

25 # 2

задача 1: Вычислите

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 16 & 13 & 14 \\ 0 & 0 & 18 & 19 & 18 \\ 0 & 0 & 0 & 13 & 18 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Так как нижняя часть ~~матрицы~~ от основной диагонали с диагональю состоит из нулей, то такая матрица

при возведении в степень будет иметь вид (все её элементы нули)

задача 2:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & b^2 \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

вычислим определители.

$$1) (b^2a + bc^2 + a^2c) - (b^2c + c^2a + a^2b)$$

$$2) (c^2b + b^2a + a^2c) - (a^2b + b^2c + ac^2)$$

$$1) = 2) \Rightarrow \text{Доказано!}$$

Задача 3 Вычислите определитель;

$$\begin{vmatrix} 0 & -3 & -2 & -4 \\ 1 & -4 & 2 & -5 \\ -1 & -4 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

берем 4 строку

$$(-1)^{4+1} \cdot (-3)$$

$$\cdot \begin{vmatrix} -3 & -2 & -4 \\ -4 & 2 & -5 \\ -4 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

1) ↑

$$1) (12 + (-40) + 0) - (32 + (-16) + 0) = (-28 - 16) = -44$$

$$3 \cdot (-44) = -132$$

Задача 4 Вычислите определитель;

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & -4 & 4 \\ -2 & -5 & -5 & -3 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

берем 1 строку:

$$(-1)^{1+1} \cdot 2$$

$$\cdot \begin{vmatrix} 2 & -4 & 4 \\ -5 & -5 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

1) ↑

$$+ (-1)^{1+3} \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 & 4 \\ -2 & -5 & -3 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

↑ 2)

$$1) (22 + (-40) + 0) - (-10 + (-12) + 0) = (-18 - 22) = -40$$

$$2) (5 + 8 + 0) - (-3 + (-4) + 0) = (13 - 7) = 6$$

$$1) = -40$$

$$2) = 6$$

$$2 \cdot (-40) + 3 \cdot 6 = -80 + 18 = -62$$

Задача 5: Решите уравнение

$$\begin{vmatrix} 8 & -2 & x \\ -4 & 1 & 4 \\ x & 5 & -2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (-16 + (-20x) + (-14x)) - (x^2 + (-16) + 280) = 0$$
$$x^2 + 34x + 280 = 0$$
$$D = 36 = 6^2 > 0 \quad x_{1,2} = \frac{-34 \pm 6}{2} = -20, -14$$

Задача 6 Вычислите определитель:

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 \end{vmatrix}$$

Определитель матрицы
в виде Δ равен
произведению элементов
диагонали \Rightarrow
 $(-1) \cdot (-3) \cdot (-1) \cdot 1 \cdot (-3) = 9$

Задача 7

$$\begin{array}{r}
 4 \downarrow \begin{array}{cccccc} 2 & 0 & 0 & -1 & -3 & 0 \end{array} \\
 -5 \downarrow \begin{array}{cccccc} -8 & -1 & -2 & 3 & 9 & 0 \end{array} \\
 3 \downarrow \begin{array}{cccccc} -40 & -4 & -6 & 13 & 47 & 1 \end{array} \\
 3 \downarrow \begin{array}{cccccc} 120 & 12 & 16 & -34 & -142 & -4 \end{array} \\
 (-2) \downarrow \begin{array}{cccccc} -360 & -36 & -48 & 100 & 429 & 11 \end{array} \\
 \begin{array}{cccccc} -720 & -72 & -96 & 200 & 857 & 20 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & -1 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 5 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{cccccc} 2 & 0 & 0 & -1 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & -3 & 0 \\ + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & -3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 5 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\begin{pmatrix}
 2 & 0 & 0 & -1 & -3 & 0 \\
 0 & -1 & -2 & -1 & -3 & 0 \\
 0 & 0 & 2 & -3 & -1 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -2 & 3 & -1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2
 \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix}
 2 & 0 & 0 & -1 & -3 & 0 \\
 0 & -1 & 2 & -1 & -3 & 0 \\
 0 & 0 & 2 & -3 & -1 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2
 \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix}
 2 & 0 & 0 & -1 & -3 & 0 \\
 0 & -1 & 2 & -1 & -3 & 0 \\
 0 & 0 & 2 & -3 & -1 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3
 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = 2 \cdot (-1) \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot (-3) = 24$$

