

СЕТИ. БЕЗОПАСНОСТЬ

Урок 36

RSA

d e n

Публичный ключ

e n

Приватный ключ

d n

d e n

Публичный ключ

e n

$$M^e \bmod n = Se$$

Приватный ключ

d n

$$Se^d \bmod n = M$$

Основы алгоритма. Повторяем

1. У каждого участника есть закрытый и открытый ключи
2. Закрытый ключ держится в секрете
3. Открытый ключ можно даже опубликовать в Интернете
4. Открытый и закрытый ключи каждого участника обмена сообщениями в криптосистеме RSA образуют «согласованную пару» в том смысле, что они являются взаимно обратными

Схема RSA

Общеизвестны

e_p	n_p
-------	-------

e_s	n_s
-------	-------

Пользователь

d_p	e_p	n_p
-------	-------	-------

$$S = M^{e_s} \bmod n_s$$

Шифруем
публичным ключом получателя

$\{ S \}$

Сайт

d_s	e_s	n_s
-------	-------	-------

$$M = S^{d_s} \bmod n_s$$

Расшифровываем
приватным ключом получателя

Схема RSA

Общеизвестны

e_p	n_p
-------	-------

e_s	n_s
-------	-------

$\{ S \}$

Пользователь

d_p	e_p	n_p
-------	-------	-------

$\left\{ M = S^{d_p} \bmod n_p \right\}$

Расшифровываем
приватным ключом получателя

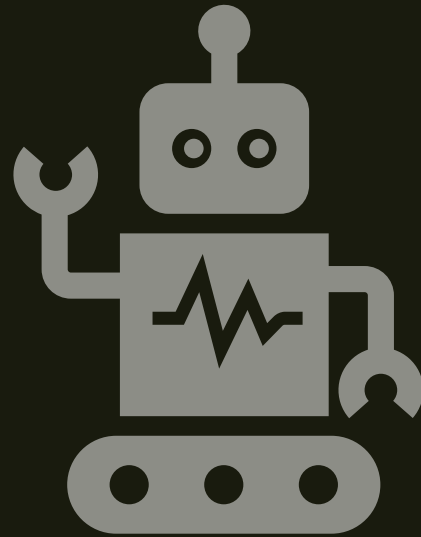
Сайт

d_s	e_s	n_s
-------	-------	-------

$\left\{ S = M^{e_p} \bmod n_p \right\}$

Шифруем
публичным ключом получателя

Практика



Аутентификация

Вы получили сообщение. Расшифровали. Получили информацию. Только вот правдивую ли информацию вы получили? Как проверить?

Подмена сообщения

Общеизвестны

e_p	n_p
-------	-------

e_s	n_s
-------	-------



$$S' = M'^{e_p} \bmod n_p$$



Пользователь

d_p	e_p	n_p
-------	-------	-------

$$M' = S'^{d_p} \bmod n_p$$

Расшифровываем
приватным ключом получателя



S

Сайт

d_s	e_s	n_s
-------	-------	-------

$$S = M^{e_p} \bmod n_p$$

Шифруем
публичным ключом получателя

ЭЦП

- Подтверждение подлинности отправителя
 - Подтверждение подлинности документа
 - Подтверждает факт отсылки сообщения
-
- Приравнена законом к личной подписи
 - Позволяет реализовать сложные схемы с отдельной доставкой документа и подписи

Как ее передать?

Алгоритм создания подписи

1. Берем открытый текст m
2. Создаем цифровую подпись простой формулой: $s = m^d \bmod n$
3. Передаем пару m и s , чтобы отправить и сообщение, и подпись

Алгоритм проверки подписи

1. Берем пару m и s
2. Берем открытый ключ нашего собеседника
3. Вычисляем сообщение из подписи по формуле: $M = s^e \bmod n$
4. Проверяем подлинность подписи. M и m должны быть равны!

Схема ЭЦП

Общеизвестны

e_p	n_p
-------	-------

e_s	n_s
-------	-------

Пользователь

d_p	e_p	n_p
-------	-------	-------

$$E = M^{d_p} \bmod n_p$$

Шифруем
приватным ключом отправителя

E

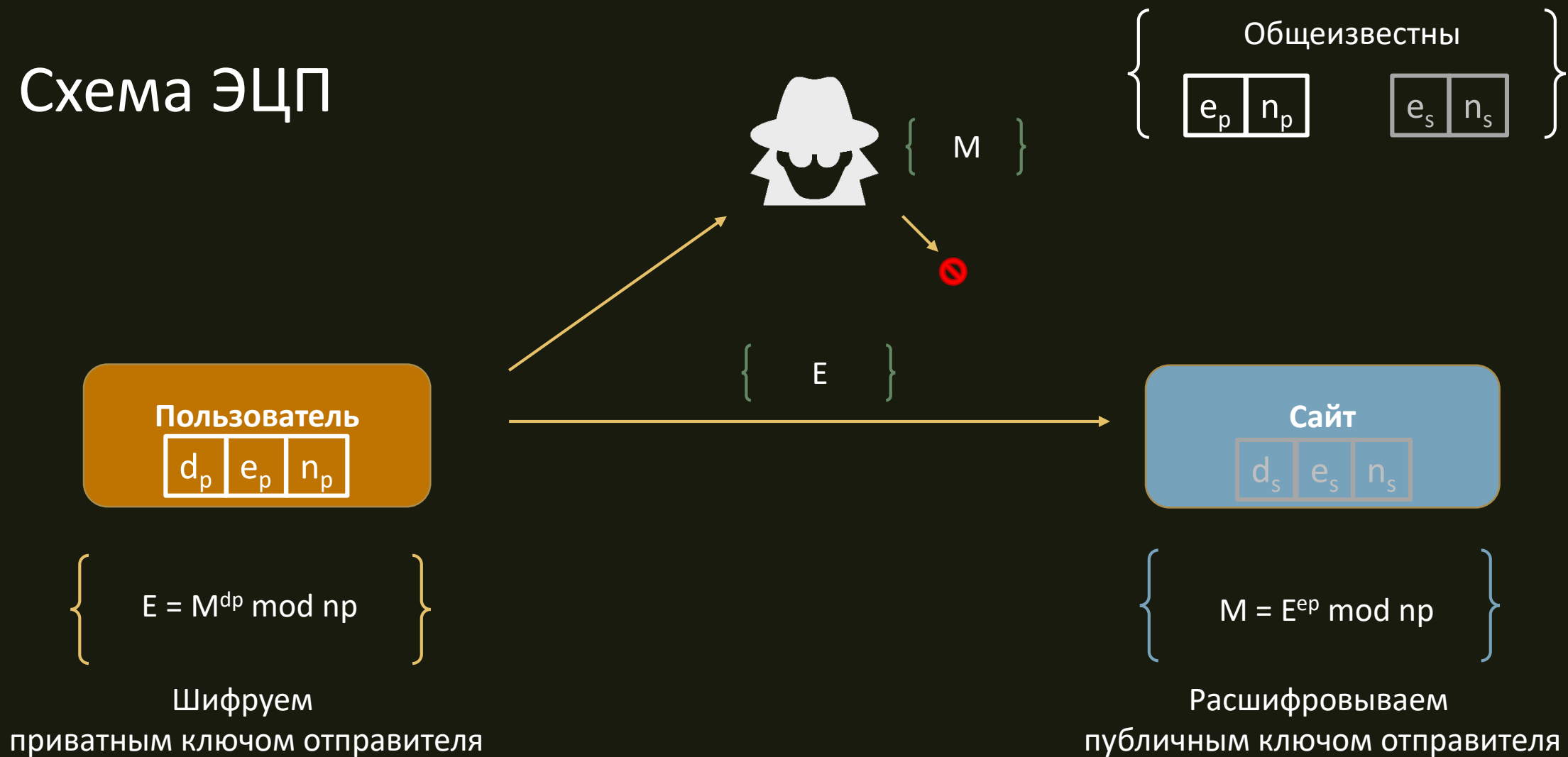
Сайт

d_s	e_s	n_s
-------	-------	-------

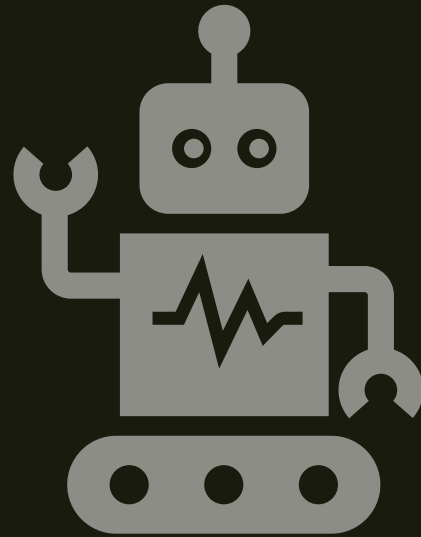
$$M = E^{e_p} \bmod n_p$$

Расшифровываем
публичным ключом отправителя

Схема ЭЦП



Практика



Хеш-сумма

Хеш-сумма – математическая функция от входной строки

Функционал:

- Произвольная длина входных данных
- Фиксированная длина результата
- **Однозначность** результата

CRC32: F6DE2FEA

MD5: 026f8e459c8f89ef75fa7a78265a0025

SHA-1: 7DD987F846400079F4B03C058365A4869047B4A0

Качество

- Сильная зависимость результата от входных данных
- **Непредсказуемость** результата

Стойкость

- **Необратимость**
- Стойкость к коллизиям первого рода: невозможно подобрать сообщение под известный хеш
- Стойкость к коллизиям второго рода: невозможно подобрать пару сообщений с одинаковым хешом

Хеш-сумма



“Очень длин^ный текст”

CRC32: 26485bdb
MD5: *c3f0ea667cca19f2b2cbc477392ecdf9*

“Очень длин^ыый текст”

CRC32: 02bff23e
MD5: *f60f8f645ebe88f22515e44c534153a0*



Схема ЭЦП

Общеизвестны

e_p	n_p
-------	-------

e_s	n_s
-------	-------

Пользователь

d_p	e_p	n_p
-------	-------	-------

$\left\{ \begin{array}{l} hm = \text{Hash}(M) \\ E = hm^{d_p} \bmod n_p \end{array} \right\}$

Шифруем
приватным ключом отправителя

$\{ M, E \}$

Сайт

d_s	e_s	n_s
-------	-------	-------

$\left\{ \begin{array}{l} hm = \text{Hash}(M) \\ hm' = E^{e_p} \bmod n_p \\ \text{hm} == \text{hm}' \end{array} \right\}$

Расшифровываем
публичным ключом отправителя

Бонус

Слепая ЭЦП

Общеизвестны

e_p	n_p
-------	-------

e_s	n_s
-------	-------

Пользователь

d_p	e_p	n_p
-------	-------	-------

$M = m1, m2$

$S1 = m1^{e_s} \bmod n_s$

$S2 = m2^{e_p} \bmod n_p$

$hm = \text{Hash}(S1, S2)$

$E = hm^{d_p} \bmod n_p$

$\{ S1, S2, E \}$

Сайт

d_s	e_s	n_s
-------	-------	-------

Слепая ЭЦП

Общеизвестны

e_p	n_p
-------	-------

e_s	n_s
-------	-------

Пользователь

d_p	e_p	n_p
-------	-------	-------

$M = m1, m2$

$S1 = m1^{e_s} \bmod n_s$

$S2 = m2^{e_p} \bmod n_p$

$hm = \text{Hash}(S1, S2)$

$E = hm^{d_p} \bmod n_p$

$\{ S1, S2, E \}$

Сайт

d_s	e_s	n_s
-------	-------	-------

$Hm = \text{Hash}(S1, S2)$

$hm' = E^{e_p} \bmod n_p$

$hm == hm'$

$m1 = S1^{d_s} \bmod n_s$

$ES1 = m1^{d_s} \bmod n_s$

$ES2 = S2^{d_s} \bmod n_s$

...

$\{ \dots ES1, ES2, \dots \}$

Слепая ЭЦП

Общеизвестны

e_p	n_p	e_s	n_s
-------	-------	-------	-------

Пользователь

d_p	e_p	n_p
-------	-------	-------

$M = m1, m2$

$S1 = m1^{e_s} \bmod n_s$

$S2 = m2^{e_p} \bmod n_p$

$hm = \text{Hash}(S1, S2)$

$E = hm^{d_p} \bmod n_p$

$\{ S1, S2, E \}$

Сайт

d_s	e_s	n_s
-------	-------	-------

$Hm = \text{Hash}(S1, S2)$

$hm' = E^{e_p} \bmod n_p$

$hm == hm'$

$m1 = S1^{d_s} \bmod n_s$

$ES1 = m1^{d_s} \bmod n_s$

$ES2 = S2^{d_s} \bmod n_s$

$\{ \dots ES1, ES2, \dots \}$

...

$$ES2^{d_p} \bmod n_p = (S2^{d_s} \bmod n_s)^{d_p} \bmod n_p =$$

$$= [(m2^{e_p} \bmod n_p)^{d_s} \bmod n_s]^{d_p} \bmod n_p =$$

$$= [(m2^{e_p} \bmod n_p)^{d_p} \bmod n_p]^{d_s} \bmod n_s =$$

$$= m2^{d_s} \bmod n_s$$

Практика

