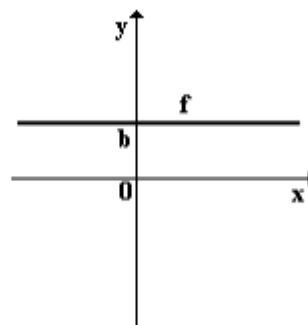


M8 - Typy funkcí

Konstantní

konstantní funkce - $f: y = b, b \in \mathbb{R},$

$$D(f) = \mathbb{R}, H(f) = \{b\}$$

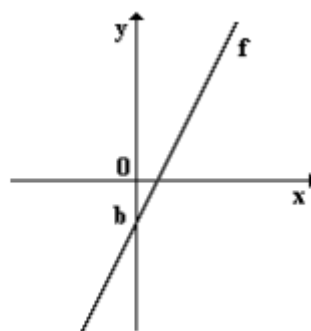


Lineární

lineární funkce - $f: y = ax + b, a \in \mathbb{R} - \{0\}, b \in \mathbb{R},$

$$D(f) = H(f) = \mathbb{R}$$

Poznámka: Změna koeficientu a se projeví jiným sklonem přímky - s rostoucí $|a|$ se přímka více „přimyká“ k ose y .

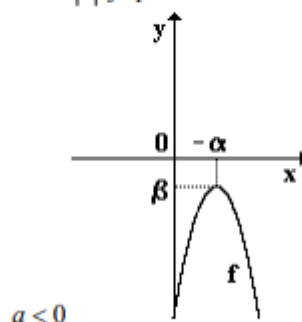
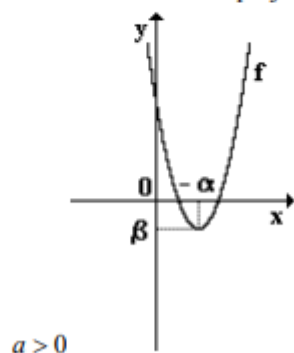


Kvadratická

kvadratická funkce - $f: y = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} = a(x + \alpha)^2 + \beta, a \in \mathbb{R} - \{0\}, b, c \in \mathbb{R},$

$$D(f) = \mathbb{R}, H(f) = \langle \beta; \infty \rangle \text{ pro } a > 0, H(f) = \langle -\infty; \beta \rangle \text{ pro } a < 0$$

Poznámka: Změna koeficientu a se projeví jinou šířkou paraboly - s rostoucí $|a|$ je parabola užší.



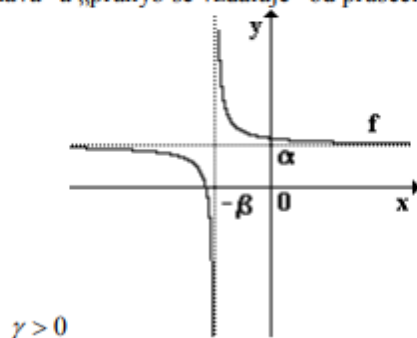
Lineárně lomená

lineárně lomená funkce - $f: y = \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{a}{c} + \left(\frac{bc-ad}{c^2}\right) \cdot \frac{1}{x+\frac{d}{c}} = \alpha + \frac{\gamma}{x+\beta}$, $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $c \neq 0$,

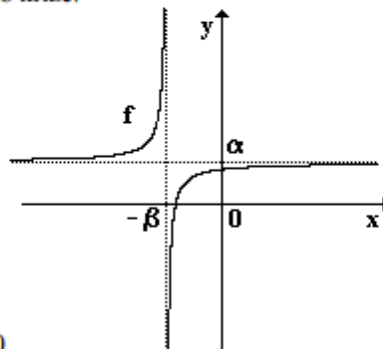
$$ad - bc \neq 0,$$

$$D(f) = \mathbb{R} - \{-\beta\}, H(f) = \mathbb{R} - \{\alpha\}$$

Poznámka: Změna koeficientu γ se projeví jiným „prohnutím“ hyperboly - s rostoucí $|\gamma|$ se hyperbola více „narovnává“ a „průhyb se vzdaluje“ od průsečíku pomocného osového kříže.



$\gamma > 0$



$\gamma < 0$

Mocninná

mocninná funkce - $f: y = a(x+b)^n + c$, $a \in \mathbb{R} - \{0\}$, $b, c \in \mathbb{R}$

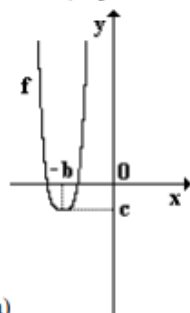
a) n je celé kladné sudé - $D(f) = \mathbb{R}$, $H(f) = \langle c; \infty \rangle$ pro $a > 0$, $H(f) = \langle -\infty; c \rangle$ pro $a < 0$;

b) n je celé kladné liché - $D(f) = \mathbb{R}$, $H(f) = \mathbb{R}$;

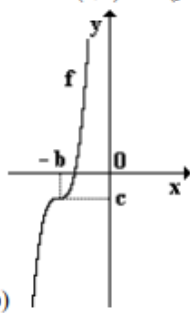
c) n je celé záporné sudé - $D(f) = \mathbb{R} - \{-b\}$, $H(f) = \langle c; \infty \rangle$ pro $a > 0$, $H(f) = \langle -\infty; c \rangle$ pro $a < 0$;

d) n je celé záporné liché - $D(f) = \mathbb{R} - \{-b\}$, $H(f) = \mathbb{R} - \{c\}$;

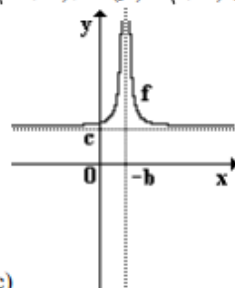
e) n je reálné z intervalu $(0; 1)$ - $D(f) = \langle -b; \infty \rangle$, $H(f) = \langle c; \infty \rangle$ pro $a > 0$, $H(f) = \langle -\infty; c \rangle$ pro $a < 0$.



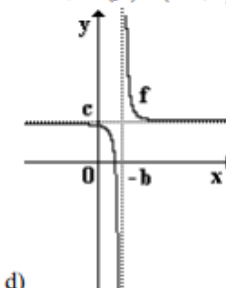
a)



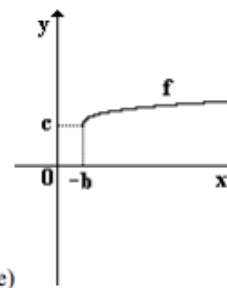
b)



c)



d)



e)

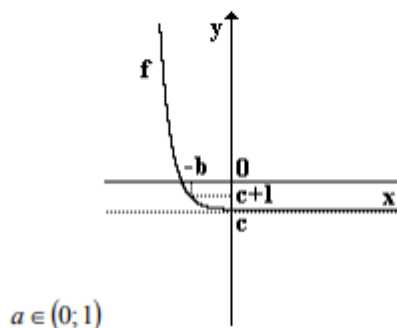
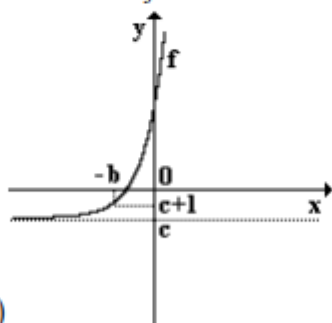
Všech pět obrázků je nakresleno pro $a > 0$.

Exponenciální

exponenciální funkce - $f: y = k \cdot a^{x+b} + c$, $a \in (0; 1) \cup (1; \infty)$, $b, c \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{R} - \{0\}$,

$D(f) = \mathbb{R}$, $H(f) = (c; \infty)$ pro $k > 0$, $H(f) = (-\infty; c)$ pro $k < 0$

Poznámka: Změna koeficientu a se projeví jiným stoupáním křivky - s rostoucím a pro $a \in (1; \infty)$ a s klesajícím a pro $a \in (0; 1)$ je křivka strmější.



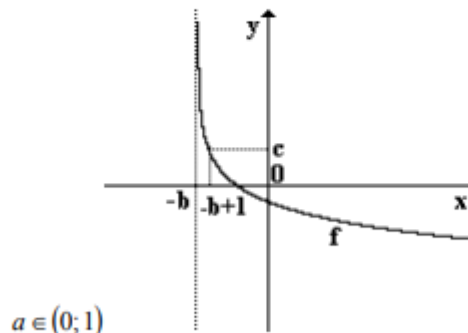
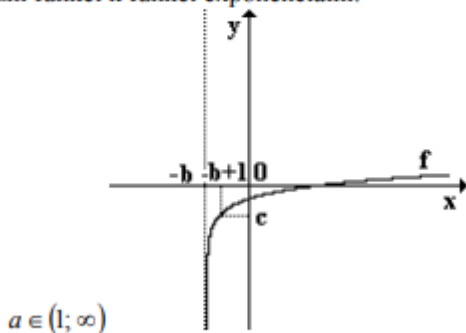
Oba dva obrázky jsou nakresleny pro $k > 0$.

Logaritmická

logaritmická funkce - $f: y = \log_a(x+b) + c$, $a \in (0; 1) \cup (1; \infty)$, $b, c \in \mathbb{R}$,

$D(f) = (-b; \infty)$, $H(f) = \mathbb{R}$

Poznámka: Změna koeficientu a se projeví jiným stoupáním křivky. Stačí si uvědomit, že logaritmická funkce je inverzní funkcí k funkci exponenciální.



Goniometrická

goniometrická funkce: $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$, $c, d \in \mathbb{R}$

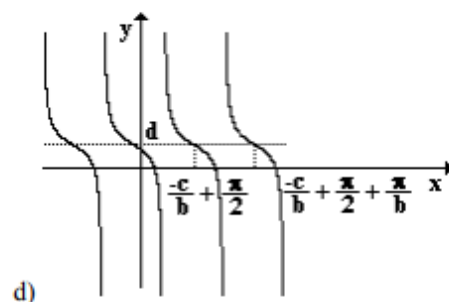
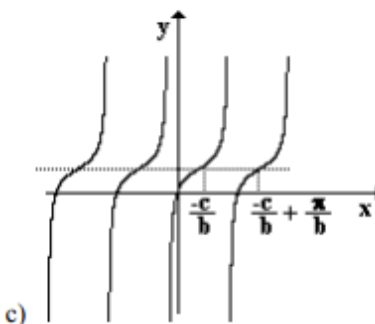
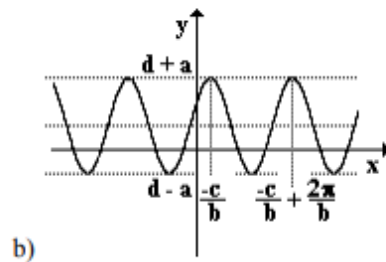
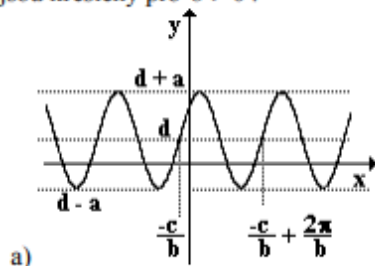
a) funkce sinus - $f: y = a \sin(bx + c) + d$, $D(f) = \mathbb{R}$, $H(f) = \langle d - a; d + a \rangle$; perioda je $\frac{2\pi}{|b|}$;

b) funkce kosinus - $f: y = a \cos(bx + c) + d$, $D(f) = \mathbb{R}$, $H(f) = \langle d - a; d + a \rangle$; perioda je $\frac{2\pi}{|b|}$;

c) funkce tangens - $f: y = a \operatorname{tg}(bx + c) + d$, $D(f) = \mathbb{R} - \left\{ \frac{(2k+1)\pi - 2c}{2b}; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $H(f) = \mathbb{R}$; perioda je $\frac{\pi}{|b|}$;

d) funkce kotangens - $f: y = a \operatorname{cotg}(bx + c) + d$, $D(f) = \mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi - c}{b}; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $H(f) = \mathbb{R}$; perioda je $\frac{\pi}{|b|}$.

Obrázky jsou kresleny pro $b > 0$.



Poznámka: Změna koeficientu a v grafu funkcí tangens a kotangens se projeví jiným stoupáním křivky - s rostoucím a bude křivka strmější.