

**5.3. Дана сеть с целыми пропускными способностями. Найдите из всех минимальных разрезов такой, в котором минимальное число ребер.**

Решение:

Предположим, что  $C$  – это ёмкость ребра (пропускная способность). Тогда для каждого ребра сделаем такое преобразование:

$$C' = (|E| + 1) * C + 1$$

Тогда в новом графе можно найти минимальный разрез, который в старом будет минимальным и с минимальным количеством рёбер.

Теперь про эту формулу:

Пусть  $c$  - минимальный разрез в графе,  $k$  - количество ребер в нем, тогда он будет иметь общую ёмкость  $c(|E| + 1) + k$  в преобразованном графе. Рассмотрим другой разрез  $c_1 \geq c + 1$ , тогда его общая ёмкость будет

$$(c + 1)(|E| + 1) + k', \text{ где } 0 \leq k' \leq |E|$$

$$(c + 1)(|E| + 1) + k' = c(|E| + 1) + |E| + 1 + k' >$$

$$c(|E| + 1) + |E| \geq c(|E| + 1) + k$$

Таким образом, любой разрез в исходном графе, который не является минимальным разрезом, также не будет минимальным разрезом в преобразованном графе. Другими словами, любой минимальный разрез преобразованного графа будет минимальным разрезом исходного графа. Более того, из всех минимальных разрезов в исходном графе с минимальным количеством ребер, будет иметь наименьшую емкость в преобразованном графе. Таким образом минимальный разрез в преобразованном графе будет минимальным и в исходном и будет иметь наименьшее число рёбер.