

ДЗ #3

Задача №1

Вам нужно определить $n+1$ - порядка
матрицу приведения к приведения к
 Δ виду!

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ a_1 & a_1 & a_1 & \dots & a_1 & a_1 - b_1 & a_1 \\ a_2 & a_2 & a_2 & \dots & a_2 - b_2 & a_2 & a_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n - b_n & a_n & a_n & \dots & a_n & a_n & a_n \end{pmatrix}$$

$$a_k = 4^k \quad b_k = k \quad n = 16$$

сделать местами 1 и 16 2 и 15...
строки, потому что каждая строка
строки $1 \cdot a_i$. Тогда везде будем
иметь кроме ~~только~~ главной диагонали
элементы $a_i - b_i - a_i = -b_i$
 $\det(A) = \prod_{i=1}^n -b_i = 16! = 20922789888000$

Задача №3

Вычислите определитель $n+1$ -порядка
методом линейных доминант

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2-a & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 3-a & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & n+1-a \end{vmatrix}$$

$$a = \frac{n+1}{5} \quad n=15$$

Предположим $a=1, 2, \dots, n$ будем получать
столбцы совпадающие с 1 столбцом

$$\Rightarrow p(a) = \Delta (a-1)(a-2)\dots(a-n). \text{ Заметим}$$

$$\text{что } \Delta = 1 \Rightarrow \det(A) = p(a) \text{ подставить}$$

произведение и умножим на $(-1)^n$, получим:

$$= 131288080, 74086313.$$

Задача №2

Вычислите определитель n -порядка методом
рекуррентных соотношений

$$\alpha = 5 \quad \beta = 2 \quad n = 18$$

$$\begin{vmatrix} \alpha+\beta & \alpha\beta & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \alpha+\beta & \alpha\beta & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \alpha+\beta & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha+\beta \end{vmatrix}$$

~~Вычисление определителя~~ Разложим по 1 строке

$$D_n = \begin{vmatrix} \alpha + \beta & \alpha\beta & 0 & 0 & \dots \\ 1 & \alpha + \beta & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots \end{vmatrix} =$$

$$= (\alpha + \beta) \cdot (-1)^2 \begin{vmatrix} \alpha + \beta & \alpha\beta & \dots & 0 \\ 1 & \alpha + \beta & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \alpha + \beta \end{vmatrix} + \alpha\beta \cdot (-1)^{1+2} \cdot$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \alpha\beta & \dots & 0 \\ 0 & \alpha + \beta & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \alpha + \beta \end{vmatrix} = (\alpha + \beta) D_{n-1} - \alpha\beta \begin{vmatrix} 1 & \alpha\beta & \dots & 0 \\ 0 & \alpha + \beta & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \alpha + \beta \end{vmatrix}$$

Последнюю матрицу разложим по столбцу

$$(\alpha + \beta) D_{n-1} - \alpha\beta \cdot 1 + (-1)^2 \begin{vmatrix} \alpha + \beta & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \alpha + \beta \end{vmatrix} =$$

$$= (\alpha + \beta) D_{n-1} - \alpha\beta D_{n-2} = D_n$$

Решим уравнение. ~~и~~ найдем α и β

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad D = 1^2 > 0 \quad \alpha', \beta' = \frac{5 \pm 1}{2} = 3; 2$$

$$\Delta_n = C_1 \alpha'^n + C_2 \beta'^n$$

$$C_1 = \frac{\Delta_2 - \beta' \Delta_1}{\alpha'(\alpha' - \beta')}$$

$$C_2 = -\frac{\Delta_2 - \beta' \Delta_1}{\alpha'(\alpha' - \beta')}$$

$$\Delta_1 = 5$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 19$$

$$\Rightarrow d_n = \det = 3^{19} - 2^{19} = 1161734149$$

Задача 4

Вычислите определитель n -порядка
методом представления в виде суммы
определителей.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \\ 1 & 3 & 3 & \dots & n-1 & n \\ 1 & 2 & 5 & \dots & n-1 & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 2n-3 & n \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & 2n-1 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{Представим} \\ \text{в виде суммы} \\ \text{нескольких} \\ \text{определителей} \\ \text{по строкам} \\ \det = 6401545405788000 \end{array}$$