ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1

Рассматривается задача оптимального управления непрерывной системой

$$\min_{\bar{u}(\cdot;t)} \int_t^{t+T} ||\bar{x}(\tau;t)||_Q^2 + ||\bar{u}(\tau;t)||_R^2 \, d\tau$$

при условиях

$$\dot{\bar{x}}(\tau;t) = f(\bar{x}(\tau;t), \bar{u}(\tau;t)), \quad \bar{x}(t;t) = x(t)$$
$$\bar{x}(\tau;t) \in X, \quad \forall\tau \in [t, t+T]$$
$$\bar{u}(\tau;t) \in U, \quad \forall\tau \in [t, t+T]$$
$$\bar{x}(t+T;t) = 0$$

с линейной динамикой системы

$$f(x,u) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

и множествами ограничений

$$X := \{x \in \mathbb{R}^2 : ||x||_\infty \leq 1\}, \quad U := \{u \in \mathbb{R} : |u| \leq 1\}.$$

Весовые матрицы заданы как

$$Q = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad R = 1.0 \ .$$

Задание 1: Для того чтобы решить вышеуказанную задачу оптимального управления, необходимо провести дискретизацию системы. Для этого выбирается шаг $\delta = T/N$, т.е. производится N шагов на протяжении всего горизонта предсказания T. Во время каждого шага управление $\bar{u}$ выбирается кусочно-постоянным, т.е.

$$\bar{u}(t + k \cdot \delta + \tau; t) = \bar{u}_k, \quad \forall\tau \in [0, \delta) \ ,$$

где $k = 0, \ldots, N-1$. Переформулируйте задачу используя данную дискретизацию.

Задание 2: Реализуйте MPC алгоритм, используя файл `MPC_Exercise1.m` и функцию MATLAB `quadprog.m` как указано в комментариях к коду. Длина шага выбирается как $\delta = 0.1$, горизонт предсказания $T = 4$. Начальное состояние $x_0 = [0.6, 0.8]^T$.

Задание 3: Используйте различные начальные состояния, различные горизонты предсказания, различные веса Q и R, различные множества ограничений X и U. Чего вы ожидаете при каждом изменении? Можно ли наблюдать ожидаемое вами?