Задача 28

10 шаров раскладываются по 5 корзинам. Для каждого шара равновероятно выбирается, в какую корзину он помещается. Какое математическое ожидание числа корзин, содержащих ровно один шар?

Решение:

Допустим \mathbf{x} – это случайная величина тогда $\mathbf{x}=\mathbf{1}$ если в корзине ровно один шар и $\mathbf{x}=\mathbf{0}$ в любых других случаях.

Вероятность того, что корзина будет содержать ровно один шар ровна:

$$P(x_i == 1) = \frac{4^9}{5^{10}} * 10$$

Математическое ожидание числа корзин содержащих один шар будет ровна:

$$E_x = \sum_{i=1}^{5} E_{x_i} = \frac{4^9}{5^9} * 10 = 2^{19} * \frac{1}{5^8} = 2^{19} * 5^{-8}$$