

A. k-ближайших соседей

2 секунды🕒, 256 мегабайт

Требуется ответить на несколько запросов вычисления среднего среди k-ближайших объектов к запросу. Все объекты одномерные, если не считать целевой признак.

Входные данные

Первая строка содержит одно целое положительное число  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ) — число объектов.

Следующие  $n$  строк содержат описание объектов. Каждая из этих строк содержит два разделённых пробелом целых числа:  $x_i$  ( $|x_i| \leq 10^9$ ) и  $y_i$  ( $1 \leq y_i \leq 10^9$ ) — значения обычного и целевого признака  $i$ -го объекта. Гарантируется, что все  $x_i$  различны.

Далее следует строка с одним целым положительным числом  $m$  ( $1 \leq m \leq 2 \cdot 10^4$ ) — число запросов.

Следующие  $m$  строк содержат описание запросов. Каждая из этих строк содержит два разделённых пробелом целых числа:  $x_q$  ( $|x_q| \leq 10^9$ ) и  $k_q$  ( $1 \leq k_q \leq n$ ) — положение запроса и интересующее число ближайших объектов к нему.

Выходные данные

Для каждого запроса выведите одно число — среднее значение целевого признака k-ближайших объектов. Если нельзя однозначно выбрать k-ближайших объектов, то выведите -1.

входные данные
5 1 4 5 3 3 4 7 2 9 8 4 2 1 6 2 5 3 8 4
выходные данные
-1.0 2.5 3.0 4.25

B. Наивный байесовский классификатор

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Реализуйте наивный байесовский классификатор.

Априорные вероятности классов оцениваются обыкновенным частотным методом.

Для оценки вероятности встречи слов в каждом классе используется модель Бернулли с аддитивным сглаживанием (сглаживание Лапласа)  $p(x) = \frac{count(x)+\alpha}{\sum_{y \in Q} count(y)+\alpha \cdot |Q|}$ , где  $x$  — рассматриваемое событие, а  $Q$  — множество всех событий.

Каждое слово — это отдельный категориальный признак с двумя возможными событиями встретилось / не встретилось.

Входные данные

В первой строке содержится целое положительное число  $K$  ( $1 \leq K \leq 10$ ) — число классов.

Во второй строке содержится  $K$  целых положительных чисел  $\lambda_C$  ( $1 \leq \lambda_C \leq 10$ ) — штрафы за ошибки классификации сообщений соответствующих классов.

В третьей строке содержится целое положительное число  $\alpha$  ( $1 \leq \alpha \leq 10$ ) — интенсивность аддитивного сглаживания.

Следующая строка содержит целое положительное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 200$ ) — число сообщений в обучающей выборке.

Следующие  $N$  строк содержат описания соответствующих сообщений из обучающей выборки. Каждое сообщение в ней начинается с целого положительного числа  $C_i$  ( $1 \leq C_i \leq K$ ) — класса, к которому относится  $i$ -е сообщение. Далее следует целое положительное число  $L_i$  ( $1 \leq L_i \leq 10^4$ ) — число слов в  $i$ -м сообщении. Затем следует содержание сообщения —  $L_i$  слов состоящих из маленьких латинских букв.

Далее в отдельной строке содержится целое положительное число  $M$  ( $1 \leq M \leq 200$ ) — число сообщений в проверочной выборке.

Следующие  $M$  строк содержат описания соответствующих сообщений из проверочной выборки. Каждое сообщение в ней начинается с целого положительного числа  $L_j$  ( $1 \leq L_j \leq 10^4$ ) — число слов в  $j$ -м сообщении. Затем следует содержание сообщения —  $L_j$  слов состоящих из маленьких латинских букв.

Гарантируется, что сумма длин всех сообщений в обучающей и проверочной выборках меньше чем  $2 \cdot 10^6$ .

Выходные данные

Выведите  $M$  строк — результаты мягкой классификации оптимального наивного байесовского классификатора соответствующих сообщений из проверочной выборки. Допустимая абсолютная и относительная погрешность  $10^{-4}$ .

Каждый  $j$ -й результат мягкой классификации должен содержать  $K$  чисел  $p_C$  — вероятности того, что  $j$ -е сообщение относится к классу  $C$ .

входные данные
3 1 1 1 1 4 1 2 ant emu 2 3 dog fish dog 3 3 bird emu ant 1 3 ant dog bird 5 2 emu emu 5 emu dog fish dog fish 5 fish emu ant cat cat 2 emu cat 1 cat
выходные данные
0.4869739479 0.1710086840 0.3420173681 0.1741935484 0.7340501792 0.0917562724 0.4869739479 0.1710086840 0.3420173681 0.4869739479 0.1710086840 0.3420173681 0.4869739479 0.3420173681 0.1710086840

В примере условные вероятности выглядят следующим образом:

$p(w_x c_y)$	ant	bird	dog	emu	fish
$c_1$	3/4	1/2	1/2	1/2	1/4
$c_2$	1/3	1/3	2/3	1/3	2/3
$c_3$	2/3	2/3	1/3	2/3	1/3

Слово cat не рассматривается, так как оно ни разу не встретилось в обучающей выборке.

Для первого запроса  $X$ :  
 $p(c_1) \cdot p(X|c_1) = \frac{2}{4} \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right)$  и  
 $p(c_1|X) = \frac{3/256}{3/256+1/243+2/243}$

## С. Марковская цепь

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Даны несколько строк. Известно, что почти все они были получены сэмплированием из одной марковской цепи, но одна строка получена из простого случайного распределения, в котором каждая буква выбирается независимо от остальных.

Найдите эту строку.

### Входные данные

Первая строка содержит натуральное число  $N$  ( $3 \leq N \leq 10$ ) — число строк.

Далее следует  $N$  строк, которые состоят только из маленьких латинских букв и пробелов. Сумма длин всех строк не превышает  $10^4$ .

### Выходные данные

Выведите одно натуральное число — номер строки, которая была получена из простого случайного распределения. Строки нумеруются с единицы.

входные данные
3 sus asus sus xsus uss axss
выходные данные
3

## D. Двумерная свёртка

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Дан вход и результат двумерной свёртки. Требуется найти ядро.

**Решать можно только через свёртки.**

### Входные данные

Первая строка содержит разделённых пробелом два натуральных числа  $n$  и  $m$  ( $1 < M < N \leq 10$ ) — размеры входа и результата свёртки соответственно.

Далее следует две квадратных матрицы — вход свёртки размера  $n \times n$  и результат свёртки размера  $m \times m$ . Все числа целые и находятся в диапазоне  $[0; 255]$ .

### Выходные данные

Выведите ядро свёртки. Если решений несколько, разрешается вывести любое. Допускаются вещественные числа.

Ответ засчитывается, если абсолютная погрешность полученного и ожидаемого результата свёртки не превышает  $10^{-6}$ .

входные данные
3 2 1 2 3 4 5 6 7 8 9 23 33 53 63
выходные данные
4.0 3.0 2.0 1.0

## E. Условная энтропия

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Вычислите критерий связи двух категориальных признаков  $X$  и  $Y$  на основе математического ожидания условной энтропии  $H(Y|X)$ . Вероятности оцениваются обыкновенным частотным методом. При расчётах используйте натуральный логарифм  $\ln(x)$  либо логарифм идентичный натуральному  $\log_e(x)$ .

### Входные данные

Первая строка содержит два целых положительных числа  $K_x$  и  $K_y$  ( $1 \leq K_x, K_y \leq 10^5$ ) — максимальное число различных значений признаков  $X$  и  $Y$ .

Следующая строка содержит целое положительное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ) — число объектов.

Следующие  $N$  строк содержат описания соответствующих объектов. Каждая из этих  $N$  строк содержит описание одного объекта: два целых положительных числа  $x$  и  $y$  ( $1 \leq x \leq K_x$ ,  $1 \leq y \leq K_y$ ) — значения признаков  $X$  и  $Y$ .

### Выходные данные

Выведите одно вещественное число с плавающей точкой — математическое ожидание условной энтропии. Допустимая абсолютная и относительная погрешность  $10^{-6}$ .

входные данные
2 3 5 1 2 2 1 1 1 2 2 1 3
выходные данные
0.9364262454248438

## F. F-мера

1 секунда🕒, 256 мегабайт

В результате эксперимента по классификации на  $K$  классов была получена матрица неточностей (Confusion matrix)  $CM$ , где  $CM[c, t]$  — число объектов класса  $c$ , которые были классифицированы как  $t$ . Посчитайте по данной матрице неточностей средневзвешенную по классам микро, макро и обычную F-меру.

### Входные данные

Первая строка содержит целое число  $K$  — число классов ( $1 \leq K \leq 20$ ). Далее идёт  $K$  строк — описание матрицы неточностей. Каждая строка  $c$  содержит  $K$  целых чисел —  $c$ -я строка матрицы неточностей.  $\forall c, t : 0 \leq CM[c, t] \leq 100$  и  $\exists c, t : CM[c, t] \geq 1$ .

### Выходные данные

Выведите три вещественных числа с плавающей точкой — взвешенно усреднённую по классам микро, макро и обычную F-меру. Абсолютная погрешность ответа не должна превышать  $10^{-6}$ .

входные данные
2 0 1 1 3
выходные данные
0.705882353 0.600000000 0.600000000

входные данные
3 3 1 1 3 1 1 1 3 1
выходные данные
0.333333333 0.326860841 0.316666667

В первом примере классы распределены как 1:4. Точность (precision), полнота (recall) и F-мера первого класса равны 0, а второго 0.75. При этом средняя точность, полнота и F-мера равны 0.6.

G. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Посчитайте ранговую корреляцию Спирмена двух численных признаков.

**Входные данные**  
Первая строка содержит целое положительное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ) — число объектов.

Следующие  $N$  строк содержат описания соответствующих объектов. Каждая из этих  $N$  строк содержит описание одного объекта: два целых числа  $x_1$  и  $x_2$  ( $-10^9 \leq x_1, x_2 \leq 10^9$ ) — значения первого и второго признака описываемого объекта. Гарантируется, что все значения каждого признака различны.

**Выходные данные**  
Выведите одно вещественное число с плавающей точкой — коэффициент ранговой корреляции Спирмена двух признаков у заданных объектов. Допустимая абсолютная и относительная погрешность  $10^{-6}$ .

входные данные
5 1 16 2 25 3 1 4 4 5 9
выходные данные
-0.5000000000

H. Хи-квадрат

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Посчитайте зависимость двух категориальных признаков согласно критерию хи-квадрат (критерий согласия Пирсона).

**Входные данные**  
Первая строка содержит два целых положительных числа  $K_1$  и  $K_2$  ( $1 \leq K_1, K_2 \leq 10^5$ ) — максимальное число различных значений первого и второго признака.

Следующая строка содержит целое положительное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ) — число объектов.

Следующие  $N$  строк содержат описания соответствующих объектов. Каждая из этих  $N$  строк содержит описание одного объекта: два целых положительных числа  $x_1$  и  $x_2$  ( $1 \leq x_1 \leq K_1$ ,  $1 \leq x_2 \leq K_2$ ) — значения первого и второго признака описываемого объекта.

**Выходные данные**

Выведите одно вещественное число с плавающей точкой — критерий хи-квадрат зависимости двух признаков у заданных объектов. Допустимая абсолютная и относительная погрешность  $10^{-6}$ .

входные данные
2 3 5 1 2 2 1 1 1 2 2 1 3
выходные данные
0.833333333

1 2 3

В примере реальное число наблюдений выглядит как

1 1 1 1, 2 1 1 0

а ожидаемое число наблюдений

1	2	3
1.2	1.2	0.6
2	0.8	0.8
0.4		

I. Расстояния

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Посчитайте зависимость категориального признака  $Y$  от числового  $X$  по внутриклассовому и межклассовому расстоянию:

- Внутриклассовое расстояние =  $\sum_{i,j:y_i=y_j} |x_i - x_j|$
- Межклассовое расстояние =  $\sum_{i,j:y_i \neq y_j} |x_i - x_j|$

**Входные данные**  
Первая строка содержит одно целое положительное число  $K$  ( $1 \leq K \leq 10^5$ ) — максимальное число различных значений  $Y$  второго признака.

Следующая строка содержит одно целое положительное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ) — число объектов.

Следующие  $N$  строк содержат описания соответствующих объектов. Каждая из этих  $N$  строк содержит описание одного объекта: два целых числа  $x$  и  $y$  ( $|x| \leq 10^7, 1 \leq y \leq K$ ) — значения первого и второго признака описываемого объекта.

**Выходные данные**  
В первой строке выведите одно целое число — внутриклассовое расстояние.

Во второй строке выведите одно целое число — межклассовое расстояние.

входные данные
2 4 1 1 2 2 3 2 4 1
выходные данные
8 12

J. Условная дисперсия

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Вычислите критерий связи двух признаков категориального  $X$  и числового  $Y$  на основе математического ожидания условной дисперсии  $D(Y|X)$ . Вероятности для  $X$  оцениваются обыкновенным частотным методом.

Входные данные

Первая строка содержит одно целое положительное число  $K$  ( $1 \leq K \leq 10^5$ ) — максимальное число различных значений признака  $X$ .

Следующая строка содержит целое положительное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ) — число объектов.

Следующие  $N$  строк содержат описания соответствующих объектов. Каждая из этих  $N$  строк содержит описание одного объекта: два целых положительных числа  $x$  и  $y$  ( $1 \leq x \leq K$ ,  $|y| \leq 10^9$ ) — значения признаков  $X$  и  $Y$ .

Выходные данные

Выведите одно вещественное число с плавающей точкой — математическое ожидание условной дисперсии. Допустимая абсолютная и относительная погрешность  $10^{-6}$ .

входные данные
2 4 1 1 2 2 2 3 1 4
выходные данные
1.25

К. Категориальная корреляция

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Вычислите коэффициент корреляции Пирсона между категориальным и числовым признаком. Так как первый признак категориальный сперва требуется применить one-hot преобразование к нему, а затем вычислить среднее взвешенное значение корреляций между новыми признаками и  $b$ .

Входные данные

Первая строка содержит два натуральных числа  $N$  и  $K$ , разделённых пробелами:  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ) — число объектов,  $K$  ( $1 \leq K \leq 10^5$ ) — число значений категории первого признака. Вторая строка содержит  $N$  натуральных чисел, разделённых пробелами:  $i$ -е из них  $a_i$  ( $1 \leq a_i \leq K$ ) — значение первого признака  $i$ -го объекта. Третья строка содержит  $N$  целых чисел, разделённых пробелами:  $i$ -е из них  $b_i$  ( $|b_i| \leq 10^9$ ) — значение второго признака  $i$ -го объекта.

Выходные данные

Выведите одно вещественное число с плавающей точкой — коэффициент корреляции Пирсона между  $a$  и  $b$ . Абсолютная или относительная погрешность ответа не должна превышать  $10^{-9}$

входные данные
6 3 1 2 2 3 3 3 1 2 3 4 5 6
выходные данные
0.19203297584037293

В примере значение корреляции между первым новым признаком  $(1, 0, 0, 0, 0, 0)$  и  $b$  равно  $-0.654653671$ , а его вес равен единице, так как соответствующие значение встретилось только один раз. Значение корреляции между вторым новым признаком  $(0, 1, 1, 0, 0, 0)$  и  $b$  равно  $-0.414039336$ , а его вес равен двум. Значение корреляции между третьим новым признаком  $(0, 0, 0, 1, 1, 1)$  и  $b$  равно  $0.878310066$ , а его вес равен трём.

L. Логическое выражение

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Постройте искусственную нейронную сеть, вычисляющую логическую функцию  $f$ , заданную таблицей истинности.

Входные данные

Первая строка содержит целое число  $M$  ( $1 \leq M \leq 10$ ) — число аргументов  $f$ . Следующие  $2^M$  строк содержат значения  $f$  в таблице истинности (0 — ложь, 1 — истина). Строки в таблице истинности последовательно отсортированы по аргументам функции от первого к последнему. Например:

$M = 1$	$M = 2$	$M = 3$
$f(0)$	$f(0, 0)$	$f(0, 0, 0)$
$f(1)$	$f(1, 0)$	$f(1, 0, 0)$
	$f(0, 1)$	$f(0, 1, 0)$
	$f(1, 1)$	$f(1, 1, 0)$
		$f(0, 0, 1)$
		$f(1, 0, 1)$
		$f(0, 1, 1)$
		$f(1, 1, 1)$

Выходные данные

В первой строке выведите целое положительное число  $D$  ( $1 \leq D \leq 2$ ) — число слоёв (преобразований) в вашей сети.

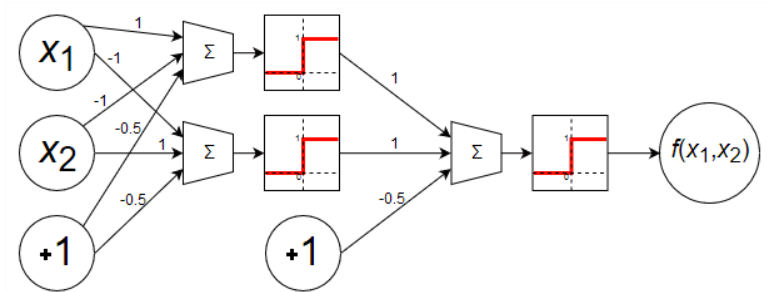
На следующей строке выведите  $D$  целых положительных чисел  $n_i$  ( $1 \leq n_i \leq 512$  и  $n_D = 1$ ) — число искусственных нейронов на  $i$ -м слое. Предполагается, что  $n_0 = M$ .

Далее выведите описание  $D$  слоёв.  $i$ -й слой описывается  $n_i$  строками, описанием соответствующих искусственных нейронов на  $i$ -м слое. Каждый искусственный нейрон описывается строкой, состоящей из  $n_{i-1}$  вещественных чисел с плавающей точкой  $w_j$  и одного вещественного числа  $b$  — описание линейной зависимости текущего нейрона от выходов предыдущего  $i$ -го слоя. Линейная зависимость задается по формуле:  $Y = \sum w_j \cdot x_j + b$ . Предполагается, что после каждого вычисления линейной зависимости к её результату применяется функция ступенчатой активации  $a(Y) = \begin{cases} 1 & Y > 0 \\ 0 & Y < 0 \end{cases}$ . Обратите внимание, что в нуле данная функция не определена, и если в ходе вычисления вашей сети будет вызвана активация от нуля, вы получите ошибку.

входные данные
2 0 1 0 1
выходные данные
2 2 1 1.0 -1.0 -0.5 1.0 1.0 -1.5 1 1 -0.5

<b>входные данные</b>
2 0 1 1 0
<b>выходные данные</b>
2 2 1 1.0 -1.0 -0.5 -1.0 1.0 -0.5 1 1 -0.5

Во втором примере в результате получается следующая сеть:



## M. Матричная функция

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Вычислите матричную функцию и её производную по заданному графу вычислений.

### Входные данные

В первой строке содержится три целых положительных числа  $N, M, K$  ( $2 \leq M + K \leq N \leq 50$ ) — число вершин в графе вычислений, число входных параметров (вершин) и число выходных параметров (вершин). Далее следует  $N$  строк — описание вершин графа вычислений.  $i$ -я из этих строк содержит описание  $i$ -й вершины:

- **var**  $r\ c$  ( $1 \leq r, c \leq 25$ ) — входной параметр функции, матрица состоящая из  $r$  строк и  $c$  столбцов.
- **tnh**  $x$  ( $1 \leq x < i$ ) — матрица из значений гиперболического тангенса вычисленного от соответствующих компонент матрицы, полученной из  $x$ -й вершины графа вычислений.
- **rlu**  $\alpha^{-1}\ x$  ( $1 \leq \alpha^{-1} \leq 100, 1 \leq x < i$ ) — матрица из значений функции параметрического линейного выпрямителя с параметром  $\alpha$ , вычисленной от соответствующих компонент матрицы полученной из  $x$ -й вершины графа вычислений.  $\alpha^{-1}$  — целое число. Производная в нуле равна единице.
- **mul**  $a\ b$  ( $1 \leq a, b < i$ ) — произведение матриц, полученных из  $a$ -й  $b$ -й вершины графа вычислений соответственно.
- **sum**  $len\ u_1\ u_2 \dots u_{len}$  ( $1 \leq len \leq 10, \forall_{1 \leq j \leq len} : 1 \leq u_j < i$ ) — сумма матриц, полученных из вершин  $u_1, u_2, \dots, u_{len}$  графа вычислений.
- **had**  $len\ u_1\ u_2 \dots u_{len}$  ( $1 \leq len \leq 10, \forall_{1 \leq j \leq len} : 1 \leq u_j < i$ ) — произведение Адамара (покомпонентное) матриц, полученных из вершин  $u_1, u_2, \dots, u_{len}$  графа вычислений.

Гарантируется, что первые  $M$  вершин и только они имеют тип **var**. Последние  $K$  вершин считаются выходными. Никакие вершины не зависят от последних  $K$  вершин. Гарантируется, что размеры матриц аргументов для каждой вершины согласованны.

Далее следует описание  $M$  матриц — входных параметров соответствующих вершин графа вычислений в порядке возрастания их индексов.

Затем следует описание  $K$  матриц — производных функции по соответствующим выходным вершинам в порядке возрастания их индексов.

Каждая строка каждой матрицы расположена на отдельной строке. Матрицы состоят из целых чисел по модулю не превышающих 10.

### Выходные данные

Выведите  $K$  матриц — значение параметров соответствующих выходных вершин графа вычисления в порядке возрастания их индексов. Затем выведите  $M$  матриц — производных функции по соответствующим входным вершинам в порядке возрастания их индексов. Допустимая абсолютная и относительная погрешность  $10^{-4}$ .

<b>входные данные</b>
6 3 1 var 1 3 var 3 2 var 1 2 mul 1 2 sum 2 4 3 rlu 10 5 -2 3 5 4 2 -2 0 2 1 4 -2 -1 1
<b>выходные данные</b>
0.0 -0.1 -3.8 2.0 -1.9 2.0 -0.2 -3.0 0.3 -5.0 0.5 -1.0 0.1

В примере вычисляется функция

$$\text{ReLU}_{\alpha=0.1} \left( \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -2 \end{pmatrix} \right), \text{a} \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix}$$

производная по её выходу.

## N. Перекрёстная проверка

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Разбейте множество из  $N$  объектов, каждый из которых принадлежит к одному из  $M$  классов, на  $K$  частей. Каждый объект должен попасть ровно в одну часть так, чтобы размеры частей, а также распределение классов по этим частям было сбалансировано. Формально, пусть  $\text{cnt}(x, c)$  — число объектов с классом  $c$ , попавших в часть  $x$ , тогда должно выполняться  $\forall x, y, c : |\text{cnt}(x, c) - \text{cnt}(y, c)| \leq 1$  и  $\forall x, y : |\sum_c \text{cnt}(x, c) - \sum_c \text{cnt}(y, c)| \leq 1$ .

### Входные данные

Первая строка: три целых числа  $N, M, K$  ( $1 \leq N \leq 10^5, 1 \leq M, K \leq N$ ) — число объектов, классов и частей.

Вторая строка:  $N$  целых чисел  $C_i$  ( $1 \leq C_i \leq M$ ) — класс  $i$ -го объекта.

### Выходные данные

Выведите  $K$  строк. Каждая строка  $x$  начинается с целого числа  $S$  — размера части  $x$ . Далее идут  $S$  целых чисел — номера объектов, попавших в часть  $x$ . Объекты нумеруются с единицы.

<b>входные данные</b>
10 4 3 1 2 3 4 1 2 3 1 2 1
<b>выходные данные</b>
4 1 4 9 10 3 2 3 5 3 6 7 8

В первой части содержится четыре объекта, два из них первого класса, один второго и один четвёртого. Во второй и третьей части по три объекта первых трёх классов.