О.М.<sup>1</sup>, Железнов Н.Б.<sup>1</sup>, Вавилов Д.Е.<sup>1</sup>,  
Виноградова Т.А.<sup>1</sup>, Зайцев А.В.<sup>2</sup>, Чернетенко Ю.А.<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*ИПА РАН, Санкт-Петербург, Россия*

<sup>2</sup>*НП “Центр планетарной защиты”, Химки, Московская область, Россия*

*Излагаются принципиальная схема и основные детали организации вычислительной составляющей мониторинга столкновений Земли и Луны с потенциально опасными небесными телами (ПОТ), выполняемой в ИПА РАН. Вычислительный комплекс осуществляет поддержание каталога ПОТ в соответствии с публикациями списка ПОТ на сайте ЦМП и их наблюдений, независимое определение орбит и вероятных ошибок начальных условий движения, прогнозирование движения тел с учетом возмущений и неопределенности текущих значений координат и скоростей из-за погрешностей начальных условий. При сближениях тел с Землей или Луной вычисляется минимальное расстояние и оценивается вероятность столкновения по методу плоскости цели. В случае столкновения с Землей тела на номинальной орбите определяются географические координаты точки входа в атмосферу и взрыва в ней или столкновения, азимут и наклон траектории к горизонтальной плоскости, скорость относительно атмосферы и их вероятные ошибки. Если номинальная орбита минует Землю, но вероятность столкновения велика, на поверхности Земли определяется полоса риска, в точках которой возможны столкновения с телом, если оно движется по орбите, отличной от номинальной. Информация о сближениях тел с Землей и Луной служит основой для формирования хронологической таблицы сближений с наиболее важной информацией о каждом теле и сближении, отражающей ход сближений в режиме реального времени.*

### **Введение**

Предвычисление сближений и столкновений потенциально опасных космических тел (ПОТ) с Землей является важным элементом противодействия астероидно–кометной опасности. Потенциально опасными считаются тела, диаметры которых превышают 100–150 м, ( $H_0 \leq 22.0^m$ ), способные приближаться к земной орбите до минимальных межорбитальных расстояний (MOID), меньших или равных 0.05 а.е. Астероиды с меньшими диаметрами также могут представлять значительную угрозу (всего в нашем каталоге содержится 8443 таких объектов на 29.05.2018).

Мониторинг ПОТ предполагает, 1) патрулирование неба с целью наблюдения уже известных ПОТ и уточнения их орбит из наблюдений, и 2) открытие новых тел, в особенности приближающихся к Земле. Патрулирование неба осуществляется с этой целью на многих десятках обсерваторий. Наблюдения аккумулируются и обрабатываются ЦМП. Результаты наблюдений и элементы предварительных орбит публикуются в электронных циркулярах на сайте ЦМП. Задача прогнозирования сближений и столкновений ПОТ с Землей с конца прошлого века параллельно решается в двух мировых центрах: Лаборатории реактивного движения (ЛРД, НАСА, США) и в Пизанском университете (Италия, Европейская программа осведомленности о ситуации в космосе, ЕКА, сайт НЕОДиС). За время осуществления мониторинга удалось своевременно предсказать падения астероида 2008 TC3 и астероида 2014 AA в районе Атлантического океана у берега Африки, взрыв астероида 2018 LA.

В России работы по созданию национальной системы предвычисления столкновений тел с Землей начались в начале текущего десятилетия при поддержке МЧС РФ. Несмотря на наличие двух действующих центров изучения таких событий, создание еще одного центра не является излишней задачей, т.к. независимый контроль способ-

ствует уверенности в правильности прогноза, а наличие национального центра повышает оперативность реагирования на складывающуюся ситуацию. Примеры работы комплекса в ряде модельных случаев падений тел в различных регионах с выделением разной энергии описаны, например, в [1, 3].

Система «Прогноз» рассматривает следующие задачи: 1) мониторинг открытых и наблюдений, определение орбит, оценивание точности текущих значений параметров; 2) оценивание вероятности столкновения; 3) вычисление параметров геоцентрической траектории и их ошибок; 4) поиск точек полосы риска; 5) имитационные орбиты (для учебных целей); 6) предвычисление столкновений космических тел с Луной; 7) таблица прошлых и будущих сближений потенциально опасных тел с Землей и Луной.

### **Мониторинг открытых и наблюдений, определение орбит, оценивание точности текущих значений параметров**

Поддерживаемый в ИПА РАН каталог ПОТ ежемесячно сверяется с соответствующим каталогом ЦМП. В перерывах между сверками комплекс каждые шесть минут проверяет обновление информации на сайте ЦМП. В случае обновления наблюдения заносятся в каталог ИПА и по совокупности имеющихся наблюдений тела уточняются его орбитальные параметры. Для каждого нового тела формируется файл с данными об орбите. Для уже известных тел старый файл заменяется новым, в котором данные о предшествующих сближениях уточнены на основе новых элементов орбиты. Прогнозирование движения ПОТ выполняется методом численного интегрирования уравнений движения в прямоугольных координатах совместно с уравнениями в вариациях методом Эверхарта 15-го порядка. Учитываются возмущения от всех планет по DE 405, возмущения от Плутона, Цереры, Паллады и Весты. Возмущения от Земли и Луны учитываются раздельно, учитываются возмущения от сжатия Солнца и Земли, светового давления, гравитационное отклонение света. Для вновь открываемых тел прогноз выполняется на двадцать лет вперед, а для известных тел интервал интегрирования охватывает весь интервал с имеющимися наблюдениями плюс двадцатилетний интервал прогноза. В ходе интегрирования выполняется фиксация моментов некоторых стандартных ситуаций, которые возникают во взаимных положениях тела и Земли: момент входа в сферу действия Земли (для Земли – 930000 км); момент проникновения в атмосферу до определенной глубины (до поверхности); момент прохождения мимо Земли на минимальном в данном сближении расстоянии. В табл. 1 приводится сравнение наших результатов с другими системами на примере определения таких расстояний.

Орбита небесного тела определяется из наблюдений с некоторой ошибкой. С течением времени и от влияния возмущений изменяются параметры орбиты, их средние ошибки и корреляционные связи, что отражается в текущих значениях их ковариационной матрицы. В линейном приближении текущее значение ковариационной матрицы  $B$  параметров, найденных в результате решения системы условных уравнений по методу МНК, может быть вычислено по формуле (1) [5]

**Таблица 1.**

Астероид	Дата сближения	Минимальное расстояние (а.е.)		
		JPL	NEODYNS	ИПА РАН
2018 LA	2018.06.02 $\Delta t = 0.16$ сут.	Столкновение 15 набл., $\sigma = 0.64''$	Столкновение 14 набл., $\sigma = 0.33''$	Столкновение 14 набл., $\sigma = 0.43''$
2018 SC	2018.09.18 $\Delta t = 1$ сут.	0.00179 52 набл., $\sigma = 0.48''$	0.00179 52 набл., $\sigma = 0.73''$	$0.00179 \pm 1e-06$ 47 набл., $\sigma = 0.72''$
2018 SM	2018.09.15	0.00028 18 набл., $\sigma = 0.36''$	0.00028 18 набл., $\sigma = 0.34''$	$0.00028 \pm 1e-07$ 18 набл., $\sigma = 0.38''$

$$B = \sigma^2 F Q^{-1} F^T, \quad (1)$$

где  $\sigma$  – средняя ошибка представления наблюдений,  $F$  – матрица частных производных текущих значений координат и скоростей по их начальным значениям (матрица изохронных производных),  $Q^{-1}$  – матрица, обратная нормальной (начальное значение ковариационной матрицы),  $F^T$  – транспонированная матрица изохронных производных. В случае перехода к другим переменным вычисляется их матрица ковариаций  $B_1$ . В линейном приближении матрица  $B_1$  может быть найдена по формуле (2)

$$B_1 = G B^{-1} G^T, \quad (2)$$

где  $G$  есть матрица частных производных новых переменных по старым, а  $T$  – символ транспонирования. Формулы (1, 2) использовались в работе для вычисления ошибок всех определяемых на основании наблюдений параметров.

### Оценивание вероятности столкновения

Наиболее теоретически обоснованным способом получения оценки вероятности столкновений является метод статистических испытаний – метод Монте–Карло. За вероятность столкновения принимается отношение числа столкнувшихся виртуальных астероидов к общему числу испытаний. Метод применим как при малых, так и при больших возмущениях, но требует большого расхода машинного времени и поэтому мало пригоден для решения оперативных задач, особенно для случаев, когда вероятность столкновения мала. Для их решения применяются более экономные, хотя и менее универсальные методы, в том числе используемый в данной работе метод плоскости цели [6]. В работе выполнено сравнение точности метода плоскости цели с другими методами и показано, что этим методом не всегда можно получить решение в случае, когда точка потенциального столкновения находится достаточно далеко от номинального положения тела (вероятность столкновения мала). Однако, введя некоторую его модификацию, а именно, проектируя на плоскость цели координаты и скорости астероида, заменив лишь среднюю аномалию на среднюю аномалию точки на его орбите, соответствующей MOID (они не должны сильно различаться), а другие пять элементов оставив неизменными, можно получить искомую оценку вероятности.

Численное значение вероятности столкновения равно двойному интегралу от гауссовой плотности вероятности попадания следа в малую окрестность точки плоскости цели, взятому в пределах контура Земли:

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi|\det D|}} \iint_{SE} e^{-z} d\sigma, \quad z = \frac{1}{2} \left[ (\xi - \xi_0, \zeta - \zeta_0)^T D^{-1} (\xi - \xi_0, \zeta - \zeta_0) \right]$$

где  $D$  – матрица ковариаций координат  $\xi$  и  $\zeta$  на плоскости цели,  $SE$  – площадь контура Земли. В данной работе двойной интеграл вычисляется методом Гаусса пятого порядка.

### Вычисление параметров геоцентрической траектории на входе в атмосферу, при взрыве в атмосфере или при столкновении с Землей

В момент входа в атмосферу (достигение высоты 100 км над уровнем земного сфера) вычисляется вероятность столкновения и осуществляется переход от гелиоцентрической системы координат к геоцентрической, и от координат в системе экватора J2000.0 к координатам относительно экватора даты и подвижной точке Весны. Вычисляются географические координаты точки входа – долгота и широта, геоцентрическая скорость тела и параметры топоцентрической траектории, азимут проекции направления скорости на горизонтальную плоскость в точке входа и наклон траектории к горизонту, а также их ошибки. Такие же параметры и их ошибки вычисляются для точки взрыва или столкновения с Землей. При движении в атмосфере производится учет ее сопротивления [8], а при вычислении скорости тела – вращение атмосферы.

### **Столкновения на варьируемых орбитах**

Поскольку реальная орбита тела не известна, а номинальная орбита является лишь одним из возможных, хотя и наиболее вероятным ее вариантом, то столкновения с Землей могут иметь место и в тех случаях, когда номинальная орбита минует Землю, но вероятность столкновения высока. В таких случаях целесообразно заранее определить на земной поверхности те районы, которые подвергаются риску падения в них космического тела (так называемые полосы риска, которые соответствуют точкам пересечения с Землей траекторий с варьированными элементами в пределах их неопределенности [7]). При практическом построении полосы риска необходимо иметь в виду, что среди элементов орбиты тела, определяемых из наблюдений на короткой дуге, с наибольшей погрешностью находится среднее движение. Варьируя среднее движение тела, мы изменяем тем самым достигаемое расстояние до Земли. Вариация других элементов влияет на достигаемый минимум в значительно меньшей мере. Поэтому можно ограничиться учетом вариации одного элемента, и поиск вариаций, приводящих к столкновениям, сводится к поиску минимума расстояния тела от центра Земли как функции ошибок среднего движения его орбиты. Функция задается вычисляемыми значениями минимального расстояния в некотором интервале изменения среднего движения с постоянным шагом. Поиск минимума можно организовать по-разному, в том числе путем поиска все более узкого подинтервала, в пределах которого приращение функции меняет знак с минуса на плюс.

### **Имитационные орбиты**

Под имитационными орбитами мы понимаем искусственным образом формируемые гелиоцентрические орбиты фиктивных тел, отвечающие определенным требованиям. Обычно они выражаются в том, что тело на построенной орбите должно столкнуться с Землей в заданный момент времени и в заданной точке, имея при этом заданные параметры траектории. Такая задача возникает при определении гелиоцентрической орбиты наблюдавшегося при падении метеорита. Аналогичную задачу можно решать в ходе обучения и тренировки формирований МЧС и гражданской обороны действиям в условиях ожидаемого через определенное время падения космического тела в заданном районе. Исходными величинами для определения гелиоцентрической орбиты упавшего на поверхность Земли или взорвавшегося в атмосфере тела являются время падения или взрыва, географические координаты места падения или точки, над которой произошел взрыв, высота точки взрыва над поверхностью, скорость тела относительно поверхности Земли или атмосферы, наклон вектора скорости к горизонту и азимут проекции вектора скорости на горизонтальную плоскость. Действия, которые выполняются при вычислении гелиоцентрической орбиты на основе параметров траектории падения по существу являются обратными к тем, которые осуществляются при входе тела в атмосферу и определении траектории в ней. Дальнейшие действия по вычислению имитационной орбиты зависят от решаемой задачи: 1) найти гелиоцентрическую орбиту тела на границе атмосферы или на границе сферы действия Земли; 2) смоделировать фиктивные наблюдения, выполнить уточнение орбитальных параметров, получить их матрицу ковариаций и ошибки параметров, характеризующих обстоятельства падения.

### **Предвычисление столкновений космических тел с Луной**

Методика предвычисления столкновений космических тел с Луной в целом такая же, как и для Земли с некоторыми отличиями: на Луне нет атмосферы, а места падения указываются в сelenографической системе координат [9]. Эта система связана со средним экватором Луны и с вращением Луны вокруг полярной оси, совершающим в соответствии с тремя законами Кассини. Члены физической либрации Луны по долготе, в

наклоне и в узле нами не учитываются, так как амплитуда наибольшего члена физической либрации не превосходит нескольких минут дуги [9], что меньше требующейся для настоящей задачи точности. Вычисление координат и обстоятельств падения тела на Луну [9] и соответствующих ошибок выполняется по формулам, аналогичным тем, которые используются при вычислении географических координат точки на поверхности Земли. Возможно решение и обратной задачи: известны время, место падения и параметры траектории падения и требуется найти соответствующую гелиоцентрическую орбиту тела. Поиск точек полосы риска осуществляется, как и для Земли, варьированием среднего движения тела в пределах его возможных ошибок и нахождения тех вариаций, которые приводят к столкновениям с Луной.

#### **Таблица сближений потенциально опасных тел с Землей и Луной**

В ходе прогнозирования сближений потенциально опасных тел с Землей или Луной вся существенная информация об исходной орбите тела, точности, с которой она определена, моменте и обстоятельствах каждого сближения сохраняется в файле. В таблице информация о каждом сближении представлена в одной строке, в которой указывается номер или обозначение объекта, тело, с которым происходит сближение объекта (Земля или Луна), оценка размера объекта в метрах, момент достижения минимума расстояния и его величина, выраженная в единицах среднего расстояния от Земли до Луны, вероятность столкновения, относительная скорость, энергия в мегатоннах, оценка угрозы по Туринской и Палермской шкалам, MOID относительно Земли (или Луны). Строки таблицы упорядочены по убыванию моментов сближений. Таблица отражает состояние сближений в режиме реального времени. Ее содержание может изменяться несколько раз в сутки. Из сформированной таблицы на сайт ИПА помещается вырезка, охватывающая сближения в интервале  $\pm 90$  суток от текущего момента.

#### **Заключение**

Первый вариант описанного вычислительного комплекса для осуществления мониторинга сближений потенциально опасных тел с Землей был разработан еще несколько лет тому назад [3]. С тех пор в него был внесен ряд существенных дополнений и усовершенствований [4, 7]. Точность прогнозов, выполняемых комплексом, проверена сопоставлением реальных и вычисленных обстоятельств состоявшихся падений таких тел, как 2008 TC3, 2014 AA, 2018 LA, и сравнением с прогнозами сближений тел с Землей и Луной, публикуемыми на сайтах ЛРД и НЕОДиС (табл. 2). С учетом опыта эксплуатации комплекса намечен план его дальнейшего развития. В первую очередь, это создание автоматической системы уведомления причастной группы лиц о сложившейся тревожной/угрожающей ситуации в космосе. Во-вторых, это дальнейшее развитие моделирования движения космического тела в атмосфере и его последствий.

**Таблица 2.**

Астероид	Дата сближения	Минимальное расстояние (а.е.)			MOID (а.е.)
		ЛРД	НЕОДиС	ИПА РАН	
363599 (e = 0.72)	2024 04 11.400276	0.05210	0.05209	0.05210 $\pm$ 1e-7	0.0208
	2032 04 08.435597	0.09753 $\sigma = 0.41''$	0.09752 $\sigma = 0.62''$	0.09753 $\pm$ 3e-7 $\sigma = 0.54''$	
475534 (a = 0.9 а.е.)	2018 10 29.499407	0.01930	0.01930	0.01930 $\pm$ 3e-7	0.0154
	2030 10 24.530246	0.15854 $\sigma = 0.57''$	0.15854 $\sigma = 0.65''$	0.15854 $\pm$ 6e-7 $\sigma = 0.46''$	
2010 WC9 (a = 1.1 а.е.)	2018 05 15.920328	0.00136	0.00136	0.00136 $\pm$ 2e-8	0.0014
	2030 11 22.453152	0.04713 $\sigma = 0.25''$	0.04713 $\sigma = 0.31''$	0.04719 $\pm$ 5e-5 $\sigma = 0.24''$	

Комплекс «Прогноз» может стать одним из основных инструментов национальной системы защиты Земли от столкновений с астероидами.

### **Литература**

1. Нароенков С.А., Шустов Б.М., Медведев Ю.Д. и др. О концепции российского информационно-аналитического центра по проблеме астероидно-кометной опасности // Астрономический вестник. 2014, т. 48. № 6, С. 473–481.
2. Веденин Л.А. Фундаментальные основы создания системы мониторинга астероидно-кометной опасности Земли. КВНО–2017 / Тез. докл. седьмой всероссийской конф., СПб, 2017. С. 77–79.
3. Shor V., Kochetova O., Chernetenko Yu., et al. Forecasting scenarios of collision catastrophes produced by celestial body falls. Conference on Asteroids, Comets, Meteors (ACM2014): Book of Abstracts, Helsinki, 2014. P. 512.
4. Шор В.А., Вавилов Д.Е., Железнов Н.Б., и др. Вычислительно-аналитический комплекс для прогнозирования столкновений астероидов и комет с Землей и построения сценариев вызванных ими катастроф // Известия ГАО в Пулкове, 2016, № 223, С. 259–266.
5. Эльяшберг П.Е. Определение движения по результатам измерений – М.: Наука, 1976. – 416 с.
6. Milani A., Chesley S.R., Chodas P.W., et al. Asteroid Close Approaches: Analysis and Potential Impact Detection. Asteroid III. eds. Bottke W. F. Jr., et al., Space Science Series: Univ. Arizona Press. 2002. P. 55–69
7. Chernetenko Yu.A., Kochetova O.M., Shor V.A., et al. New Opportunities of the Computing Analytical Complex for Predicting Collisions of the Earth with Asteroids and Comets // Труды ИПА РАН. 2017. № 41. С. 103–106.
8. Тирский Г.А. Взаимодействие космических тел с атмосферами Земли и планет // Соросовский образовательный журнал, 2000, т.6, №5, С. 76–82.
9. Брумберг В.А., Глебова Н.И., Лукашова М.В., и др. Эфемеридная астрономия. Расширенное объяснение к Астрономическому ежегоднику // Труды ИПА РАН. 2004. Вып. 10. 488 С.

### **FORECASTING RAPPROACHMENTS AND COLLISIONS OF CELESTIAL BODIES WITH EARTH AND MOON CARRIED OUT BY «PROGNOZ» SYSTEM**

**Shor V.A.<sup>1</sup>, Kochetova O.M.<sup>1</sup>, Zhelezov N.B.<sup>1</sup>, Vavilov D.E.<sup>1</sup>, Vinogradova T.A.<sup>1</sup>,  
Zaitsev A.V.<sup>2</sup>, Kuznetsov V.B.<sup>1</sup>, Chernetenko Yu.A.<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>IAA RAS, Saint Petersburg, Russia

<sup>2</sup>NCP “Planetary Defense Center”, Khimki, Moscow region, Russia

The general description and essential details of the collision monitoring of Earth and the Moon with potentially dangerous celestial bodies (PDB) which is carried out in the IAA RAS are stated. The computer system maintains the PDB catalog according to publications of the MPC list and data on discoveries and/or observations, independent determination of orbits and probable errors of initial conditions of motion, forecasting of motion of bodies taking into account perturbations and uncertainty of the current values of coordinates and velocities due to errors of initial conditions. At rapproachments of bodies with Earth or the Moon the minimum distance is calculated and the probability of collision by a target plane method is estimated. In case of collision with Earth of a body in a nominal orbit geographical coordinates of an entry point in the atmosphere, an azimuth and an inclination of a trajectory to the horizontal plane, velocity with respect to the atmosphere and their probable errors are defined. If the nominal orbit passes Earth, but the probability of collision is high, the strip of risk on the Earth's surface in which points collisions with a body are possible if it moves on the orbit other than nominal is defined. Information obtained during consecutive rapprochements of bodies with Earth and the Moon forms a basis for construction of lines of the chronological table of rapprochements with the most important information on each body and events. This table reflects the course of rapprochements in real time.

## **Секция 4**

# **ЗВЕЗДНАЯ АСТРОНОМИЯ, КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА ГАЛАКТИКИ**



## ИССЛЕДОВАНИЕ ОРИЕНТАЦИИ ОРБИТ ВИЗУАЛЬНО-ДВОЙНЫХ ЗВЕЗД В ГАЛАКТИКЕ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ В ПУЛКОВО

**Кияева О.В., Романенко Л.Г., Калиниченко О.А.**

*Пулковская обсерватория РАН, Санкт-Петербург*

Цель исследования – выявить преимущественное направление в ориентации орбит визуально-двойных звезд. Рассматривается 81 пара. Большинство орбит этих звезд получено нами методом ПВД, начиная с 1980 года. Отдельно рассмотрены более тесные ( $a < 185$  а.е.) и широкие ( $a > 185$  а.е.) пары, а также орбиты с эксцентриситетом  $e > 0.5$ . Вычислены галактические координаты  $(l, b)$  направления векторов полюса  $Q \pm 180^\circ$  и линии апсид  $A$  для каждой орбиты, средние значения  $|l|_{cp}, |b|_{cp}$ , и соответствующие значения среднеквадратических отклонений (СКО). Определены вероятности того, что  $|l| < 45^\circ$ ,  $|b| < 30^\circ$ . Несмотря на то, что для выборки ( $a < 185$  а.е.,  $e > 0.5$ ) 72% орбит имеют  $|l_Q| < 45^\circ$ , что соответствует вероятности отклонения от равномерного распределения 0.44, мы приходим к выводу, что результат, свойственный данной конкретной выборке, случаен, и преимущественное направление ориентации орбит не выявлено.

### Введение

Наблюдения визуально-двойных звезд (ВДЗ) проводятся на пулковском 26-дюймовом рефракторе с 1957 года. До 2007 года наблюдали фотографически с внешней ошибкой 20–30 мсд, с 2003 года по настоящее время проводятся ПЗС наблюдения с внешней ошибкой 7–10 мсд. В период 2003–2007 гг. выполнялись параллельные наблюдения двумя методами, чтобы иметь возможность учесть систематические ошибки обоих методов и сохранить однородность длинных рядов наблюдений.

В 1980 году А.А. Киселев предложил метод параметров видимого движения (ПВД) для определения орбит ВДЗ с периодами обращения порядка 1000 лет и более по наблюдениям короткой дуги [1]. Для вычисления ПВД (видимые относительные положение и скорость в один момент времени, и радиус кривизны вблизи этого момента) желательно использовать высокоточные однородные наблюдения. Кроме того, необходимо знать параллакс, сумму масс компонентов и относительную лучевую скорость в тот же момент времени. В этом случае мы получаем две орбиты с одним и тем же периодом и, соответственно, большой полуосью, но остальные элементы различны. Если радиус кривизны получить невозможно, то получаем семейство орбит, где положение спутника относительно картинной плоскости определяется углом  $\beta$  ( $0 \leq |\beta| \leq \beta_{max}$ ). Если звезда имеет заметное орбитальное движение, то, сравнивая эфемериды ПВД-орбит с удаленными наблюдениями XIX века, иногда удается уточнить неизвестные параметры и выбрать единственное решение. Подробно об использовании метода ПВД изложено в работах [2–3].

В 2004 г. А.А. Киселев на основании исследований первых ПВД-орбит 30-ти двойных звезд показал, что для орбит с периодами более 1000 лет прослеживается тенденция их крутого наклона к плоскости Галактики: галактическая широта полюсов таких орбит лежит в полосе  $|b_Q| < 30^\circ$  в 58% случаев, для эксцентриситетов  $e \geq 0.7$  эта тенденция усиливается (67%) [4].

Поиск преимущественного направления для полюса орбит рассматривался также в работах [5–8]. Глебоки [7] сделал вывод, что полюса орбит 19 систем на расстоянии до 10 парсек от Солнца сконцентрированы в двух точках  $(l_Q, b_Q)$ :  $(-72^\circ, -10^\circ)$  и  $(+65^\circ, -5^\circ)$ , хотя распределение 252 систем изотропно. Агати и др. [8] показали, что для 20 систем на расстоянии до 8 парсек полюса концентрируются к точке  $(l_Q, b_Q) = (+46^\circ, +37^\circ)$ , анализ 51 системы на расстоянии до 18 парсек преимущественного направления не показал.

За прошедшее время число орбит широких ВДЗ, полученных нами методом ПВД, возросло. Цель данной работы – подвести итог многолетней работе и проверить предположение А.А. Киселева. Проведено сравнение всех орбит, полученных нами за 38 лет, с новыми наблюдениями. Некоторые орбиты были улучшены благодаря возросшей точности наблюдений и появлению новых данных.

### Описание процесса исследования

В данной работе рассматриваются 78 звезд, 3 из которых (ADS 48, ADS 10288 и T Tauri) являются визуально-тройными, всего 81 пара. Среди этих звезд для 57 пар нами получены орбиты методом ПВД по наблюдениям на 26-дюймовом рефракторе, для 9 пар – тоже методом ПВД, но по опубликованным данным [9, 10]. В этот список мы добавили 15 звезд, открытых в Пулково О. Струве, орбиты которых впервые были определены А.Э. Байдиным собственным методом [11]. В Галактике наша выборка представлена неравномерно. Распределение галактических координат звезд по долготе и широте представлено на рис. 1 и рис. 2 соответственно.

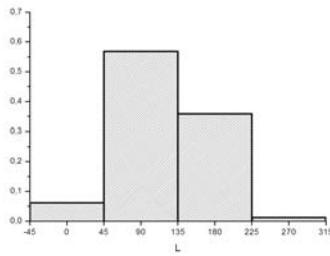


Рис. 1.

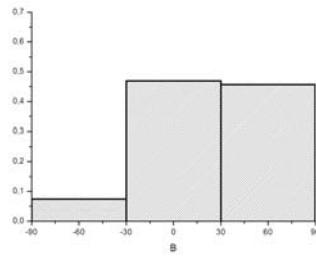


Рис. 2.

Число равновероятных орбит  $k$ , полученных для каждой пары, различно. Для 25 пар орбита определяется однозначно ( $k = 1$ ); для 37 пар  $k = 2$ , это происходит тогда, когда по удаленным наблюдениям невозможно разделить 2 решения, соответствующие  $\pm\beta$ , или лучевая скорость не определяется из наблюдений, и невозможно отличить восходящий и нисходящий узел орбиты; для 3-х пар  $k = 4$ , когда присутствуют обе причины. Для 16 пар удается получить только семейство орбит. В этом случае вычисляем орбиты, соответствующие  $-\beta_{max} < \beta < +\beta_{max}$  с шагом  $\beta_{mid}/2$ , где  $\beta_{max}$  соответствует параболической орбите, а  $\beta_{mid} = \arcsin(0.5 \sin \beta_{max})$  соответствует середине шарового пояса, ограниченного значениями  $\beta = 0$  и  $\beta = \beta_{max}$ . Считаем, что суммарный вес каждой пары 1, а вес каждой орбиты  $w = 1/k$ .

Для всех орбит вычислены галактические координаты вектора полюса орбиты  $\mathbf{Q}(l_Q, b_Q)$  и вектора линии апсид  $\mathbf{A}(l_A, b_A)$ . Рассматриваем распределение широт относительно плоскости Галактики и распределение долгот относительно направления на центр Галактики. Площадь поверхности сферы делится пополам по широте  $\pm 30^\circ$ . Мы не разделяемperiastr и apoastr и направление движения спутника, поэтому для обоих векторов считаем  $-90^\circ < l < +90^\circ, -90^\circ < b < +90^\circ$ .

Рассмотрено 4 варианта, которые различаются по количеству звезд: 1 – вся выборка, 2 – исключены 15 звезд из каталога О. Струве, орбиты которых определены не методом ПВД, 3 – из всей выборки исключены 16 звезд, для которых получены семейства орбит, 4 – исключена 31 звезда и оставлены только самые надежные ПВД-орбиты. Мы считаем, что внимания заслуживают только те особенности, которые повторяются во всех выборках. Однако несмотря на разный состав звезд, результаты принципиально не изменились, поэтому в статье оставляем только первый вариант, статистически более значимый.

Вся выборка разделена на две части: более тесные звезды и более широкие. Граница  $a = 185$  а.е. подобрана так, чтобы в каждой части было приблизительно одинаковое число звезд. Так как направление большой полуоси более уверенно определяется у орбит с большим эксцентриситетом, отдельно рассмотрены варианты, соответствующие эксцентриситету  $e \geq 0.5$ .

Результаты представлены в табл. 1 и табл. 2. Здесь  $a$  – большая полуось орбиты,  $N_{\pi}$  – число пар звезд в выборке,  $N_o$  – число орбит, далее следуют параметры, которые характеризуют выборку: среднее значение модуля и среднеквадратическое отклонение (СКО) для долготы и широты:  $|l|_{cp}, \sigma_l, |b|_{cp}, \sigma_b$ . Так как нас интересуют значения широты и долготы относительно галактической плоскости и направления на центр Галактики, коэффициенты  $\alpha$  обозначают, какая доля всех орбит имеет  $|l| < 45^\circ, |b| < 30^\circ$ . При вычислении учитывается вес каждой орбиты.

**Таблица 1.** Распределение координат вектора полюса орбиты  $\mathbf{Q}$ .

a, а.е.	$N_{\pi}$	$N_o$	$ l_Q _{cp}, ^\circ$	$\sigma_{Ql}, ^\circ$	$ b_Q _{cp}, ^\circ$	$\sigma_{Qb}, ^\circ$	$\alpha_{Ql}$	$\alpha_{Qb}$
	$0 < e < 1$							
$>0$	81	269	43.3	35.6	33.2	23.7	0.56	0.50
$<185$	42	72	41.2	22.6	35.5	22.8	<b>0.60</b>	0.44
$>185$	41	197	45.3	25.4	30.9	22.9	0.52	0.56
	$0.5 < e < 1$							
$>0$	50	173	41.5	22.2	31.9	21.9	<b>0.62</b>	0.50
$<185$	22	38	37.0	30.0	33.3	22.8	<b>0.72</b>	0.46
$>185$	30	135	45.3	23.4	30.8	20.9	0.54	0.54

**Таблица 2.** Распределение координат вектора линии апсид  $\mathbf{A}$ .

a, а.е.	$N_{\pi}$	$N_o$	$ l_A _{cp}, ^\circ$	$\sigma_{Al}, ^\circ$	$ b_A _{cp}, ^\circ$	$\sigma_{Ab}, ^\circ$	$\alpha_{Al}$	$\alpha_{Ab}$
	$0 < e < 1$							
$>0$	81	269	41.7	32.0	34.5	26.0	0.53	0.49
$<185$	42	72	39.2	24.9	37.3	23.6	0.59	0.45
$>185$	41	197	44.1	27.3	31.8	20.5	0.47	0.52
	$0.5 < e < 1$							
$>0$	50	173	39.6	27.0	37.6	22.7	0.55	0.42
$<185$	22	38	35.2	21.8	42.5	33.7	<b>0.63</b>	<b>0.35</b>
$>185$	30	135	43.2	26.9	33.6	20.7	0.48	0.47

Вероятность того, что есть отклонение от равномерного распределения в данной конкретной выборке  $p_1 = |\alpha - 0.5|/0.5$ . В таблицах выделены те случаи, когда  $p_1 > 0.2$ . Неожиданным оказалось то, что они соответствуют не широким парам, как мы ожидали, а более тесным. При  $a < 185$ ,  $e > 0.5$  большинство долгот обоих векторов имеет  $|l| < 45^\circ$ . Максимальное значение  $p_1 = 0.44$ .

Обращаем внимание на большой разброс значений  $|l|$  и  $|b|$ , причем средние значения близки к граничным значениям  $l = 45^\circ$  и  $b = 30^\circ$ . Результаты также показывают очевидное противоречие: 65% более тесных орбит имеют большой угол наклона линии апсид к плоскости Галактики (см. табл. 2), но тогда плоскости орбит также должны иметь большой угол наклона. В табл. 1 для полюса орбиты это не проявляется. Данные факты указывают на случайность полученного результата, свойственного только нашей выборке. Вероятность  $P_{n,k}$  повторения данного результата  $k$  раз при  $n$  испытаниях, если  $k = n/2 + I$ , представлена в табл. 3. Здесь мы используем формулу Бернулли:

$$P_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p_1^k (1-p_1)^{n-k}.$$

**Таблица 3.** Вероятность отклонения от равномерного распределения векторов.

$n/k$	10/6			20/11			100/51		
$p_1$	0.2	0.3	0.44	0.2	0.3	0.44	0.2	0.3	0.44
$P_{n,k}$	0.005	0.04	0.15	0.0005	0.012	0.11	$0.4 \cdot 10^{-11}$	$0.5 \cdot 10^{-5}$	0.03

Таким образом, мы приходим к выводу, что преимущественное направление ориентации орбит двойных звезд маловероятно (максимальное значение  $P_{10,6} = 0.15$ ).

### Заключение

Предположение А.А. Киселева не подтвердилось, но главный результат многолетней работы заключается в следующем:

А.Н. Дейч и А.А. Киселев обратили внимание на широкие двойные звезды, которые менее всего изучены, т.к. невозможно быстро получить орбиту. В результате мы имеем длинные ряды однородных наблюдений – уникальный материал для исследования.

Из 66 орбит, полученных нами методом ПВД, 40 орбит были получены впервые и до сих пор остаются лучшими, а 10 орбит не первые, но лучше, чем орбиты предшественников, удовлетворяют наблюдениям.

Сочетание многолетних однородных рядов с высокоточными наблюдениями GAIA на эпоху 2015.5 открывает новые возможности для изучения двойных и кратных звезд.

### Литература

1. Киселев А.А., О.В. Кияева // Астрон. журн., 1980, **57**, 1227.
2. Кияева О.В. // Астрон. журн., 1983, **60**, 1208.
3. Киселев А.А., Л.Г. Романенко // Астрон. журн. 1996, **73**, 875.
4. Kisseliev A.A., L.G. Romanenko // Astron. Soc. of the Pacific, Conf. Ser., 2004, **316**, 250.
5. Dommange J. // Bull. Astron. Obs. Royal Belge, 1968, **6**, 246.
6. Dommange J. // Astrophys. Space Sci., 1988, **142**, 171.
7. Glebocki R. // Acta Astron., 2000, **50**, 211.
8. Agati J.-L., D. Bonneau, A. Jorissen et al. // Astron. Astrophys., 2015, 574, A6.
9. Кияева О.В., Л.Г. Романенко, Р.Я. Жучков // Письма в Астрон. журн., 2017, **43**, 354.
10. Kiyaeva O.V. and R.Ya. Zhuchkov // Open Astron., 2017, **26**, 62.
11. Байдин А.Э., Н.И. Перов, Л.Г. Романенко // Вестник СПбГУ, 2018, **5** (63), в. 1, 154.

## RESEARCH OF ORIENTATION OF ORBITS OF VISUAL DOUBLE STARS IN THE GALAXY ON OBSERVATIONS IN PULKOVО

Kiyaeva O.V., Romanenko L.G., Kalinichenko O.A.

Pulkovo observatory of RAS, St. Petersburg, Russia

The aim of this research is to calculate probability that orientation of orbits of visual and double stars in the Galaxy has the primary direction. We considered 81 pairs of visual double stars with known orbits. The majority of orbits is calculated by us by Apparent Motion Parameters method, since 1980. Close ( $a < 185$  AU) and wide ( $a > 185$  AU) pairs, and also orbits with  $e > 0.5$  are considered separately. Galactic coordinates ( $l, b$ ) of directions  $Q \pm 180^\circ$  and  $A \pm 180^\circ$  are calculated for each orbit. Here  $Q$  is vector of pole of the orbit,  $A$  is vector of apse of the orbit. Our concrete sample is characterized by the following parameters: mean values of  $|l|$ ,  $|b|$ , and corresponding root mean square (RMS) deviations. Probabilities that  $|l| < 45^\circ$  and  $|b| < 30^\circ$  are determined. Mean values are approximately equal to the boundary values  $45^\circ$  and  $30^\circ$ . Corresponding RMS are the same order. Therefore we can assume that the distribution is random. It is necessary to note that 72% of orbits have  $|l_Q| < 45^\circ$  for the case, when  $a < 185$  a.e.,  $e > 0.5$ . Then the probability of a deviation from uniform distribution is equal to 0.44. According to Bernoulli's formula the probability that at 10 tests it will repeat 6 times is equal to 0.15. Thus the main direction of orientation of orbits is not confirmed reliably.

## РАДИОИЗЛУЧЕНИЕ ЗВЁЗД В СОЗВЕЗДИИ ЕДИНОРОГА

Липовка А.А.<sup>1</sup>, Липовка Н.М.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Центр физических исследований, Университет Соноры, Эрмосио, Мексика

<sup>2</sup>Специальная астрофизическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

*В работе представлены оптические отождествления ярких звезд, расположенных в созвездии Единорога, с сильными радиоисточниками. Созвездие Единорога проецируется на яркую часть Млечного пути, где плотность звезд велика. На исследуемой площадке размером один квадратный градус расположено 17 звезд ярче 11<sup>m</sup>, которые отождествились с радиоисточниками при использовании данных NVSS обзора NRAO обсерватории. Обнаружена значительная радиорефракция в межзвездной среде. Двенадцать звезд имеют нетепловой спектр радиоизлучения.*

*Для сравнения приводятся площадки неба, расположенные вдали от Млечного пути, отождествления для которых были выполнены ранее.*

### 1. Введение

Оптической астрономии более 2000 лет. Радиоастрономия по сравнению с ней – очень молодая наука. В 1932 году, когда решался вопрос о возможности бескабельной телефонной связи между Америкой и Европой, Карл Янский обнаружил (на слух) сигнал, идущий из центра нашей Галактики. Именем Янского была названа единица измерения плотности потока в радиодиапазоне.

В настоящее время очень остро встает вопрос о правильной привязке радионеба к оптическому небу и о том, какие все-таки объекты радиоизлучают на небе. Это важно для задач всех отраслей астрономии, связанных с точной привязкой небесных объектов в широком диапазоне длин волн на различных телескопах.

Это важно для астрометрии, звездной астрономии, астрофизики, небесной механики и геодезии. Наш метод привязки радионеба к оптическому небу основан на использовании Фундаментальных каталогов звезд, и привязка радиоисточников производится непосредственно к звездам, плотность которых велика и точность измеренных координат достаточна для выполнения уверенной привязки координат радиоизлучающих небесных объектов.

Используемый нами метод привязки апробирован на всем северном небе и позволил значительно увеличить процент радиоисточников, отождествленных с оптическими объектами. Так, например, радио привязка в окрестности галактики IC 883 показала совпадение только одного радиоисточника с оптическим объектом на площадке размером два квадратных градуса по NVSS обзору NRAO обсерватории. Результатом нашей привязки стало оптическое отождествление 90% радиоисточников на площадке размером 0.68 квадратных градуса.

### 2. Отождествления, выполненные на блинк-компараторе

Первые оптические отождествления были выполнены нами в Мексике по высокочувствительному обзору, полученному на РАТАН-600 в 1980–1985 гг. на волне 4 см.

• 1985 – Мексика, отождествления на блинк-компараторе по всем правилам астрометрии с точностью 1,5" показали, что радиоисточники не отождествляются с оптическими объектами.

• 1987 – наблюдения на 100 метровом зеркале (Бонн, Германия). Обнаружено, что радиообъекты не совпадают с оптическими.

- 1990 – Мексика (командировка 3 месяца) – получены координаты для 800 G в оптическом диапазоне; отождествилось с радиоисточниками 8% с плохой точностью.
- 1993 – Мексика (командировка длится 14 месяцев). Получены координаты для 4000 G. Плохое совпадение координат радио – оптика. Ничего не отождествляется.
- 1993–1997 в США на радиоинтерферометре был выполнен обзор северной части неба и обнаружено, что практически ничего не совпадает.

Несовпадение объектов радио – оптика объясняли в те времена тем, что в радио излучают преимущественно внегалактические объекты: квазары и галактики.

По решению Международного астрономического союза в 2009 г. была рекомендована система ICRF, насчитывающая 3414 опорных радиоисточников. Оптические каталоги звезд были объявлены недостаточно точными. Однако плотность ICRF опорных объектов очень мала для северного неба и представляет собой факт случайного совпадения объектов радио – оптика. Кроме того ICRF каталог был получен методом кросс корреляции каталогов оптика – радио.

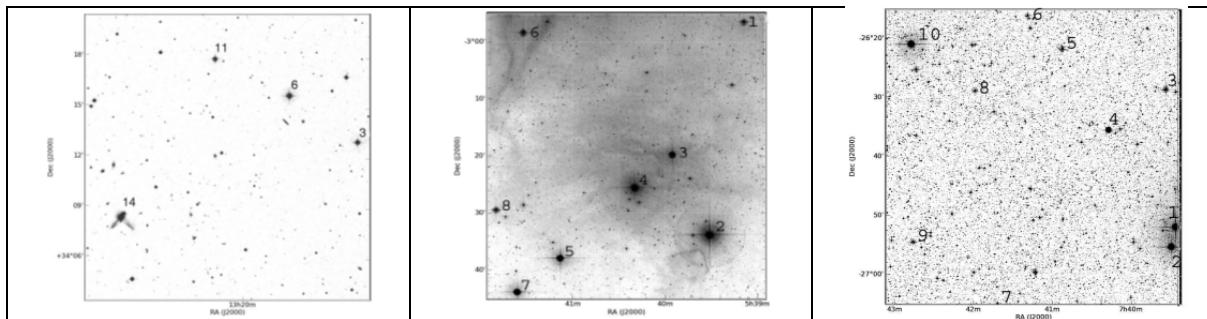
### **3. Отождествления, выполненные по NVSS обзору NRAO обсерватории**

В 2005–2007 гг. в интернете появляется оцифрованный Паломарский обзор и NVSS обзор на волне 21 см NRAO обсерватории (США), и мы снова приступаем к оптическим отождествлениям и обнаруживаем, что привязка радио неба к оптическому небу сделана **неверно**. Вначале мы предполагали, что неверная привязка радионеба к оптическому небу определяется малым количеством опорных объектов. Однако, **просмотрев все северное небо**, мы обнаружили, что 86% радионеба привязано к оптическому небу неверно и радиоизлучают в основном звезды. Нами предложен и запатентован метод привязки радионеба к оптическому небу, который основан на использовании Фундаментальных каталогов звезд, и привязка радиоисточников производится непосредственно к звездам, плотность которых и точность измеренных координат достаточна для выполнения уверенной привязки координат радиоизлучающих небесных объектов. Нами были **изучены все опубликованные радиоизмерения**, начиная с 1955 года вплоть до 2007 года. Было обнаружено, что причина неверной привязки радионеба заключается в методе привязки радионеба к оптическому небу, при использовании для привязки вначале неверного каталога 3C, а в дальнейшем каталога ICRF2.

Мы обнаружили, что Межзвездная среда – не пустое пространство, а заполнено газом и что при выполнении отождествлений небесных объектов оптика – радио необходимо учитывать радиорефракцию (RR) в Межзвездной и Межгалактической средах. В настоящее время нами опубликованы отождествления по 16 площадкам (размером 1 кв. град. каждая) с учетом радиорефракции в Межзвездной и Межгалактической средах. При этом отождествилось 161 звезда и 28 объектов с диффузным изображением, в то время как, по общепринятой привязке неба радио – оптика, на этих 16 площадках совпало всего два ICRF радиоисточника с оптическими объектами случайным образом и **неправильно**.

На следующих картинках будут показаны оптические изображения этих площадок по данным Паломарского обзора неба. На картинках пронумерованы объекты, которые мы отождествили с радиоисточниками, используя нашу методику привязки радионеба к оптическому небу. Наличие радиорефракции в Межзвездной и Межгалактической средах повсеместно подтверждается.

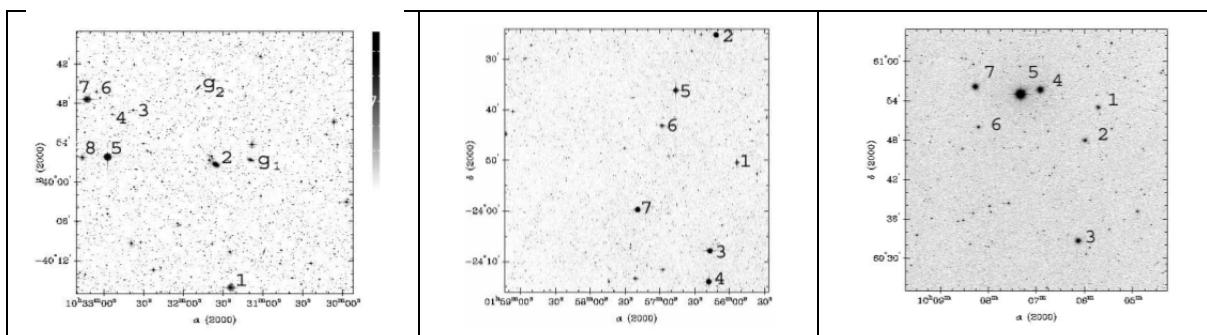
В окрестности галактики IC 883 (скопление A1716) на площадке размером один кв. градус отождествилось 20 объектов с диффузным изображением и 9 радиообъектов со звездами. Отождествления этой площадки были выполнены по **нашим** программам, и поэтому были отождествлены радиоисточники под порогом чувствительности обзора NVSS.



**Рис. 1.** «Радиоизлучение скопления галактик A1716 и группы звезд», (галактика IC883 – № 14) ([1], с. 65–68).

**Рис. 2.** «Радиоизлучение звезд в окрестности HD 37687», ([1], с. 50–52).

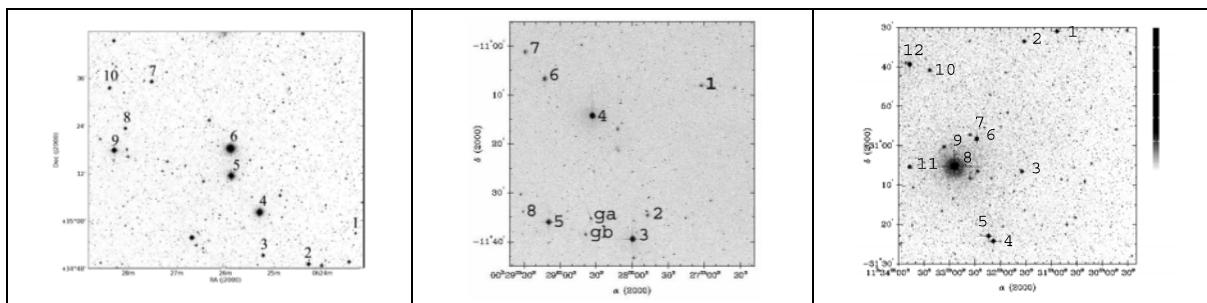
**Рис. 3.** «Радиоизлучение группы звезд в окрестности звезд HR2956 и HR2988», ([1], с. 56–58).



**Рис. 4.** «Радиоизлучение группы звезд проецирующихся на NGC3278», ([1], с. 59–60).

**Рис. 5.** «Привязка радиоизлучения неба к оптическим объектам в окрестности скопления галактик A2956», ([1], с. 48–50).

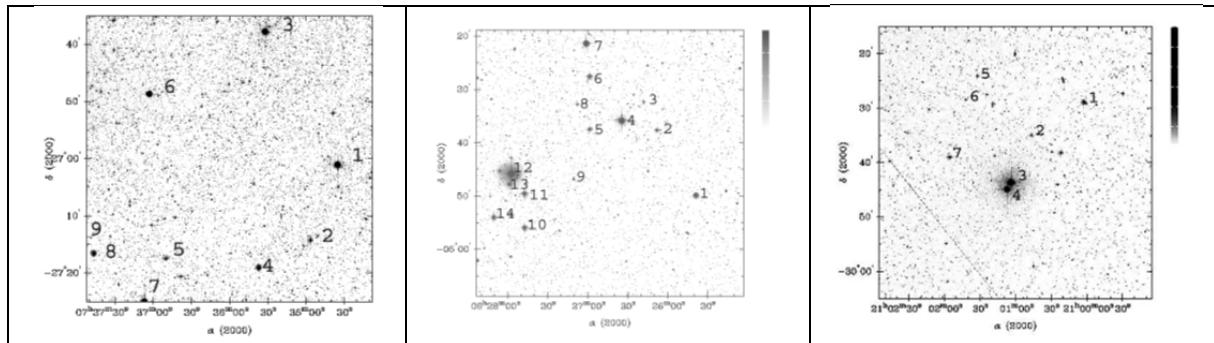
**Рис. 6.** «Оптические отображения радиоисточников с группой звезд в окрестности звезды HD87481», ([1], с. 58–59).



**Рис. 7.** «Оптические отображения радиоисточников в окрестности объекта ICRF J002914.2+345632.0», ([1], с. 44–46).

**Рис. 8.** «Оптические отображения объектов в скоплении галактик A0039. Обнаружение радиоизлучения звезд», ([1], с. 46–48).

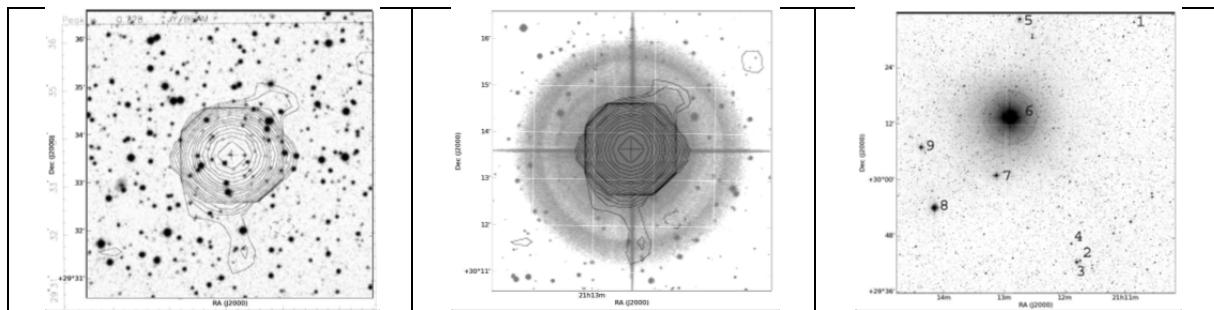
**Рис. 9.** «Радиоизлучение звезд в окрестности скопления галактик A3487», ([1], с. 60–62).



**Рис. 10.** «Радиоизлучение группы звезд в созвездии Корма», ([1], с. 54–56).

**Рис. 11.** «К вопросу о привязке радионеба к оптическому небу в окрестности скопления NGC2232», ([1], с. 52–54).

**Рис. 12.** «Радиоизлучение звезд в окрестности HD199017 и HD199929», ([1], с. 68–70).



**Рис. 12.** Отождествление ICRF J211529.4+293338 радиоисточника, предложенное в NVSS обзоре (изофоты наложены на изображение неба в Паломарском обзоре неба).

**Рис. 13.** Наше отождествление радио-оптика с яркой звездой zet Cyg. Яркость звезды  $1^m - 4^m$ , переменная звезда в оптике и радиоисточник тоже переменный.

**Рис. 14.** «Радиоизлучение группы звезд в окрестности звезды zet Cyg», ([1], с. 70–73).

Продемонстрированные выше площадки выбирались по принципу наибольшей удаленности от Млечного пути, где меньше газа и пыли и где легче выполнять уверенные отождествления объектов оптика – радио.

#### 4. Отождествления объектов оптика – радио в направлении на Млечный путь

На следующем рисунке представлена площадка в направлении на **Млечный путь**. Согласно данным NVSS обзора на этом участке **ни один радиоисточник не был отождествлен с оптическим объектом** при привязке к ICRF каталогу. По нашей методике в данном направлении с радиообъектами отождествилось 17 ярких и 7 слабых звезд, которые обозначены буквой «а». В данной области неба наблюдается значительная радиорефракция в межзвездной среде.

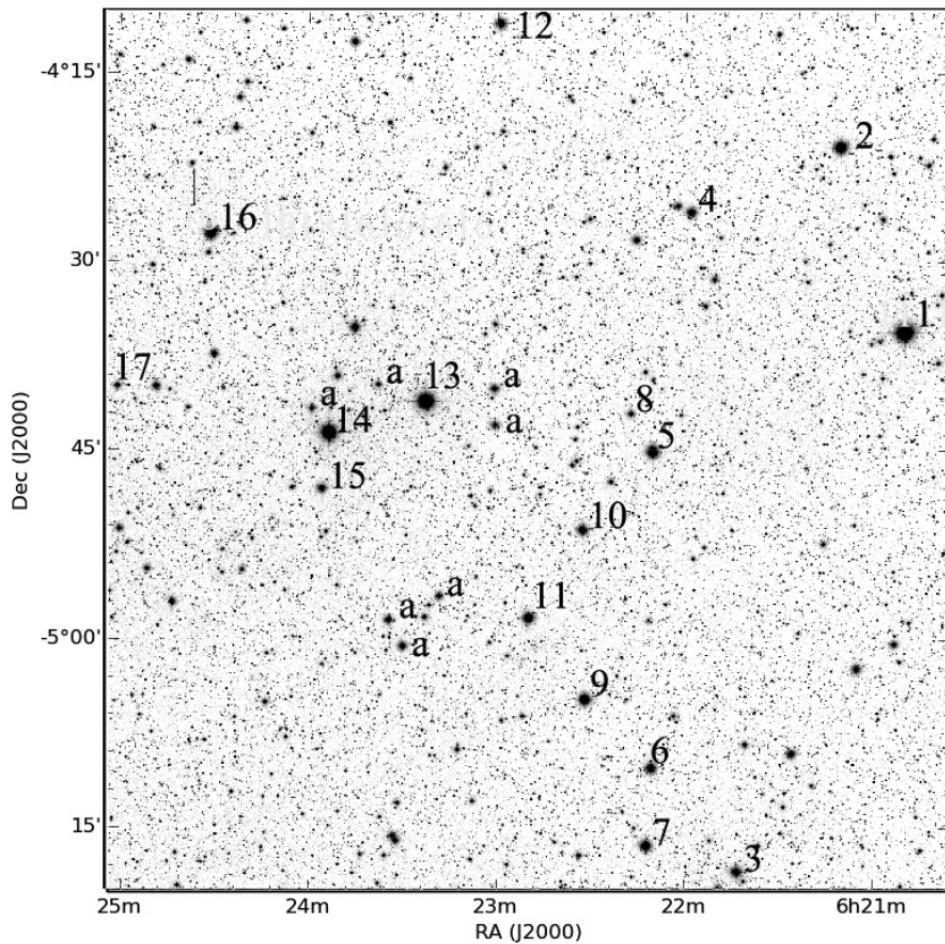


Рис. 15. «Радиоизлучение звезд в созвездии Единорога».

В таблице 1 приведены поправки для привязки координат радиообъектов к координатам звезд. В первом столбце указаны номера звезд, во втором – поправки для прямого восхождения, в четвертом столбце указаны поправки для склонения, которые необходимо вычесть из координат звезд с учетом знака, указанного в таблице 1, чтобы получить координаты радиообъектов.

Таблица 1.

Номер звезды	$\Delta\text{RA}$		$\Delta\text{DEC}$	$\pm\sigma$
	m	s	мин, с	с
1, 2, 4, 12, 15	1	30	2,9	-10 00
8, 9, 10, 11, 13, 14, 17	-7	00	1,3	-14 00
3, 5, 6, 7, 16	10	00	1,2	-7 00
				106

В результате было обнаружено:

- 1) радионебо неправильно привязано к оптическому небу,
- 2) что радиоизлучают преимущественно звезды,
- 3) что в межзвездной и в межгалактической средах существует радиорефракция, которую нужно учитывать при выполнении оптических отождествлений,
- 4) обнаруженная радиорефракция в космическом пространстве – **новый метод исследования Вселенной**, который позволит изучить распределение вещества в космическом пространстве, вычислить его плотность, определить удаленность объектов и, воз-

можно, решить еще ряд интересных и нужных задач в **астрометрии, астрофизике, небесной механике и геодезии.**

#### 4. Заключение

1. Разработанный нами метод привязки координат радионеба к оптическому небу оказался очень эффективным и обеспечивает отождествление большого количества радиоисточников в основном со звездами.

2. Обнаружено, что в межзвездной среде много газа и существует радиорефракция, которая даже на высоких галактических широтах может быть значительной, и ее следует учитывать при выполнении оптических отождествлений.

3. При правильной привязке радионеба к оптическому небу отождествляется более 60% радиоисточников, среди которых 84% объектов отождествляются со звездами.

4. С момента выполнения первого NVSS обзора NRAO обсерватории прошло 20 лет. Обзор следует **повторить** на волне 21 см в режиме обзора **без лепестков**, поскольку не вычищенные лепестки от сильных радиоисточников являются значительной помехой при выполнении отождествлений объектов оптика – радио для ярких звезд.

#### Литература

1. Липовка А.А., Липовка Н.М. «К вопросу о методе привязки небесных координат в радиодиапазоне. Радиоизлучение звезд  $1^m - 20^m$ », Астрономия, геодезия и геофизика. Научно-технический сборник. Изд-во ФГБУ «Центр геодезии, картографии и ИПД». М.: 2018, с. 37–77.

## RADIO EMISSION OF STARS IN THE UNICORN CONSTELLATION

Lipovka A.A.<sup>1</sup>, Lipovka N.M.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centro de investigación en física, Universidad de Sonora, México

<sup>2</sup>Special Astrophysical Observatory RAN, St. Petersburg, Russia

In present paper, the optical identifications of bright stars, located near the Unicorn constellation, with strong radio sources are presented. The Unicorn constellation is projected on the bright part of the Milky Way, where the density of stars is high. There are 17 stars, brighter than  $11^m$ , located on the surveyed area of one square degree, which were identified with radio sources according to the NVSS survey data of the NRAO observatory.

Considerable radio refraction in the interstellar medium was found. Twelve stars have a non-thermal spectrum of radio emission.

For comparison, the plates of the sky, located far from the Milky Way, for which identifications were made earlier, are suggested.

## УЛУЧШЕНИЕ ОРБИТ 5 ШИРОКИХ ВИЗУАЛЬНО-ДВОЙНЫХ ЗВЕЗД ПУЛКОВСКОЙ ПРОГРАММЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Романенко Л.Г.

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

К настоящему времени группой А.А. Киселева методом ПВД получены орбиты для 66 широких визуально-двойных и кратных звезд. Мы провели сравнение этих орбит с новыми данными каталога WDS и ПЗС-наблюдениями на 26" рефракторе в Пулково за 2003-2014 гг. Это сравнение показало высокое качество пулковских ПЗС-рядов. Кроме того, мы сделали вывод, что для 11 звезд орбиты требуется улучшить. В данной работе представлены результаты новых определений орбит таких звезд Пулковской программы исследований, как ADS 2427, 8002, 8250, 10329 и 14878, а также сравнение с предыдущими орбитами. Получен избыток масс звезды ADS 8002. В системах ADS 8250, 10329 и 14878 подтвержден избыток масс, полученный ранее.

### 1. Введение

В настоящее время хорошо изучены тесные звездные системы с коротким периодом обращения, в то время как широкие двойные – ценный объект для исследования не только для получения звездных масс, но и для понимания эволюции звездной материи и галактической динамики. Кроме того, получение (уточнение) орбит визуально-двойных звезд в окрестности Солнца способствует изучению этих звезд как родительских для обнаружения возможных экзопланет.

Традиционно изучают орбитальное движение в двойных звездах для определения их масс и динамических параллаксов. Но это возможно только для тех звезд, у которых наблюдения покрывают большую часть орбиты. Для широких пар с периодами в сотни и тысячи лет мы имеем только короткую дугу. Таким образом, мы получаем обратную задачу: зная параллакс звездной системы и спектральные классы компонент и оценивая их массы согласно среднестатистической зависимости масса-светимость, мы пытаемся объяснить наблюданную дугу частью кеплеровой орбиты и вычислить ее элементы. В некоторых случаях выявляется избыток масс, который можно объяснить следующими причинами: неправильно заданным параллаксом, наличием темного спутника, отклонением от среднестатистической зависимости (тяжелые звезды), пара оптическая.

### 2. Исходные данные для исследуемых звезд и полученные результаты

Для определения орбиты двойной звезды методом параметров видимого движения (ПВД) [1] необходимы высокоточные данные: 1) плотный однородный ряд позиционных наблюдений, который позволяет получить не только точное положение спутника В относительно главной звезды А на средний момент времени  $T_0$ , но и его производную (относительную скорость в картинной плоскости и ее направление); 2) относительная лучевая скорость компонент (ее ошибка должна быть порядка 0.1–0.2 км/с); 3) тригонометрический параллакс; 4) сумма масс компонент, которая задается, но уточняется в процессе вычислений.

В методе ПВД важна не только точность наблюдаемой основной дуги (базиса), но и ее длина. Дуга длиной менее 3 градусов не приводит к уверенным результатам. Поэтому для медленно движущихся звездных пар мы дополняем имеющуюся базисную дугу надежными наблюдениями из каталога WDS [2]. В некоторых случаях приходится брать данные из WDS полностью.

В таблице 1 даны характеристики имеющихся коротких дуг 5 исследуемых звезд: изменение позиционного угла для трех рядов наблюдений и ошибки единицы веса для

пулковских рядов. (Аналогичная таблица для 28 звезд, имеющих как фотографические, так и ПЗС-ряды в Пулкове, опубликована в [3].) Отметим, что точность ПЗС-наблюдений в 3–5 раз выше точности фотографических. Поэтому в дальнейшем в качестве основной дуги (базиса) мы начали использовать именно ПЗС-наблюдения.

**Таблица 1.** Характеристики пулковских рядов 5 исследуемых визуально-двойных звезд.

N	№ ADS № WDS	m <sub>V</sub>	ρ"	Ряд набл.	T <sub>1</sub> , год	T <sub>2</sub> , год	n	Δθ°	σ <sub>1ρ</sub> "	σ <sub>1τ</sub> "
1	2427	10.30		WDS	1914	2011	79	39.		
	03162+5810	11.38	4.8	PUL	1971	1999	100	7.	.0597	.0399
				CCD	2004	2013	53	3.	.0172	.0055
2	8002	8.57		WDS	1899	2011	99	39.		
	10596+2527	9.22	5.2	PUL	1970	1998	61	9.	.0349	.0695
				CCD	2004	2013	45	3.	.0097	.0052
3	8250	6.53		WDS	1783	2013	123	26.		
	11387+4507	8.23	9.2	PUL	1969	2004	50	4.	.0397	.0254
				CCD	2003	2014	70	2.	.0080	.0087
4	10329	8.76		WDS	1830	2006	54	11.		
	17033+5935	10.34	12.0	PUL	1970	1999	22	2.	.0593	.1044
				CCD	2005	2013	29	1.	.0121	.0055
5	14878	7.71		WDS	1828	2013	99	1.		
	21200+5259	7.87	6.3	PUL	1960	2005	29	1.	.0432	.0264
				CCD	-	-	-	-	-	-

*Обозначения:* WDS – общемировые наблюдения согласно WDS [2], PUL – фотографические наблюдения на 26" рефракторе [4], CCD – ПЗС-наблюдения на этом же телескопе [5–6], n – количество наблюдений, Δθ° – изменение позиционного угла за период от T<sub>1</sub> до T<sub>2</sub>, σ<sub>1ρ</sub>, σ<sub>1τ</sub> – ошибки единицы веса в радиальном и тангенциальном направлении, где σ<sub>1τ</sub> = (π/180) ρ · σ<sub>1ρ</sub>.

**Таблица 2.** Данные о 5 исследуемых звездах согласно каталогу Gaia-DR2 [7].

ADS		Sp *	πG мсд	σ <sub>πG</sub> мсд	μ <sub>x</sub> G мсд/г	μ <sub>y</sub> G мсд/г	VrG км/с	σ <sub>VrG</sub> км/с	Vr км/с	σ <sub>Vr</sub> км/с
2427	A	M2V	73.76	.04	444.4	-324.5	+21.00	0.39	+21.24 <sup>1</sup>	.33 <sup>1</sup>
	B	M2V	73.74	.04	415.1	-318.3	+20.62	0.62	+21.60 <sup>1</sup>	.36 <sup>1</sup>
8002	A	K4V	46.91	.04	-176.8	-50.9	-3.04	0.17	-2.96 <sup>1</sup>	.26 <sup>1</sup>
	B	K5V	46.91	.05	-188.6	-79.5	-	-	-3.34 <sup>1</sup>	.24 <sup>1</sup>
8250	A	G0V	42.79	.04	-595.9	+15.1	-17.01	0.13	-17.28 <sup>2</sup>	.24 <sup>2</sup>
	B	K2V+	43.61	.10	-576.7	+2.0	-16.97	3.31	(-18.93) <sup>2</sup>	.24 <sup>2</sup>
10329	A	K5V	40.04	.02	-355.4	239.8	-71.77	0.20	-72.03 <sup>3</sup>	.17 <sup>3</sup>
	B	M0V	40.06	.02	-364.3	249.9	-70.95	0.18	-71.08 <sup>3</sup>	.26 <sup>3</sup>
14878	A	G5V	12.10	.04	+9.6	60.4	+30.33	0.23	+31.03 <sup>3</sup>	.14 <sup>3</sup>
	B	G5V	12.12	.04	+6.5	56.9	+29.28	0.20	+29.01 <sup>3</sup>	.13 <sup>3</sup>

*Примечание:* \* – по WDS [2], 1 – публикация [8], 2 – публикация [9], 3 – публикация [10].

Компоненты исследуемых здесь звезд – это желтые и красные карлики от 6 до 11<sup>m</sup> с расстояниями между ними от 5 до 12". В таблице 2 приведены спектральные классы компонент согласно [2], а также данные Gaia-DR2 [7]. Параллаксы для каждой из компонент имеют высокую точность. Собственные движения компонент довольно значительные (кроме последней пары) и имеют одинаковое направление, физическая связь в парах не вызывает сомнений. Лучевые скорости по данным Gaia в сравнении с данными из литературы [8–10] следующие: для ADS 2427 – точности хуже (слишком тесная?), для ADS 8002 – нет измерений компоненты B, для ADS 8250 – точность лучевой

скорости компоненты В очень велика, что можно объяснить известной спектральной двойственностью этой компоненты [9] (значит, полученная лучевая скорость – мгновенная, использовать ее нельзя). Для ADS 10329 и 14878 точности лучевых скоростей сопоставимы между собой.

Пулковские ПЗС-наблюдения ADS 2427, 8002 и 10329 [5–6] показали устойчивое отклонение от ПВД-орбит 2000 и 2009 гг. ([11, 12]). Потребовалось улучшение. Кроме того, у звезд ADS 8002 и 14878 не было надежного определения параллакса, наблюдений Hipparcos для них нет. У звезд ADS 8002 и 8250 не было спектральных данных для компоненты В, а значит, было невозможно правильно оценить исходную сумму масс компонент. Для вычисления новых орбит всех 5 исследуемых звезд мы использовали параллаксы Gaia [7] и данные WDS версии 2016 года [2].

В таблице 3 даны новые параметры видимого движения 5 исследуемых визуально-двойных звезд и их ошибки. Для определения орбит этих звезд длины пулковских ПЗС-рядов недостаточно, поэтому в двух случаях (HCCD) мы дополнили их наблюдением с космического аппарата Hipparcos [2], в двух случаях (PCCD) – фотографическими наблюдениями [4], в одном (WPUL) – использовали все наблюдения [2]. Для ADS 2427 мы приводим также параметры видимого движения, полученные нами по данным Gaia-DR2 [7] – по положениям и собственным движениям компонент – (G18T). В трех случаях определился радиус кривизны  $r_c$ , в двух приведено подобранное значение (в скобках). В последних колонках приведена исходная сумма масс компонент, соответствующая их спектральным классам, а также относительная лучевая скорость.

**Таблица 3.** Параметры видимого движения 5 исследуемых визуально-двойных звезд.

ADS	T <sub>0</sub> , год/п	ρ"	θ°	μ, мсд	ψ°	ρ <sub>c</sub> "	πG	MS <sub>1</sub>	ΔVr	Базис
2427	2002.52	4.959	6.621	30.1	285.3	2.90	73.8	0.80	+0.30	HCCD
	54	± .003	.016	0.3	1.1	.64	0.0		.39	
2427	2015.50	5.039	1.995	29.9	281.9	(3.36)	73.8	0.80	+0.30	G18T
	1	± .000	.000	0.2	0.2		0.0		.39	
8002	2004.00	5.252	111.026	31.5	202.3	3.25	46.9	1.40	-0.38	PCCD
	106	± .002	.037	0.4	0.5	.11	0.0		.35	
8250	1985.70	9.296	250.073	23.2	130.7	6.90	42.8	2.15	-1.65	PCCD
	120	± .003	.026	0.2	0.4	1.50	0.0		.34	
10329	2002.34	12.163	43.769	13.7	317.0	(4.08)	40.0	1.20	+0.95	HCCD
	31	± .003	.010	0.2	1.7		0.0		.31	
14878	1917.19	6.340	114.918	5.4	107.6	---	12.1	1.80	-2.02	WPUL
	85	± .025	.136	0.4	2.3		0.0		.19	

*Примечание:* MS<sub>1</sub> – исходная сумма масс компонент в единицах массы Солнца, соответствующая их спектральным классам, ΔVr = VrB – VrA – относительная лучевая скорость в км/с, полученная нами по данным [8–10].

В таблице 4 приведены элементы орбит, полученные в данной работе, и орбиты других авторов [13–16]. Мы получили новые орбиты с периодами 400, 500, 1800 и 1700 лет, а также семейство орбит с минимально-возможным периодом 15000 лет. В трех случаях – для ADS 8250 [14], 10329 [11] и 14878 [11] – подтверждается избыток масс, полученный ранее. В системе ADS 8002 избыток масс получен впервые. Следовательно, соответствующий этому избытку невидимый спутник может искажить квазимгновенные параметры видимого движения, полученные нами по данным Gaia. Использовать их в этих четырех случаях нельзя.

**Таблица 4.** Сравнение орбит 5 исследуемых визуально-двойных звезд.

$\beta^\circ$	a, а.е.	P, лет	e	$\omega^\circ$	$i^\circ$	$\Omega^\circ$	$T_\Pi$ , год	$MS_2$	Базис	Ref.
<b>ADS 2427</b>										
	68.7	780.	.02	219.	135.	175.	2120.	0.53	WDS	[13]
+44.	61.5	540.	.57	292.	136.	107.	1793.	0.80	PUL	[11]
$\pm 4.9$	65.	.07	6.	6.	11.	24.				
-44.	61.5	540.	.49	115.	133.	308.	1745.	0.80	PUL	[11]
$\pm 4.9$	65.	.10	8.	6.	9.	372.				
+32.	50.1	396.	.60	278.	148.	98.	1828.	0.80	HCCD	
$\pm 4.7$	56.	.03	11.	7.	18.	26.				
+35.	53.6	438.	.58	284.	144.	102.	1819.	0.80	G18T	
$\pm 5.1$	62.	.04	8.	6.	16.	34.				
<b>ADS 8002</b>										
+41.	59.8	397.	.64	283.	42.	351.	1767.	1.40	PUL	[15]
$\pm 1.8$	17.	.05	4.	4.	9.	12.				
+39.	83.4	726.	.32	281.	40.	359.	1619.	1.10	WPUL	[12]
$\pm 15.5$	211.	.21	27.	12.	10.	849.				
-39.	84.3	738.	.36	106.	39.	201.	1697.	1.10	WPUL	[12]
$\pm 16.0$	218.	.18	24.	12.	11.	37.				
0.	81.5	512.	.37	358.	7.	291.	2253.	2.07	PCCD	
$\pm 1.4$	13.	.02	9.	6.	9.	7.				
<b>ADS 8250</b>										
	241.4	2050.	.05	130.	126.	271.	2500.	3.34	WDS	[14]
+7.	333.6	4818.	.38	67.	139.	268.	2247.	1.60	WPUL	[16]
-7.	333.6	4818.	.48	67.	143.	251.	2310.	1.60	WPUL	[16]
0.	199.9	1787.	.42	305.	144.	70.	2375.	2.50	PCCD	
$\pm 21.4$	291.	.04	15.	6.	1.	13.				
<b>ADS 10329</b>										
0.	178.0	1120.	.71	185.	151.	50.	1416.	4.50	WPUL	[11]
$\pm 6.6$	60.	.05	21.	8.	18.	3.				
0.	196.1	1671.	.55	182.	150.	44.	1197.	2.70	HCCD	
$\pm 9.9$	128.	.08	2.	8.	2.	62.				
<b>ADS 14878</b>										
+38.	2041.6	18376.	.54	60.	96.	290.	550.	25.2	WPUL	[11]
0.	1116.1	7427.	.90	28.	105.	295.	1189.	25.2	WPUL	[11]
-38.	2041.6	18376.	.97	158.	111.	97.	1035.	25.2	WPUL	[11]
+38.	4121.7	141442	.84	125.	94.	292.	1600.	3.50	WPUL	
0.	942.3	15461.	.78	67.	98.	295.	1121.	3.50	WPUL	
-38.	4121.7	141442	.99	61.	122.	325.	-2172.	3.50	WPUL	

Примечание:  $\beta$  – угол между вектором положения на момент  $T_0$  и картинной плоскостью,  $MS_2$  – уточненная сумма масс компонент в единицах массы Солнца.

### 3. Комментарии

Орбиту ADS 2427 (см. рис. 1), полученную нами по базису G18T, мы считаем более правильной, так как она лучше соответствует наблюдениям, чем полученная по базису HCCD. Орбита Зирма [13] также хорошо описывает всю наблюденную дугу, но ей соответствует сумма масс, равная 0.53 массы Солнца, что меньше спектральной. Возможно ли это?

Гипотетическая орбита 1997 г. ADS 8002 [15] была получена подбором без знания лучевых скоростей и спектральных классов компонент, но, тем не менее, она хорошо согласуется как со старыми, так и с новыми наблюдениями. Орбита 2000 г. [12] была в

хорошем согласии с наблюдениями до 1998 г. Согласно параллаксу Gaia [7] звезда оказалась намного дальше, чем предполагалось ранее, и для согласия новой орбиты с наблюдениями ее сумма масс должна быть не менее двух масс Солнца (рис. 2).

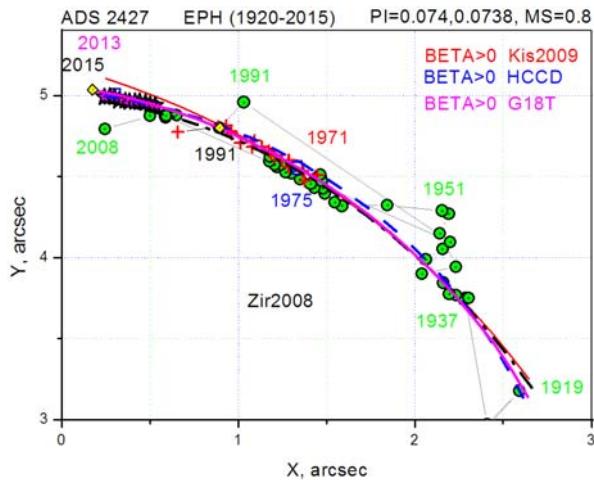


Рис. 1.

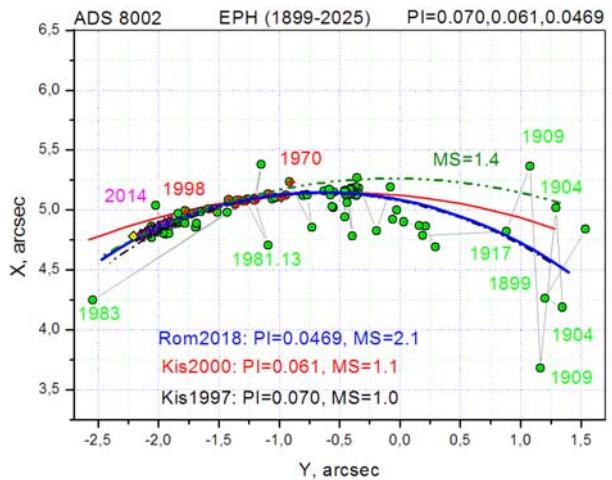


Рис. 2.

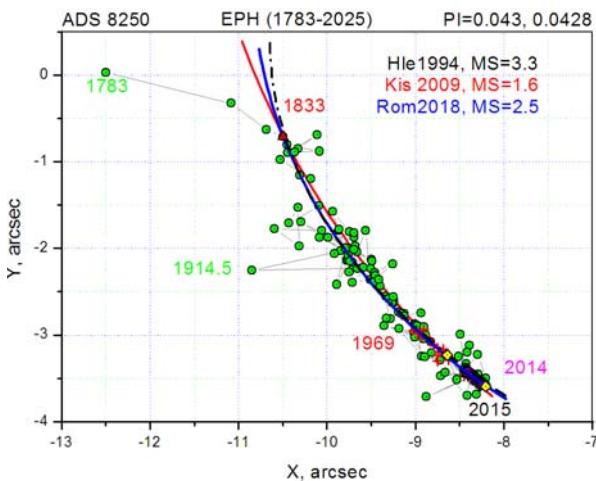


Рис. 3.

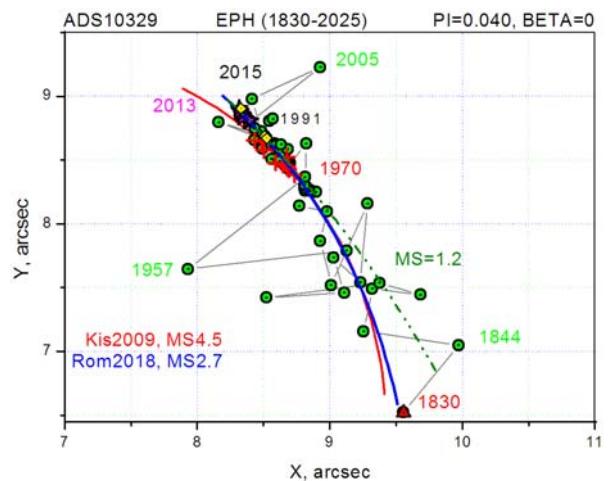


Рис. 4.

#### Орбиты и наблюдения ADS 2427 (рис. 1), 8002 (рис. 2), 8250 (рис. 3) и ADS 10329 (рис. 4).

*Обозначения:* кружки – наблюдения согласно WDS [2], крестики – фотографические наблюдения [4], звездочки – ПЗС-наблюдения [5–6], ромбики – наблюдения космических аппаратов Hipparcos [2] и Gaia [7], треугольники – наблюдения В.Я. Струве согласно [2]; тонкая линия – эфемериды орбит 2009 г. [11] и 2000 г. [12], пунктирная – орбиты, соответствующие MS<sub>1</sub>, штрих-пунктирная – орбиты согласно [13–15], сплошная – орбиты, полученных в данной работе.

Предварительная ПВД-орбита ADS 8250 2009 г. [16] хорошо описывает все наблюдения. Позднее оказалось, что сумма масс с учетом спектрального компонента равна 2.15 массы Солнца [9]. Новая ПВД-орбита с базисом РССД (рис. 3) дает эфемериду с большим изгибом, чем прежняя [16], и лучше описывает всю дугу наблюдений, но соответствует сумме масс 2.5 (избыток). Орбита Хейла 1994 г. [14] также хорошо описывает наблюденную дугу и соответствует сумме масс 3.3.

Улучшенная нами орбита пары ADS 10329 (рис. 4) так же, как предварительная [11], соответствует избыточной сумме масс, но меньшей по величине.

Пара ADS 14878 достаточно далекая. Для описания дуги в 1.4°, пройденной спутником В за 170 лет, согласно параллаксу Дженкинс необходима сумма масс в 25 масс

Солнца [11]. Параллакс Gaia [7] приводит к сумме масс равной 3.5 массы Солнца, то есть избыток масс остается, но он более реален, чем предыдущее значение.

#### 4. Заключение

- В статье представлены результаты **улучшения орбит 5** исследуемых звезд Пулковской программы. А именно: ADS 2427, 8002, 8250, 10329 и 14878. Получено, что в четырех последних случаях имеем **избыток массы**.
- В задаче определения орбит широких звездных пар **наземные наблюдения** не теряют актуальности. Необходимо продолжать плотные однородные **ПЗС-ряды** на 26-дюймовом рефракторе в Пулково.
- Появление результатов **миссии Gaia** может стимулировать определение **новых орбит**, но к этим данным следует относиться **с осторожностью**.

#### Литература

1. A.A. Киселев, О.В. Кияева // Астрон. журн., 1980, **57**, 1227.
2. B.D. Mason, G.L. Wycoff, and W.I. Hartkopf. The Washington Visual Double Star Catalogue (Washington: US Naval Observatory, <http://ad.usno.navy.mil/wds/wds.html>, 2016).
3. L.G. Romanenko, O.A. Kalinichenko // Astron. and Astroph., 2019, Trans. **31**, issue 1.
4. A.A. Киселев, О.В. Кияева, И.С. Измайлова и др. // Астрон. журн., 2014, **91**, 130.
5. И.С. Измайлова, М.Л. Ховричева, М.Ю. Ховричев и др. // Письма в Астрон. ж., 2010, **36**, 365.
6. I.S. Izmailov, E.A. Roshchina // Astrophys. Bull., 2016, **71**, 225.
7. Gaia-DR2, //<http://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR-3?-source=I/345/gaia2> (2018).
8. A.A. Токовинин // Астрон. журн. **71**, 293 (1994).
9. A. Duquennoy, M. Mayor // Astron. Astrophys., 1991, **248**, 485.
10. A.A. Tokovinin, M.G. Smekhov // Astron. Astrophys., 2002, **382**, 118.
11. A.A. Киселев, Л.Г. Романенко, О.А. Калиниченко // Астрон. журн., 2009, **86**, 148.
12. A.A. Киселев, Л.Г. Романенко, И.С. Измайлова, Е.А. Грошева // Изв. ГАО **214**, 2000, 239.
13. H. Zirm // Inf. Circ., 2008, **166**, 1.
14. A. Hale // Astron. J., 1994, **107**, 306.
15. A.A. Kisselev, O.V. Kiyaeva, L.G. Romanenko // Astroph. And Sp. Sc. Library, 1997, **223**, 377.
16. A.A. Киселев, Л.Г. Романенко, Н.А. Шахт и др. // Изв. ГАО **219**, 2009, 135.

#### IMPROVEMENT OF ORBITS OF 5 WIDE VISUAL BINARY STARS OF THE PULKOV RESEARCH PROGRAM

Romanenko L.G.

*Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia*

In the last 40 years the team headed by A.A. Kiselev at Pulkovo determined the orbits of 66 wide visual binaries and multiple stars. We compared the orbits of 53 of the 66 stars with the new WDS data and the CCD observations made with the 26-inch refractor at Pulkovo in 2003–2014. Our comparison based on 28 available sets of CCD observations demonstrated high quality of the data. Besides, we drew a conclusion that the orbits of 11 stars have to be refined. To calculate the improved orbits by AMP method we took as a basis not photographic series as earlier and more precise ones – the Pulkovo CCD series and parallaxes of Gaia-DR2. In this work, results of new definitions of orbits of such stars of the Pulkovo research program as ADS 2427, 8002, 8250, 10329 and 14878 and also comparison with the previous orbits are presented. The excess of mass of a star of ADS 8002 is found. In the systems of ADS 8250, 10329 and 14878 the excess of masses received earlier is confirmed.

## **Секция 5**

# **НОВЫЕ МЕТОДЫ И ТЕХНИКА АСТРОМЕТРИИ И ГЕОДИНАМИКИ**



## МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ НАБЛЮДЕНИЙ И СОСТАВЛЕНИЯ КАТАЛОГОВ ОПТИЧЕСКИХ И УЛЬТРАФИОЛЕТОВЫХ ИСТОЧНИКОВ, ПОЛУЧЕННЫХ КОСМИЧЕСКИМИ ТЕЛЕСКОПАМИ XMM-ОМ И UVOT

Ершов В.Н.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Mullard Space Science Laboratory, London, UK

Однотипные ультрафиолетовые телескопы XMM-ОМ и UVOT, установленные на борту спутников XMM-Newton и Swift, предназначены для астрометрической коррекции координат рентгеновских источников в первом случае и гамма-всплесков во втором. Телескопы имеют входную апертуру 30 см и работают с тремя оптическими и тремя ультрафиолетовыми фильтрами. Поле зрения каждого из телескопов составляет  $17' \times 17'$ , поэтому, помимо основного источника, в поле зрения телескопа попадают многочисленные дополнительные источники, исследование которых не предусматривается основной программой наблюдений. В данной работе описывается методика обработки наблюдений и получения фотометрических и астрометрических параметров для всех источников, попадающих в поле зрения телескопов, а также пакет программ для составления каталогов этих источников.

### 1. Введение

Два однотипных ультрафиолетовых телескопа, один из которых установлен на борту универсальной космической рентгеновской обсерватории XMM\_Newton, а другой на борту космического аппарата «Swift», предназначены для астрометрической коррекции координат рентгеновских источников. Основными инструментами этих двух космических обсерваторий являются рентгеновские телескопы XRT, а на космическом аппарате «Swift» установлен еще и гамма-телескоп BAT для обнаружения гамма-всплесков. В первом случае ультрафиолетовый телескоп называется оптическим монитором XMM-ОМ [1], а во втором случае — ультрафиолетовым и оптическим телескопом UVOT [2]. Различие между ними заключается в том, что для телескопа UVOT, запущенного через шесть лет после запуска обсерватории XMM, удалось улучшить параметры фотоприемника, что позволило повысить проникающую способность этого инструмента. В остальном оба телескопа практически идентичны друг другу и представляют собой зеркальные системы Ричи-Кретьена со сравнительно небольшой входной апертурой диаметром 30 см и фокусным расстоянием 3.8 м.

Фотоприемник работает в режиме счета фотонов с использованием фотоумножителя на микроканальных пластинах соединенного через оптоволоконную систему с ПЗС матрицей размерами  $385 \times 288$  пикселов и рабочим окном в  $256 \times 256$  пикселов. Световой отклик, соответствующий каждому зарегистрированному фотону считывается с группы из нескольких пикселов ПЗС, и центрируется с точностью до 1/8 пикселя. В результате получаются изображения с разрешением  $2048 \times 2048$  пикселов, покрывающие поле зрения телескопа размером  $17' \times 17'$ . Перед фотокатодом установлена турель с девятью фильтрами — тремя для области ближнего ультрафиолета (фильтры UVW2, UVM2, UVW1), тремя для оптического диапазона (фильтры U, B и V), одного окна для использования всего рабочего диапазона длин волн фотокатода (фильтр WHITE) и двух фильтров с призмами — оптической и ультрафиолетовой — для получения спектров наблюдаемых объектов.

Полосы пропускания фильтров показаны на рис. 1 — на левой панели для фотоприемника ОМ и на правой панели для фотоприемника UVOT. Ультрафиолетовые полосы хорошо перекрывают пик экстинкции в районе  $2200 \text{ \AA}$ , что позволяет отделить кривую экстинкции от кривой распределения энергии в спектре источника.

Программы наблюдений обсерваторий XMM-Newton и Swift обычно включают в себя одиночные источники рентгеновского излучения. При этом ультрафиолетовые телескопы используются для уточнения координат рентгеновских источников дифференциальным методом с использованием оптических астрометрических каталогов (обычно для этого используется каталог USNO-B1).

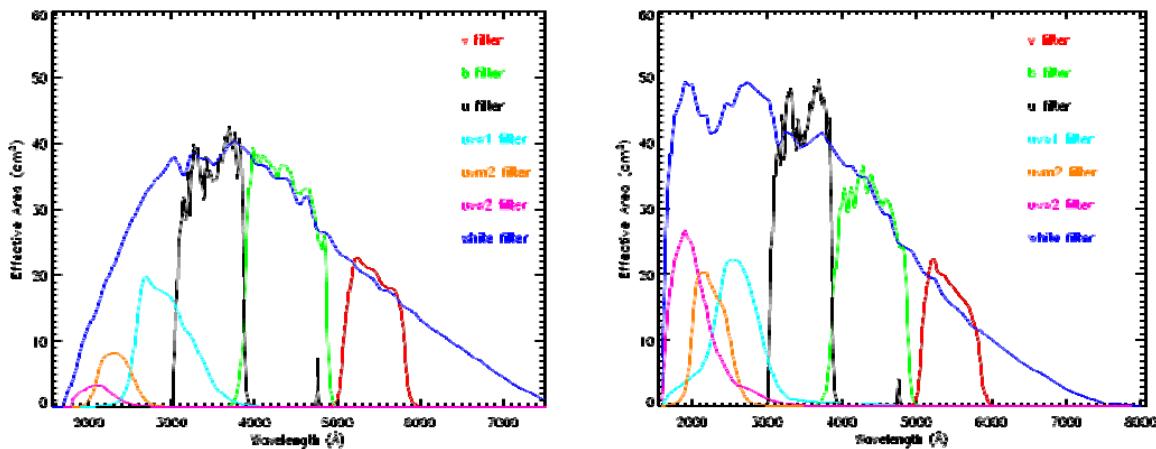


Рис. 1. Полосы пропускания фильтров телескопа ОМ (слева) и телескопа UVOT (справа).

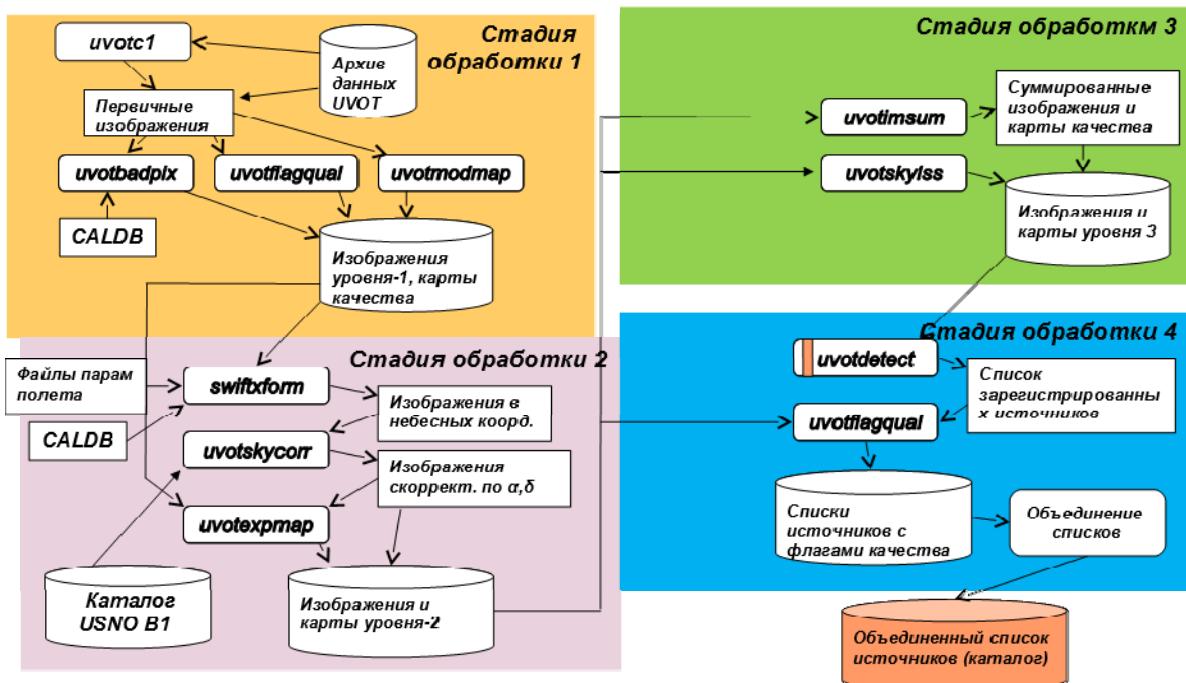
Для астрометрической коррекции используется лишь ограниченное число объектов, попадающих в поле зрения телескопа, а остальная информация теряется. Поэтому актуальной является задача определения параметров по возможности всех наблюдавшихся объектов. Эта информация представляет собой большую научную ценность. Стандартные процедуры обработки наблюдений XMM и Swift, такие как коррекция дисторсии или фотометрическая калибровка, позволяют получить предварительные данные для составления каталогов всех наблюдавшихся объектов. Но для этой работы требуются дополнительные алгоритмы достоверного обнаружения слабых объектов с минимизацией получения ложных объектов. Требуется также классификация качества регистрации и маркировка артефактов изображения, которые появляются из-за рассеянного света, многократных отражений света от оптических и механических элементов конструкции и оптики телескопа, а также из-за некоторых особенностей работы и фотоприёмника. В данной работе мы опишем методику обработки наблюдений ОМ и UVOT для решения этих задач и для составления каталогов всех наблюдавшихся этими телескопами объектов.

## 2. Последовательность обработки наблюдений

Каждое наблюдение ОМ или UVOT состоит из набора файлов, имеющих приблизительно одни и те же координаты центра поля зрения на небесной сфере, относящиеся к целевому объекту (в случае UVOT – это обычно гамма-всплеск). Наблюдения в разных фильтрах проводятся последовательно в разные интервалы времени, но они объединяются в единое наблюдение, если между ними нет большого разрыва во времени. Для каждого из фильтров могут быть получены многочисленные экспозиции, которые представлены либо отдельными файлами, как в случае телескопа ОМ, так и одним файлом, как в случае UVOT. На первоначальных этапах обработки данных работа ведется с каждым наблюдением в отдельности.

Схема обработки данных UVOT представлена на рис. 2, где последовательность обработки условно разбита на четыре части. Обработка данных ОМ ведется приблизительно по такой же схеме, но с некоторыми отличиями на этапе обнаружения источни-

ков на изображениях. Там, где это возможно, в процессе обработки используются программы стандартных пакетов, разработанные для двух миссий. В случае XMM-Newton стандартная система калибровки и обработки называется XMM-SAS (Science Analysis System), в которой в основном используются языки программирования Фортран и Perl. Для обработки данных UVOT используется часть стандартного пакета программ HEASoft центра HEASARC (High Energy Astrophysics Science Archive Research Center). В этом пакете программ в основном используются языки программирования C++ и Perl. Последовательность программ для получения каталогов ультрафиолетовых источников в обоих случаях реализована на языке Perl.

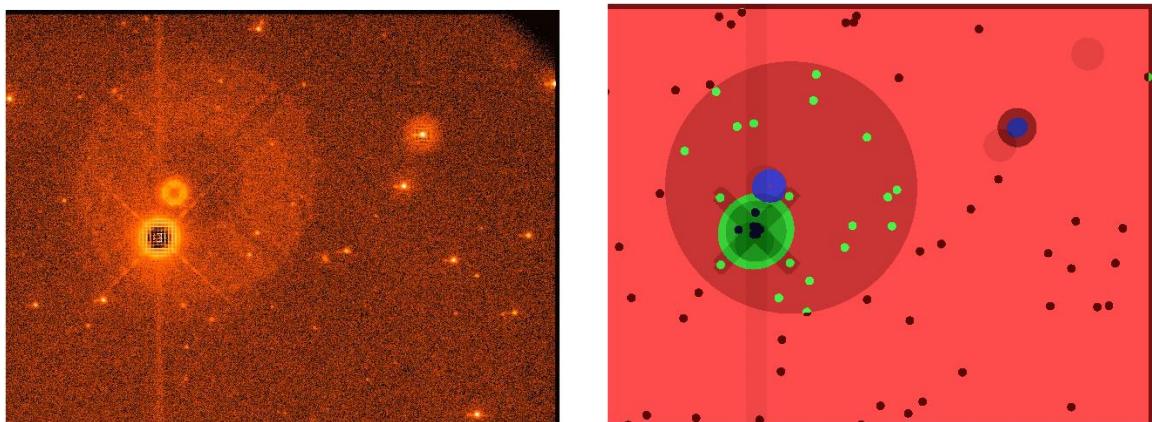


**Рис. 2.** Схема обработки данных и составления каталога источников по наблюдениям телескопа UVOT космического аппарата Swift

Первой была реализована схема получения каталога источников телескопа XMM-OM (SUSS, Serendipitous Ultraviolet Source Survey). После получения первой версии каталога SUSS-1 [3] работа над совершенствованием программ для составления каталога была продолжена. Эти программы были существенно улучшены и приведены к стандартному виду, приемлемому для системы XMM-SAS с целью включения программ SUSS в эту систему и для передачи процесса получения каталога в Европейский центр космической астрономии (ESAC) в Мадриде. В данный момент этим центром уже получен третий выпуск каталога SUSS-3. Первая версия каталога источников UVOT, названная UVOTSSC-1.1 (Serendipitous Source Catalogue), была получена в 2014 году ([www.ucl.ac.uk/mssl/astro/space\\_missions/swift/uvotssc](http://www.ucl.ac.uk/mssl/astro/space_missions/swift/uvotssc)). Она включала в себя наблюдения за первые пять лет работы миссии Swift. В настоящее время завершается работа по совершенствованию программ обработки этого каталога с целью достижения максимальной надежности обнаружения слабых источников и максимально точной идентификации артефактов. Начат процесс обработки наблюдений за весь период работы миссии Swift (2005–2018 годы).

Обработка начинается с калибровки изображений, используя базу данных CALDB миссии Swift (или OMCal в случае миссии XMM), после чего исправляются шумы изображения с периодом 8 пиксел, связанные со спецификой бортового алгоритма пе-

рехода от разрешения ПЗС  $256 \times 256$  пикселов к разрешению изображения  $2048 \times 2048$  пикселов (программа *uvotmodmap*). Затем строится карта качества изображения, где двоичным кодом отмечаются положения артефактов, таких как изображения входной апертуры телескопа, дифракционные крестья, гало вокруг ярких источников или вертикальные полосы, образующиеся при переносе зарядов вдоль колонки пикселов ПЗС, соответствующей ярким источникам. Пример изображения с артефактами и карта двоичных кодов этих артефактов приведены на рис. 3.



**Рис. 3.** Изображение телескопа UVOT с артефактами. Справа приведена соответствующая карта двоичных кодов артефактов (карта качества изображения).

Положения артефактов в системе координат фотоприёмника были заранее параметризованы с помощью двумерных полиномов и встроены в программу *uvotflagqual*.

На второй стадии обработки все изображения переводятся из инструментальной в небесную систему координат, используя известный угол ориентации космического аппарата относительно экваториальной системы координат (программа *swiftxform*). Затем используется астрометрический каталог USNO-B1 для вычисления смещений изображения по прямому восхождению и склонению (программа *uvotskycorr*) и вносятся поправки за эти смещения в заголовок файла изображения. После этого составляется карта величины экспозиции для каждого изображения (программа *uvotexrmap*), которая необходима для фотометрии источников на последующих стадиях обработки.

На третьей стадии обработки все изображения, для которых были успешно найдены астрометрические поправки, суммируются для того, чтобы получить единое изображение, выявляющее самые слабые источники. Суммирование производится также для карт экспозиции и карт с двоичными кодами качества изображения.

Обнаружение источников в поле зрения и определение их астрометрических и фотометрических параметров производится на четвертом этапе обработки с помощью программы *uvotdetect* из пакета HEASoft и специально разработанной для каталога программой *uvotcdetect*. Создание специальной программы для регистрации источников было необходимо из-за того, что стандартная программа не рассчитана на работу с повёрнутыми изображениями. С помощью этой программы регистрируются источники на пределе проницающей способности инструмента, вычисляются их фотометрические параметры и отношение сигнал/шум. По координатам источника считаются коды артефактов с карты качества, которые записываются в колонку флагов качества выходного каталога. Каталоги источников, полученные для индивидуальных наблюдений, объединяется в единый каталог на заключительном этапе обработки.

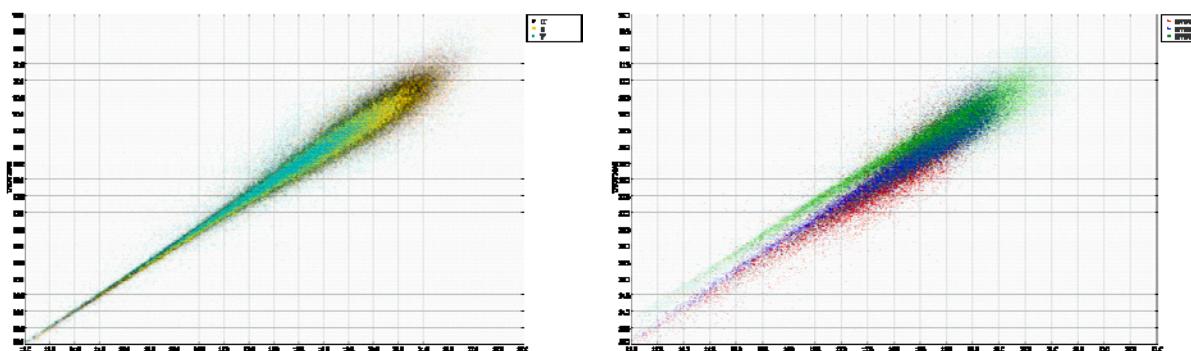
### 3. Сравнение каталогов XMM-OM и UVOT

Вычислительные возможности центра ESAC позволяют обрабатывать все наблюдения XMM-OM практически ежегодно. Таким образом были получены две новые версии каталога XMM-SUSS, последняя из которых включает в себя наблюдения за 15 лет работы миссии XMM. Обработка наблюдений телескопа UVOT занимает больше времени, поэтому пока получена лишь одна версия каталога UVOTSSC, включающая в себя наблюдения за первые 5 лет работы миссии Swift. Сравнительные характеристики каталогов XMM-SUSS-3.0 и UVOTSSC-1.1 приведены в таблице 1.

**Таблица 1.** Основные характеристики первых версий каталогов OM и UVOT.

	XMM-SUSS-3.0	UVOTSSC-1.1
Период наблюдений	2000-2015	2005-2010
Всего наблюдений	7886	23 059
Всего источников	4 751 889	6 200 016
Повторных наблюдений	867 022	1 027 265
Всего строк	6 880 116	13 860 569

Можно заметить, что каталог UVOTSSC-1.1 содержит большее число источников, чем каталог XMM-SUSS-3.0, благодаря повышенной проникающей способности инструмента UVOT. Часть источников является общей для обоих инструментов, что позволяет сравнить два каталога и получить внешнюю оценку качества каталогов.



**Рис. 4.** Сравнение звездных величин каталогов OM и UVOT для трех визуальных (слева) и трех ультрафиолетовых фильтров (справа).

На рис. 4 приведены диагональные графики сравнения звёздных величин источников в каталогах OM (ось абсцисс) и UVOT (ось ординат) для трёх фильтров визуального диапазона (левый рисунок) и трёх ультрафиолетовых фильтров (правый рисунок). В случае визуальных фильтров звездные величины в обоих каталогах хорошо соответствуют друг другу. В случае же ультрафиолетовых фильтров заметно систематическое различие для фильтра UVW1 (точки выше диагонали на правом рисунке). Детальное исследование разностей между звездными величинами в разных фильтрах показало, что данное систематическое отклонение появилось для одной из популяций звёзд в результате комбинации ряда факторов, в частности цвета звёзд, разности между кривыми пропускания фильтра UVW1 в инструментах OM и UVOT (см. рис. 1) и так называемой «утечки» красного цвета в ультрафиолетовом фильтре UVW1. В целом, результаты сопоставления каталогов показывают их хорошее качество и высокую проникающую способность инструментов (до 24 звёздной величины), несмотря на небольшую входную апертуру телескопов.

#### **4. Заключение**

В настоящей работе описаны методики обработки наблюдений, получаемых с помощью ультрафиолетовых телескопов OM и UVOT, установленных на космических аппаратах XMM и Swift. Программы для составления каталога XMM-SUSS переданы в Европейский центр космической астрономии (ESAC), и этот центр периодически обрабатывает все данные телескопа OM с целью получения новых версий каталога. Программы для производства каталога UVOTSSC значительно улучшены — повышена надёжность и полнота регистрации слабых источников, добавлена возможность фотометрии ярких источников, удалены вертикальные полосы, появляющиеся вследствие переноса зарядов в ПЗС, улучшена точность идентификации и маркировки артефактов изображений. В настоящее время начата обработка всех наблюдений инструмента UVOT с 2005 по 2018 год.

#### **Литература**

1. Roming P.,W.A., Kennedy T.E., Mason K.O., et al. The Swift Ultra-Violet/Optical Telescope // Space Sci. Rev., 2005, V. 129, 95-142.
2. Mason K.O., Breeveld A., Much R., et al. The XMM-Newton Optical/UV monitor telescope // Astron. Astrophys., 2001, V. 365, L36-L44.
3. Page M.J., Brindle C., Talavera A., et al. The XMM-Newton serendipitous ultraviolet source survey catalogue // Monthly Not. Royal Astron. Soc., 2012, V. 426, 903-926.
4. Page M.J., Chan N., Breeveld A., et al. The calibration of read-out-streak photometry in the XMM-Newton Optical Monitor and the construction of a bright-source catalogue // Monthly Not. Royal Astron. Soc., 2016, V. 466, 1061-1070.

#### **DATA PROCESSING TECHNIQUE AND SOURCE CATALOGUE COMPILATION FOR THE OPTICAL AND ULTRAVIOLET SPACE TELESCOPES XMM-OM AND UVOT**

**Yershov V.N.<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>*Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia*

<sup>2</sup>*Mullard space Science Laboratory, London, U.K.*

Two similar ultraviolet telescopes XMM-OM and UVOT are installed onboard the space observatories XMM-Newton and Swift with the purpose of astrometric correction of coordinates of X-ray sources in the first case and gamma-ray bursts in the second. These are Ritchey-Chretien reflectors with the entrance pupil of 30 cm and focal length of 3.8 m. They have three optical and three ultraviolet filters and a field of view of  $17' \times 17'$  which allows observing many more sources rather than a single target source, whereas these sources are not used in the main observational program. Here I describe the technique and software for data processing and obtaining the astrometric and photometric parameters for all of these serendipitous sources found within the telescope field of view. The results of processing of about 5 million XMM-OM sources and 6 million UVOT sources are presented in the form of two catalogues which are compared with each other.

## СРАВНЕНИЕ УДАЛЕННЫХ ВРЕМЕННЫХ ШКАЛ МЕТОДОМ ЛАЗЕРНОЙ ЛОКАЦИИ

Игнатенко И.Ю.<sup>1</sup>, Тряпицын В.Н.<sup>2</sup>, Игнатенко Ю.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>«ВНИИФТРИ», п. Менделеево, Московская область, Россия

<sup>2</sup>Крымская астрофизическая обсерватория, п. Кацивели, Республика Крым, Россия

В работе предлагается методика сравнения временных шкал станции лазерной локации и ИСЗ, основанная на модификации метода передачи шкалы времени [1]. Выводятся уравнения, связывающие моменты излучения, отражения и приема лазерного импульса со значением разности шкал времени станции лазерной локации и ИСЗ. Рассматривается временная диаграмма событий при лазерной локации. Исследуются, присущие данному методу, геометрические, временные и инструментальные погрешности, а также электронные, геометрические и оптические временные задержки, возникающие при проведении лазерной локации ИСЗ. Предложена новая оптическая схема для лазерно-локационных измерений и внутренней калибровки. Получены оценки ошибок для различных типов ИСЗ и их орбит. Выработаны предложения по выбору орбиты, конструкции отражателя и фоторегистратора для ИСЗ используемого для измерений в практической реализации методики. Предлагается режим измерений для повышения их точности. Исследуется временная диаграмма событий для новой лазерной станции в Менделеево для нахождения составляющих полную калибровку измерительной системы.

### 1. Введение

Современные навигационные спутниковые системы (GPS (USA), GLONASS (Россия), BeiDou (Китай), Galileo (Европа)) позволяют с точностью  $10^{-10}$ – $10^{-11}$  секунды сверять временные шкалы удаленных на большое расстояние часов. Использование метода лазерной локации искусственных спутников Земли (ИСЗ) дает возможность измерять разность шкал времени на спутнике и на Земле с точностью вплоть до  $10^{-11}$ – $10^{-12}$  секунды.

История экспериментов по сравнению шкал времени на ИСЗ и на Земле (LASSO (спутник Meteosat P2), T2L2 (спутник Jason-2), BeiDou (Китай) и GLONASS (Россия), известна и описана во многих работах, в том числе в [6].

В статье рассматривается методика в которой исключаются временные задержки на передачу сигнала, как внутри измерительной системы на Земле, так и на борту ИСЗ.

Предполагается, что ИСЗ оснащен уголковыми отражателями и устройством фиксации падающего лазерного импульса (ЛИ). Имеются две, одинаково масштабированные интегральные шкалы времени:  $\tau$  – на борту ИСЗ и  $t$  – на станции лазерной локации. Ставится задача найти разность временных шкал  $\Delta t$ :

$$\tau = t + \Delta t . \quad (1)$$

При использовании высокоточных часов (стандарты времени и частоты [2]) фиксируются момент излучения ЛИ на станции лазерной локации, момент регистрации попадания ЛИ на датчик бортовыми средствами ИСЗ, момент прихода сигнала от отраженного от ИСЗ ЛИ в измерительную часть станции лазерной локации [3]. Все моменты времени отсчитываются от начала суток календарной даты наблюдений в секундах.

### 2. Решение задачи

Опорной точкой лазерно-локационной системы, для которой определяются координаты станции лазерной локации, является точка А – точка пересечения осей телескопа. Рассмотрим сокращенную [6] временную диаграмму событий при лазерной локации и калибровке: Алтазимутальная монтировка телескопа на SLR 1893 (Кацивели).

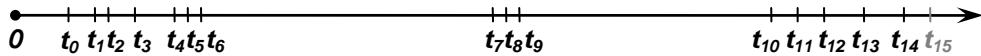


Рис. 1. Временная последовательность событий при одном цикле лазерной локации.

На рис. 1 шкала времени не масштабирована, но порядок событий реальный.

- $t_0$  – от генератора частоты поступает сигнал на запуск лазера;
- $t_1$  – происходит излучение ЛИ;
- $t_3$  – начало счета измерителя временных интервалов и фиксирование этого события в шкале времени станции (по стартовому сигналу);
- $t_4$  – приход пучка ЛИ в точку, где установлен калибровочный уголок;
- $t_5$  – по оптическому пути установки ЛИ попадает в т. А;
- $t_k$  – окончание счета измерителя временных интервалов и фиксирование результата калибровки (по стоповому сигналу);
- $t_7$  – ЛИ попадает на отражатель, расположенный на ИСЗ и отражается;
- $t_9$  – фиксируется время прихода сигнала о попадании ЛИ на датчик на ИСЗ;
- $t_{11}$  – ЛИ достигает т. А;
- $t_{12}$  – приход ЛИ (или единичных фотоэлектронов) в точку, где установлен калибровочный уголок;
- $t_{13}$  – приход ЛИ (или единичных фотоэлектронов) в фотоприемник, выработка стопового сигнала об окончании измерения интервала времени распространения ЛИ до ИСЗ и обратно;
- $t_{14}$  – окончание счета измерителя временных интервалов и фиксирование результата измерения (по стоповому сигналу);
- $t_{15}$  – фиксирование окончания счета временными счетчиком.

Часть этих моментов присутствуют и в других лазерных установках. Моменты  $t_{14}$  и  $t_{15}$  могут совпадать, или иметь четко определяемый сдвиг и по отдельности (в зависимости от оптической схемы) могут вообще не фиксироваться.

Во время сеанса лазерной локации производится  $N$  посылок ЛИ. Регистрируется  $M$  попаданий ЛИ на датчик фотоприемника ИСЗ и производится  $K$  циклов измерений временного интервала.

Пусть в момент времени  $t_{0i}$  ЛИ излучается в сторону ИСЗ и проходит расстояние  $L_i$  между локатором и ИСЗ. Далее ЛИ попадает на отражающую поверхность, отражается и через интервал времени  $l_1$  попадает на датчик фоторегистратора. Момент попадания ЛИ на датчик фоторегистратора  $\tau_{1i}$  фиксируется по бортовым часам ИСЗ через интервал времени  $l_2$ . Отраженный ЛИ проходит расстояние  $L_i + \Delta L_i$  и принимается фотоприемником на локаторе в момент времени  $t_{2i}$ . Тогда  $\tau_{1i}$  и  $t_{2i}$  могут быть вычислены следующим образом:

$$\tau_{1i} = t_{0i} + \Delta t + \frac{L_i}{c} + l_1 + l_2, \quad (2)$$

$$t_{2i} = 2T_i + t_{0i}, \quad (3)$$

где  $c$  – скорость света,  $2T_i = t_{2i} - t_{0i}$  – измеряемый в лазерной локации интервал времени между посылкой и приемом ЛИ. С другой стороны:

$$2T_i = \frac{L_i}{c} + \frac{L_i + \Delta L_i}{c} = \frac{2L_i + \Delta L_i}{c}, \quad (4)$$

$$T_{li} = \tau_{1i} - t_{0i} = \frac{L_i}{c} + \Delta t + l_1 + l_2, \quad (5)$$

$$T_{2i} = t_{2i} - \tau_{1i} = 2T_i - \frac{L_i}{c} - \Delta t - l_1 - l_2. \quad (6)$$

Введем  $\delta t = \Delta t + l_1 + l_2$  и вычтем (5) из (6):

$$T_{2i} - T_{1i} = 2(T_i - \frac{L_i}{c} - \delta t). \quad (7)$$

Выразим  $L_i$  в (4) через  $T_i$  и подставим в выражение (7). Учитывая, что  $T_{2i} - T_{1i} = t_{0i} + t_{2i} - 2\tau_{1i}$ , получим:

$$2\tau_{1i} - t_{2i} - t_{0i} = 2\delta t - \frac{\Delta L_i}{c}. \quad (8)$$

Уравнение (8) является уравнением с одним неизвестным  $\delta t$  для каждого измерения. В уравнении (8) из двух меток шкалы времени  $\tau$  вычитываются две метки шкалы времени  $t$ . Момент  $\tau_{1i}$  является измеряемой величиной. Моменты  $t_{0i}$  и  $t_{2i}$  являются моментами пересечения ЛИ т. А, как от лазера к отражателю на ИСЗ, так и от отражателя к регистрирующей части измерителя временных интервалов или временного счетчика. Эти моменты не являются измеряемыми ни в одной существующей лазерной установке. Для определения этих моментов времени нужны коррекции регистрируемых моментов начала и конца единичного измерения. Надо вычислить интервал времени от начала измерения до пересечения уходящим пучком ЛИ точки А и интервал от пересечения приходящим пучком ЛИ точки А через фотоприемник до регистрирующего устройства (конец измерения). Для этого надо измерить или оценить все части этих интервалов.

Надо получить сумму моментов  $t_5$  и  $t_{11}$  из суммы моментов  $t_3$  и  $t_{14}$ , соответственно.

Используя временную диаграмму событий, получим:

$$t_{14} + t_3 = t_{11} + t_5 + (t_{14} - t_{12}) + (t_{12} - t_{11}) - (t_4 - t_3) - (t_5 - t_4).$$

Так как  $t_{12} - t_{11} = t_5 - t_4 = cal_0$  – интервал времени, за который ЛИ проходит от калибровочного уголка до т. А или в обратном направлении, то:

$$t_{14} + t_3 = t_{11} + t_5 + (t_{14} - t_{12}) - (t_4 - t_3) + cal_0 - cal_0.$$

Обозначим  $t_{14} - t_{12}$  как  $cal_2$ , а  $t_4 - t_3$  как  $cal_1$ . Тогда:

$$t_{14} + t_3 = t_{11} + t_5 + cal_2 - cal_1.$$

Основное уравнение лазерной локации (с учетом введенных обозначений):

$$t_{14} - t_3 = t_{11} - t_5 + (t_{14} - t_{12}) + (t_{12} - t_{11}) + (t_4 - t_3) + (t_5 - t_4) = t_{11} - t_5 + cal_0 + cal_2 + cal_0 + cal_1$$

$cal = cal_0 + cal_2 + cal_0 + cal_1$  – полное значение калибровочной задержки сигнала.

$$t_{14} - t_3 = t_{11} - t_5 + cal$$

$$cal = t_k - t_3 + cal_0 + cal_0$$

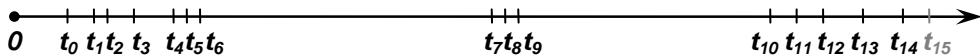
Поправка  $\Delta L_i$  обусловлена вращением Земли и может быть вычислена.

За время сеанса лазерных наблюдений ИСЗ разность шкал  $\Delta t$  может измениться. Каждому измерению соответствует свое значение  $\Delta t$ . Наложение полиномиальной регрессии на полученные значения  $\Delta t$ , позволяет получить параметры сдвига одной шкалы относительно другой. Точности компонентов конкретной измерительной установки (время, лазер, привязка, счетчик) определяют точность решения нашей задачи.

### 3. Новая лазерно-локационная установка (Менделеево)

В течение 2018 года проходили приемно-сдаточные испытания новой лазерно-локационной установки в Менделеево. Рассмотрим ее использование для нашей задачи.

Рассмотрим упрощенную временную диаграмму событий при лазерной локации и калибровке: Новая лазерно-локационная установка (Менделеево).



**Рис. 2.** Временная последовательность событий при одном цикле лазерной локации.

На рис. 2 шкала времени не масштабирована, но порядок событий реальный. Все вышеприведенные моменты времени для SLR 1893 присутствуют и для новой установки в Менделеево. Моменты  $t_4$  и  $t_{12}$  заменяются моментами  $t'_6$  и  $t'_{10}$ , из-за наличия в оптической схеме призмы-крыши на выходе ЛИ из передающей трубы вместо калибровочного уголка перед входом ЛИ в телескоп. Подобная схема применяется на действующей установке в Менделеево (SLR 1874) и доказала свою эффективность [5]. Основная часть ЛИ отправляется к ИСЗ, меньшая часть ЛИ ослабляется при помощи фильтра до однофотонного уровня и передается к выходу из призмы-крыши (момент  $t''_6$ ) и далее в приемную часть установки и фиксируется на временной шкале. В результате на временной шкале, согласованной со стандартом времени и частоты, имеется метка начала измерений  $t_3$ , метка фиксации прихода части ЛИ в измерительную часть, и метка фиксации прихода отраженного от ИСЗ ЛИ  $t_{15}$  (конец измерений). Калибровка делается во время сеанса измерений. Интервал времени, за который часть ЛИ проходит по призме-крыше от точки входа до точки выхода при этом, обозначим как  $\Delta p$ :

$$\Delta p = t''_6 - t'_6 = r \frac{n}{c},$$

где  $r$  – расстояние между точками входа и выхода части ЛИ,  $n$  – коэффициент преломления материала призмы-крыши,  $c$  – скорость света в вакууме.

Более точно  $\Delta p$  определяется способом, изложенным в [5].

$$\begin{aligned} p_1 &= t'_6 - t_5, \\ t_k - t''_6 &= t_{14} - t'_{10}, \\ p_2 &= t_{11} - t'_{10}. \end{aligned}$$

Обозначим  $t_{14} - t_{11}$  как  $cal_2$ , а  $t_5 - t_3$  как  $cal_1$ , полную калибровку системы как  $cal$ . Тогда:

$$cal = cal_1 + cal_2 = t_k - t_3 - \Delta p - p_1 - p_2.$$

Применяется следующая робастная оценка. Весь массив калибровочных интервалов во время сеанса подвергается фильтрации и для него вычисляется линейная регрессия. Соответствующие моментам фиксации отраженного сигнала значения на этой регрессионной кривой принимаются за значения полной калибровки на данный момент и вычитываются из измеренного интервала времени [5].

Надо получить сумму моментов  $t_5$  и  $t_{11}$  из суммы моментов  $t_3$  и  $t_{14}$ . соответственно.

Из временной диаграммы событий, с учетом введенных обозначений получим:

$$t_{14} + t_3 = t_{11} + t_5 + (t_{14} - t_{11}) - (t_5 - t_3) = t_{11} + t_5 + cal_2 - cal_1$$

Проверим основное уравнение лазерной локации:

$$t_{14} - t_3 = t_{11} - t_5 + (t_{14} - t_{11}) + (t_5 - t_3) = t_{11} - t_5 + cal_2 + cal_1 = t_{11} - t_5 + cal$$

#### 4. Определение новой схемы внешней калибровки

Для учета неустранимых инструментальных погрешностей при лазерной локации ИСЗ предлагается поместить калибровочный уголок или фотодатчик в т. А. Введем обозначения:

$t'_3$  – время фиксации сигнала после прохождения ЛИ точки А до выхода из телескопа.

$t'_{14}$  – время фиксации сигнала после прохождения ЛИ точки А после входа в телескоп.

Т.к. сигнал распространяется по одному пути.

$$t'_3 - t_5 = t'_{14} - t_{11}$$

Т.е. интервал времени, за который ЛИ проходит от точки А до спутника и обратно к точке А и равный разности  $t_{11} - t_5$ , оказывается равен  $t'_{14} - t'_3$ .

#### 5. Определение влияния формы отражающей поверхности

Для оценки величин геометрических отклонений в сеансе лазерной локации были исследованы варианты взаимного расположения станции лазерной локации, ИСЗ и видов отражающей поверхности. Были рассчитаны геометрические отклонения от выпуклой сферической, вогнутой сферической и плоской отражающих поверхностей.

Для расчета отклонений (все варианты), были проделаны вычисления, в которых рассматривались следующие значения параметров:  $l = 15$  см,  $30$  см,  $40$  см,  $55$  см,  $150$  см;  $R = 8000$  км,  $12227$  км,  $25600$  км,  $42270$  км,  $384400$  км; высота над уровнем горизонта Н:  $30$ ,  $60$ ,  $75$ ,  $85$  град.; угол отклонения оси ИСЗ от направления на центр Земли  $\beta = -2.0, -1.0, -0.50, -0.25, -0.10, 0.10, 0.25, 0.50, 1.0, 2.0$  град. К примеру, по результатам расчетов для плоской панели отклонение длины лазерного луча  $d$ :

$$d \approx 2 * l * \sin(\alpha - \beta). \quad (9)$$

Лучшей, как следует из выражения (9) и расчетов для плоской панели будет схема с отражателем и фотоэлементом расположенными на поверхности перпендикулярной к направлению центр масс Земли – центр масс ИСЗ. Измерения следует проводить вблизи кульминации ИСЗ при высоте над горизонтом от  $60$  до  $85$  градусов. Для сферической выпуклой поверхности отклонение будет от  $0.5$  л до  $1$  (радиус поверхности). Для сферической вогнутой поверхности подбором  $l$ ,  $R$  и  $H$ , отклонение можно уменьшить до  $1$  пс.

#### 6. Заключение

Данный метод позволяет определить с точностью  $100$ – $300$  пс для существующих ИСЗ и  $10$ – $30$  пс для перспективных ИСЗ разности шкал времени станции лазерной локации и ИСЗ. Он позволяет провести эксперименты по проверке теории относительности и сравнения хода часов в двух неинерциальных системах отсчета (на Земле и на ИСЗ).

До эксперимента по определению разности шкал времени на Земле и на ИСЗ для точного решения должны быть предполетные испытания для определения суммы  $l_1 + l_2$  и других величин. Для окончательного решения поставленной задачи необходимо исследовать измерительную установку для получения указанных в статье поправок к  $\Delta t$  и определения погрешностей. Из проделанных при подготовке данной статьи вычислений следует что, спутники с выпуклой сферической отражающей поверхностью и плоские панели больших размеров плохо подходят для нашей задачи. Более перспективными являются спутники с вогнутой сферической отражающей поверхностью, аналогич-

ные BLITS или кольцевая ретрорефлекторная система [4]. Подобный отражатель ориентируемый на станцию лазерной локации почти идеален для решения нашей задачи.

#### **Литература**

1. Ю.В. Игнатенко, В.Н. Тряпицын, И.Ю. Игнатенко. Определение разности хода часов на Земле и на ИСЗ методом лазерной локации // Проблемы управления и информатики. 2004. № 3. С. 44-49.
2. А.В. Наумов, И.Ю. Игнатенко, С.Н. Каган и др. Формирование и передача шкалы времени в ГНС ГЛОНАСС / В кн.: Метрология времени и пространства. Материалы 6-го Международного симпозиума. Менделеево, ФГУП ВНИИФТРИ, 2012, с. 290–293.
3. Игнатенко И.Ю., Игнатенко Ю.В., Тряпицын В.Н. Коррекция шкал времени на Земле и ИСЗ методом лазерной локации / В кн.: Метрология времени и пространства. Доклады 6-го Международного симпозиума. Менделеево, ФГУП ВНИИФТРИ, 2013, с. 408 – 409.
4. Бурмистров В.Б., Садовников М.А., Соколов А.Л. и др. Кольцевая ретрорефлекторная система // Квантовая электроника, 2013, Том 43, № 9. С. 800 – 806.
5. Igor Yu. Ignatenko. Method of comparison laser locator with standard of length / Seventeenth International Workshop on Laser Ranging Instrumentation. Bad Koetzing, Germany, May 16-20, 2011.
6. И.Ю. Игнатенко, В.Н. Тряпицын, Ю.В. Игнатенко. Метод определения разности шкал времени бортовых часов ИСЗ и станции лазерной локации // Труды Института прикладной астрономии РАН, 2017, вып. 41.

#### **A COMPARISON OF REMOTE TIME SCALES BY THE LASER LOCATION METHOD**

**Ignatenko I.Yu.<sup>1</sup>, Tryapitsyn V.N.<sup>2</sup>, Ignatenko Yu.V.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>“VNIIFTRI”, Mendeleevo, Moscow Region, Russia

<sup>2</sup>Crimean Astrophysical Observatory, Katsiveli, Republic of Crimea, Russia

The paper proposes a method for comparing the time scales of a laser location station and a satellite based on a modification of the time scale transmission method [1]. Equations are given that relate the moments of radiation, reflection and reception of a laser pulse with the difference in the time scales of the laser ranging station and the satellite. The time diagram of events at a laser location is considered. Geometric, temporal, and instrumental errors, as well as electronic, geometrical, and optical time delays that occur during the laser location of the satellite, are studied, which are inherent to this method. A new optical scheme for laser-location measurements and internal calibration has been proposed. Error estimates are obtained for various types of satellites and their orbits. Developed proposals for the choice of the orbit, the design of the reflector and photo recorder for the satellite used for measurements in the practical implementation of the technique. A measurement mode is proposed to improve their accuracy. The time diagram of events for a new laser station in Mendeleevo is investigated to find the components of a full calibration of the measuring system.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ОРБИТЫ МЕТОДОМ ЛАПЛАСА В РАМКАХ ОБОБЩЕННОЙ ЗАДАЧИ ДВУХ НЕПОДВИЖНЫХ ЦЕНТРОВ

Кузнецов В.Б.

Институт прикладной астрономии РАН, Санкт-Петербург, Россия

Исследуется метод Лапласа для определения промежуточной орбиты ИСЗ. Данная работа является продолжением исследований начатых Н.И. Перовым. Классический метод определения орбиты с точечного центра притяжения переносится на двухточечную модель с комплексными массами, разделенными мнимым расстоянием. Такая модель позволяет учесть в движении ИСЗ возмущения до третьей гармоники геопотенциала включительно. Использование промежуточного геопотенциала приводит к более сложной, по сравнению с кеплеровой, форме уравнений для метода Лапласа. Рассмотрение производных силовой функции в виде, предложенном Н.В. Емельяновым, позволяет свести систему к уравнению 38-ой степени относительно токоцентрического расстояния до объекта. Для его решения предлагается использовать метод продолжения решения по параметру с наилучшей параметризацией, в рамках которого была получена соответствующая система дифференциальных уравнений.

### 1. Введение

Метод Лапласа [1] для определения предварительной орбиты неизвестных космических объектов широко известен уже более двухсот лет. Большую часть этого времени он рассматривался исключительно в рамках задачи двух тел, пока в начале 80-х годов 20-го века Н.И. Перов не предложил взглянуть на него, исходя из обобщённой задачи двух неподвижных центров [2, 3]. В своих работах он обобщил классические уравнения Лапласа путём введения параметров, зависящих от радиуса Земли и значений второй и третьей зональных гармоник её геопотенциала. Причём векторное уравнение движения спутника взято в форме, указанной Аксёновым [4]. Для решения полученной системы уравнений Перов предлагает использовать итеративную схему Ньютона-Рафсона.

В настоящей работе предпринята попытка продолжить изучение данного метода. Во-первых, сделана оценка степени скалярного полинома от одной переменной. Для его получения были использованы уравнения движения спутника в форме, предложенной Емельяновым [5]. Это позволяет оценить максимальное число возможных решений. Во-вторых, для решения алгебраического уравнения был применён метод продолжения решения по параметру с наилучшей параметризацией [6], что позволяет найти все возможные решения в каждом конкретном случае.

### 2. Обобщённая задача двух неподвижных центров

Рассмотрим обобщённую задачу двух неподвижных центров, в том виде, как она изложена у Н.В. Емельянова [5]. Притягивающее тело (например, Земля) представлено в виде двух точечных масс  $E_1$  и  $E_2$  на оси Z с комплексными значениями и с мнимым расстоянием между ними  $2ci$  (рис. 1).

$$c = R_{\oplus} \sqrt{J_2 - \left( \frac{J_3}{2J_2} \right)^2} = 209.729 \text{ км}, \quad \sigma = \frac{J_3}{\sqrt{4J_2^3 - J_3^2}} = -0.035647,$$

Здесь,  $M_{\oplus}$  – масса Земли,  $R_{\oplus}$  – радиус Земли, а  $J_2$  и  $J_3$  – вторая и третья зональные гармоники геопотенциала.

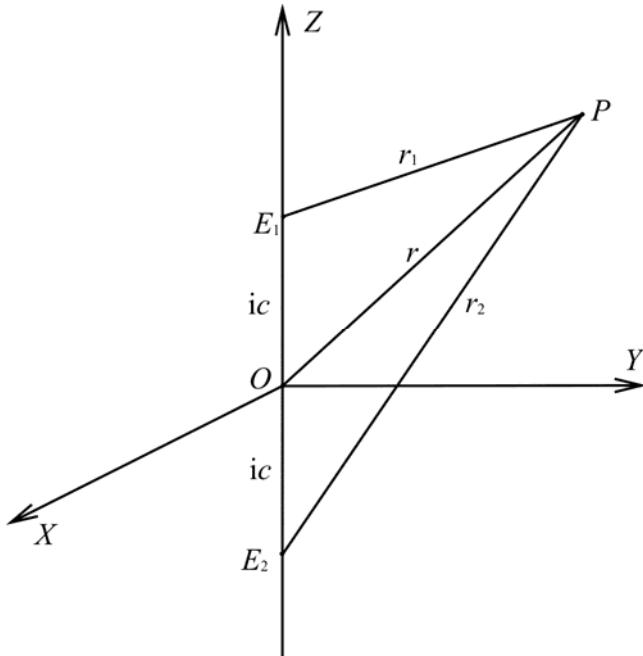


Рис. 1.

Силовая функция будет выражаться формулой:

$$W = \frac{GM_{\oplus}}{2} \left[ \frac{1+i\sigma}{r_1} - \frac{1-i\sigma}{r_2} \right], \quad (1)$$

где

$$r_1^2 = x^2 + y^2 + [z - c(\sigma + i)]^2, \quad r_2^2 = x^2 + y^2 + [z - c(\sigma - i)]^2, \quad (2)$$

$GM_{\oplus}$  – гравитационная постоянная Земли, а  $x$ ,  $y$  и  $z$  – прямоугольные координаты притягиваемого тела. Из силовой функции (1) после дифференцирования по  $\mathbf{r}$  можно легко получить векторное уравнение для ускорения объекта:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{GM_{\oplus}}{Ag^3 r^3 \sqrt{2}} \left[ (A^2 - \sigma B) \mathbf{r} + c(1 + \sigma^2) B \mathbf{K} \right], \quad (3)$$

где  $\mathbf{r}$  – вектор положения объекта относительно центра координат (Земли),  $\mathbf{K}$  – единичный вектор, направленный по оси  $Z$ ,

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{a^3 - 3ab^2 + g^3}, \quad B = b^3 - 3a^2b, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad g = \sqrt{a^2 + b^2}, \\ a &= 1 + \left( \frac{c}{r} \right)^2 (\sigma^2 - 1) - 2\sigma \frac{cz}{r^2}, \quad b = 2\sigma \left( \frac{c}{r} \right)^2 - \frac{2cz}{r^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнения (3) и (4) не содержат мнимых величин.

### 3. Метод Лапласа

Обратимся теперь к методу Лапласа [6]. Его можно описать следующим набором уравнений:

$$\mathbf{r} = \mathbf{e}\rho + \mathbf{R}, \quad \dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{e}}\rho + \mathbf{e}\dot{\rho} + \dot{\mathbf{R}}, \quad \ddot{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{e}}\rho + 2\dot{\mathbf{e}}\dot{\rho} + \mathbf{e}\ddot{\rho} + \ddot{\mathbf{R}}, \quad (5)$$

здесь  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор спутника относительно центра Земли,  $\mathbf{R}$  – определяет положение наблюдателя на поверхности Земли,  $\rho$  – топоцентрическое расстояние до наблюдаемого спутника и  $\mathbf{e}$  – единичный вектор топоцентрического направления на него (рис. 2). Точками обозначены их производные по времени.

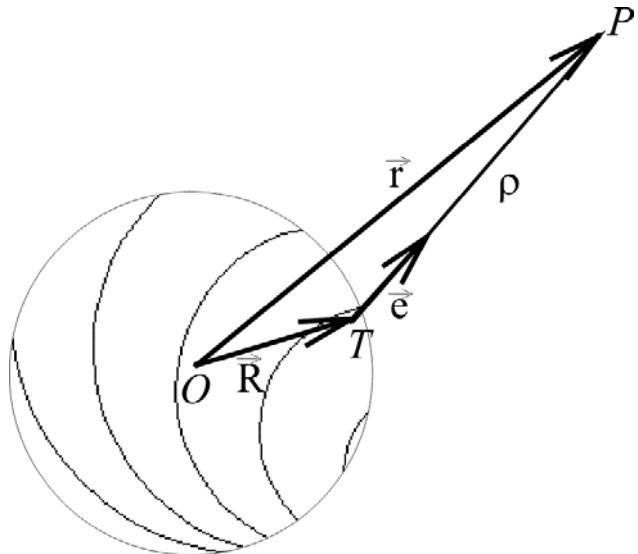


Рис. 2.

Левые части уравнений (3) и третьего из (5) совпадают, и мы можем приравнять правые. Получаем векторное уравнение:

$$\ddot{\mathbf{e}}\rho + 2\dot{\mathbf{e}}\dot{\rho} + \mathbf{e}\ddot{\rho} + \ddot{\mathbf{R}} + \frac{GM_{\oplus}}{Ag^3r^3\sqrt{2}} \left[ (A^2 - \sigma B)\mathbf{r} + c(1 + \sigma^2)B\mathbf{K} \right] = 0. \quad (6)$$

Векторное уравнение (6) необходимо разрешить относительно трёх неизвестных:  $\rho$ ,  $\dot{\rho}$  и  $\ddot{\rho}$ .

Для того чтобы получить скалярное уравнение относительно  $\rho$  умножим (6) векторно на  $\dot{\mathbf{e}}$ , а затем скалярно на  $\mathbf{e}$ :

$$f(\rho) = D_0\rho + D_1 + D_2 \frac{A^2 - \sigma B}{Ag^3r^3} + D_3 \frac{B}{Ag^3r^3} = 0, \quad (7)$$

где  $D_0 = \mathbf{e}(\dot{\mathbf{e}} \times \ddot{\mathbf{e}})$ ,  $D_1 = \mathbf{e}(\dot{\mathbf{e}} \times \ddot{\mathbf{R}})$ ,  $D_2 = \frac{GM_{\oplus}}{\sqrt{2}}\mathbf{e}(\dot{\mathbf{e}} \times \mathbf{R})$ ,  $D_3 = \frac{GM_{\oplus}}{\sqrt{2}}c(1 + \sigma^2)\mathbf{e}(\dot{\mathbf{e}} \times \mathbf{K})$ .

После подстановки (4), приведения к общему знаменателю и избавления от радикалов мы получим выражение числителя для  $\rho$ :

$$f^*(\rho) = \sum_{i=0}^{38} a_i \rho^i = 0. \quad (8)$$

$f^*(\rho)$  представляет собой полином 38-ой степени. Этим же числом и ограничено максимальное количество решений.

Если мы рассмотрим случай, когда  $\sigma = 0$ , т. е. будем учитывать только сжатие. То степень полинома (8) не изменится. Упростятся лишь его коэффициенты.

#### 4. Метод продолжения решения по параметру с наилучшей параметризацией

Для нахождения корней уравнения (7) рассмотрим метод продолжение решения по параметру [7].

Идея метода заключается в следующем: пусть  $H(x, \mu) = 0$  уравнение, которое мы хотим решить, а  $\mu$  – некий параметр. Тогда для некоторого значения  $x = x_0$  решение считается известным, т. е.  $H(x_0, \mu) = 0$  и в этой точке выполняется теорема о неявной функции. Далее, рассмотрим глобальную гомотопию:

$$G(x, \mu) = H(x) - \mu H(x_0) = 0, \quad (9)$$

где  $\mu \in [0, 1]$  и  $x_0$  – начальное приближение ( $x_0 = 0$ ).

Если  $\mu = 0$ , тогда  $G(x, 0) = H(x) = 0$  – исходное уравнение.

Если  $\mu = 1$ , тогда  $G(x, 1) = H(x) - H(x_0) = 0$  и  $x = x_0$ , т. е. получаем известное решение.

Введём новый параметр  $s \in [0, L]$ ,  $L = \text{const}$ :

$$(ds)^2 = (dx)^2 + (d\mu)^2, \quad (10)$$

где  $s$  – длина дуги интегральной кривой. Параметр  $s$  – наилучший параметр для поиска решения [8, 9].

Тогда уравнение (9) можно записать как:

$$G(x(s), \mu(s)) = H(x(s)) - \mu(s)H(x_0) = 0. \quad (11)$$

Рассмотрим задачу Коши в начальной точке  $x_0$ :

$$\frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{ds} - H(x_0) \frac{d\mu}{ds} = 0. \quad (12)$$

Она приводится к нормальной системе обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) из двух уравнений:

$$\frac{dx}{ds} = H(x_0) \left[ \frac{\partial H}{\partial x} \right]^{-1} \frac{d\mu}{ds}, \quad \frac{d\mu}{ds} = \sqrt{1 - \frac{(dx)^2}{(ds)^2}}. \quad (13)$$

Следует интегрировать систему (13) в направлении роста параметра « $s$ », пока не будет достигнуто  $\mu = 0$ . Это будет первое решение. Интегрируя дальше, до заданного  $L$ , мы найдём остальные решения (если они существуют).

Применим вышеописанный метод для решения уравнения (7). Запишем числитель (7) в виде:

$$f(\rho) = Ag^3r^3(D_0\rho + D_1) + D_2A^2 + D_4B = 0, \quad (14)$$

где  $D_4 = D_3 - \sigma D_2$ .

Тогда система ОДУ (13) примет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\rho(s)}{ds} &= D_1 R^3 \Theta \sqrt{\Theta + (c^2(\sigma^2 - 1) - 2\sigma c(\mathbf{RK}) + R^2)\Xi}, \\ \frac{d\mu(s)}{ds} &= \sum_{i=0}^3 A_i \rho^i \sqrt{\sum_{j=0}^4 B_j \rho^j} + \sum_{i=0}^5 C_i \rho^i + \sqrt{\rho^2 + 2(\mathbf{eR})\rho + R^2} \cdot \\ &\cdot \left( \sum_{i=0}^{12} E_i \rho^i \sqrt{\sum_{j=0}^4 B_j \rho^j} + \sum_{i=0}^{14} G_i \rho^i \right) \left( \sum_{i=0}^6 H_i \rho^i + \left( \sum_{j=0}^4 B_j \rho^j \right)^{3/2} \right)^{-1/2}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где  $A_i, B_i, C_i, E_i, G_i, H_i$  – коэффициенты, зависящие только от известных величин,

$$\Theta = \left[ (\sigma^2 + 1)^2 c^4 - 4\sigma(\sigma^2 + 1)(\mathbf{RK})c^3 - 4R^2(\mathbf{RK})\sigma c + 2((R^2 + 2(\mathbf{RK}))\sigma^2 - R^2 + 2(\mathbf{RK})^2)c^2 + R^4 \right]^{3/2},$$

$$\Xi = (\sigma^4 - 14\sigma^2 + 1)c^4 - 4\sigma(\sigma^2 - 7)(\mathbf{RK})c^3 + R^4 + 2[(R^2 + 2(\mathbf{RK}))\sigma^2 - R^2 + 6(\mathbf{RK})^2]c^2 - R^2(\mathbf{RK})\sigma c.$$

Решая (15), мы последовательно найдем все возможные  $\rho$  для (14).

Здесь, как и в случае с полиномом, при  $\sigma = 0$  вид системы (15) не изменится. Изменятся лишь входящие в неё коэффициенты.

## 5. Заключение

- 1) Система уравнений метода Лапласа для обобщённой задачи двух неподвижных центров может быть сведена к уравнению 38-ой степени.
- 2) Для поиска возможных решений методом продолжения решения по параметру с наилучшей параметризацией получена система из двух дифференциальных уравнений. Коэффициенты, в правых частях которых зависят только от известных величин.
- 3) Учёт только сжатия ( $\sigma = 0$ ) не влияет на порядок полученных уравнений и сказывается только на выражении входящих в них коэффициентов.

## Литература

1. Laplace P.S. Mémoire sur la détermination des orbites des comètes. Mém. Acad. Paris, 1780–1784.
2. Перов Н.И. Нетрадиционный метод определения возмущенных орбит неизвестных космических объектов по малому числу оптических наблюдений // Астрономический Журнал, 1983, т. 60, № 6, с. 1224–1227.
3. Перов Н.И. К методу определения возмущённых орбит неизвестных космических объектов по оптическим наблюдениям // Астрономический Журнал, 1987, т. 64, № 1, с. 187–195.
4. Аксёнов Е.П. Теория движения искусственных спутников Земли – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1977. – 360 с.
5. Емельянов Н.В. Практическая небесная механика – Физ. фак. МГУ, Москва, 2018. – 270 с.
6. Мультон Ф.Р. Введение в небесную механику – М.–Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1935. – 480 с.
7. Давиденко Д.Ф. Об одном новом методе численного решения нелинейных уравнений // ДАН СССР. 1953. Т. 88, № 4, с. 601–602.
8. Шалашилин В.И., Кузнецов Е.Б. Метод продолжения решения по параметру и наилучшая параметризация в прикладной математике и механике – М.: Эдиториал УРСС, 1999. – 224 с.
9. Кузнецов В.Б. Определение орбиты по двум векторам положения методом продолжения по параметру с наилучшей параметризацией // Известия Главной астрономической обсерватории в Пулкове, 2016, № 223, с. 207–212.

**THE DETERMINATION OF PRELIMINARY ORBIT BY LAPLACE METHOD  
IN THE FRAMEWORK OF GENERALIZED PROBLEM OF TWO FIXED CENTERS**

**Kuznetsov V.B.**

*Institute of Applied Astronomy of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russia*

Laplace's method for determination of preliminary orbit of the artificial satellite is investigated. This work is continuation of the researches begun by N.I. Perov. The classical method of determination of an orbit for the point attracting center is transferred to point-to-point model with complex-conjugated masses and an imaginary distance between them. Such approach is allowed to consider the perturbation until to the third harmonica of a geopotential in the movement of artificial satellite. For Laplace's method the use of an intermediate geopotential brings to more difficult than kepler form of the equations. The form, which was proposed by N.V. Emelyanov for derivatives of potential function, allows reducing the system to equation of the 38th degree of rather topocentric distance to an object. For its decision, it is offered using the continuation method with the best parametrization. For that, the corresponding system of the differential equations was constructed.

## АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ДЕВИАТОРАМ ФУНКЦИЙ В ВИДЕ СУММЫ ЧЛЕНОВ С СИММЕТРИЧНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Пасынок С.Л.

Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений, Московская область, пос. Менделеево, Россия

Разложения геофизических функций в ряды по степеням компонент единичного радиус-вектора с коэффициентами в виде симметричных и безследовых по любой паре индексов тензоров (STF-тензоров или девиаторов) применяется наряду с разложениями по сферическим функциям (скалярным, векторным, тензорным). Используя то, что любой симметричный тензор может быть представлен в виде своей STF-части и линейной комбинации частичных следов его компонент, проведено конструктивное доказательство и дано описание алгоритма, позволяющего вычислить скалярные коэффициенты формулы, связывающей STF и симметричные коэффициенты разложения одной и той же функции. Также приведены несколько простых примеров, иллюстрирующих работоспособность предлагаемого алгоритма.

### 1. Введение

Разложения геофизических функций в ряды по степеням компонент единичного радиус-вектора с коэффициентами в виде симметричных и безследовых по любой паре индексов тензоров (STF-тензоров или девиаторов) применяются наряду с разложениями по сферическим функциям (скалярным, векторным, тензорным). Термин «девиатор» происходит из теории упругости [1].

В теории групп показано, что разложение функций в виде суммы членов, представляющих собою свёртку компонент девиаторов с компонентами единичного радиус-вектора, эквивалентны разложениям по сферическим функциям, что позволяет использовать такие разложения для решения дифференциальных уравнений математической физики. При этом в ряде этапов (записи граничных условий, взятии производных высоких порядков при разложении в ряд Тейлора и др.) возникает необходимость разложения по девиаторам функций в виде суммы симметричных, но не безследовых тензоров, свёрнутых с компонентами единичного радиус-вектора:

$$F = \sum_{m=1}^N \tilde{F}_M n_M \quad (1)$$

через аналогичную сумму, содержащую только STF-тензора:

$$F = \sum_{m=1}^N \hat{F}_M n_M, \quad (2)$$

где  $\tilde{F}_M$  – некоторые симметричные тензоры,  $\hat{F}_M$  – некоторые STF-тензоры, а  $n_M \equiv n_{i_1} \dots n_{i_M}$  – мультикомпоненты единичного радиус-вектора (компоненты тензора, составленные из произведений  $M$  компонент единичного радиус-вектора). Большие латинские буквы в индексах обозначают так называемые мультииндексы:  $T_L \equiv T_{i_1 i_2 \dots i_L}$ . По каждым двум повторяющимся индексам выполняется суммирование от 1 до размерности пространства  $\dim = \delta_{kk}$ . По каждым двум повторяющимся мультииндексам выполняется попарное суммирование по всем индексам одинакового порядка в первом и втором мультииндексе. Например, в трёхмерном пространстве

$$T_L W_L \equiv \sum_{i_1=1}^3 \sum_{i_2=1}^3 \dots \sum_{i_L=1}^3 T_{i_1 i_2 \dots i_L} W_{i_1 i_2 \dots i_L}.$$

Задача представления суммы (1) в виде суммы (2) будет решена, если будет известно, как коэффициенты суммы (2) выражаются через коэффициенты суммы (1). Эта задача может быть решена «в лоб» с помощью громоздкого прямого вычисления коэффициентов по формулам:

$$F_{\langle M \rangle} = \frac{\prod_{j=1}^m (\delta_{ii} + 2(j-1))}{m!} \langle F f_M \rangle, f_M = \sum_{l=0}^{[m/2]} a(m, l) \delta_{(2L) n_{M-2L}},$$

где  $m$  – число индексов в мультииндексе  $M$ ,  $l$  – число индексов в мультииндексе  $L$ ,  $a(m, l)$  – скалярные коэффициенты, формула для вычисления которых будет приведена ниже. Вертикальные угловые скобки означают операцию усреднения по единичной сфере, а вместо суммы  $F$  нужно подставить её выражение (1). Однако возможно решить эту задачу и другим способом, предлагаемым в настоящей работе.

## 2. Идея алгоритма

Для пояснения идеи предлагаемого алгоритма, рассмотрим операцию выделения девиаторной части из симметричного тензора [2]:

$$\tilde{F}_{\langle M \rangle} = \sum_{l=0}^{[m/2]} a(m, l) \delta_{(j_1 j_2) \dots \delta_{j_{2l-1} j_{2l}} \tilde{F}_{j_{2l+1}, \dots, j_m) k_1 k_2 \dots k_l k_l}} = \sum_{l=0}^{[m/2]} a(m, l) \delta_{(2L) \tilde{F}_{M-2L) K_l K_l}}, \quad (3)$$

где коэффициенты  $a(m, l)$  вычисляются по формуле, которую можно найти, например, в [3]:

$$a(m, l) = \frac{m!}{(2m-4+\delta_{ii})!!} \frac{(-1)^l (2m-4+\delta_{ii}-2l)!!}{(2l)!!(m-2l)!} \quad (4)$$

или в специальном случае трёхмерного пространства в [2]. Первый член в сумме в формуле (3) представляет собою сам симметричный тензор, а угловые скобки в индексе означают операцию выделения девиаторной части.

Таким образом, из (3) можно выразить коэффициент формулы (1) в виде разности его девиаторной части и некоторой линейной комбинации его следов. Если теперь свернуть обе части этого выражения с мультикомпонентой единичного радиус-вектора соответствующего ранга, то окажется, что каждый член суммы (1) выражается через член вида членов суммы (2) и члены вида суммы (1) более низких рангов. Применив указанную операцию к члену самого старшего ранга суммы (1), получим, что (1) можно представить в виде суммы члена старшего ранга суммы (2) и суммы вида (1), содержащей члены более низких рангов с изменёнными коэффициентами. Эти коэффициенты представляют собой сумму коэффициентов (1) более низких рангов и следовых частей коэффициента старшего ранга суммы (1). Таким образом, задача оказывается сведённой к исходной задаче, но для суммы, содержащей члены более низких рангов т.е. к (1) с  $N-1$  членами. Продолжая эту операцию нужное число раз, получим все коэффициенты суммы (2) и задача будет решена.

Проиллюстрируем этот процесс на примере простейшей функции (1) с  $N=2$ :

$$F = \sum_{m=0}^2 \tilde{F}_M n_M = \tilde{F}_{ij} n_i n_j + \tilde{F}_i n_i + \tilde{F}_0.$$

Из (3) получим:  $\tilde{F}_{ij} = \left( \hat{F}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tilde{F}_{kk} \right)$ . Подставляя это в выражение для  $F$  и приводя

подобные, найдём:

$$F = \left( \hat{F}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tilde{F}_{kk} \right) n_i n_j + \tilde{F}_i n_i + \tilde{F}_0 = \hat{F}_{ij} n_i n_j + \hat{F}_i n_i + \hat{F}_0,$$

где искомые формулы для STF-коэффициентов имеют вид:

$$\hat{F}_0 = \tilde{F}_0 + \frac{1}{3} \tilde{F}_{ii}, \quad \hat{F}_i = \tilde{F}_i, \quad \hat{F}_{ij} = \left( \tilde{F}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tilde{F}_{kk} \right).$$

В этом простейшем случае установить связь коэффициентов сумм (1) и (2) не составляет труда и для этого не нужен специальный алгоритм. Однако, оказывается, что с увеличением числа членов  $N$  суммы (1) трудности возрастают, поскольку в члены младших рангов «сыпаются» «осколки» членов старших рангов и чем больше членов в сумме, тем более сложным образом они туда входят.

### 3. Вывод алгоритма

Теперь рассмотрим общий случай. Первый шаг вывода состоит в представлении члена  $\tilde{F}_{<M>} n_M$  в виде (2). Используя (3), получим:

$$\tilde{F}_{<M>} n_M = \sum_{l=0}^{[m/2]} a(m,l) \tilde{F}_{M-2l k_1 k_1 \dots k_l k_l} n_{M-2L} = \tilde{F}_M n_M + \sum_{l=1}^{[m/2]} a(m,l) \tilde{F}_{M-2l k_1 k_1 \dots k_l k_l} n_{M-2L}.$$

Откуда:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_M n_M &= \tilde{F}_{<M>} n_M - \sum_{l=1}^{[m/2]} a(m,l) \tilde{F}_{M-2l k_1 k_1 \dots k_l k_l} n_{M-2L} = \tilde{F}_{<M>} n_M - a(m,1) \tilde{F}_{M-2kk} n_{M-2} - \\ &- \sum_{l=2}^{[m/2]} a(m,l) \tilde{F}_{M-2l k_1 k_1 \dots k_l k_l} n_{M-2L} = \tilde{F}_{<M>} n_M - a(n,1) \tilde{F}_{M-2kk} n_{M-2} - \\ &- \sum_{\substack{l'=0 \\ l'+2=l}}^{[(m-4)/2]} a(m,l'+2) \tilde{F}_{M-2l'-4 k_1 k_1 \dots k_{l'+2} k_{l'+2}} n_{M-2L'-4}. \end{aligned}$$

Первый в выражении после последнего знака равенства член уже имеет требуемый вид, а ко второму опять применим формулу (3):

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{M-2kk} n_{M-2} &= \tilde{F}_{<M-2>kk} n_{M-2} - \sum_{l=1}^{[(m-2)/2]} a(m-2,l) \tilde{F}_{M-2-2l k_1 k_1 \dots k_l k_l} n_{M-2-2L} = \\ &= \tilde{F}_{<M-2>kk} n_{M-2} - \sum_{\substack{l'=0 \\ l'+1=l}}^{[(m-4)/2]} a(m-2,l'+1) \tilde{F}_{M-4-2L' k_1 k_1 \dots k_{l'+2} k_{l'+2}} n_{M-4-2L}. \end{aligned}$$

Объединив это выражение с предшествующим, приведя подобные члены и обозначив:

$$\begin{aligned} \tilde{a}(m,0) &= 1, \quad \tilde{a}(m,1) = -a(m,1) \\ a(m,l,1) &= a(m,1)a(m-2,l+1) - a(m,l+2), \end{aligned}$$

получим:

$$\tilde{F}_M n_M = \tilde{a}(m,0) \tilde{F}_{<M>} n_M + \tilde{a}(m,1) \tilde{F}_{<M-2>kk} n_{M-2} + \left\{ \sum_{l=0}^{[(m-4)/2]} a(m,l,1) \tilde{F}_{M-4-2l k_1 k_1 \dots k_{l+2} k_{l+2}} n_{M-4-2L} \right\}.$$

Первые два члена в этой формуле имеют вид старших членов суммы (2), а остальные представляют сумму вида (1) с рангом старшего члена на четыре меньшим ранга исходного члена. Теперь применим описанную выше процедуру к выражению, стоящему в фигурных скобках и обозначим:

$$\begin{aligned} \tilde{a}(m,2) &= a(m,0,1) = a(m,1)a(m-2,1) - a(m,2) \\ a(m,l,2) &= a(m,l+1,1) - a(m-4,l+1)a(m,0,1) = \\ &= a(m,1)a(m-2,l+2) - a(m,l+3) - a(m-4,l+1)\tilde{a}(m,2). \end{aligned}$$

В результате получится:

$$\begin{aligned}\widetilde{F}_M n_M &= \tilde{a}(m,0) \widetilde{F}_{\langle M \rangle} n_M + \tilde{a}(m,1) \widetilde{F}_{\langle M-2 \rangle} n_{M-2} + \tilde{a}(m,2) \widetilde{F}_{\langle M-4 \rangle} n_{M-4} + \\ &+ \sum_{l=0}^{\lfloor(m-6)/2\rfloor} a(m,l,2) \widetilde{F}_{M-6-2l} n_{i_1 \dots i_{m-2l}}.\end{aligned}$$

Понижая тем же образом порядок оставшихся членов, в конце-концов получим в остатке либо скаляр (для чётных  $M$ ), либо вектор (для нечётных  $M$ ). В результате получим:

$$\widetilde{F}_M n_M = \sum_{l=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]} \tilde{a}(m,l) \hat{F}_{i_1 \dots i_{m-2l}} n_{i_1 \dots i_{m-2l}}, \quad \hat{F}_{i_1 \dots i_{m-2l}} = \widetilde{F}_{\langle i_1 \dots i_{m-2l} \rangle} k_1 k_2 \dots k_l k_l \quad (5)$$

где коэффициенты  $\tilde{a}(m,l)$  равны:

$$\begin{aligned}\tilde{a}(m,0) &= 1, \quad \tilde{a}(m,1) = -a(m,1), \\ \tilde{a}(m,2) &= a(m,0,1) = a(m,1)a(m-2,1) - a(m,2) \\ \tilde{a}(m,l) &= a(m,0,l-1) \\ a(m,l,1) &= a(m,1)a(m-2,l+1) - a(m,l+2) \\ a(m,l,k) &= a(m,l+1,k-1) - a(m-2k,l+1)a(m,0,k-1), \quad k=2,\dots,l.\end{aligned}\quad (6)$$

Первые три выражения с учётом (4) дают старшие коэффициенты разложения (5) для  $l = 0, 1, 2$ . Для  $l > 2$  при прямом применении остальных выражений формулы (6) сначала с помощью  $a(m,l,k) = a(m,l+1,k-1) - a(m-2k,l+1)a(m,0,k-1)$  понижаем порядок по  $k$  до 1. Далее, пользуясь формулой  $a(m,l',1) = a(m,1)a(m-2,l'+1) - a(m,l'+2)$ , вычисляем значение  $a(m,l,k)$  для  $k = l$ . Однако, возникает проблема, состоящая в том, что поскольку  $a(m,l)$  – известные величины, а  $a(m,l,k)$  нужно определить, то при таком порядке счёта на момент вычислений ещё не будут известны все необходимые для вычисления величины.

Эту проблему можно решить, начав вычисления с формулы для  $a(m,l',1)$ . Только тогда нужно определить, какое же  $l'$  нужно взять для вычисления  $\tilde{a}(m,l)$  для заданного  $l$ . Заметив, что при повышении порядка по  $k$ , порядок по  $l$  уменьшается на 1. Т.е.,

$$a(m,l'-1,2) = a(m,l',1) - a(m-4,l')a(m,0,1),$$

$$\dots \\ a(m,l'-i,i+1) = a(m,l'-i+1,i) - a(m-2(i+1),l'-i+1)a(m,0,i),$$

$\tilde{a}(m,l) = a(m,0,l-1)$ , придём к выводу, что для заданного  $l$  нужно взять  $l' = l-2$ , т.е. нужно начать с вычисления коэффициента  $a(m,l-2,1)$ .

Далее, подставляя (5) в (1), и приводя подобные члены получим:

$$\sum_{m=0}^N \widetilde{F}_M n_M = \sum_{m=0}^N \sum_{l=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]} \tilde{a}(m,l) \widetilde{F}_{\langle i_1 \dots i_{m-2l} \rangle} k_1 k_2 \dots k_l k_l n_{i_1 \dots i_{m-2l}}$$

Заметим, что для заданного  $N$  число чётных слагаемых будет  $\left[\frac{N}{2}\right]$ , а нечётных –  $\left[\frac{N+1}{2}\right]$ . Кроме того, тензоры нечётного ранга дадут только члены нечётного ранга, а тензоры чётного ранга дадут только члены чётного ранга. Т.е.:

$$\sum_{m=0}^N \widetilde{F}_M n_M = \sum_{s=0}^{\left[\frac{N}{2}\right]} \sum_{l=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]} \tilde{a}(2s,l) \widetilde{F}_{\langle i_1 \dots i_{2s-2l} \rangle} k_1 k_2 \dots k_l k_l n_{i_1 \dots i_{2s-2l}} + \sum_{s=0}^{\left[\frac{N+1}{2}\right]} \sum_{l=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]} \tilde{a}(2s+1,l) \widetilde{F}_{\langle i_1 \dots i_{2s+1-2l} \rangle} k_1 k_2 \dots k_l k_l n_{i_1 \dots i_{2s+1-2l}}$$

Для изменения порядка суммирования введём индекс  $j = s - l$  ( $2j = 2s - 2l$ ,  $2j + 1 = 2s + 1 - 2l$ ), а затем соберём члены с одинаковыми рангами тензоров и обозначим:

$$\hat{F}_{2J} = \sum_{s=j}^{\left[\frac{N}{2}\right]} \tilde{a}(2s, s-j) \tilde{F}_{<2J>K_{S-J}K_{S-J}}, \quad \hat{F}_{2J+1} = \sum_{s=j}^{\left[\frac{N-1}{2}\right]} \tilde{a}(2s+1, s-j) \tilde{F}_{<2J+1>K_{S-J}K_{S-J}}$$

Тогда окажется, что  $\sum_{m=0}^N \tilde{F}_M n_M = \sum_{m=0}^N \hat{F}_M n_M$ , как и требовалось получить.

#### 4. Формулировка алгоритма

Таким образом, доказана истинность следующего утверждения.

**Сумма вида (1) может быть представлена в виде в точности равной ей суммы (2), тензорные коэффициенты в которой выражаются через тензорные коэффициенты (1) по формулам:**

$$\hat{F}_{2J} = \sum_{s=j}^{\left[\frac{N}{2}\right]} \tilde{a}(2s, s-j) \tilde{F}_{<2J>K_{S-J}K_{S-J}}, \quad \hat{F}_{2J+1} = \sum_{s=j}^{\left[\frac{N-1}{2}\right]} \tilde{a}(2s+1, s-j) \tilde{F}_{<2J+1>K_{S-J}K_{S-J}} \quad (7)$$

**Скалярные коэффициенты  $\tilde{a}(n, l)$  вычисляются по коэффициентам  $a(n, l)$  в соответствии со следующей рекуррентной процедурой:**

1) Для  $l = 0, 1, 2$  коэффициенты вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} \tilde{a}(n, 0) &= 1, \quad \tilde{a}(n, 1) = -a(n, 1), \\ \tilde{a}(n, 2) &= a(n, 1)a(n-2, 1) - a(n, 2) \end{aligned} \quad (8)$$

2) Для  $l > 2$ :

– вычисляем  $a(n, l-2, 1)$  по формуле:  $a(n, l-2, 1) = a(n, 1)a(n-2, l-1) - a(n, l)$

– для  $k=1, \dots, l-2$  вычисляем:

$$a(n, l-2-k, k+1) = a(n, l-1-k, k) - a(n-2(k+1), l-1-k) \tilde{a}(n, k+1). \quad (9)$$

Последний член  $\tilde{a}(n, l) = a(n, 0, l-1)$ .

**Замечание.** При этом коэффициенты  $\tilde{a}(n, k+1)$  для значений  $k = 1, \dots, l-2$  уже должны быть вычислены ранее.

#### 5. Заключение

В заключении приведён более сложный пример для  $N = 4$ :

$$\begin{aligned} \hat{F}_0 &= \tilde{F}_0 + \frac{1}{\delta_{ii}} \tilde{F}_{kk} + \frac{12}{(4+\delta_{ii})(2+\delta_{ii})\delta_{ii}} \tilde{F}_{kkjj}, \quad \hat{F}_1 = \tilde{a}(1, 0) \tilde{F}_{<i>0} + \tilde{a}(3, 1) \tilde{F}_{<i>kk} = \tilde{F}_{<i>} + \frac{3}{5} \tilde{F}_{<i>kk}, \\ \hat{F}_2 &= \tilde{a}(2, 0) \tilde{F}_{<2>0} + \tilde{a}(4, 1) \tilde{F}_{<2>kk} = \tilde{F}_{ij} - \frac{1}{\delta_{kk}} \delta_{ij} \tilde{F}_{ss} + \frac{6}{(4+\delta_{ii})} \left( \tilde{F}_{ijkk} - \frac{1}{\delta_{kk}} \delta_{ij} \tilde{F}_{mmpp} \right) \\ \hat{F}_3 &= \tilde{a}(3, 0) \tilde{F}_{<ijk>} = \tilde{F}_{ijk} - \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} \left( \tilde{F}_{iss} \delta_{jk} + \tilde{F}_{jss} \delta_{ik} + \tilde{F}_{kss} \delta_{ij} \right) \\ \hat{F}_4 &= \tilde{a}(4, 0) \tilde{F}_{<ijkp>} = \tilde{F}_{ijkp} - \frac{6}{(4+\delta_{ii})} \cdot \frac{1}{6} \left( \tilde{F}_{ijss} \delta_{kp} + \tilde{F}_{ikss} \delta_{jp} + \tilde{F}_{ipss} \delta_{jk} + \tilde{F}_{kjss} \delta_{ip} + \tilde{F}_{kpss} \delta_{ij} + \tilde{F}_{jpss} \delta_{ik} \right) + \\ &+ \frac{6}{(4+\delta_{ii})(2+\delta_{ii})} \frac{1}{3} \left( \delta_{ij} \delta_{kp} + \delta_{ik} \delta_{jp} + \delta_{ip} \delta_{jk} \right) \tilde{F}_{mmss} \end{aligned}$$

Подставляя эти выражения в (2) и приводя подобные получим (1), как и должно быть. (Следует заметить, что операция взятия девиаторной части не имеет смысла для одного индекса, а тем более при отсутствии индексов, и должна быть в этих случаях

просто опущена. Однако для чёткого соответствия с (7) нули и угловые скобки для них сохранены, также, как и символическая запись мультииндексов слева в виде цифры.)

Оказывается, что при решении дифференциальных уравнений удобно пользоваться (1), записанной в эквивалентной форме:

$$F = \sum_{m=1}^N \tilde{F}'_M x_M, \quad (10)$$

где:  $\tilde{F}'_M = \frac{\tilde{F}_M}{r^M}$ ,  $\tilde{F}_M = \tilde{F}'_M r^M$ , так как производная от компонент радиус вектора проще,

чем производная от компонент единичного радиус-вектора. В этом случае при каждом коэффициенте, содержащим свёртки появятся дополнительные множители  $r^2$ :

$$\hat{F}'_{2J} = \sum_{s=j}^{\left[\frac{N}{2}\right]} \tilde{a}(2s, s-j) r^{2S-2J} \tilde{F}'_{<2J>K_{S-J}K_{S-J}}, \quad \hat{F}'_{2J+1} = \sum_{s=j}^{\left[\frac{N-1}{2}\right]} \tilde{a}(2s+1, s-j) r^{2S-2J} \tilde{F}'_{<2J+1>K_{S-J}K_{S-J}}. \quad (11)$$

По результатам работы можно сделать следующий вывод. Предложен алгебраический алгоритм, позволяющий по коэффициентам ряда (1) определить коэффициенты разложения (2) без выполнения громоздкого интегрирования.

### Литература

1. *Num-Ho Kim. Introduction to nonlinear finite element analysis*, Springer Science+ Business Media New York, 2015, pages 430, p. 22. ISBN 978-1-4419-1745-4, DOI 10.1007/978-1-4419-1746-1
2. *Damour, T., Iyer, B.R. Multipole analysis for electromagnetism and linearized gravity with irreducible Cartesian tensors* // *Phys. Rev.*, 1991, D 43, 3259.
3. *Пасынок С.Л. Коэффициенты STF ряда для производных произвольного порядка от геофизических функций, представленных в виде STF-ряда* / Труды Всероссийской астрометрической конференции "Пулково-2009", прошедшей в Санкт-Петербурге (ГАО РАН) с 15 по 19 июня 2009 г.) // Известия Главной астрономической обсерватории в Пулкове, 2009, № 219, выпуск 4, с. 251-254. ISBN 978-5-9651-0403-1

### THE ALGEBRAIC ALGORITHM OF DECOMPOSITION ON DEVIATORS OF FUNCTIONS IN THE FORM OF THE SUM OF TERMS WITH THE SYMMETRIC COEFFICIENTS

**Pasynok S.L.**

*All-Russian Research Institute physics and technology and radio engineering  
measurements, VNIFTRI, Mendeleevo, Moscow region, Russia*

Decomposition of geophysical functions in ranks on degrees of components of a single position vector with coefficients in the form of the indexes of tensors, symmetric and traceless on any couple (STF tensors or deviators) it is applied along with decomposition on surface harmonics (scalar, vector, tensor). Using that any symmetric tensor can be presented in the form of the STF part and the linear combination of partial traces of its components, the constructive proof is carried out and the description of the algorithm allowing to calculate scalar coefficients of the formula connecting STF and the symmetric decomposition values of the same function is given. Several simple examples illustrating operability of the offered algorithm are also given.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ИОНОСФЕРЫ ПО ГНСС-НАБЛЮДЕНИЯМ НА АНТАРКТИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ “ВОСТОК”

Трофимов Д.А.<sup>1</sup>, Петров С.Д.<sup>1</sup>, Серов Ю.А.<sup>2</sup>, Чекунов И.В.<sup>3</sup>,  
Смирнов С.С.<sup>1</sup>, Троицhev O.A.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Арктический и Антарктический научно-исследовательский институт,  
Санкт-Петербург, Россия

<sup>3</sup>Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,  
Москва, Россия

*В статье рассматривается проблема определения параметров ионосферы, прежде всего содержания электронов (Total electron content – TEC) в проводящем слое. В настоящее время ГНСС является одним из наиболее дешёвых и распространенных способов определения TEC. На основе имеющегося ряда ГНСС-наблюдений, выполненных на антарктической станции Восток, авторами получены значения ионосферной задержки, что впоследствии позволит определить TEC и построить карты его распределения в окрестности станции “Восток”.*

### Введение

Определение параметров ионосферы является важной научной задачей, в частности, ионосфера (слой F) отражает волны коротковолнового диапазона, что позволяет поддерживать в нем радиосвязь на больших расстояниях. Ионосфера — слой атмосферы Земли, сильно ионизированный вследствие облучения Солнцем. Ионосфера Земли состоит из смеси нейтральных газов (в основном азот и кислород) и квазинейтральной плазмы (число отрицательно заряженных частиц примерно равно числу положительно заряженных). Ионосфера начинается примерно с высоты 60 км. В составе ионосферы можно выделить три слоя, D, E и F.

Слой D находится в диапазоне высот 60–90 км, максимальное содержание свободных электронов в этом слое составляет  $\sim 10^2\text{--}10^3 \text{ см}^{-3}$ . Слой образуется в основном в результате воздействия рентгеновского излучения Солнца. Слой D практически полностью исчезает в тёмное время суток.

Слой E находится в диапазоне высот 90–120 км, максимальное содержание свободных электронов в этом слое составляет  $\sim 10^4\text{--}10^5 \text{ см}^{-3}$ .

Областью F называют часть ионосферы, которая находится выше 130–140 км, максимальное содержание свободных электронов в этом слое составляет  $\sim 10^5\text{--}10^6 \text{ см}^{-3}$  и достигается в диапазоне высот от 250 до 400 км.

Слои E и F, хотя концентрация свободных электронов в них и зависит от времени суток, в ночное время не исчезают, как слой D.

Одной из главных характеристик состояния ионосферы является полное содержание электронов (ПЭС, в англоязычной литературе – TEC) — количество свободных электронов, находящихся в цилиндре сечением 1 кв. м и ориентированном вдоль луча зрения. Данная величина измеряется в TECU (Total Electron Content Unit – единица полного электронного содержания),  $1 \text{ TECU} = 1 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-2}$ .

ПЭС определяется по задержке радиосигнала проходящего через ионосферу. Передача сигнала на двух частотах позволяет полностью учесть данный эффект, что используется в радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами (РСДБ) и в глобальных навигационных спутниковых системах (ГНСС). В настоящий момент времени ГНСС является наиболее удобной технологией для определения ПЭС, так как приемная аппаратура наиболее дёшева среди аналогов, а созвездия имеющихся систем ГНСС (GPS,

ГЛОНАСС, Galileo и Baidou) обеспечивают достаточно плотное покрытие небесной сферы для наблюдателя. Для ГНСС ПЭС можно получить исходя из методики описанной в [1].

## **Определение полного содержания электронов в ионосфере над Антарктидой**

К настоящему времени выполнено уже достаточно много работ [2–4] по определению ТЕС над Антарктидой. Как правило, все работы выполнялись на основе наблюдений ГНСС, либо на основе измерений сигнала спутниковых альtimетрических миссий. Вместе с тем, необходимо отметить следующие недостатки данных работ, органически вытекающие из условий их проведения. Практически все наблюдательные пункты, на которых установлены ГНСС-приемники расположены на побережье Антарктиды, то есть в зоне широт от  $63^{\circ}$  до  $78^{\circ}$  южной широты. Учитывая тот факт, что наклонение орбит спутников GPS составляет  $55^{\circ}$ , а спутников ГЛОНАСС  $64,8^{\circ}$  становится ясно, что определение полного электронного содержания прямо над наблюдательными пунктами затруднительно. Прямо над приемником могут проходить только спутники ГЛОНАСС, для спутников системы GPS минимальное зенитное расстояние  $z$  около  $15^{\circ}$ . Таким образом, из ГНСС-наблюдений выполняемых на побережье, невозможно построить карту ионосферы, покрывающую собственно побережье Антарктиды и полосу южной территории глубиной около 400 км. Для определения полного электронного содержания над данными территориями наблюдения должны выполняться существенно южнее. Одним из наиболее удобных мест для установки приемника с данной целью является российская антарктическая станция “Восток”.

### **Наблюдательные данные**

Для организации ГНСС-пункта на станции “Восток” кафедрой астрономии СПбГУ был предоставлен высокоточный двухчастотный геодезический ГНСС-приемник JAVAD TRIUMPH-1 с возможностью фазовых измерений. Приемник двухсистемный, ведется прием сигналов GPS и ГЛОНАСС. Для долговременного закрепления пунктов были подготовлены металлические марки с винтовой резьбой.

Тестирование приемной аппаратуры выполнялось на станции “Прогресс”. Для выполнения наблюдений на устойчивом скальном основании была закреплена подготовленная марка с винтовой резьбой. На неё был установлен ГНСС-приемник. Наблюдения были начаты 9 января 2016 года и окончились 1 февраля 2016 года. Таким образом, был получен 24-дневный ряд ГНСС-наблюдений. Обработка измерений показала высокое качество измеренного материала, то есть кодовых псевдодальностей и фаз несущих сигналов.

В первых числах февраля 2016 года по прибытии экспедиции на станцию “Восток” был оборудован пункт для установки приемной аппаратуры. С этой целью в фирн был вертикально вморожен брус  $100 \times 100 \times 3000$  мм, на котором оборудована площадка для установки приемника (см. рис. 1), а также размещения греющего кабеля и радиопрозрачного купола. С 7-го февраля 2016 г. начались постоянные измерения на оборудованном пункте. Наблюдения на данном пункте продолжались непрерывно в течение года, до 31 января 2017 года, были пропущены наблюдения только 12 октября 2016 года. Интервал между измерениями — 30 секунд.

На основе данных наблюдений были получены координаты пункта и его скорость [5, 6]. Полученные скорости наблюдений хорошо согласуются с результатами спутниковых радарных измерений.



Рис. 1. Установка приемника на станции “Восток”.

### Обработка данных и результаты

ПЭС вычислялся на основе только кодовых измерений, из линейной комбинации псевдодальностей полученных на двух частотах для каждого спутника вычислялось наклонное содержание электронов в ионосфере (вдоль луча зрения), после чего на основе картирующей функции, так же описанной в [1], определялось вертикальное содержание электронов в ионосфере для каждого спутника. Высота проводящего слоя бралась равной 350 км. Итоговый результат был получен простым усреднением. В программе, которая вычисляет значения ПЭС, заложено условие фильтрации заведомо ложных значений ПЭС (слишком больших и слишком маленьких), вертикальные ПЭС от спутников, не проходящие по этим условиям, не участвуют в выводе итогового значения ПЭС. Для проверки адекватности полученных нами результатов мы использовали данные глобальных ионосферных карт, представляемых CODE, очевидно, что наши результаты должны быть достаточно близки к ним.

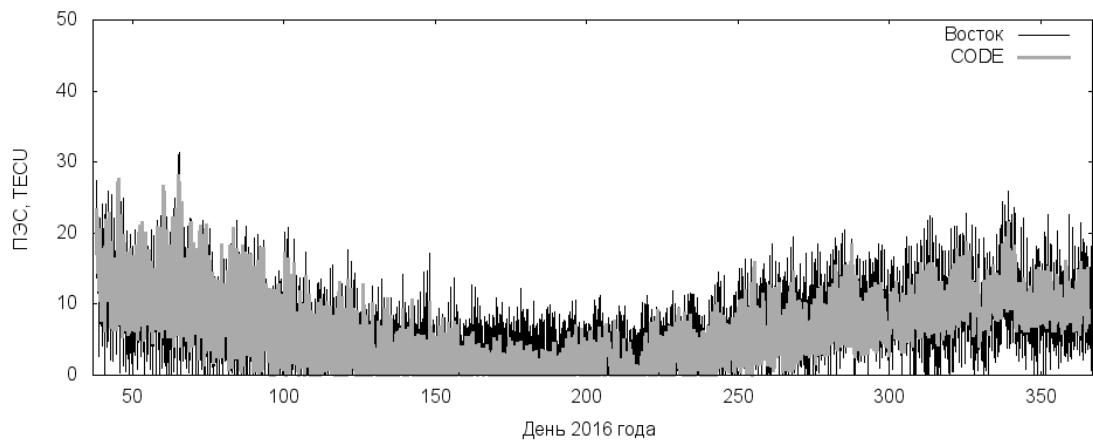
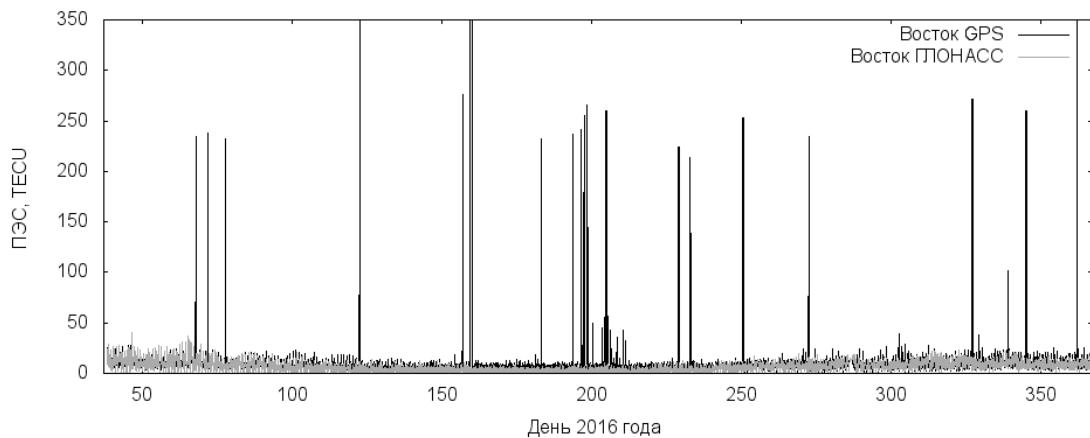


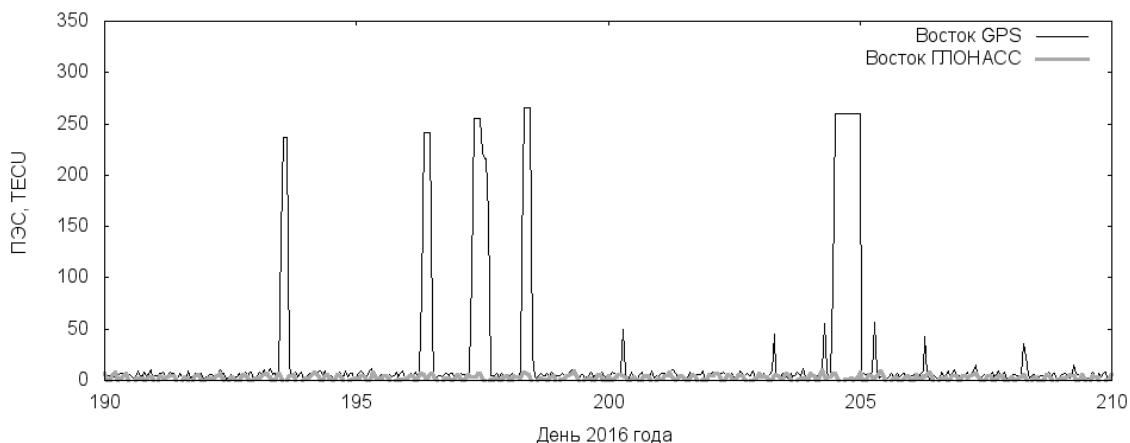
Рис. 2. Ряд ПЭС за 2016 год, полученный по результатам ГНСС-измерений на станции “Восток” (черная линия) в сравнении с рядом, рассчитанным на основе данных CODE (серая линия).

Нам представлялось интересным сравнить результаты, полученные из наблюдений GPS и ГЛОНАСС, особенно учитывая тот факт, что наблюдения производились в крайне высоких широтах, в которых ГЛОНАСС должен работать лучше.

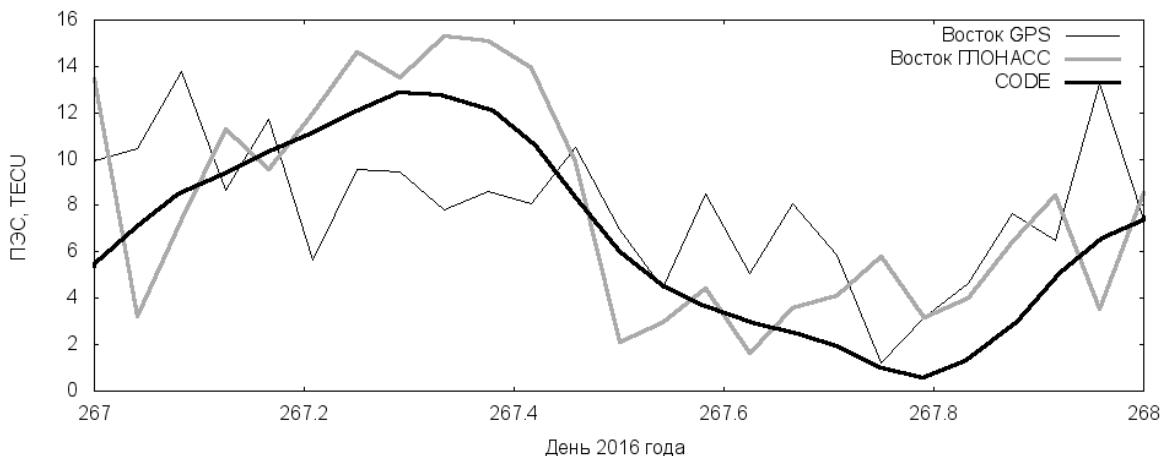


**Рис. 3.** Ряд ПЭС за 2016 год, полученный по результатам GPS-измерений на станции “Восток” в сравнении с рядом, рассчитанным на основе ГЛОНАСС-измерений там же.

Из сравнения графиков видно, что ПЭС, посчитанный по ГЛОНАСС, очень хорошо согласуется с ПЭС, посчитанным по GPS, и, они оба хорошо согласуются со значениями ПЭС, предоставляемыми CODE. В то же время, если убрать условие фильтрации заведомо ложных данных, то картина измениться. Станут заметны очень сильные выбросы, около 250 TECU, которые заметны летом 2016 года, в ряде ПЭС, полученном по GPS. В ряде, полученном по ГЛОНАСС, подобные выбросы отсутствуют. В настоящее время мы не можем определить причины этих выбросов. Мы не нашли каких либо корреляций по времени этих выбросов с геомагнитными событиями на станции Восток. Возможно, что причины выбросов носят инструментальный характер, их наибольшее скопление приходится на июнь-август 2016 года, которые соответствуют зиме в Южном полушарии, и самым суровым климатическим условиям. Возможно, имели место инструментальные ошибки, правда, в этом случае непонятно почему данных выбросов нет в рядах, полученных по ГЛОНАСС. Пока мы можем рассматривать данную ситуацию как подтверждение более высокой работоспособности системы ГЛОНАСС в высоких широтах.



**Рис. 4.** Ряд ПЭС полученный по результатам GPS-измерений на станции “Восток” в сравнении с рядом, рассчитанным на основе ГЛОНАСС-измерений там же, промежуток времени с 8 по 28 июля 2016 года.



**Рис. 5.** Ряд ПЭС полученный по результатам GPS-измерений на станции “Восток” в сравнении с рядом, рассчитанным на основе ГЛОНАСС-измерений там же, и с данными, предоставляемыми CODE на 23 сентября 2016 года.

### Заключение

Обработан годичный ряд наблюдений на станции “Восток”. Получен ряд полного электронного содержания ионосферы над антарктической станцией “Восток”. Отмечены выбросы в значениях ПЭС, рассчитанных по данным GPS измерений, при отсутствии подобных выбросов в значениях, рассчитанных по ГЛОНАСС измерениям, что можно предварительно трактовать как одно из доказательств большей работоспособности ГЛОНАСС в условиях высоких широт. Для окончательного разъяснения вопроса наблюдения будут продолжены.

### Литература

1. Alizadeh M.M., Wijaya D.D., Hobiger T., et al. Ionospheric Effects on Microwave Signals. In: Böhm J., Schuh H. (eds) Atmospheric Effects in Space Geodesy. Springer Atmospheric Sciences. Springer, Berlin, Heidelberg. 2013
2. Sulaiman, S., Mohd. Ali, M.A., & Yatim, B. Ionospheric GPS-TEC observations at Scott Base Antarctica during 2004. In 2007 Asia-Pacific Conference on Applied Electromagnetics Proceedings, APACE2007 [4603924] DOI: 10.1109/APACE.2007.4603924
3. Purohit, Pramod & Bhawre, Dr. Purushottam & Mansoori, Azad & et al. GPS derived Total Electron Content (TEC) variations over Indian Antarctica station Maitri // World Acad. Sci., Eng. Technol. 2011. 59. 597-599.
4. Correia, Emilia; Junqueira Paz, Armando; Gende, Mauricio Alfredo. Characterization of GPS total electron content (GPS-TEC) in Antarctica from 2004 to 2011 // Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia; Annals Of Geophysics; 56; 2; 4-2013; 1-5
5. Петров С.Д., Серов Ю.А., Чекунов И.В. и др. Геодезические измерения на антарктической станции Восток / Труды Всероссийской научно-практической конференции «Совершенствование средств и методов сбора и обработки геопространственной информации и системы подготовки специалистов в области топогеодезического и навигационного обеспечения» Санкт-Петербург. ВКА им. А.Ф. Можайского. 2016. с. 440-444
6. Д.А. Трофимов, Ю.А. Серов, С.Д. Петров, и др. ГНСС-наблюдения на станции Восток / Геодезия, картография, геоинформатика и кадастры, от идеи до внедрения. Сборник материалов II научно-практической конференции. 2017, с. 74-80.

**DETERMINATION OF THE PARAMETERS OF THE IONOSPHERE  
BY GNSS-OBSERVATIONS AT ANTARCTIC STATION VOSTOK**

**Trofimov D.A.<sup>1</sup>, Petrov S.D.<sup>1</sup>, Serov Yu.A.<sup>2</sup>, Chekunov I.V.<sup>3</sup>, Smirnov S.S.<sup>1</sup>, Troshichev O.A.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*St. Petersburg State University, St. Petersburg, Russia*

<sup>2</sup>*Arctic and Antarctic Research Institute, St. Petersburg, Russia*

<sup>3</sup>*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

The article deals with the problem of determining the parameters of the ionosphere, first of all the electron content (TEC) in the conducting layer. Currently, GNSS is one of the cheapest and most common ways to determine TEC. Based on the available GNSS observations made at the Antarctic Vostok station, the authors obtained the values of the ionospheric delay, which later will allow to determine the TEC and to construct maps of its distribution in the vicinity of Vostok station.

## **Секция 6**

# **ИСТОРИЯ АСТРОНОМИИ**



## **ПАМЯТИ АСТРОНОМА В.К. АБАЛАКИНА**

**Степанов А.В., Девяткин А.В., Толбин С.В.**

*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия*

*Приводятся сведения о научно-организационной работе астронома В.К. Абалакина.*



Виктор Кузьмич Абалакин родился 27 августа 1930 г. в Одессе. Отец В.К. Абалакина был инженером-судостроителем. Как истинный одессит, вначале В.К. Абалакин решил поступать в Водный институт, но медицинская комиссия не приняла юношу из-за зрения, предложив зачислить его на отделение экономики. Однако Виктор Кузьмич, увлекаясь в юношеские годы наукой о небе, предпочел сдавать экзамен еще раз в другой ВУЗ и поступил в 1948 г. в Одесский государственный университет (ОГУ) им. И.И. Мечникова на астрономическое отделение физико-математического факультета, которое он и окончил с отличием в 1953 г. по специальности «астрономия».

После окончания университета В.К. Абалакин был направлен в Москву, где стал учеником выдающегося ученого академика Отто Юльевича Шмидта. В 1953–1955 гг. В.К. Абалакин работал младшим научным сотрудником отдела эволюции Земли Геофизического института АН СССР. После 2-х лет работы в Москве распоряжением Президиума АН СССР Виктор Кузьмич был переведен в Ленинград, где с 1955 г. по 1957 г. работал в Институте теоретической астрономии (ИТА) АН СССР в отделе Астрономического ежегодника под руководством известного астронома Д.К. Куликова. Именно в

этот период Виктор Кузьмич выполнил свою первую значимую научную работу в области небесной механики. Им было проведено исследование устойчивости движения в окрестности точек либрации вращающегося трехосного эллипсоида, которое стало теоретическим обоснованием для запуска геостационарных спутников. Эта работа и в настоящее время имеет важное значение, поскольку для космической связи и военных целей широко используются многочисленные геостационарные спутники Земли. Виктор Кузьмич выбрал для себя стезю практика, а не теоретика. Он занимался только тем, что доступно наблюдениям: определением движения небесных тел, звездных скоплений и их динамикой – тем, что называется небесной механикой.

В 1957 году В.К. Абалакин поступил в аспирантуру ОГУ, где под руководством члена-корреспондента АН УССР видного астронома В.П. Цесевича получил важные результаты в области звездной динамики. Им было выполнено доказательство существования периодических орбит типа «розеток», по которым движутся звезды в самосогласованных гравитационных полях эллипсоидальных звездных скоплений. Эта работа стала основой кандидатской диссертации В.К. Абалакина, успешно защищенной им в Ленинградском государственном университете в 1961 г.

После окончания в 1960 г. аспирантуры при Одесском университете Абалакин работал в 1960–1963 гг. в обсерватории Одесского университета в должности научного сотрудника, а в 1963–1965 гг. был доцентом кафедры астрономии ОГУ. В 1963 г. ему было присвоено звание старшего научного сотрудника.

Осенью 1964 г. по приглашению директора ИТА В.К. Абалакин принял участие в конкурсе на замещение вакантной должности заведующего отделом Астрономического ежегодника СССР. После избрания на эту должность Виктор Кузьмич почти тридцать лет бессменно руководил работой Отдела. В этот период В.К. Абалакин полностью сформировался как крупный ученый и организатор науки в нашей стране. Он стал ведущим специалистом в области эфемеридной астрономии, звездной динамики, теоретической астрономии и небесной механики.

В конце 1983 г. постановлением Президиума АН СССР Виктор Кузьмич Абалакин был назначен директором Главной (Пулковской) астрономической обсерватории Академии наук СССР (с 1991 г. ГАО РАН), которой он успешно руководил в течение 17 лет. Он возглавлял Ученый и Диссертационные советы Обсерватории, а также вёл Объединенный астрометрический семинар.

Несмотря на большую занятость на посту директора Пулковской обсерватории, Виктор Кузьмич до 1994 г. на общественных началах продолжал руководить в ИТА работой отдела Астрономического ежегодника СССР и принимал активное участие в научной и организационной деятельности самого Института.

В сложнейший период истории нашей страны в 90-е годы прошлого века, негативно отразившийся и на жизни науки в России (в том числе и астрономии), Виктор Кузьмич сумел сохранить научный потенциал Обсерватории и традиционные направления её исследований. Научная деятельность обсерватории охватывает практически все приоритетные направления фундаментальных исследований современной астрономии: небесная механика и звёздная динамика, астрометрия, Солнце и солнечно-земные связи, физика и эволюция звёзд, внегалактическая астрономия. Пулковская обсерватория продолжила оставаться ведущим астрономическим учреждением страны.

Указом Президента Российской Федерации № 275 в 1997 г. Пулковская обсерватория была включена в «Государственный свод особо ценных объектов культурного наследия народов Российской Федерации».

С 2000 г. Виктор Кузьмич Абалакин был назначен на должность советника Российской Академии наук и продолжил до конца своих дней плодотворно работать в Пулковской обсерватории.

Основные научные работы В.К. Абалакина относятся к небесной механике, эфемеридной астрономии, звездной динамике, геодинамике и истории астрономии. Он автор более 150 публикаций и шести монографий, две из которых изданы за рубежом на английском языке.

С 1957 г., когда первый искусственный спутник Земли (ИСЗ) вышел на орбиту вокруг нашей планеты, задачи эфемеридной астрономии, помимо традиционных – таких как разработка теорий определения координатных систем, вычисление точных значений фундаментальных и астрономических постоянных, составление астрономических ежегодников, таблиц и их компьютерных версий – пополнились вычислениями эфемерид для наблюдения ИСЗ, космических аппаратов и естественных тел Солнечной системы. Причем к традиционным оптическим наблюдениям добавились еще радиотехнические и лазерные, необходимые для радиолокации и светолокации планет и их спутников (в т.ч. и Луны).

Виктором Кузьмичом был внесен большой вклад в решении этих новых научных задач и проблем. Им был разработан соответствующий математический аппарат и составлены программы для ЭВМ. Он участвовал в разработке основных принципов использования лазерных светолокационных наблюдений Луны для решения задач гео- и сelenодинамики. В монографии Абалакина «Основы эфемеридной астрономии» (1979), а также в ряде написанных им разделов «Справочного руководства по небесной механике, астрономии и астродинамике» (1971, 1976) эфемеридная астрономия получила окончательное оформление как самостоятельная область науки. Необходимо отметить также монографию «Геодезия, геодезическая астрономия и астрометрия» (1997).

В 1978 г. Виктор Кузьмич успешно защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Он стал соавтором цикла работ по созданию единой релятивистской теории движения внутренних планет Солнечной системы, удостоенной Государственной премии СССР в области науки и техники 1982 г.

В декабре 1987 г. на общем собрании АН СССР Виктор Кузьмич Абалакин был избран членом-корреспондентом Академии наук СССР по Отделению общей физики и астрономии, специализация "астрономия, астрофизика и космическая физика".

В.К. Абалакин свободно владел английским, немецким, французским, польским и другими языками. В сочетании с высокой профессиональной эрудицией и открытостью характера Виктор Кузьмич внес большой вклад в развитие международного научного сотрудничества астрономических учреждений разных стран. Продолжил сложившуюся у директоров Пулковской обсерватории с момента её основания традицию тесного и плодотворного научного и личного общения с зарубежными учеными.

Примером такого сотрудничества может служить книга В.К. Абалакина «О.В. Струве – Дж.В. Скиапарелли. Переписка 1859–1904» (изд. Наука, 2006) – многолетний фундаментальный труд по истории астрономии, темой которой Виктор Кузьмич увлеченно занимался многие годы. В статье известного историка астрономии Еремеевой А.И. («Посвятившие жизнь астрономии». «Земля и Вселенная», № 5, 2006), приведен подробный и глубокий анализ содержания книги Абалакина, из которого следует, «что в 296 письмах и шести приложениях, составляющих главное её содержание, отражена обстановка, в которой протекала творческая жизнь двух замечательных ученых и общественных деятелей России и Италии...» «Эта книга точно передает дух прошлых времен, стиль и манеру общения ученых».

Работая в наших и зарубежных архивах, Виктор Кузьмич собрал и обработал уникальный материал. «Широта научных интересов и знание многих иностранных языков позволили ему глубоко проникнуть и в проблемы истории астрономии». Особо интересно отметить, «что в 30-е гг. XX в. подобные планы – собрать и опубликовать переписку В.Я. и О.В. Струве с западноевропейскими астрономами – задумывал директор

Пулкова Б.П. Герасимович. Теперь эти планы впервые начали осуществляться в книге В.К. Абалакина, появление которой – результат грандиозного и самоотверженного труда её автора-составителя».

Имя Виктора Кузьмича Абалакина хорошо известно всем зарубежным ведущим астрономам. Он – один из часто цитируемых авторов. Известны его переводы на русский язык монографий известных ученых специалистов по небесной механике – Д. Брауэра и Дж. Клеменса (1964), Л. Лихтенштейна (1965) и А. Пуанкаре (1972), а также с русского на немецкий язык монографии Г.Ф. Хильми (1961).

С 1967 г. Виктор Кузьмич Абалакин был членом Международного астрономического союза (МАС), а с 1974 г. – членом международного общества «Astronomische Gesellschaft». В 1973 г. он был избран вице-президентом комиссии № 4 «Эфемериды» МАС, а в 1976–1979 гг. стал президентом этой комиссии. Он был также членом ряда других комиссий и рабочих групп МАС и Европейского астрономического союза. Он был Председателем Правления Фонда Интернет-культуры (с 1999), членом Санкт-Петербургского научного центра РАН, членом Санкт-Петербургского отделения Российской Пагуошского комитета РАН.

Многие годы Виктор Кузьмич активно занимался научно-просветительской работой. Ещё в студенческие годы он вступил во Всесоюзное астрономо-геодезическое общество. С 1975 г. был председателем районной организации общества «Знание» г. Ленинграда. Он являлся автором ряда статей в Большой Советской Энциклопедии, а с 1989 г. был главным редактором научно-популярного журнала Президиума РАН «Земля и Вселенная».

Абалакин В.К. был награжден орденом "За заслуги перед Отечеством. II степени" (2006).

Именем В.К. Абалакина назван астероид (2722 Abalakin), открытый Н.С. Черных 1 апреля 1976 года в Крымской астрофизической обсерватории.

Благодаря исключительной доброжелательности и вниманию ко всем, с кем сталкивалась судьба Виктора Кузьмича, он пользовался большим авторитетом и глубоким уважением до самых последних своих дней. Он был человеком с необычайно широким кругом интересов, с большим чувством юмора, неиссякаемым оптимизмом, жизнерадостью и редким обаянием.

В.К. Абалакин умер 23 апреля 2018 г.

## MEMORIES OF ASTRONOMER V.K.ABALAKIN

Stepanov A.V., Devyatkin A.V., Tolbin S.V.

*Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia*

The article describes scientific activity astronomer V.K. Abalakin.

## ПАМЯТИ ПУЛКОВСКОГО АСТРОФИЗИКА Ю.Н. ГНЕДИНА

**Степанов А.В., Девяткин А.В.**  
ГАО РАН, Санкт-Петербург, Россия

*Приводятся сведения о научной работе в ГАО РАН астрофизика, д.ф.-м.н. Ю.Н. Гнедина.*



Выдающийся советский и российский астрофизик, доктор физико-математических наук, профессор, академик РАН, педагог и организатор науки, лауреат премии имени акад. А.А. Белопольского Юрий Николаевич Гнедин родился в Туле. В 1959 г. он окончил Ленинградский политехнический институт, физико-механический факультет. В 1959–1984 гг. работал в Физико-техническом институте им. А.Ф. Иоффе. С 1984 г. на протяжении более 30 лет он был на посту заместителя директора ГАО РАН по научной работе, заведовал Астрофизическим отделом.

В круг научных интересов Юрия Николаевича входили практически все области современной астрофизики, развитие которой неразрывно связано с его пионерскими работами в области теории переноса поляризованного излучения, поляризации вакуума, генерации высокоэнергичного излучения в тесных двойных системах и активных ядрах галактик, физики комет, космомикрофизики и космологии. Совместно с Р.А. Сюняевым им было предсказано существование циклотронных линий в спектрах аккрецирующих нейтронных звезд. Под его руководством был разработан принципиально новый метод определения величин магнитных полей космических источников на основе поляриметрических наблюдений.

Юрий Николаевич был талантливым организатором науки. Он входил в состав Ученого совета ГАО РАН и целого ряда диссертационных советов ведущих научных Учреждений России, был членом Научного совета по астрономии ОФН РАН, а также членом Международного астрономического союза.

На протяжении 23 лет Ю.Н. Гнедин возглавлял Комитет по тематике больших телескопов (КТБТ), определяя стратегию развития наблюдательной астрофизики нашей страны.

Ю.Н. Гнедин был выдающимся педагогом и блестящим лектором. Им были созданы курсы лекций по релятивистской астрофизике, общей теории относительности и современным проблемам астрофизики, которые на протяжении многих лет он читал студентам Технического Университета Санкт-Петербурга. Юрий Николаевич был руководителем большого числа аспирантов, соискателей и докторантов.

Большой вклад Ю.Н. Гнедина в развитие российской науки и повышение ее престижа на международном уровне были отмечены премией им. академика А.А. Белопольского (1987 г.), Государственной стипендией выдающимся ученым Российской Федерации (1994 г.), медалью ордена «За заслуги перед отечеством» II степени (2006).

Ю.Н. Гнедин был автором более 340 научных трудов.

В честь Ю.Н. Гнедина названа малая планета (5084) Гнедин (Gnedin).

Ю.Н. Гнедин скончался 27 марта 2018 года.

## MEMORIES OF PULKOVY ASTROPHYSICS YU.N. GNEDIN

**Stepanov A.V., Devyatkin A.V.**

*Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia*

The article describes scientific activity of Pulkovo astrophysics Yu.N. Gnedin.

## **ПАМЯТИ ПУЛКОВСКОГО АСТРОНОМА А.Н. ДАДАЕВА**

**Девяткин А.В., Соболева Т.В.**

*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия*

*Приводятся сведения о научной работе в ГАО РАН астронома, к.ф.-м.н. А.Н. Дадаева.*



Александр Николаевич Дадаев родился 5 октября 1918 г. в Петрограде (ныне Санкт-Петербург). Отец Николай Николаевич Дадаев работал в типографии, мать Да-ряя Александровна была домохозяйкой. Из-за болезни отца в 1921 г. семья переехала в г. Ростов Ярославской обл. Там А.Н. Дадаев в 1936 г. окончил школу. В том же году он был зачислен без экзаменов на математико-механический факультет Ленинградского государственного университета. В 1940 г. он проходил практику в Пулковской обсерватории. А.Н. Дадаев окончил ЛГУ в июне 1941 г., но работать по специальности ему не пришлось. В начале Великой Отечественной войны молодой астроном добровольно ушёл на фронт.

В течение пяти лет Александр Николаевич служил в Красной армии, сначала рядовым, затем в должности командира взвода. Большей частью он находился на Ленинградском фронте. В декабре 1941 г. был ранен в боях на Невском пятачке. После ранения находился в госпитале в осаждённом Ленинграде. С августа 1942 г. по декабрь 1944 г. служил в 3-м Военно-топографическом отряде Ленинградского фронта. Нередко выполнял задания в районе Пулковских высот. А.Н. Дадаев принимал участие в прорыве блокады Ленинграда, в боях под Псковом и Нарвой, на Карельском перешейке, в Эстонии. В декабре 1944 г. его направили на курсы младших лейтенантов артиллерии, по окончании которых в апреле 1945 г. он служил на 1-м Украинском фронте. Последний

год службы, с мая 1945 г. по июль 1946 г., Александр Николаевич находился в Советских оккупационных войсках в Германии.

После демобилизации А.Н. Дадаев вернулся в Ленинград и до февраля 1948 г. работал в Астрономической обсерватории ЛГУ. Но из-за отсутствия квартиры и усложнившихся материальных условий (он уже был женат) ему пришлось уехать в Вышний Волочёк, где проживала жена Раиса Николаевна с дочерью. С февраля по октябрь 1948 г. он преподавал в Вышневолоцком училищном институте.

С октября 1948 г. по октябрь 1951 г. А.Н. Дадаев учился в аспирантуре ГАО под руководством В.А. Крата. В декабре 1951 г. он успешно защитил диссертацию на тему «Природа горячих сверхгигантов». В мае 1952 г. ему была присуждена учёная степень кандидата физико-математических наук. В октябре 1985 г. ему было присвоено учёное звание старшего научного сотрудника.

С октября 1951 г. А.Н. Дадаев зачислен на должность младшего научного сотрудника. С марта 1953 г. по май 1965 г. он работал учёным секретарём, с мая 1965 г. он заведовал Астрофизической лабораторией, а с сентября 1974 г. по декабрь 1986 г. был старшим научным сотрудником.

А.Н. Дадаев являлся специалистом в области исследования затменных переменных звёзд, особенно системы β Лиры. С 1955 г. он был членом МАС и его комиссии № 42, состоял также членом комиссии по исследованию переменных звёзд при Астрокомиссии АН СССР. Он неоднократно представлял Пулковскую обсерваторию на международных съездах. Он сыграл важную роль в организации астрономической обсерватории в Монголии.

Александр Николаевич известен своими работами по истории астрономии, научно-популярными статьями. Значительный вклад он внёс в исследования по истории Пулковской обсерватории. Книга А.Н. Дадаева «Пулковская обсерватория», изданная в 1972 г., по сей день является важным источником информации.

Будучи на пенсии с 1986 г., Александр Николаевич продолжал заниматься историческими исследованиями. Он написал около 100 биографических очерков о пулковских астрономах. Особенно его интересовала личность Н.А. Козырева и его теория времени. В последние годы жизни он пытался осмыслить проблему времени. А.Н. Дадаева можно назвать историографом Пулковской обсерватории.

А.Н. Дадаев награжден правительственные наградами: медали «За оборону Ленинграда» (1943), «За отвагу» (1944), «За победу над Германией» (1945) и 7 юбилейных.

Александр Николаевич Дадаев скончался 14 января 2016 г., похоронен на Мемориальном кладбище Пулковской обсерватории.

## MEMORIES OF PULKOVY ASTRONOMER A.N. DADAEV

**Devyatkin A.V., Soboleva T.V.**

*Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia*

The article describes scientific activity of Pulkovo astronomer A.N. Dadaev.

## **ПАМЯТИ ПУЛКОВСКОГО АСТРОМЕТРИСТА Г.Д. БАТУРИНОЙ**

**Девяткин А.В., Соболева Т.В.**

*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия*

*Приводятся сведения о научной работе в ГАО РАН астрометриста, наблюдателя, к.ф.-м.н. Г.Д. Батуриной.*



Галина Дмитриевна родилась 1 августа 1932 г. в селе Андреевка Илишевского района БАССР (ныне Республика Башкортостан). Отец Дмитрий Георгиевич был бухгалтером, мать Надежда Георгиевна работала учительницей.

В 1950 г. Галина Дмитриевна поступила на физико-математический факультет Казанского государственного университета им. В.И. Ульянова-Ленина. Во время учёбы она проявила большие способности к научно-исследовательской деятельности, и рекомендацию в аспирантуру ей написал проф. И.А. Дюков. На последнем курсе она работала лаборантом кафедры астрономии. В 1955 г. Г.Д. Батурина окончила университет по специальности «астрономия» (астрометрия) и была направлена в Главную (Пулковскую) астрономическую обсерваторию АН СССР. Вся трудовая жизнь Галины Дмитриевны прошла в стенах Пулковской обсерватории: в 1955 г. она зачислена на должность лаборанта в Отдел фундаментальной астрометрии, с 1958 г. — старший лаборант, с

1961 г. — младший научный сотрудник, с декабря 1986 г. — научный сотрудник, с 1990 г. до 2008 г. — старший научный сотрудник.

С 1967 г. по 1971 г. Г.Д. Батурина проходила обучение в заочной аспирантуре ГАО. Её научным руководителем был М.С. Зверев. 26 апреля 1974 г. она защитила диссертацию на тему «Сводный каталог дополнительных звёзд КСЗ в областях с внегалактическими туманностями». В 1974 г. ей присуждена учёная степень кандидата физико-математических наук. В 1998 г. Галине Дмитриевне присвоено учёное звание старшего научного сотрудника.

Г.Д. Батурина была активным наблюдателем, участвовала в создании ряда каталогов, полученных по наблюдениям на меридианных инструментах. Ею проведено более 21 000 наблюдений на меридианном круге Тепфера, МК-200, вертикальном круге Эртеля-Струве на Горной станции. Г.Д. Батурина была руководителем группы МК-200 в 1986–1989 гг. С 1986 г. она участвовала в наблюдениях тел Солнечной системы на Большом пассажном инструменте Эртеля-Струве (БПИ) на Горной станции ГАО, их обработке и анализе результатов наблюдений. Для БПИ ею был разработан метод учёта параметров инструмента и анализа их изменений во время наблюдений, что позволило получить высокоточные положения Солнца и больших планет. В 1993–1999 гг. Г.Д. Батурина наблюдала на БПИ, провела обработку около 4 000 наблюдений на нём. Она участвовала в анализе пятилетнего ряда наблюдений на БПИ на Горной станции. Г.Д. Батуриной проведена большая работа по сбору и анализу материалов наблюдений на БПИ за все годы его существования. Она активно участвовала в работе по обработке ПЗС-наблюдений астероидов, комет, спутников больших планет, выполненных на ЗА-320М. Г.Д. Батурина опубликовала более 100 научных работ.

Галина Дмитриевна была членом музеиного комитета, секретарем первичной организации общества «Знание», заведовала экскурсионной группой и сама много лет проводила экскурсии по Пулковской обсерватории, читала научно-популярные лекции.

Галина Дмитриевна Батурина скончалась 21 марта 2018 г., похоронена на Мемориальном кладбище Пулковской обсерватории.

## MEMORIES OF PULKOVOST ASTROMERIST G.D.BATURINA

**Devyatkin A.V., Soboleva T.V.**

*Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia*

The article describes scientific activity of Pulkovo astrometrist G.D. Baturina.

## **ПАМЯТИ ПУЛКОВСКОГО АСТРОНОМА О.П. БЫКОВА**

**Девяткин А.В., Соболева Т.В.**

*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия*

*Приводятся сведения о научной работе в ГАО РАН астронома, к.ф.-м.н. О.П. Быкова.*



Олег Павлович Быков родился 13 апреля 1938 г. в Ленинграде. Родители Быков Павел Дмитриевич и Смирнова Анна Никитична работали на фабрике «Равенство». Отец в 1941 г. ушёл на фронт, был в плену, в 1945 г. вернулся на родину. Олег Павлович с матерью безвыездно находился в блокадном Ленинграде.

Окончив школу в 1956 г., О.П. Быков поступил в Ленинградский топографический техникум. В 1959 г. по распределению уехал работать в Якутию, где работал в геодезическом отряде. В конце 1959 г. он был призван в ряды Советской армии, где в топографических частях продолжил занятия геодезическими работами. Он участвовал в высокоширотных астрономических определениях широт, долгот и азимутов на пунктах триангуляции I класса. В 1962 г. О.П. Быков поступил в Ленинградский государственный университет, на астрономическое отделение математико-механического факультета. В 1967 г. он получил диплом астронома и с апреля 1967 г. работал в Астрономической обсерватории ЛГУ (АО ЛГУ) в должности младшего научного сотрудника. В АО ЛГУ Олег Павлович проводил практические занятия со студентами, занимался спутниковой астрометрией и прикладной небесной механикой. В эти же годы началось его ак-

тивное сотрудничество с астрометристами Пулковской обсерватории. Совместно с А.А. Киселёвым Олег Павлович занимался разработкой методов оперативного определения орбит ИСЗ по наблюдениям одного прохождения спутника с одной станции слежения. Эта работа имела большое значение для эфемеридной службы.

С ноября 1978 г. О.П. Быков перешел на постоянную работу в Отдел фотографической астрометрии ГАО АН ССР. Вначале он работал младшим научным сотрудником, с декабря 1986 г. аттестован на должность научного сотрудника, а с декабря 1992 г. до июня 2011 г. Олег Павлович занимал должность старшего научного сотрудника.

В 1983 г. О.П. Быков защитил в Пулковской обсерватории кандидатскую диссертацию на тему «Определение орбит ИСЗ прямыми методами». В октябре 1983 г. ему присуждена учёная степень кандидата физико-математических наук. В декабре 1998 г. О.П. Быков был утверждён в учёном звании старшего научного сотрудника по специальности «астрометрия и небесная механика».

Работа О.П. Быкова в Пулковской обсерватории была связана с наблюдениями на 26-ти дюймовом рефракторе по имевшимся научным программам, а также с измерением и обработкой полученных фотографических пластинок. Им определены параллаксы компонент шести двойных звёзд с высокой точностью и исследованы относительные движения компонент четырех визуально-двойных звёзд. Работы по исследованиям двойных звёзд, в которые Олег Павлович внёс значительный вклад, были признаны достижениями РАН в области астрономии в 2015 и 2016 гг.

Значительную часть времени О.П. Быков уделял исследованиям в области развития и применения прямых методов определения орбит небесных тел из их позиционных наблюдений на короткой дуге: методу Лапласа и методу параметров видимого движения, предложенному А.А. Киселёвым, описанию видимых движений небесных тел на основе систем уравнений прямых методов.

В 1995 г. Олег Павлович выполнил большую работу по обоснованию возможности отождествления движущихся небесных объектов, наблюдавшихся с борта космического астрометрического телескопа «Струве». Результаты этой работы использовались сотрудниками Томского университета. В 1996–1998 гг. О.П. Быков обеспечивал эфемеридами ПЗС-наблюдения транспептуновых малых планет на БТА САО РАН. При этом было показано, что круговые орбиты метода ПВД могут применяться в целях эфемеридной службы объектов пояса Койпера на интервале до года от эпохи их определения.

Практическое применение нашли и разработанные О.П. Быковым методики отождествления планет по параметрам видимого движения и круговым орбитам, а также методики обработки ПЗС-наблюдений астероидов, находящихся в метеорных потоках и сближающихся с Землёй.

Большой интерес у астрономов и любителей астрономии вызывал анализ точности ПЗС-наблюдений астероидов, комет и ИСЗ, который выполнялся им для обсерваторий всего мира. Созданная Олегом Павловичем методика оценки точности ПЗС-наблюдений нумерованных малых планет и выполненные им с помощью программной системы EPOS исследования точности позиционных наблюдений астероидов для более 300 обсерваторий мира за период с 1998 г. по 2007 г. показали высокую внутреннюю точность современных ПЗС-наблюдений. Результаты своих оценок он доводил до наблюдателей, показывая возможности успешного применения пулковских идей, методов и программных систем. В этой области О.П. Быков активно сотрудничал с ИПА РАН и с рядом зарубежных учреждений, особенно с Лунно-планетной лабораторией Аризонского университета в США.

О.П. Быков — автор около 150 научных трудов, опубликованных в российских и зарубежных изданиях.

С 1970-х гг. с перерывами О.П. Быков вел в Санкт-Петербургском университете спецкурс «Определения орбит небесных тел», руководил курсовыми и дипломными работами студентов университета. В 2013 г. вышла в свет книга Быкова О.П. и Холшевникова К.В. «Прямые методы определения орбит небесных тел».

На протяжении многих лет Олег Павлович был бессменным секретарём астрометрического семинара ГАО. Помимо науки он занимался художественной фотографией, анализом астрономических сюжетов в художественной литературе, мемуарами научных семинаров. Его уникальный каллиграфический почерк можно видеть в многочисленных научных журналах и сотнях диссертаций, написанных в докомпьютерную эру. О.П. Быков был членом редколлегии стенгазеты «Пулковский меридиан», членом музеиного комитета, членом общества «Знание», проводил экскурсии по обсерватории.

В честь О.П. Быкова названа малая планета № 7726 (Olegbykov).

Олег Павлович Быков скончался 26 марта 2017 г.

## MEMORIES OF PULKOVY ASTRONOMER O.P. BYKOV

**Devyatkin A.V., Soboleva T.V.**

*Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia*

The article describes scientific activity of Pulkovo astronomer O.P. Bykov.

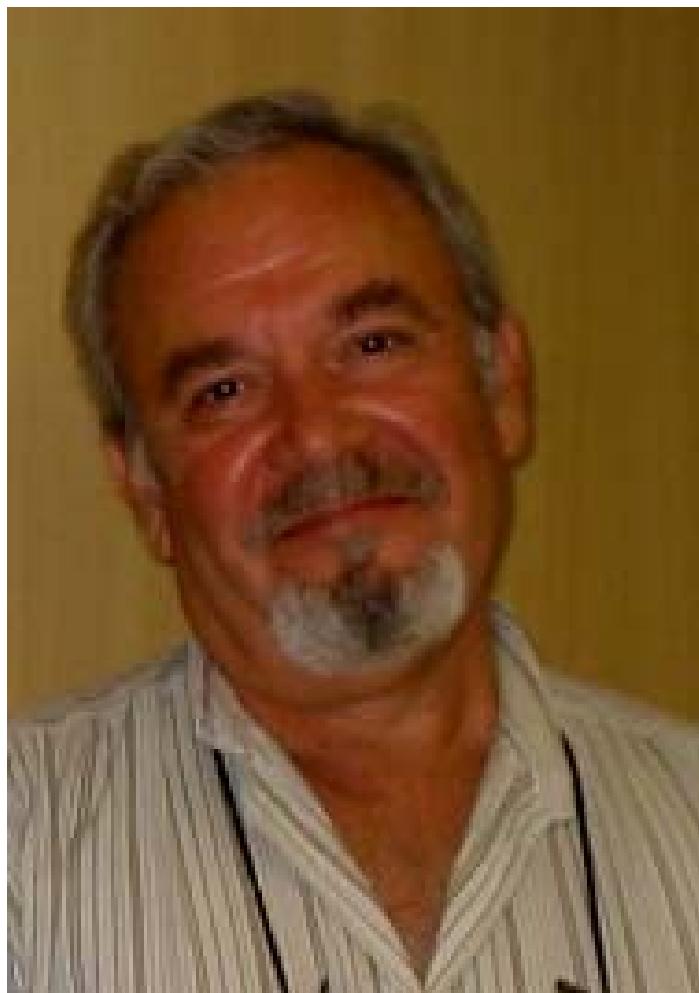


## **ПАМЯТИ ПУЛКОВСКОГО АСТРОНОМА Е.Г. ЖИЛИНСКОГО**

**Драке Н.А., Девяткин А.В., Соболева Т.В.**

*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия*

*Приводятся сведения о научной работе в ГАО РАН астронома, к.ф.-м.н. Е.Г. Жилинского.*



Евгений Германович Жилинский родился 21 сентября 1948 г. в пос. Эгвекинот Магаданского р-на Чукотского нац. округа. В 1966 г. он окончил школу в г. Алма-Ате и поступил в Харьковский университет. В 1968 г. перевёлся в ЛГУ, который окончил в 1972 г. С 1972 г. по 1975 г. учился в аспирантуре ГАО РАН. С ноября 1975 г. он был зачислен на должность младшего научного сотрудника ГАО, с декабря 1986 — научный сотрудник.

В 1981 г. он защитил кандидатскую диссертацию на тему «Исследование Пулковского фотографического вертикального круга».

В 1978 г. он был участником Шпицбергенской экспедиции. В 1985–1986 гг. он находился в командировке на Кубе для проведения наблюдений кометы Галлея. В 1981–1982 гг. он возглавлял астрометрическую группу ГАС ГАО. В конце 1980-х годов под его руководством на ГАС ГАО был перевезен и установлен телескоп МТМ-500. В эти же годы Е.Г. Жилинский занимался работами по привязке систем отсчета в оптическом и радио-диапазонах.

В 1993 г. по приглашению Национальной Обсерватории Бразилии в г. Рио-де-Жанейро он приехал в Бразилию. Здесь он продолжил начатые в Пулковской обсерватории исследования рассеянных скоплений в нашей Галактике. Были выполнены работы по идентификации рентгеновских источников в области рассеянного скопления M67, выполнены астрометрические и фотометрические исследования звезд в областях рассеянных скоплений NGC 1513, NGC 7243 и Trumpler 2.

В Национальной обсерватории Бразилии он исследовал вариации диаметра солнечного диска по измерениям на Астролябии Данжона. Эта работа проводилась в кооперации с обсерваторией Cote d'Azur и Парижской обсерваторией. Исследовались вариации измеряемого диаметра солнечного диска с солнечным циклом, а также с активными явлениями на коротких временных шкалах.

Он также активно участвовал в определении кинематических и динамических характеристик химически-пекулярных звезд нашей Галактики. Исследование кинематики 182 бариевых звезд – звезд, в спектрах которых наблюдаются сильные линии бария и других элементов s-процесса (процесса медленного захвата нейтронов). Помимо определения параметров атмосфер этих звезд и детального анализа их химического содержания, были определены вероятности принадлежности каждой исследуемой звезды тонкому и толстому дискам Галактики и гало. В результате кинематический анализ показал, что 90% бариевых звезд принадлежит населению тонкого диска.

Он исследовал звезду TYC 5619-109-1, которая имеет высокое содержание азота и алюминия и элементов, образованных в ходе медленного захвата нейтронов. Анализ измерений лучевых скоростей этой звезды не указывает на ее двойственность. Высказано предположение, что звезда TYC 5619-109-1 образовалась из вещества, ранее обогащенного элементами s-процесса, как это наблюдается во многих карликовых галактиках и шаровых скоплениях. Динамический анализ указывает на небольшую вероятность того, что эта звезда была выброшена из шарового скопления ω Сен.

Е.Г. Жилинский проводил также исследования сверхбыстрых звезд (Hypervelocity stars). Такие звезды имеют пространственные скорости, превышающие скорость убегания из Галактики, и являются естественным следствием наличия массивной черной дыры в центре нашей Галактики. Исследования звезд со сверхвысокими скоростями очень важны для оценки внешнего гало Галактики и позволяют лучше оценить его массу.

Е.Г. Жилинский активно участвовал в общественной жизни ГАО РАН. В 1982–1983 гг. он был председателем профкома обсерватории, в 1983 г. был секретарем партбюро.

Е.Г. Жилинский автор более 100 научных работ.

Евгений Германович Жилинский скончался 28 мая 2017 г., похоронен в г. Сан-Пауло (Бразилия).

## MEMORIES OF PULKOVY ASTRONOMER E.G. JILINSKI

**Drake N.A., Devyatkin A.V., Soboleva T.V.**

*Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia*

The article describes scientific activity of Pulkovo astronomer E.G. Jilinski.

## ПАМЯТИ Е.Я. ПРУДНИКОВОЙ

Горшков В.Л.

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

Как тут быть?  
Все в мире бренно –  
И крапива, и цветы.  
Только Пулково нетленно,  
С ним и Служба широты!

ЕЯП

6 января 2018 года не стало Елены Яковлевны Прудниковой.



Вот её собственноручная, крайне скромная научная биография:

01 августа 1967 г. Поступила на должность старшего лаборанта в отдел астрономических постоянных Главной астрономической обсерватории АН СССР.

03 августа – первая наблюдательская ночь на ЗТЛ-180.

В 1974 году после завершения программы на ЗТЛ180 продолжала наблюдать на ЗТФ-135.

01.04.1977 г. переведена на должность младшего н.с. в отдел «Вращения Земли» (по конкурсу).

06.05.1986 г.  
присвоено учёное  
звание младшего  
научного сотрудника.

Наблюдения с 1967 по 1974 гг. послужили материалом для диссертации на тему: «Изучение движения полюсов Земли и получение каталога склонений звезд по наблюдениям специальной программы», которую я защитила в 1988 г.

01.02.1991 г. – научный сотрудник.

04.11.1997 г. присвоено звание «Ветеран ГАО».

19.11.2015 г. уволена.



Здесь и годы наблюдений на инструментах в Пулково и Китабской широтной станции, и оперативная обработка наблюдений в режиме службы, и постоянные исследования инструментальных параметров, и десятки научных работ по проблемам вращения Земли, и постоянная работа в культурной и просветительской деятельности обсерватории, и ... обидно скромная

оценка этого труда в служебном списке в обсерватории, где наблюдения являются, по сути, основным родом деятельности.

Многие из нас работали с Еленой Яковлевной в обсерватории более сорока лет, занимаясь астрономическими наблюдениями и интерпретацией разных граней одного явления – вращения Земли и колебания её полюсов. Четыре телескопа служб времени и широты и их команды каждую ясную ночь из года в год фиксировали мгновенное значение этого вектора. Елена Яковлевна была продолжателем плеяды пулковских женщин астрономов-наблюдателей широтной группы – С.А. Романской, Л.Д. Костиной, Н.Р. Персияниновой.

Наблюдения дисциплинируют и со временем что-то меняют в ценностной ориентации учёного. Начинаешь понимать их первичность, абсолютную значимость для всего последующего знания. Наши наблюдения тем ценнее, чем больший период они охватывают. Видимо, поэтому последними работами Елены Яковлевны с коллегами были работы по истории широтных наблюдений в Пулкове, о ведущих специалистах службы широты, а также продолжение ряда колебаний полюса на десяток лет в прошлое на основе первых пулковских наблюдений.

У Вселенной другой масштаб времени, «здесь годы, там мгновенье». Вероятно, это же чувствовала Елена Яковлевна, когда писала в своих воспоминаниях о Пулкове:

*... иногда слышала даже от хороших наблюдателей, что им жаль времени, потраченного на наблюдения. Я при этом испытывала одно – мне было жаль говорившего. ... с ростом опыта росло осознание того, что, если что и остаётся после исследователя, так это именно наблюдения, которые он выполнил.*

Эта оценка роли наблюдений в жизни астронома перекликается у неё со словами третьего директора нашей обсерватории Ф.А. Бредихина:

*... нельзя сводить всю астрономию к одним вычислениям или к переворачиванию старых формул на новый лад. ... тот не астроном, кто не умеет сам наблюдать, потому что такой человек не может отнести критически к тому материалу, который кладётся им в основание своих вычислений и теоретических соображений (сб., Ф.А. Бредихин, М.: «Планета», 2013, 87).*

При наблюдениях чувство единства с международным сообществом Наблюдателей (именно так, с большой буквы) пересекается с ещё более возвышенным чувством – мы запечатлеваем, останавливаем мгновение Вселенной, тем самым микроскопически изменяя её саму своей сопричастностью. Такая вот «квантовая механика». Поколения наблюдателей, меняли представление о Вселенной, каждый в своей области наблюдения. Теперь это, в основном, технический аспект. Но перекладывая наблюдения на автоматы, мы при этом частично обкрадываем себя. Природа остается по ту сторону экрана компьютера. Возможно, мы понимаем её всё лучше, но чувствуем хуже. Иногда и вовсе не чувствуем, и это может плохо кончиться. Разумеется, для нас, не для природы.

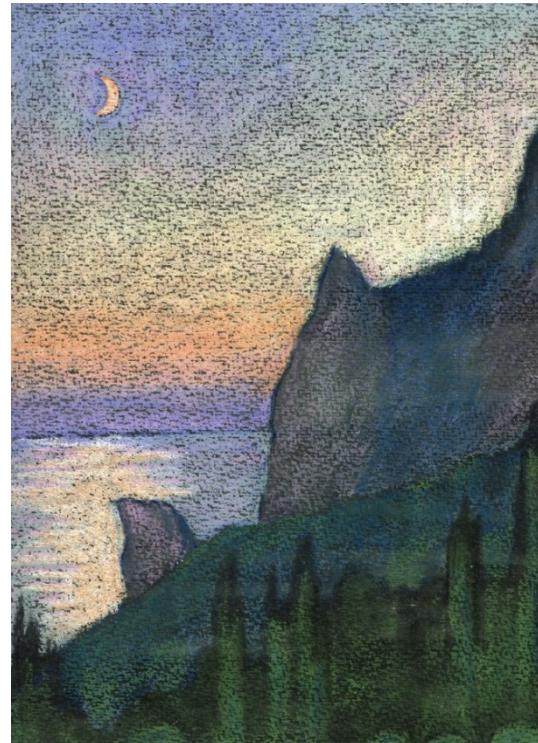
Елена была лишена этой однобокости, она была одарена полнотой восприятия природы и, главное, возможностью это выразить. Её художественные и поэтические опыты стали более доступны для нас фактически после её вынужденного из-за болезни ухода из Пулкова. Написанные ею стихи и, особенно, переводы делают очевидным её романтическую привязанность. Гейне, Байрон, Толкиен, – вот её любимые авторы для перевода. Наследство её в этой области определённо долговечней, чем наши астрономические работы на фоне быстро меняющегося ландшафта приоритетов научных исследований. Это, безусловно, главный её мир, мир порой поражающий точностью найденного слова и композиции. При этом часто рисунок продолжает и расширяет строку, делая впечатление завершённым.

Она была влюблена в Крым и проводила там много времени, оставив нам Киммерийский цикл стихов и акварелей, который, на мой взгляд, просто замечателен и сродни Волошинскому.

*Ночной волны  
Короткое дыханье...  
Златой Луны  
Спокойное сиянье...  
Качанье звезд,  
Подъемлемых волной...  
Молчанья мост  
Меж небом и землей*

Друзья из симферопольского общества любителей астрономии (СОЛА) помнят её до сих пор. Позволю себе цитату из переписки с одним из старых членов СОЛА:

*В 60-х мы немного переписывались. ...  
При всех обстоятельствах, этот контакт произвел на меня неизгладимое впечатление, которое помогло мне как-то сориентироваться в этой жизни. Созданный ею образ Атоса во многом противоречил концепции Дюма: логика, благородность и трезвость оценок имели место, а вот, холод и цинизм мышления отсутствовали напрочь. Искренне надеюсь, что ее тогдашние подруги (Портос и Арамис, не помню, к сожалению, их имен), если и не процветают (сложно в нашем возрасте), но, по крайней мере, здравствуют. Печально, словом.*



Проведя в Китабской широтной станции (Узбекистан) на наблюдениях многие месяцы, она и оттуда привезла целый цикл стихов и дополняющие их колоритные пейзажи. А на горе Майданак надолго ещё останется воспроизведённый прямо на стене павильона рисунок из её астрономического цикла.

Можно перечислить и другие циклы картин и стихов – сестрорецкий, например.

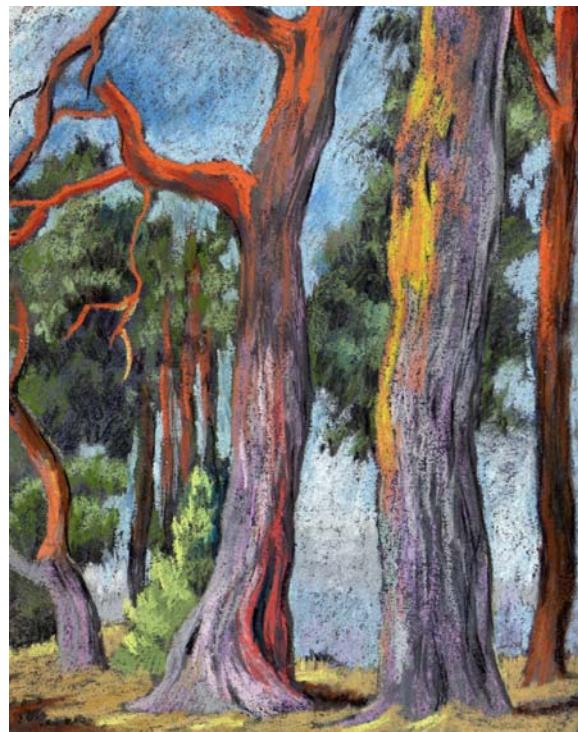
*Мерный гул прибрежного наката,  
Запах сосен, соли и песка ...  
Где еще в забвенности возврата  
Мира бестревожнее искать?  
Дым костра, смолистый и старинный...  
Томен жар – а свежий ветер юн,  
Что поет над берегом пустынным  
В струнах сосен гимн янтарных дюн.*

Или огромный цикл иллюстраций к роману Толкиена «Властелин колец», который ею тоже переведён. Более подробное, но всё равно не полное представление о её творчестве можно получить на сайте:  
<http://www.gaoran.ru/english/as/personal/ep/prudnikova.html>.

Елена Яковлевна Прудникова, так и хочется продолжить по случаю её 50-летия сказанными словами – ЕЯ Величество. Что-то в ней было не по сезону нашего времени, что отдало её в ушедшую романтическую даль, с дамами в аллеях парка с томиком стихов любимого поэта; или даже ещё дальше – к дуэлям на шпагах из-за нечаянно сорвавшегося слова. Эта преданность уходящему и ушедшему времени и бескомпромиссность в этом были существом её натуры, что отдало от неё многих и, вероятно, обеспечивало ей нелёгкую жизнь в вынужденном общении с современниками. Но представляется, что этот же барьер спасал её внутренний мир, богатство которого только наращивалось, не будучи растрачиваемо на нарастающий вал мелочей нашей всё более суэтной жизни.

Она продолжала рисовать до последней возможности, пока руки позволяли держать кисть. А стихи – до последних дней, уже не на бумаге, на компьютере – карандаш было не удержать. Единоборство Елены с разрушающей её тело болезнью – это геройзм духа.

Ужасная болезнь унесла тело. Душа её останется с нами, пока мы живы.



## **ПАМЯТИ ПУЛКОВСКОГО АСТРОМЕТРИСТА М.С. ЧУБЕЯ**

**Девяткин А.В., Соболева Т.В.**

*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия*

*Приводятся сведения о научной работе в ГАО РАН астрометриста, к.ф.-м.н. М.С. Чубея.*



Маркиян Семёнович Чубей родился 3 октября 1940 г. в с. Бабинцы Борщёвского р-на Тернопольской обл. С 1952 г. он жил в г. Черногорск (ныне Республика Хакасия) Красноярского края, где окончил школу. В 1959 г. поступил на математико-механический факультет ЛГУ и окончил его в 1964 г. по специальности «астрономия». С декабря 1964 г. по декабрь 1967 г. он учился в аспирантуре Пулковской обсерватории. С декабря 1967 г. зачислен на должность младшего научного сотрудника Отдела фундаментальной астрометрии, с 2000 г. — старший научный сотрудник, с 2004 г. — ведущий научный сотрудник. М.С. Чубей был уволен 21 октября 2016 г., прослужив в ГАО РАН 52 года.

В 1969–1994 гг. М.С. Чубей принимал активное участие в наблюдениях на Вертикальном круге Эртеля-Струве Солнца, больших планет, а также звезд каталога 3552 звезд из широтных программ. Он выполнил обработку наблюдений Солнца и больших планет, полученных в 1956–1976 гг. на Большом пассажном инструменте и Вертикальном круге Эртеля-Струве, произвел компьютерную обработку наблюдений каталога широтных программ, полученных на Вертикальном круге. В 1977–1978 гг. он участвовал в работе полярной широтной экспедиции на Шпицбергене, исполнял обязанности руководителя экспедиции и вел наблюдения. В 1970 г. он участвовал в наблюдениях астроклиматической экспедиции на Памире.

В 1986–1993 гг. М.С. Чубей руководил астрометрической группой Горной астрономической станции ГАО. Под его руководством и личном участии были получены ряды наблюдений тел Солнечной системы с Вертикальном кругом и Большим пассажным

инструментом, введены в строй вакуумные миры, служба времени БПИ, построен жилой дом и лаборатория астрометрической группы ГАС.

В 1986 г. М.С. Чубей предложил проект космической системы для выполнения фундаментальных астрометрических наблюдений АИСТ и к 1988 г. довёл его до стадии концепции. С 1989 по 1994 г. руководил группой и темой АИСТ и, организовав взаимодействие с институтами космического приборостроения, произвел разработку до стадии «Технический проект».

В 1994 г. космический астрометрический проект АИСТ был расширен и получил название СТРУВЕ. В его разработке Маркиян Семёнович сыграл одну из ведущих ролей. В 1995 г. при его активном участии была издана монография «Космическая астрометрическая система СТРУВЕ. Научное обоснование проекта».

В 1997 г. М.С. Чубей откликнулся на предложение коллег из иркутского Института солнечно-земной физики о выполнении работ по астрометрическому обеспечению космического проекта для наблюдений Солнца «Стереоскоп-А». Он предложил расширить программу наблюдений этого проекта, включив в него задачи астрометрических и фотометрических наблюдений звёзд и тел Солнечной системы. В связи с этим он создал и возглавил группу «Стереоскоп», выполнившую научно-исследовательскую разработку по этому проекту. Маркиян Семёнович в течение многих лет прилагал упорные усилия по продвижению проекта «Орбитальная звёздная стереоскопическая обсерватория (ОЗСО)». Было выполнено научно-техническое обоснование ОЗСО, написан отчёт. В отчете были изложены цели проекта, технические и технологические аспекты его создания, требуемое инструментальное оснащение, компоновочные решения для основного и вспомогательных инструментов, система регистрации астрономических изображений, требования к каналу связи и сброса научной информации наземному пункту управления. Выполнены моделирование процессов развертывания ОЗСО, исследование устойчивости либрационных движений, получены оценки точности синхронных наблюдений объектов Солнечной системы, точности определения параллаксов звёзд, точности фотометрии. В рамках данного проекта могут решаться и проблемы астероидно-кометной безопасности. На пути реализации проекта М.С. Чубею пришлось преодолевать трудности научного, технического, организационного и бюрократического характера.

В 2000 г. М.С. Чубей защитил кандидатскую диссертацию на тему «Решение задач позиционной астрономии с помощью орбитальных средств наблюдений», в которой обобщил опыт работы над космическими проектами в астрономии.

М.С. Чубей — автор более 140 научных работ и одного авторского свидетельства.

Маркиян Семёнович активно участвовал в общественной жизни Пулковской обсерватории: возглавлял комсомольскую организацию, Совет молодых астрономов, участвовал в работе философского семинара, был секретарём научного семинара отдела и выполнял другие общественные поручения.

В честь М.С. Чубея названа малая планета № 9222 (Chubey).

Маркиян Семёнович Чубей скончался 5 августа 2016 г., похоронен на Мемориальном кладбище Пулковской обсерватории.

## MEMORIES OF PULKOVY ASTROMERIST M.S.CHYBEY

Devyatkin A.V., Soboleva T.V.

*Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia*

The article describes scientific activity of Pulkovo astrometrist M.S. Chubey.

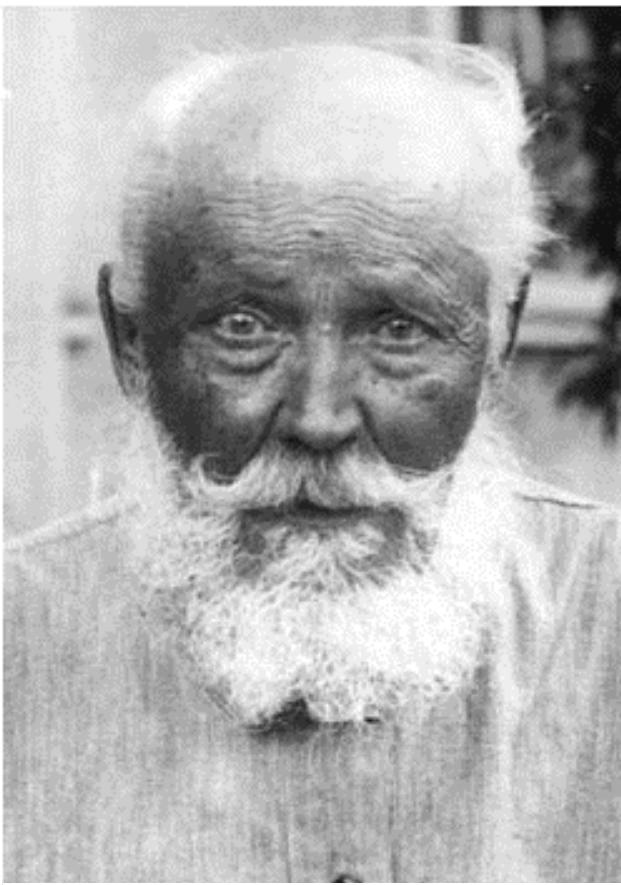
**МЕХАНИК МАСТЕРСКОЙ ВЫСОКОТОЧНЫХ  
АСТРОНОМО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИНСТРУМЕНТОВ  
ГЕНРИХ АНДРЕЕВИЧ ФРЕЙБЕРГ**

**Миллер Н.О., Соболева Т.В.**

*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия*

*Одновременно с открытием Пулковской обсерватории в 1839 г. была открыта мастерская высокоточных астрономо-геодезических инструментов. В этой мастерской создавались новые и улучшались существующие астрономические и геодезические приборы, выполнялись профилактические и ремонтные работы всего инструментария обсерватории. Практически любая задача, связанная с инструментальными проблемами в совершенстве решалась механиками обсерватории. В 1895 г. Г.А. Фрейберг стал механиком Пулковской обсерватории. В данном исследовании рассказывается о жизненном пути ученого механика. Приводится история создания и «жизни» некоторых его инструментов. Инструменты механика Фрейберга служили астрономам и геодезистам на протяжении многих лет. Многие из них получили мировую известность и ставились в один ряд со знаменитыми инструментами Репсольда.*

**Начало жизненного пути**



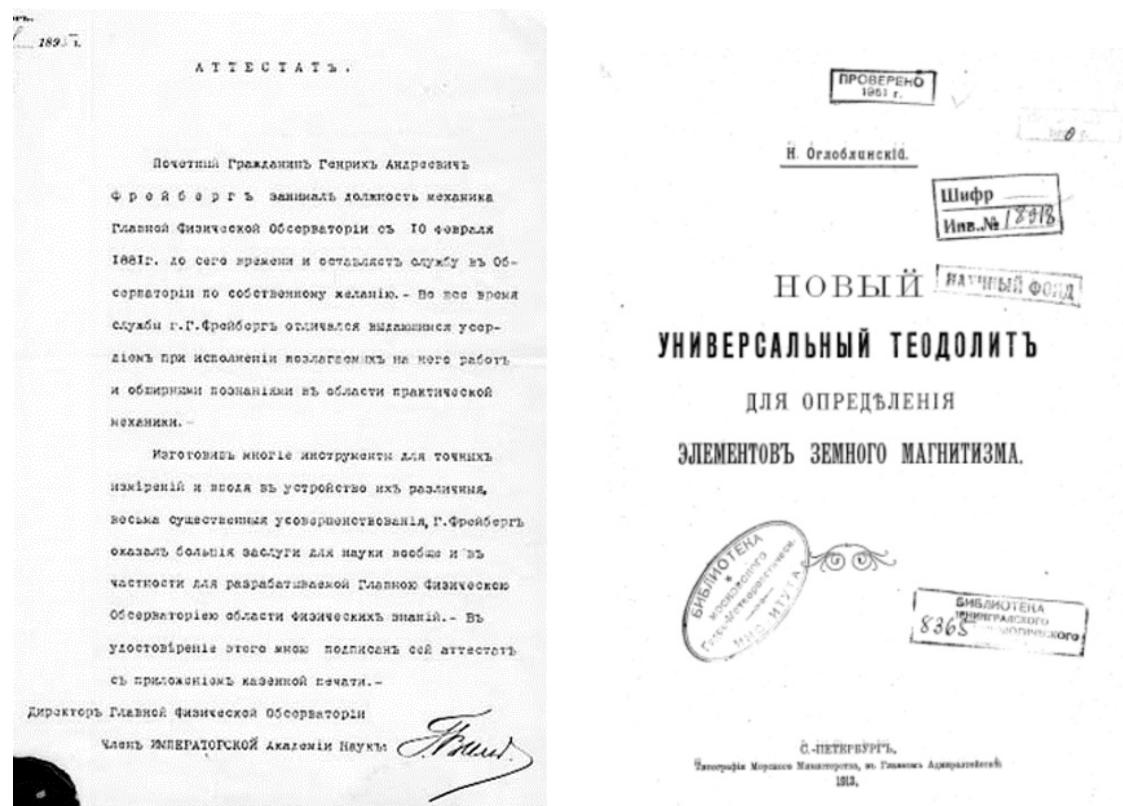
**Рис. 1.** Генрих Андреевич  
Фрейберг-Кондратьев (1854–1944).

Родился Генрих Андреевич Фрейберг-Кондратьев 18 (30) июля 1854 г. в г. Гапсале Эстляндской губернии (ныне Хаапсалу, Эстония). Будучи 3-х лет от роду, он потерял мать, в 10 лет остался без отца. «Пришлось мне жить по милости моих родственников» [2, л. 3], — так писал Г.А. Фрейберг в своих воспоминаниях. С раннего возраста он имел наклонность к самообразованию, проявлял большой интерес к механике, строя разные приборы и инструменты. После окончания уездного училища семнадцатилетнего Генриха отдали учиться в лучшие механические мастерские Петербурга (Витте, Вестберга, Брауэра).

До 1840 г. астрономические и геодезические приборы заказывались зарубежным фирмам, мастерским Эртеля, Репсольда и др. С 1840 г. точные инструменты стали также изготавливать в мастерской Пулковской обсерватории и у некоторых частных механиков. Первый директор Пулковской обсерватории В.Я. Струве пригласил Г.К. Брауэра заведовать механической мастерской при Обсерватории в Пулкове, где он и провел 20 лет (1845–1866). В Пулковской обсерватории Брауэр значительно расширил

свои знания и благодаря помощи астронома Деллена, а также В.Я. Струве, научился определять качество сделанных им приборов посредством самостоятельных наблюдений с приготовляемыми им астрономическими инструментами. Г.К. Брауэр за годы своей работы в Пулкове переделал и усовершенствовал большую часть приборов, выполненных лучшими заграничными механиками, создал необыкновенно точные уровни, большие и малые универсальные инструменты, переносные пассажные инструменты и многие другие приборы. Получал заказы от различных обсерваторий мира. В этой мастерской в качестве ученика работал Г.А. Фрейберг. Механик Г.К. Брауэр рекомендовал Г.А. Фрейберга в Главную физическую обсерваторию (в Павловске), где в 1881 г. Г.А. Фрейберг получил место главного механика.

Здесь Генрих Андреевич создал ряд новых типов магнитного теодолита, анемометра, индукционного инклиновато; усовершенствовал анемометр Ришара, который стал потом известен как электрический анемограф Фрейберга-Ришара. Деятельность главного механика была высоко оценена Академией наук: в 1899 г. он удостоен почетного звания корреспондента Главной физической обсерватории. Исследования работы магнитного теодолита Фрейберга приводится в книге Н. Оглоблинского.



**Рис. 2.** Слева — атtestат, выданный Г.А. Фрейбергу по завершении его работы в Главной физической обсерватории, справа — обложка книги Н. Оглоблинского, где приводится подробное описание инструмента.

### Пулковская обсерватория

Генриха Андреевича давно привлекало создание новых астрономических инструментов. Поэтому, когда он получил приглашение занять пост механика Пулковской обсерватории, он охотно согласился. 1 (13) сентября 1895 г. началась служба Г.А. Фрейберга в ГАО.

Самое первое задание, порученное Г.А. Фрейбергу в Обсерватории, было следующее. В астрономические часы Тиде, помещенные в подвале центральной башни, ка-

ким-то образом просачивался воздух. Никто не мог устранить этот «недуг». Фрейберг внимательно осмотрел часы в присутствии директора О.А. Баклунда и астронома А.М. Ковальского (1858–1902) и понял, что воздух просачивается через медный кран. Но Ковальский не поверил этому. Тогда Г.А. принес менделеевскую замазку и спиртовку и … воздух в часы Тиде больше не проходил.

Одной из первых работ Фрейберга в Пулкове было изготовление пассажного инструмента (ПИФК).



**Рис. 3.** Пассажный инструмент Фрейберга-Кондратьева ( $D = 108 \text{ mm}$ ,  $F = 1300 \text{ mm}$ ).

Летом 1898 г. этот инструмент, названный Баклундом «шедевром механического искусства» [2, л. 17], был установлен в Одессе, а позднее перевезен в Николаевское отделение ГАО. Из наблюдений па ПИФК с 1913 по 1963 г. было получено 4 абсолютных каталога прямых восхождений звезд, которые использовались при создании фундаментальных каталогов FK3, FK4, FK5. Кроме того, на ПИФК и Вертикальном круге Репсольда было получено большое число наблюдений Солнца, Луны и больших планет Солнечной системы. Они послужили основой для создания новой релятивистской теории движения планет [8].

В 1900 г. дирекция Пулковской обсерватории дала задание ученым механику построить большой зенит-телескоп с диаметром объектива 135 мм и фокусным расстоянием 1760 мм. Это задание мастер выполнил блестяще к 1904 г. 20 сентября 1904 г. начались наблюдения на новом зенит-телескопе Фрейберга (ЗТФ-135).

В 1939 г. Генрих Андреевич вспоминал о том, как он создавал Большой пулковский зенит-телескоп: «В 1900 г. Пулковская обсерватория предъявила мне задачу построить зенит-телескоп с отверстием объектива в 135 мм и 1760 мм фокусного расстояния. Я выработал проект этого инструмента с большими изменениями по сравнению с заграничными инструментами и старался внести в проект наибольшую устойчивость инструмента, наибольшее удобство для наблюдения при работе с ним, и, обращая внимание на все детали постройки, добивался простоты конструкции для выработки и прочности инструмента. Этот инструмент <...> не дал мне за все истекшие 35 лет наблюдательской работы с ним ни одной жалобы, а только сплошную похвалу со стороны астрономов» [2, л. 18]. Зенит-телескоп безостановочно и результативно работал до 1941 г. В начале войны телескоп был разобран и упакован в ящики, которые хранились в подвале здания ЛАХУ на Университетской набережной. Там инструмент пролежал 6 лет. В сентябре 1948 г. ЗТФ-135 первым из инструментов Пулкова продолжил свои систематические наблюдения. Особенность конструкции зенит-телескопа Фрей-

берга позволила более 100 лет проводить наблюдения без капитального ремонта. «В день столетия со дня ввода инструмента в регулярную службу широты мы с благодарностью отмечаем, что инструмент ученого механика Пулковской обсерватории Генриха Андреевича Фрейберга прекрасно работал в течение 100 лет без капитального ремонта и внес большой вклад в службу широты, отличаясь своей стабильностью результатов» — отметил В.А. Наумов на семинаре, посвященном 100-летию инструмента [9].



**Рис. 4.** В.А. Наумов 22 сентября 2004 г., в день столетия ЗТФ-135, объясняет особенности устройства телескопа.

Усилиями 36 наблюдателей был получен уникальный по длительности и однородности ряд изменений широты Пулкова (1904–2006), который включает около 170 тысяч значений широты. Наблюдения на ЗТФ-135 в 1904–1962 гг. были использованы Е.П. Федоровым для вычисления координат полюса [10]. В статье сотрудников службы широты ГАО РАН [11] содержится обширная библиография работ, основанных на материале наблюдений на ЗТФ-135. В последующие годы публикации продолжались. В 2006 г. наблюдения на инструменте были завершены. В настоящее время ЗТФ-135 отреставрирован и экспонируется в Астрономическом музее ГАО РАН.

За время своей работы в Пулкове Г.А. Фрейберг построил 2 переносных зенит-телескопа малых размеров, 8 небольших универсальных инструментов, а также создал новый тип переносных зенит-телескопов с ломаной трубой и электрическим освещением (их он построил 16). Один из экземпляров универсального инструмента хранится в музейной коллекции Учебно-геодезического музея МГУГиК. Размеры данного инструмента, пропорции, определяющие соотношение апертуры объектива, фокусного расстояния, увеличения зрительной трубы, цены делений уровней легли в основу конструирования и изготовления более поздних образцов астрономических приборов.

Все инструменты Обсерватории, как отмечалось в Отчетах ГАО, всегда содержались Фрейбергом в отличном состоянии. По поводу той или иной работы Генрих Андреевич нередко советовался с пулковским астрономом профессором Ф.Ф. Витрамом, который был для него большим авторитетом. В свою очередь, Федор Федорович с глубоким уважением относился к ученному механику.

У Генриха Андреевича и его жены Марии Васильевны (урожд. Акентьевой) было шестеро сыновей (один из них умер младенцем) и дочь. Такое многочисленное семейство содержать на небольшое жалованье механика очень сложно. А воспитание детей в Пулкове за неимением школы — задача весьма затруднительная. Поэтому Фрейберг стал задумываться о приискании другого места в Петербурге, и случай пришел ему на помощь. В Пулково приехал начальник Главного гидрографического управления и, осмотрев переносной зенит-телескоп с ломаной трубой, предложил Фрейбергу заведовать мастерской мореходных инструментов при своем Управлении. Г.А. Фрейберг долго сомневался, но в 1908 г. дал согласие и перешел на новую более доходную службу. С сожалением покидал он Обсерваторию. Думается, что и в Пулкове о его уходе сожалели. Но Фрейберг подготовил себе замену. Ученым механиком в Обсерватории стал его ученик и родственник Виктор Александрович Мессер (1880–1942).

### **Мастерская мореходных инструментов Гидрографического департамента Морского министерства**

С 1908 по 1917 г. мастерской управлял Г.А. Фрейберг. За это время в ней было организовано изготовление высокоточных астрономо-геодезических и навигационных инструментов — секстантов, зенит-телескопов, малых универсальных инструментов, магнитных теодолитов и многих других. О масштабах и деятельности мастерской Гидрографического управления в первом десятилетии XX в. можно судить по отчету Г.А. Фрейберга, составленному им в конце 1908 г., где отмечалось, что в мастерской в то время работало 78 мастеровых, 35 учеников и 11 чернорабочих и было изготовлено новых и отремонтировано старых инструментов на сумму более 160 тыс. руб., причем, кроме компасов и других мореходных и астрономических инструментов, изготовлено четыре зенит-телескопа.

В этот период механик Фрейберг поменял фамилию. Дело в том, что во время Первой мировой войны отчасти под давлением сыновей, которые воевали на фронте с немцами, отчасти по требованию начальства (в Гидрографическом управлении), он решился переменить немецкую фамилию. Генрих Андреевич вспоминал, что в 1915 или в 1916 г. он приехал в Пулково к своему другу, ученому секретарю А.А. Кондратьеву (1867–1936), чтобы посоветоваться с ним о выборе фамилии. Тот предложил фамилию Кондратьев, говоря: «Будешь нашим старшим братом» [2, л. 48]. А в 1923 г., когда проходила первая советская паспортизация, Генрих Андреевич попросил к фамилии Кондратьев прибавить старую, т. к. механика Кондратьева мало кто знает, зато механика Фрейберга — очень многие.

### **Южные отделения Пулковской обсерватории**

Г.А. Фрейберг, тогда Кондратьев, вернулся в ГАО в июне 1917 г. 63-летний мастер по причине ослабшего здоровья искал «тихую пристань» и нашел ее в южных отделениях Пулковской обсерватории. Сначала он работал в Николаеве. А в 1925 г. Фрейберга пригласили в Симеизское отделение для установки метрового рефлектора английской фирмы Греб (Grubb). В Симеизской обсерватории Генрих Андреевич работал и жил до 1930 г. Там в 1928 г. ученого механика чествовали в связи с 50-летием его научно-технической деятельности. Через год он подал в отставку, и в 1930 г. перебрался с семьей в Николаев, где жизнь была дешевле. Неутомимый труженик, Г.А. Фрейберг не мог не работать. В 1934 г. он переехал в Полтавскую гравиметрическую обсерваторию, где директор А.Я. Орлов принял его консультантом прецизионной механической мастерской. Здесь Фрейберг занимался усовершенст-

вованием большого зенит-телескопа фирмы Цейс, спроектировал несколько новых типов магнитных теодолитов и других инструментов.

Г.А. Фрейберг-Кондратьев прожил до конца своих дней в Полтаве, где и скончался 5 февраля 1944 г., немного не дожив до своего 90-летия.

### **Источники**

1. Личное дело Г.А. Фрейберга-Кондратьева. Санкт-Петербургский филиал архива РАН. Ф. 703. Оп. 3. Д. 21. Д. 142.
2. *Фрейберг-Кондратьев Г.А.* Моя жизнь. Архив ГАО РАН (далее АГАО). Ф. 4. Оп. 1. Д. 77.
3. АГАО. Ф. 4. Оп. 1. Д. 78, 79.
4. Отчет за время с 1 августа 1902 по 1 марта 1904 г., представленный Комитету Николаевской Главной астрономической обсерватории ее директором. СПб, 1904. С. 6, 17.
5. Отчет за 1904–1905 гг., представленный Комитету Николаевской Главной астрономической обсерватории ее директором (заключен 1 марта 1905 г.) СПб, 1905. С. 17–18.
6. Дроздов С.В. Г.А. Фрейберг-Кондратьев (1854–1944) // Природа. 1948. № 3. С. 88.
7. Соболева Т.В. Пулковские судьбы. Вокруг большого пулковского зенит-телескопа // Известия ГАО. 2005. № 217. С. 572–580.
8. Абалакин В.К., Эраль С.Ф., Пинигин Г.И. Феномен появления астрономических династий Струве-Кнопре в Дерптском университете и длительное сотрудничество обсерваторий в Пулкове и Николаеве // Николаевская астрономическая обсерватория. 190 лет. Материалы Международной научной конференции «Астрономические исследования от ближнего космоса до Галактики» 26–29 сентября 2011 г. Николаев: изд-во Ирины Гудым, 2011. С. 60–92.
9. Наумов В.А. Особенность конструкции зенит-телескопа ЗТФ-135 // Известия ГАО. 2004. № 217. С. 543–545.
10. Федоров Е.П., Корсунь А.А., Майор С.П., и др. Движение полюса Земли с 1890 по 1969 – Киев, 1972. С. 264.
11. Зыков И.А., Костина Л.Д., Персиянинова Н.Р., Прудникова Е.Я. 90 лет зенит-телескопу Фрейберга-Кондратьева. Основные научные результаты // Известия ГАО. 1996. № 210. С. 121–130.

### **HENRICH ANDDREEVICH FREIBERG – THE MECHANIC OF HIGH-PRECISION ASTRONOMO-GEODESIC INSTRUMENTS WORKSHOP**

**Miller N., Soboleva T.**

*Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia*

The Workshop of high-precision astronomical and geodesic instruments was opened simultaneously with the opening of the Pulkovo Observatory in 1839. In this workshop, both new astronomical and geodesic instruments were created and existing equipment was improved, preventive maintenance and repair work were carried out on the entire observatory instrumentation. Almost any task related to instrumental problems was perfectly solved by the mechanics of the observatory. In 1895, G.A. Freiberg became a mechanic at the Pulkovo Observatory. This study describes the life path of the scientist-mechanic. The story of the creation and "life" of some of the instruments created by him is given. Freiberg's instruments served to the astronomers and geodesists for many years. Many of them received world fame and were placed on a par with the famous instruments of Repsold.

## **ПАМЯТИ ПУЛКОВСКОГО ИНЖЕНЕРА-КОНСТРУКТОРА А.В. ШУМАХЕРА**

**Девяткин А.В., Соболева Т.В., Стрелецкий Ю.С.**

*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия*

*Приводятся сведения о работе в ГАО РАН инженера-конструктора А.В.Шумахера.*



Андрей Владимирович Шумахер родился 13 марта 1931 г. в Ленинграде. Его отец работал инженером-строителем, мать была врачом-микробиологом. Андрей Владимирович пережил блокаду Ленинграда.

В 1956 г. он окончил ЛИТМО по специальности инженер-механик. По окончании института был направлен на работу в Пулковскую обсерваторию. С апреля 1956 г. А.В. Шумахер зачислен на должность старшего лаборанта в отдел астрономического приборостроения. Он сразу же проявил свои знания и старание, и в декабре 1957 г. переведён на должность инженера-конструктора, а в июне 1962 г. — на должность ведущего инженера-конструктора. С декабря 1970 г. он исполнял обязанности начальника КБ ГАО, а с июня 1973 г. руководил группой разработки оптических систем и исследования оптики. В 1959 г. ему присвоено звание «младший научный сотрудник». В 1966—1970 гг. А.В. Шумахер учился в аспирантуре ГАО без отрыва от производства под научным руководством А.А. Немиро.

Андрей Владимирович прошёл славный путь участника становления и бурного развития Пулковской школы астрономического приборостроения. Опытный высококвалифицированный специалист по расчёту, конструированию и юстировке оптических систем, он был задействован в проектах ГАО как по созданию новых оптических при-

боров и инструментов, так и модернизации работающих инструментов, придавая последним качества, соответствующие требованиям современных наблюдательных задач.

С первых дней в Пулкове А.В. Шумахер сразу же включился в работу конструкторского бюро ГАО по разработке аван-проекта 6-ти метрового телескопа БТА. Под руководством Б.К. Иоаннисиани и Д.Д. Максутова он работал над проектом экспериментального телескопа РМ-700, разрабатывал датчик рефракции, затвор и камеру прямых снимков. Он участвовал и в конструировании экспедиционных телескопов ТЭМ-140 и АТЭМ-140 для исследования астроклиматов.

В дальнейшем А.В. Шумахер занимался исследованиями и юстировкой оптики, разработкой оптических схем приборов. Без его участия из опытного производства не вышел ни один оптический прибор.

Следует отметить его участие в разработке большой вакуумной кюветы, фотометра-поляриметра, конструировании прибора для измерения фотографий фотографического вертикального круга и перископического устройства для отсчета лимбов 26-ти дюймового рефрактора. Много сил и энергии вложил он в инфракрасный спектрометр ИКС, спектрограф СГУФ-4, большой дифракционный спектрограф БДС солнечного телескопа АЦУ-5. Он принимал участие и в создании оборудования для экспедиции ГАО на Кубе.

На счету талантливого инженера-конструктора — доводка и юстировка телескопа МАГИС, участие в создании автоматических астрономических наблюдательных комплексов ЗА-320М и МТМ-500М, расчёты астрометрического телескопа-рефлектора АР-150, участие в разработке ФЭЗТ, АМКР-300.

Андрей Владимирович был непременным участником и консультантом всех юстировочных, пуско-наладочных, профилактических, ремонтно-восстановительных и реставрационных работ оптико-механического оборудования ГАО.

А.В. Шумахер имеет несколько авторских свидетельств на изобретения и ряд публикаций по астроприборостроению. Среди печатных трудов Андрея Владимировича: «Автоматическая компенсация гнутия звёздных телескопов», «Система управления телескопом РМ-700», «О преобразовании векторов оптической системой из целостатного и дополнительного зеркал солнечного телескопа», «Система наведения зеркального астрографа ЗА-320», «Автоматизация комплекса МТМ-500М», «Реконструкция астрографической измерительной машины Фантазия».

В последние годы своей деятельности Андрей Владимирович работал с молодыми специалистами, передавая им свой бесценный опыт инженера-конструктора. А.В. Шумахер вышел на пенсию в августе 2013 г., прослужив в Пулковской обсерватории 57 лет.

Скончался Андрей Владимирович 10 марта 2018 г.

## **MEMORIES OF PULKOV ENGINEER-DESIGNER A.V. SCHUMACHER**

**Devyatkin A.V., Soboleva T.V., Streletsky Yu.S.**

*Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia*

The article describes activity of Pulkovo engineer-designer A.V. Schumacher.

**ПАМЯТИ ПУЛКОВСКОГО ИНЖЕНЕРА-КОНСТРУКТОРА  
А.В. ПОТАПОВИЧА**

**Девяткин А.В., Соболева Т.В.**

*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия*

*Приводятся сведения о работе в ГАО РАН инженера-конструктора А.В. Потаповича.*



Александр Всеволодович Потапович родился 28 января 1948 г. в Ленинграде. Отец Всеволод Александрович Потапович работал директором киностудии «Леннаучфильм», мать Надежда Герасимовна была домохозяйкой.

Окончив школу в 1966 г., Александр поступил в Ленинградский институт киноинженеров (ЛИКИ) на заочное отделение, но ушёл с 4-го курса. После школы А.В. Потапович работал в ЛИКИ, а с 1969 г. – ГАО в должности лаборанта, а затем инженера. В 1973 г. он был призван в армию. После увольнения в запас из армии в 1975 г. он вновь поступил на работу в ГАО, в отдел астрономического приборостроения на должность слесаря-электромонтажника. С декабря 1992 г. и до конца жизни он работал в должности инженера-конструктора.

Александр Всеволодович принимал посильное участие в создании нескольких, достойных истории пулковского астроприборостроения, приборов, таких как инфракрасный спектрограф высокого разрешения (ИСАН), фотометры-поляриметры ИК и УФ диапазонов. Он имел опыт конструкторской разработки вакуумных систем для гелиевых температур, оборудования для нанесения тонкоплёночных оптических покры-

тий. В 1990-е гг. занимался конструкторскими разработками по созданию фотоприёмного устройства. 2000-е гг. отмечены его участием в выполнении ряда заданий при создании автоматизированного комплекса астрографа ЗА-320 (вариант кодового устройства поворота купола павильона), автоматизированного комплекса телескопа МТМ-500 (монтаж и регулировка угломерного устройства оси склонений, разработка и изготовление разгрузочного устройства трубы телескопа). Много сил и внимания он уделил выполнению проекта модернизации системы передвижения облучателя БПР.

Пристрастие А.В. Потаповича к информатике и компьютерной графике воплотилось в изготовлении 3D-моделей телескопа АР-150 (и её анимация), интерферометра для контроля отклонений формы поверхности, технологического юстировочного устройства угломера оси склонений телескопа МТМ-500, антены БПР.

Интерес к истории Пулковской обсерватории, в частности, к истории становления Пулковской школы астрономического приборостроения нередко приводил Александра Всееволодовича в архив ГАО. Совместно с молодыми коллегами он собирал материалы о пулковских учёных Д.Д. Максутове и Н.Н. Михельсоне. В 2012 г. он организовал конференцию, посвящённую их памяти и подготовил постеры на основе этих документов.

Александр Всееволодович Потапович скончался 8 мая 2016 г.

#### **MEMORIES OF PULKOV ENGINEER-DESIGNER A.V. POTAPOVICH**

**Devyatkin A.V., Soboleva T.V.**

*Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia*

The article describes activity of Pulkovo engineer-designer A.V. Potapovich.

## **ЭТАПЫ СОЗДАНИЯ В РОССИИ СЕТЕЙ ПОСТОЯННО ДЕЙСТВУЮЩИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СТАНЦИЙ**

**Левитская Т.И.<sup>1</sup>, Сысолятина Л.В.<sup>2</sup>, Родионов Ф.В.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Россия

<sup>2</sup>«Эталон Урал Плюс», Екатеринбург, Россия

*В статье изложены этапы создания в России постоянно действующих дифференциальных геодезических станций ГНСС. Приводятся примеры создания в нашей стране таких сетей. В 2002 г. первой в России такой сетью был проект под названием «Москва» для межсева-ния земель в г. Москве и Московской области. Следующими в РФ появились сети постоянно действующих дифференциальных станций ГНСС в Красноярском крае, в Новосибирской обла-сти. В 2014 г. была создана сеть «Республика Башкортостан» – «Курай», эта сеть обеспечи-вает высокую точность определения координат в плане и по высоте. Представлен впервые предварительный расчет проекта сети постоянно действующих станций на территории Свердловской области. Дан анализ трудностей и проблем при создании новых сетей.*

Актуальность создания в России постоянно действующих спутниковых станций возникла вследствие выявления существенных недостатков традиционных методов измерений в геодезии. В настоящее время современные спутниковые технологии основа-ны на использовании ГНСС ГЛОНАСС и GPS.

Основными направлениями внедрения спутниковых навигационных технологий являются:

- развитие, поддержание и обновление высокоточных государственных геодези-ческих сетей (ФАГС, ВГС, ГФГС, СГС-1) в единой опорной земной системе координат;
- развитие и создание сети спутниковых дифференциальных геодезических стан-ций (СДГС);
- создание методов и средств использования ГЛОНАСС и GPS для решения фун-даментальных задач геодезии и геодинамики;
- создание высокоточной государственной геоцентрической системы координат и т.д. [1].

Одним из современных перспективных направлений в геодезии является техноло-гия оперативного и точного определения пространственных координат – система точ-ного позиционирования (СТП) с использованием глобальных навигационных спутни-ковых систем (ГНСС) на сетях постоянно действующих дифференциальных геодезиче-ских станций [2].

С 2003 г. по настоящее время в России имеется более 1500 постоянно действую-щих дифференциальных станций (ПДДС) ГНСС, установленных за счет средств феде-рального и регионального бюджетов, частного капитала (рис. 1).

Однако в настоящее время остаются нерешенными ряд вопросов создания и эксплуатации постоянно действующих дифференциальных геодезических станций: разра-ботка правовой основы для легитимного использования информации и нормативно-технических документов, дающие единые требования к созданию и использованию се-тей на территории РФ.

На рис. 2 показано расположение систем точного позиционирования (СТП) на террито-рии России. Как видно из рисунка, распределение сетей пунктов точного пози-ционирования неравномерное, особенно это касается районов Дальнего Востока, Кам-чатки и Сахалина.

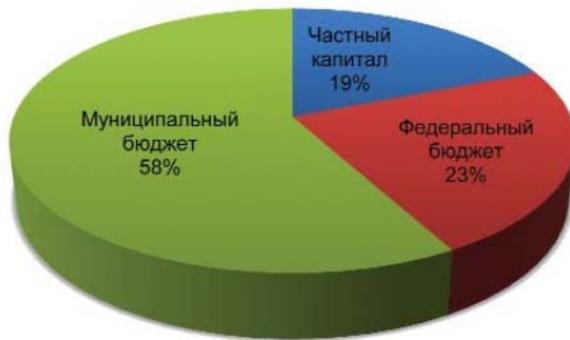


Рис. 1. Источники финансирования проектов по созданию дифференциальных геодезических станций.



Рис. 2. Расположение систем точного позиционирования в России.

Федеральный закон от 30 декабря 2015 г. №431-ФЗ «О геодезии, картографии и пространственных данных и о внесении изменений в отдельные законодательные акты Российской Федерации» заменил использование фразы «спутниковые референцные (базовые) станции» на новое понятие «дифференциальные геодезические станции» [3].

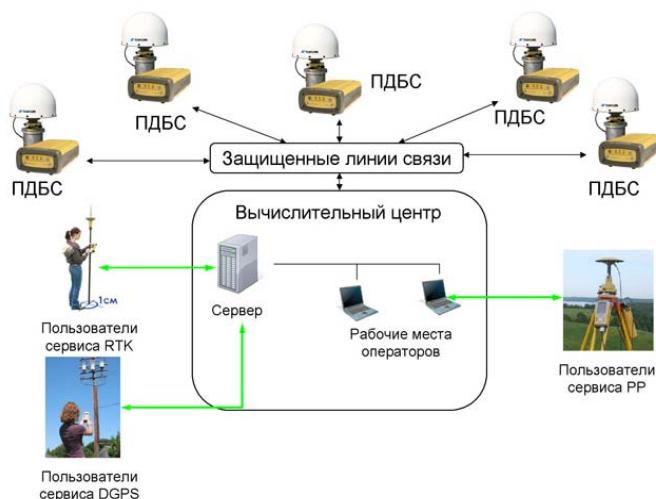


Рис. 3. Технология работы на пунктах постоянно действующих базовых станций.

Сеть постоянно действующих дифференциальных геодезических станций ГНСС, расположенных в определенном порядке, оснащенных каналами коммуникаций для сбора и обработки спутниковых данных и едином центре, дает возможность исполнителям геодезических спутниковых измерений определить координаты объектов в единой системе отсчета и с одинаковой точностью. Сервер и система коммуникации в сети спутниковых базовых станций показана на рис. 3 [4].



Рис. 4. Схема расположения пунктов Московской опорной межевой сети.

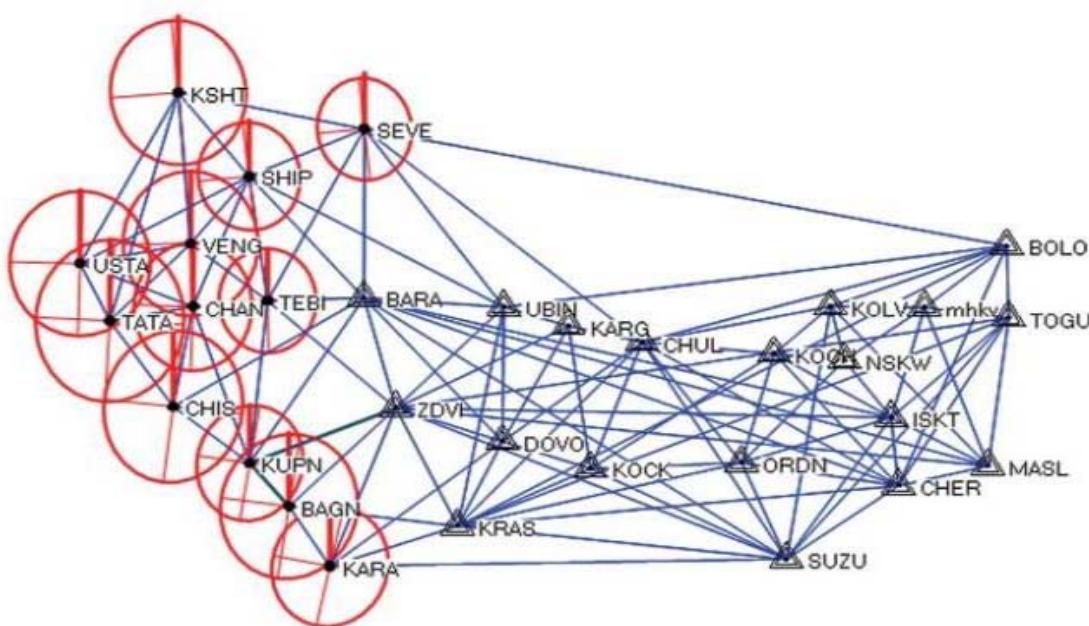
Остановимся на этапах создания сетей дифференциальных спутниковых станций в России. Первая сеть постоянно действующих станций появилась в нашей стране в 2002 г. на грант правительства Швейцарии (на основе соглашения между Правительством РФ и Правительством Швейцарской Конфедерации от 9 июля 2001 г.). Эта сеть получила название – спутниковая система межевания земель (ССМЗ) г. Москвы и Московской области (проект «Москва»), которая начала функционировать с 2004 г., обеспечивая определение координат объектов со средней квадратической погрешностью 2-3 см (рис.4) [4].

Следующим проектом была сеть из 18 постоянно действующих дифференциальных станций на территории Красноярского края. Лидирующее место в России в создании сетей СТП занимает Новосибирская область. Постановлением Администрации Новосибирской области от 25 декабря 2009 г. №471-па была введена региональная (местная) система координат СК НСО. В 2012 г. сеть состояла из 19 пунктов, планировалось увеличить ее еще на 12 пунктов, что было и сделано. Объединенная сеть Новосибирской области приведена на рис. 5 и занимает большую территорию [5].

В 2014 г. на территории Республики Башкортостан была создана базисная сеть «Республика Башкортостан» – «Курай» из 24 пунктов с постоянно действующими дифференциальными станциями ГНСС. Сеть прошла сертификацию и включена в Федеральный информационный центр по обеспечению единства измерений. Допустимая абсолютная погрешность определения координат характерных точек объектов составила в режиме реального времени – в плане 60 мм и по высоте 90 мм. Среднее расстояние между смежными станциями составляет 70–80 км.

В 2014 г. ООО «НАВГЕОКОМ» совместно с компанией Leica Geosystems начали коммерческий проект под названием StartNet Russia. К 2016 г. в рамках этого проекта было заложено более 200 дифференциальных геодезических станций ГНСС и в дальнейшем работы будут продолжаться.

Сравнительный анализ существующих систем точного позиционирования в России и за рубежом показывает, что имеющиеся в нашей стране аналогичные СТП значительно проигрывают по точности и по величине расстояния между станциями ГНСС по сравнению с сетями в других странах. В большинстве случаев координаты пунктов, на которых установлены спутниковые приемники, не включены в государственные каталоги координат, поэтому такие пункты не могут использоваться при выполнении кадастровых работ в качестве геодезической основы.



**Рис. 5.** Схема объединенной сети пунктов постоянно действующих дифференциальных станций в Новосибирской области.

На территории Свердловской области настоящее время нет государственных сетей точного позиционирования, имеются лишь отдельные пункты, где установлены спутниковые приемники, работающие в непрерывном режиме.

Авторы сделали первый шаг к разработке такой сети, используя рекомендации, изложенные в монографии О.В. Евстафьева «Наземная инфраструктура ГНСС для точного позиционирования» [2]. Предварительный расчет количества дифференциальных геодезических станций ГНСС, охватывающих сервисом всю территорию Свердловской области, был выполнен по формуле, предложенной О.В. Евстафьевым:

$$N = LW/(2R-O)^2,$$

где  $N$  – количество станций,  $L$  – длина территории,  $W$  – ширина территории,  $R$  – радиус рабочей зоны одной станции (максимум от 80 до 100 км),  $O$  – область перекрытия рабочих зон между станциями. Для Свердловской области имеем следующие данные: длина территории  $L = 560$  км, ширина  $W = 660$  км. При расчете количества станций в сети радиус  $R$  рабочей зоны для каждой станции был принят равным 50 км, область перекрытия рабочих зон был принят 0–5 км. Для охвата сетью всей территории Свердловской области необходимо иметь около 40 станций ГНСС, равномерно расположенных друг от друга. На рис. 6 представлена схема проекта сети из 22 пунктов. Места

установки спутниковых приемников были выбраны в населенных пунктах с количеством жителей не менее 15 000. Расстояния между станциями составляют от 40 до 200 км [5].

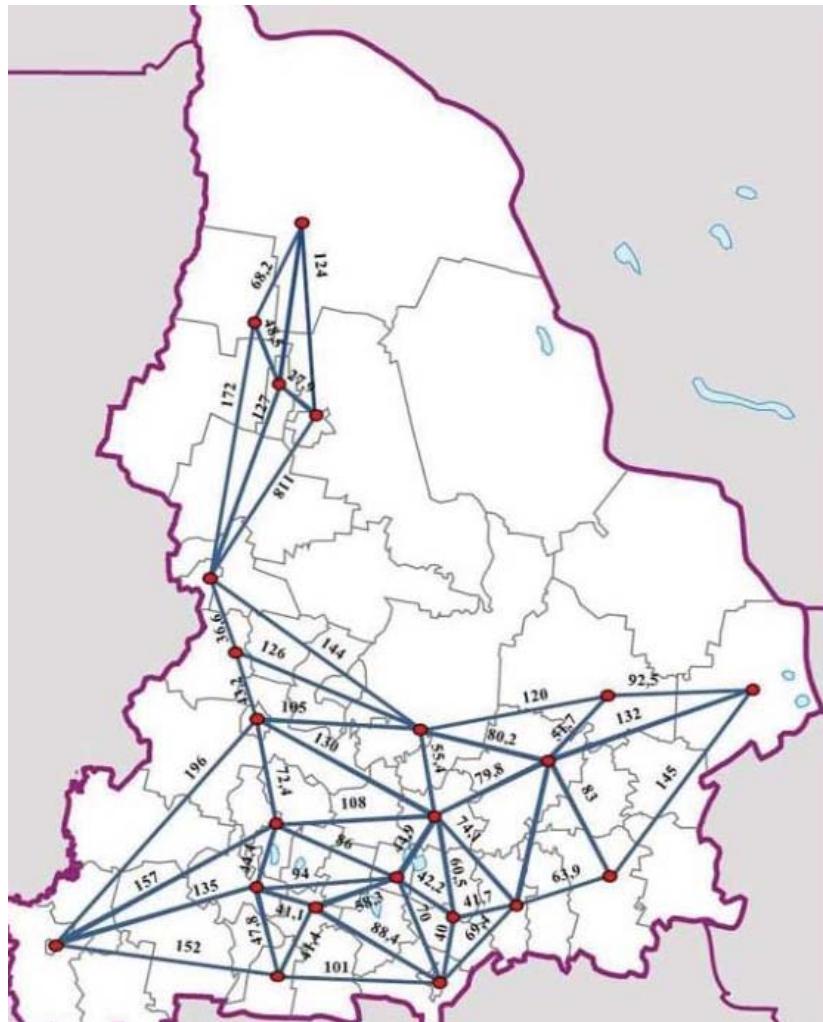


Рис. 6. Схема расположения пунктов проектируемой сети постоянно действующих станций ГНСС на территории Свердловской области.

Главная проблема реализации данного проекта – значительные экономические затраты при создании сети постоянно действующих дифференциальных станций. Трудности заключаются в том, что надо найти источник финансирования и организацию, которая будет возглавлять этот проект.

#### Литература

1. Тетерин Г.Н. История геодезии, картографии и землеустройства в России с древнейших времен до наших дней (XI–XXI вв.) – Новосибирск. 2018. – 344 с.
2. Евстафьев О.В. Тенденции и проблемы развития спутниковых СТП в России // Геопрофи. 2012. №3. С. 9-13.
3. Федеральный закон от 30 декабря 2015 г. №431-ФЗ «О геодезии, картографии и пространственных данных и о внесении изменений в отдельные законодательные акты Российской Федерации».
4. Евстафьев О.В. Наземная инфраструктура ГНСС для точного позиционирования – М.: ООО «Издательство «Проспект», 2009. – 48 с.
5. Сысолятина Л.В., Левитская Т.И., Родионов Ф.В. Системы точного позиционирования на основе технологий ГНСС в России и за рубежом // Геопрофи. 2018. №1. С. 14-19.

**STAGES OF CREATING NETWORKS IN RUSSIA WITH CONSTANTLY  
ACTING DIFFERENTIAL GEODETIC STATIONSIN RUSSIA**

**Levitskaya T.I.<sup>1</sup>, Sysolyatina L.V.<sup>2</sup>, Rodionov F.V.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Ural Federal University, Yekaterinburg, Russia*

<sup>2</sup>*Etalon Ural Plus, Yekaterinburg, Russia*

The article outlines the stages of the creation of permanent GNSS differential geodetic stations in Russia. Examples of the creation of such networks in our country are given. In 2002, the first such network in Russia was a project called “Moscow” for land surveying in Moscow and the Moscow region. Next in the Russian Federation appeared networks of permanently operating GNSS differential stations in the Krasnoyarsk Territory, in the Novosibirsk Region. In 2014, the network “Republic of Bashkortostan” – “Kurai” was created, this network provides high accuracy in determining the coordinates in the plan and in height. For the first time, a preliminary calculation of the project of a network of permanent stations in the Sverdlovsk region is presented. An analysis of the difficulties and problems in creating new networks.

## **РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ НАБЛЮДЕНИЯ ЛАЗЕРНОЙ ЛОКАЦИИ ЛУНЫ НА ЗТШ В КРЫМУ В 1974–1984**

**Тряпицын В.Н.<sup>1</sup>, Ягудина Э.И.<sup>2</sup>, Павлов Д.А.<sup>2</sup>, Румянцев В.В.<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Крымская астрофизическая обсерватория РАН, Кацивели, Крым, Россия*

<sup>2</sup>*Институт прикладной астрономии РАН, Санкт-Петербург, Россия*

*Результаты обработки лазерной локации Луны (ЛЛЛ) в течение более 48 лет (с конца 1969 г.) показали, что ЛЛЛ является эффективным современным методом исследования тел Солнечной системы. Это доказано определенными с высокой точностью параметрами орбитально-вращательного движения Луны, полученными разными авторами на основе наблюдений ЛЛЛ и сравнения с современными эфемеридами (DE, EPM, INPOP). База данных ЛЛЛ содержит более 24000 наблюдений. Известно, что в СССР измерения расстояний до отражателей на Луне были начаты в Крымской Астрофизической Обсерватории (КраО) в Научном на телескопе ЗТШ (2.6 м) автоматизированным лазерно-локационным комплексом, созданным ФИАН. В течение 1969–1984 гг. проводились наблюдения (около 1400 единичных измерений), точность которых по существующей литературе колеблется от 3.0 до 0.9 м. Эти наблюдения не входят в базу данных ЛЛЛ и не описаны в литературе. Часть этих измерений сохранилась в КраО, пос. Кацивели, в виде распечаток АЦПУ. В статье представлены результаты обработки этих наблюдений на основе современной эфемериды EPM (ИПА РАН), определена истинная точность этих наблюдений и их место в историческом ряду наблюдений ЛЛЛ.*

*Отдельный интерес среди найденных данных представляют полученные в КраО три нормальные точки измерений ЛЛЛ «Лунохода-1». К сожалению, этих данных было недостаточно, чтобы подтвердить найденное положение в обсерватории Макдональд (США), и попытки обнаружить Луноход были прекращены на 35 лет.*

### **1. Введение**

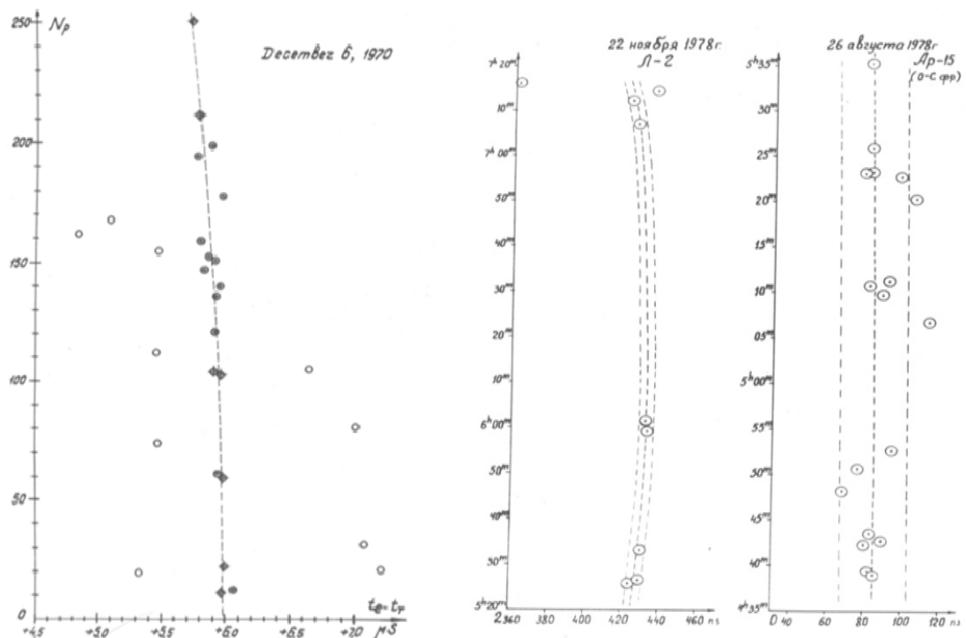
Исследование Луны с помощью космических аппаратов началось 14 сентября 1959 г. со столкновением автоматической станции «Луна-2» (СССР) с поверхностью Луны. Обратная сторона Луны была сфотографирована станцией «Луна-3» 7 октября 1959 г.

Первые эксперименты по лазерной локации Луны были осуществлены в обсерватории Макдональд [1] в 1962 г. В том же году в Физическом институте им. Лебедева АН СССР (ФИАН) в Москве, по распоряжению руководителя лаборатории квантовой радиофизики, будущего нобелевского лауреата академика Н.Г. Басова, начались работы по созданию аппаратуры для лазерной локации Луны [2]. Первые результаты были получены командой сотрудников Крымской научной станции (КНС ФИАН) под руководством Ю.Л. Кокурина с участием сотрудников ФИАН и сотрудников КраО в пгт. Научный [3]. Первый сеанс локации состоялся 13 сентября 1963 г. Использовался разработанный в ФИАН лазер на рубине в режиме свободной генерации с миллисекундным импульсом энергии около 50–70 Дж [4]. Для передачи и приема лазерных импульсов использовался телескоп КраО ЗТШ (зеркальный телескоп Шайна) с диаметром зеркала  $D = 2,6$  м. Осуществлялась локация кратера Альбатегний на неосвещенной части Луны с ошибкой измерения расстояния до поверхности Луны 150–300 км.

5 октября 1965 г. была проведена успешная серия измерений расстояния до дна кратера Фламмарион с новым лазером с модуляцией добротности (длительностью пульса порядка 50 нс и энергией 5–7 Дж) и новым более точным комплексом аппаратуры лазерной локации. При аппаратурной ошибке измерения расстояния около 15 м, точность измерения расстояния составила около 200 м, что обусловлено размытием за счёт рельефа.

Существенное повышения точности ЛЛЛ стало возможным при доставке и установке на Луне уголковых светоотражателей в качестве точечных мишеней для локации [5]. Для изготовления и доставки на Луну самоходных аппаратов «Луноход-1» и «Луноход-2» КНС ФИАН в сотрудничестве с французскими специалистами участвовала в создании и установке на оба лунохода уголковых светоотражателей. Для лазерной локации этих отражателей был создан ряд моделей лазерных локаторов. Всего в 1969–1973 гг. на Луне были установлены 5 отражателей лазерного излучения: Аполлон-11, Аполлон-14, Аполлон-15 (США), Луноход-1, Луноход-2 (СССР-Франция).

В 1969 году были получены первые результаты по локации отражателя «Аполлон-11» в обсерватории Макдональд. В том же году совместными усилиями групп сотрудников ФИАН и КрАО на телескопе ЗТШ были начаты работы по установке нового лазерного передатчика и нового комплекса измерительной аппаратуры. Эти работы были завершены к моменту посадки на Луну «Лунохода-1», и 5–6 декабря 1970 г. были получены первые результаты лазерной локации его отражателя с точностью индивидуального измерения около 3 м [6]. Эфемерида для наблюдений была разработана в ИТА АН СССР под руководством В.К. Абалакина [7].



**Рис. 1.** Слева: результат накопления сигнала от отражателя «Лунохода-1». Справа: результаты накопления сигнала при локации «Лунохода-2» (Л-2) с новым лазером и «Аполлона-15» (А-15) со старым.

Результаты накопления сигнала приведены на рис. 1. По вертикальной оси отложены секунды от начала измерений, а по горизонтальной оси отложены отклонения «О–С» вычисленного и измеренного интервала времени распространения лазерного импульса в микросекундах.

В результате коренной перестройки аппаратуры, предпринятой по программе «Лунохода-2», в КрАО был создан автоматизированный комплекс аппаратуры с точностью измерения  $\pm 0,9$  м, с которым в 1973 г. были начаты регулярные измерения расстояний до всех лунных светоотражателей. В течение 10-летнего цикла наблюдений этой командой было получено около 1400 единичных измерений расстояний до лунных отражателей (преимущественно от «Аполлона-15» и «Лунохода-2»). Все созданные для

этих работ лазерно-локационные установки состояли из приборов и деталей, изготовленных в Советском Союзе.

Одним из первых научных результатов, полученных из советских и американских лазерно-локационных наблюдений Луны, было осуществлённое Одиль Калам высокоточное определение дуги «Макдональд-Научный» с метровой точностью [8]. Аналогичную работу проделал С.Г. Шубин в КНС ФИАН. Советские учёные не получили разрешения опубликовать истинное название населённого пункта, и наблюдения КрАО были опубликованы как сделанные в Симеизе. Калам, однако, отметила, что определённое из наблюдений положение обсерватории не находится в Симеизе.

В 1978 году ошибка единичного измерения достигала 60 см. В 1983 г., по некоторым оценкам, удалось получать измерения с точностью 25 см, однако, этот показатель не был подтверждён. В 1984 году наблюдения и работа по совершенствованию аппаратуры были прекращены.

## **2. Лазерные наблюдения Луны в КрАО на телескопе ЗТШ в 1973–1984 гг.**

Как уже упоминалось выше, в течение этих лет в КрАО было проведено около 1400 единичных измерений расстояний до Луны. В основном, расстояния наблюдались до отражателей «Луноход-2» и «Аполлон-15»; есть несколько наблюдений «Аполлона-11» и «Лунохода-1». В таблице 1 представлена сводка данных, обнаруженных в Кацивели в виде распечаток АЦПУ.

**Таблица 1.** Наблюдения ЛЛЛ в КрАО в 1973–1984 гг.

Период наблюдений	Метеоданные	Электронная и геометрическая задержки	Количество наблюдений
1973–1981	-	-	103 нормальных точки
1982	+/-	+	120 фотонов
1983	+/-	+	45 фотонов
1984	+/-	+	12 фотонов

Нормальные точки до 1982 г. не содержат никакой дополнительной информации, включая метеоданные. Они не участвовали в обработке в настоящей работе (кроме трёх наблюдений «Лунохода-1», см. разд. 4). Для фотонов в 1982–1984 метеоданные, в целом, присутствуют; в отдельных записях метеоданные отсутствовали, но были приблизительно восстановлены на основе архивов метеорологической станции вблизи обсерватории или на основе среднегодовых значений для дня наблюдения.

Формат нормальных точек КрАО соответствовал формату, предложенному Дж.Д. Малхолландом и применявшемуся в те годы для ЛЛЛ-наблюдений в США [10]. Распечатки АЦПУ нормальных точек были оцифрованы и доступны на сайте ИПА РАН [11], включая восстановленные метеорологические данные.

## **3. Обработка наблюдений с использованием эфемериды ЕРМ**

Данные о 177 единичных фотонах были обработаны с использованием системы ЭРА [12] и эфемериды Луны ЕРМ2017 [13]. В качестве ряда ПВЗ использовался JPL KEOF [14], который, как было обнаружено ранее [9], содержит более точные данные UT1 для ранних лет, нежели международный ряд C04. Попытка определять параметры вращения Земли (UT0 и VOL) непосредственно из наблюдений КрАО оказалась неудачной по причине малого количества наблюдений и низкой точности.

Наблюдения были привязаны к национальной шкале UTC(SU). Бюллетени ГМЦ ГСВЧ с привязкой UTC(SU) к международной шкале UTC за указанные годы, к сожалению, недоступны. Однако был найден бюллетень Международного бюро времени за

1982 г. [15], в котором разница между UTC и UTC(SU) находится между 23 и 27 мкс, что соответствует изменению в дальности до Луны уровне менее 1 см. Поскольку точность самих наблюдений существенно хуже 1 см, наблюдения КрАО трактовались при обработке как сделанные в шкале UTC без внесения поправок.

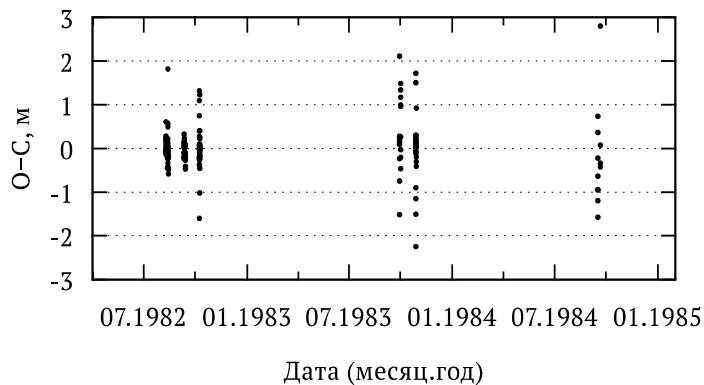
В связи с небольшим количеством и невысокой точностью наблюдений на ЗТШ, введение этих наблюдений не оказало заметного влияния на результат уточнения орбиты и физической либрации Луны. Единственными параметрами, фактически уточнёнными по наблюдениям на ЗТШ, являются координаты точки отсчёта телескопа, к которой отнесены наблюдённые величины:

$$\rho \cos(\phi) = 4539377.06 \text{ м} (1\sigma = 8.5 \text{ см}),$$

$$\lambda = 34^\circ.015782 (1\sigma = 0^\circ.000001),$$

$$\rho \sin(\phi) = 4466363.4 \text{ м} (1\sigma = 20 \text{ см}),$$

где  $\rho$  — длина геоцентрического радиус-вектора;  $\lambda$  — долгота,  $\phi$  — широта. Таким образом,  $\rho = 6368229.4$  м,  $\phi = 44^\circ.535487$ . Эти координаты близки к координатам в [8] по долготе и широте (с точностью до нескольких метров), но отличаются на 30 м в радиусе: значение из [8] равно 6368260 м.



**Рис. 2.** Невязки (односторонние) 177 наблюдений на ЗТШ. Априорные ошибки наблюдений, составляющие от 0.24 до 0.25 м, не приведены.

Остаточные невязки приведены на рис. 2. Среднеквадратичное значение (rms) невязок равно 59 см. При отсечении наблюдений с невязками более 1.5 м по абсолютной величине остаётся 167 наблюдений; для этих наблюдений rms равно 41 см.

#### 4. Три нормальные точки лазерной локации «Лунохода-1» в 1974 г.

Формат представления нормальных точек наблюдений ЛЛЛ до 1981 г., найденных на распечатках АЦПУ, отличается от формата Малхолланда, не содержит метеоданных и величин электронной и геометрической задержек. Не представляется возможным определить, были ли соответствующие поправки внесены в данные. Тем не менее, была проведена обработка 3 нормальных точек «Лунохода-1» (вычисленных на основе 36 фотонов [8]) с использованием современной эфемериды Луны и современного уточнённого положения «Лунохода-1» (см. табл. 2).

В работе [8] была сделана попытка уточнения положения «Лунохода-1» по этим трём нормальным точкам, с использованием также наблюдений «Аполлона-14» в обсерватории Макдональд и наблюдений «Аполлона-11» и «Аполлона-15» в обсерватории Макдональд и КрАО. Результат: радиус 1737.136 км, долгота  $-35^\circ.1537$ , широта  $+38^\circ.3689$ . Ошибка определения положения была оценена в «сотни километров», но в действительности эти координаты отличаются от истинных, уточнённых по современ-

ным данным, лишь на 3.7 км. Однако, к сожалению, это различие привело к неудаче последующих попыток локации «Лунохода-1» в обсерватории Макдональд.

**Таблица 2.** Невязки 3 наблюдений Лунохода-1 на ЗТШ.

Дата и время наблюдения	Задержка (с)	Остаточная односторонняя невязка (м)
28.05.1974 18:37:46.929988	2.4565319936	0.93
28.05.1974 19:51:32.251415	2.4648665413	-0.95
15.07.1974 01:42:05.114108	2.4755519847	0.50

Остается неясным, по какой причине лазерная локация «Лунохода-1» в КрАО была прекращена после 1974 г. Этот факт, в совокупности с неудачей в обсерватории Макдональд, привёл исследователей к мысли, что «Луноход-1» потерян навсегда. Лишь в 2010 г., после анализа изображений, полученных космическим аппаратом «Lunar Reconnaissance Orbiter», лазерная локация «Лунохода-1» возобновилась в обсерватории «Apache Point» (США) [16].

#### **4. Заключение**

История создания необходимой аппаратуры для ЛЛЛ и теоретических обоснований для ее реализации уже насчитывает несколько десятилетий, довольно хорошо описана в научной и популярной литературе и частично представлена в данной статье. Продуктивная работа велась группами сотрудников ФИАН, Крымской Астрофизической обсерватории и Институтом теоретической астрономии в Ленинграде (ИТА).

Более 48 лет ведутся регулярные ЛЛЛ наблюдения, точность которых улучшилась от метровых до миллиметровых значений. Наблюдения ЛЛЛ, сделанные в КрАО в 1982–1984 гг., подтверждены настоящим анализом. Их точность уступает наблюдениям зарубежных обсерваторий в те годы (20 см в обсерватории Макдональд и 17 см в CERGA, Франция). Наблюдения КрАО не могут быть использованы для уточнения параметров орбиты и физической либрации Луны, но вписываются в картину эволюции точности ЛЛЛ наблюдений и могут занять свое место среди наблюдений указанных лет в общей базе данных.

Положение «Лунохода-1» могло бы быть определено в середине 1970-х гг., при условии продолжения наблюдений «Лунохода-1» в КрАО и более тесном международном сотрудничестве. Повторное обнаружение «Лунохода-1» в 2010 г. было сделано независимо от работы Калам [8].

#### **Литература**

1. L.D. Smullin, G. Fiocco. Project Lunar see // Proc. IRE (Correspondence), vol. 50, pp. 1703-1704, July 1962.
2. Грасюк А.З., Зуев В.С., Кокурин Ю.Л. и др. Об оптической локации Луны // ДАН СССР, 1964, т. 154, № 6, с. 1303-1305.
3. Ю.Л. Кокурин, В.В. Курбасов, В.Ф. Лобанов и др. Измерение расстояния до Луны методом оптической локации // Письма в ЖТФ, 1966, т. 3, вып. 5, 219-223.
4. Abalakin V.K., Kokurin Yu.L. Optical location of the Moon // Sov. Phys. Usp. 1981, 24, 619-623.
5. Yu.L. Kokurin, V.V. Kurbasov, V.F. Lobanov и др. Laser location of the reflector on board Lunokhod-1 // Sov. J. Quantum Electron. 1972. Volume 1, Number 5.
6. Yu.L. Kokurin, V.V. Kurbasov, A.N. Shukhanovskij et al. Lunar Laser Ranging in the Lebedev Physical Institute of the USSR Academy of Sciences Soviet Union // Proceedings of the 19th International Workshop on Laser Rang-ing, Annapolis MD, Oct. 27-31, 2014.
7. Абалакин В.К., Бойко В.Н., Кокурин Ю.Л. и др. О перспективах использования светолокационных (лазерных) наблюдений Луны // Астрономический журнал, 1975, т. 52, № 2, с. 387.

8. Calame, O. Première détermination d'une longuebase terrestre par télémétrie laser-lune et localisation du réflecteur de Lunakhod 1. Comptes rendus de l'Académie des Sciences Série B, Vol. 280, 551 (1975). Английский перевод: Location of Lunakhod 1 and chord length Crimea–McDonald from lunar laser range measurements (COSPAR 1975, I.2.2).
9. Pavlov D.A., Williams J.G., Suvorkin V.V. Determining parameters of Moon's orbital and rotational motion from LLR observations using GRAIL and IERS-recommended models // Cel. Mech. Dyn. Astr., 2016, 126(1), 61–88.
10. Mulholland J.D. Proposed Standards for Distribution and Documentation of Lunar Laser Ranging Data / COSPAR Information Bulletin, 61, London (1972).
11. <http://iaaras.ru/en/dept/ephemeris/observations/>
12. Pavlov D.A., Skripnichenko V.I. Rework of the ERA software system: ERA-8. Proc. Journées 2014 “Systèmes de Référence Spatio-Temporels” Z. Malkin and N. Capitaine (eds), Pulkovo observatory, 243–246, 2015.
13. <http://iaaras.ru/en/dept/ephemeris/epm/2017/>
14. Ratcliff J., Gross R. Combinations of Earth Orientation Measurements: SPACE2014, COMB2014, and POLE2014. JPL publication 15-8, NASA (2015)
15. Bureau international de l'heure. Annual report for 1982. Paris (1983)
16. T.W. Murphy Jr., E.G. Adelberger, J.B.R. Battat et al. Laser ranging to the lost Lunokhod 1 reflector // Icarus, 2011, 211, 1103–1108.

## **PROCESSING AND ANALYSIS OF LUNAR LASER RANGING OBSERVATIONS PERFORMED WITH SHAJN TELESCOPE IN CRIMEA IN 1974–1984**

**Tryapitsyn V.N.<sup>1</sup>, Yagudina E.I.<sup>2</sup>, Pavlov D.A.<sup>2</sup>, Rumyantsev V.V.<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Crimean Astrophysical Observatory, Nauchny, Crimea, Russia*

<sup>2</sup>*Institute of Applied Astronomy RAS, St. Petersburg, Russia*

Analysis of lunar laser ranging (LLR) observational data since 1969 to present time has demonstrated that the LLR is an effective method of Solar System research. It has been proven by building the high-precision ephemeris of the Solar System: DE (USA), EPM (Russia), INPOP (France), and parameters of lunar orbital and rotational motion, as well as others (geodynamical, relativistic), determined with high accuracy by different authors. LLR observation database presently contains more than 24000 normal points. In USSR, LLR measurements were performed in CrAO (Crimea) on the Shajn 2.6 m telescope with an automated laser ranging system developed by the Lebedev Physical Institute, and in the time span of 1969 to 1984 there were obtained 1400 measurements. The accuracy of the measurements, according to literature was initially 3.0 m, then was gradually improved to 0.6 m by 1978. Those measurements are not part of the LLR observations database. Some of these observational data was found in a CrAO facility in Katsiveli.

The main purpose of our work was to process the Crimean observations (previously unpublished) with ephemeris EPM2017, and to determine their place in the history of LLR. The real accuracy of these observations was estimated. The results of the processing and analysis are presented.

A particularly interesting finding is related to the three normal points of Lunokhod 1 ranges obtained in 1974. Unfortunately, that was not enough to confirm the location of the rover at the McDonald observatory, and the rover was considered lost for 35 years.

**С П И С О К А В Т О Р О В**

- Андреев А.О. 11, 47, 85  
Апетян А.А. 35  
Аюбов Д.К. 213  
Баляев И.А. 201  
Барабанов С.И. 131  
Бахтигараев Н.С. 29  
Безменов И.В. 91  
Bizouard C. 61  
Бикулова Д.А. 17, 35  
Бобоев Ш.С. 213  
Вавилов Д.Е. 223  
Васильев А.А. 201  
Верещагин С.В. 131  
Вибе Ю.З. 21  
Виноградова Т.А. 137, 223  
Воротков М. 67  
Гламазда Д.В. 21  
Горшанов Д.Л. 53, 143  
Горшиков В.Л. 67, 73, 297  
Гришина А. 67  
Девяткин А.В. 143, 281, 285, 287,  
    289, 291, 295, 301, 309, 311  
Демина Н.Ю. 11  
Довгалев И.С. 149  
Драке Н.А. 295  
Еришов В.Н. 249  
Железнов Н.Б. 223  
Загидуллин А.А. 155  
Загретдинов Р.В. 85  
Зайцев А.В. 223  
Заливадный Н.М. 123  
Ибадинов Х.И. 213  
Иванов А.В. 143  
Иванова Т.В. 161  
Игнатенко И.Ю. 91, 255  
Игнатенко Ю.В. 255  
Измайлов И.С. 17, 53  
Кайзер Г.Т. 21  
Калиничева О.В. 167  
Калиниченко О.А. 231  
Кашеев Р.А. 85  
Кияева О.В. 231  
Космодамианский Г.А. 173  
Кочетова О.М. 223  
Крушинский В.В. 21  
Кузнецов В.Б. 261  
Кузнецов Э.Д. 21, 195, 217  
Куликова А.М. 17, 35  
Курдубов С.Л. 25, 79  
Лапаева В.В. 85  
Левитская Т.И. 313  
Левкина П.А. 29  
Липовка А.А. 235  
Липовка Н.М. 235  
Лукашова М.В. 179  
Львов В.Н. 143  
Магдиев Х.Н. 117  
Мартиюшева А.А. 143  
Мельников А.В. 149, 183  
Миллер Н.О. 303  
Миронова С.М. 25, 79  
Мохнаткин А.В. 73  
Мубаракшина Р.Р. 85  
Нарижная Н.В. 17, 35  
Наумов К.Н. 143  
Нефедьев Ю.А. 11, 47, 85, 155  
Павлов Д.А. 79, 179, 189, 319  
Парижская Е.Ю. 179  
Пасынок С.Л. 91, 267  
Пашкевич В.В. 61, 97  
Перминов А.С. 195  
Петров Н.А. 201  
Петров С.Д. 273  
Петрова Н.К. 155  
Петрова С.Н. 143  
Питьев Н.П. 207  
Питьева Е.В. 207  
Попадьёв В.В. 103  
Попов А.А. 21  
Постникова Е.С. 131  
Родионов Ф.В. 313  
Романенко Л.Г. 231, 241  
Румянцев В.В. 319  
Русов С.А. 143  
Сафаров А.Г. 213  
Сафонова В.С. 21  
Свешников М.Л. 179  
Серов Ю.А. 273  
Сидоренков Н.С. 105  
Скрипниченко П.В. 217  
Скурихина Е.А. 111, 117  
Смирнов Е.А. 149

*Смирнов С.С.* 273  
*Соболева Т.В.* 287, 289, 291, 295,  
301, 303, 309, 311  
*Соколов Л.Л.* 201  
*Степанов А.В.* 281, 285  
*Стрелецкий Ю.С.* 309  
*Сысолятина Л.В.* 313  
*Толбин С.В.* 281  
*Толчельникова С.А.* 41  
*Трофимов Д.А.* 273  
*Трошичев О.А.* 273  
*Тряпицын В.Н.* 255, 319  
*Усанин В.С.* 155  
*Фазилова Д.Ш.* 117  
*Халявина Л.Я.* 123  
*Ховричев М.Ю.* 17, 35  
*Цекмейстер С.Д.* 143  
*Цыба Е.Н.* 91  
*Чекунов И.В.* 273  
*Чернетенко Ю.А.* 167, 223  
*Чуркин К.О.* 47  
*Шагабутдинов А.А.* 21  
*Шахт Н.А.* 53  
*Шевченко И.И.* 149  
*Шор В.А.* 223  
*Щербакова Н.В.* 67, 73  
*Ягудина Э.И.* 319