кр # 3

задача #1

найти действительную и мнимую часть одного из выражений.

$$z = \sqrt[3]{\frac{-3-i}{-2-4i}} = \sqrt[3]{\frac{-(i+3)}{-(2+4i)}} = \sqrt[3]{\frac{(i+3)(2-4i)}{4-16i^2}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{2i+6-4i^2-12i}{20}} = \sqrt[3]{\frac{10-10i}{20}} = \sqrt[3]{\frac{1-i}{2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}$$

~~задача #2~~

$$|z| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}} = \sqrt{0,5}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}(1)$$

$$\sqrt[6]{0,5}\left(\cos\frac{\operatorname{arctg}(1)}{3} + i\sin\frac{\operatorname{arctg}(1)}{3}\right)$$

$$= \sqrt[6]{0,5}\left(\cos\frac{0,785}{3} + i\sin\frac{0,785}{3}\right) =$$

$$\sqrt[6]{0,5}\left(\cos(0,261) + i\sin(0,261)\right) =$$

$$= \sqrt[6]{0,5}\left(0,966 - i\,0,258\right) = 0,89 * 0,966 - i\,0,89 * 0,258$$

$$= 0,86 - i\,0,23$$

Задача 2

Найти фундаментальную решений систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_4 + 5x_5 = 0 \\ -x_1 + 3x_2 - 4x_4 - 9x_5 = 0 \\ -x_1 + 3x_2 + 1x_3 - 4x_4 - 8x_5 = 0 \\ -x_2 - x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ -x_1 + 6x_2 + 3x_3 - 10x_4 - 18x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 & 2 & 5 \\ -1 & 3 & 0 & -4 & -9 \\ -1 & 3 & 1 & -4 & -8 \\ 0 & -1 & -1 & 2 & 3 \\ -1 & 6 & 3 & -10 & -18 \end{vmatrix} \sim \begin{array}{c} x_1 \; x_2 \; x_3 \; x_4 \; x_5 \\ \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \end{array}$$

$x_1 - 2c_1 - 3c_2 = 0$

$x_2 - 2c_1 - 4c_2 = 0$

$x_3 = c_2$

$x_4 = 1c_1 + 0c_2$

$x_5 = 0c_1 + 1c_2$

$x_1 = 2c_1 + 3c_2$

$x_2 = 2c_1 + 4c_2$

$x_3 = 0c_1 + 1c_2$

$x_4 = 1c_1 + 0c_2$

$x_5 = 0c_1 + 1c_2$

Задача #4

Найти частное решение системы на всех неизвестных:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 35 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 - x_5 = -11 \\ x_2 + x_3 - 3x_5 = 52 \\ -x_1 + 3x_2 - 5x_5 = 42 \\ -x_1 + x_2 - x_4 = -7 \end{cases}$$

$$\left|\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 35 \\ -1 & 2 & -1 & -1 & -1 & -11 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -3 & 52 \\ -1 & 3 & 0 & 0 & -5 & 42 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & -7 \end{array}\right| \sim \left|\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 30 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & 24 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 28 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right|$$

$$\begin{cases} x_1 - x_5 = 30 \\ x_2 - 2x_5 = 24 \\ x_3 - x_5 = 28 \\ x_4 - x_5 = 1 \\ x_5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 30 \\ x_2 = 24 \\ x_3 = 28 \\ x_4 = 1 \\ x_5 = 0 \end{array}$$

Задача

Найти все значения переменных $b_1, \dots, b_5$, при которых данная система совместна.

$$\begin{cases} x_1 + x_4 + 2x_5 = b_1 \\ x_2 - x_3 - 2x_5 = b_2 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = b_3 \\ -2x_1 + 3x_2 - 5x_3 - 4x_4 - 12x_5 = b_4 \\ 3x_1 - 4x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 16x_5 = b_5 \end{cases}$$

$$\left|\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & b_1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -2 & b_2 \\ 1 & -2 & 3 & 2 & 4 & b_3 \\ -2 & 3 & -5 & -4 & -12 & b_4 \\ 3 & -4 & 6 & 5 & 16 & b_5 \end{array}\right| \sim$$

(-1), (2), (-3)

$$\left|\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & b_1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & b_2 \\ 0 & -2 & 3 & 1 & 5 & b_3 - b_1 \\ 0 & 3 & -5 & -2 & -8 & b_4 + 2b_1 \\ 0 & -4 & 6 & 2 & 10 & b_5 - 3b_1 \end{array}\right| \sim$$

(2), (-3), (-2)

$$\sim \left|\begin{array}{ccccc|l} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & b_1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -2 & b_2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & b_3 - b_1 + 2b_2 \\ 0 & 0 & -2 & -2 & -2 & b_4 + 2b_1 - 3b_2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 & b_5 - 2b_3 - b_1 \end{array}\right| \begin{array}{l} \\ \\ \\ (1) \\ (2) \\ (-2) \end{array} \sim$$

$$\sim \left|\begin{array}{ccccc|l} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & b_1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 3b_2 + b_3 - b_1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & b_3 - b_1 + 2b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_4 + 2b_3 + b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_5 - 4b_3 - 4b_2 + b_1 \end{array}\right|$$

$$\begin{cases} b_4 + 2b_3 + b_2 = 0 \\ b_5 - 4b_3 - 4b_2 + b_1 = 0 \end{cases}$$

$b_1 = 0 \quad b_2 = 0 \quad b_3 = 1 \quad b_4 = -2 \quad b_5 = 4$

$b_1 = 0 \quad b_2 = 1 \quad b_3 = 0 \quad b_4 = -1 \quad b_5 = 4$

$b_1 = 1 \quad b_2 = 0 \quad b_3 = 0 \quad b_4 = 0 \quad b_5 = -1$

Задача #5

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & -8 \\ 4 & -2 & -5 & -15 \\ -6 & 3 & 8 & 23 \end{vmatrix} \sim \begin{vmatrix} 1 & -0,5 & -2 & -4,5 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & -8 \\ 4 & -2 & -5 & -15 \\ -6 & 3 & 8 & 23 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -0,5 & -2 & -4,5 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & -4 & -4 \end{vmatrix} \sim \begin{vmatrix} 1 & -0,5 & -2 & -4,5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & -4 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\sim \begin{vmatrix} 1 & -0,5 & -2 & -4,5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

линейно не зависимые вектора

$1, 2 = \dim(L, L_2) = 2$