

*Оптимальный префиксный код с длиной кодового слова не более  $L$  бит — это код, в котором длина каждого кодового слова не должна превышать заданной константы. Здесь будет приведен алгоритм, решающий эту задачу за время  $O(nL)$ , где  $L$  — максимальная длина кодового слова,  $n$  — размер алфавита, с помощью сведения задачи к задаче о рюкзаке.*

*Пусть  $L$  — ограничение на длину кодового слова, а  $P=\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  — частоты символов алфавита. Алгоритм генерации кода будет следующим:*

- 1. Отсортируем символы алфавита в порядке возрастания их частот.*
- 2. Для каждого символа создадим  $L$  предметов ценностью  $2^{-1} \dots 2^{-L}$ , каждый из которых имеет вес  $p_i$ .*
- 3. С помощью задачи о рюкзаке выберем набор предметов суммарной ценностью  $n-1$  ( $n$  — размер алфавита) с минимальным суммарным весом.*
- 4. Посчитаем массив  $H=\{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ , где  $h_i$  — количество предметов ценностью  $p_i$ , которые попали в наш набор.*

*При этом  $h_i$  — это длина кодового слова для  $i$ -го символа.*

### *Пример работы алгоритма*

*Пусть  $A = \{A, B, C\}$  — алфавит из трех различных символов,  $P = \{1, 2, 3\}$  — соответствующий ему набор. Пусть  $L = 2$  — ограничение на длину кодового слова. Сначала создадим набор предметов.*

Символ	Частота	Предметы
A	1	$(2^{-1}; 1), (2^{-2}; 1)$
B	2	$(2^{-1}; 2), (2^{-2}; 2)$
C	3	$(2^{-1}; 3), (2^{-2}; 3)$

*Решим задачу о рюкзаке для заданного набора и выберем предметы суммарной ценностью  $n - 1 = 2$  с минимальным суммарным весом. В нашем случае в оптимальный набор попадут следующие предметы.*

$(2^{-1}; 1), (2^{-1}; 2), (2^{-1}; 3), (2^{-2}; 1), (2^{-2}; 2)$

*Посчитаем массив  $H$*

$H = \{2, 2, 1\}$

*Итак мы получили длины кодовых слов для символов.*