

Jawab 1

$$A^T B - (AB^T)^T + 4D \cdot (-1)E \cdot 1F$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad F = (-2 \times -5)$$

$$\begin{aligned} 1) A^T B &= \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (A \cdot B^T)^T &= \left( \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \right)^T = \begin{vmatrix} 1 \cdot 1 + (-2) \cdot 1 & 1 \cdot (-2) + (-2) \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 + (-1) \cdot 1 & 1 \cdot (-2) + (-1) \cdot (-1) \end{vmatrix}^T \\ &= \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}^T = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$4D = \begin{vmatrix} 16 & 8 & 16 \\ 16 & 0 & 8 \end{vmatrix} \quad -1E = \begin{vmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{vmatrix}$$

$$4D \cdot (-1)E = \begin{vmatrix} 16 & 8 & 16 \\ 16 & 0 & 8 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 16 \cdot 5 + 8 \cdot 1 + 16 \cdot 2 & 16 \cdot 5 + 0 \cdot 1 + 8 \cdot 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 120 \\ 96 \end{vmatrix}$$

$$A^T B - (AB^T)^T = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$(96 \cdot (-1)E) \cdot 1F = \begin{vmatrix} 120 \\ 96 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -2 & -5 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 120 \cdot (-2) & 120 \cdot (-5) \\ 96 \cdot (-2) & 96 \cdot (-5) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -240 & -600 \\ -192 & -480 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -240 & -600 \\ -192 & -480 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -240 & -600 \\ -192 & -480 \end{vmatrix}$$

2) Вычислите определитель через перестановки и через приведение к ступенчатому виду

$$\cdot (-1) + \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & -5 \\ 2 & -4 & 0 & -4 \\ 2 & -2 & 3 & -2 \\ 10 & -10 & 12 & -30 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & -5 \\ 0 & -2 & 0 & +1 \\ 2 & -2 & 3 & -2 \\ 10 & -10 & 12 & -30 \end{vmatrix} \begin{matrix} (-1) \\ \\ \checkmark \\ \end{matrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & -5 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 10 & -10 & 12 & -30 \end{vmatrix} \begin{matrix} (-5) \\ \\ \downarrow \\ \end{matrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & -5 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 12 & -5 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ \\ (-4) \\ \downarrow \end{matrix} =$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & -5 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\det A = 2(-2) \cdot 3 \cdot 3 = -36$$

Задача 3

Какие матрицы

X из урав-

$$A \cdot X \cdot B = C$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +1 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 \cdot x_1 + (-1) \cdot x_3 & 1 \cdot x_2 + (-1) \cdot x_4 \\ 0 \cdot x_1 + 1 \cdot x_3 & 0 \cdot x_2 + 1 \cdot x_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_4 \\ x_3 & x_4 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_4 \\ x_3 & x_4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (x_1 - x_3) + (x_4 - x_2) & (x_3 - x_4) \\ x_3 - x_4 & -x_3 + 2x_4 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} x_1 - x_3 + x_4 - x_2 & x_3 - x_4 + 2x_2 - 2x_4 \\ x_3 - x_4 & 2x_4 - x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_3 + x_4 - x_2 = 1 \\ x_3 - x_4 + 2x_2 - 2x_4 = -1 \\ x_3 - x_4 = -2 \\ 2x_4 - x_3 = 3 \end{cases} \quad \text{ответ: } \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} x_3 - x_4 = -2 \\ 2x_4 - x_3 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = x_4 - 2 \\ 2x_4 - (x_4 - 2) = 3 \end{cases} \Rightarrow x_4 + 2 = 3 \quad x_4 = 1$$

$$x_3 = 1 - 2 = -1$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 1 - x_2 = 1 \\ -1 - x_1 + 2x_2 - 2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 1 \\ 2x_2 - x_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 + x_2 \\ 2x_2 - 1 - x_2 = 2 \end{cases}$$

$$x_2 - 1 = 2$$

$$x_2 = 3$$

$$x_1 = 1 + 3 = 4$$



Задача 4

Вычислите матричное произведение  
векторов  $\vec{a}(-3, 4)$  и  $\vec{b}(1, 1)$  в заданных  
базисе  $\vec{e}_1$  и  $\vec{e}_2$   $|\vec{e}_1|=3$   $|\vec{e}_2|=3$   
 $\angle(\vec{e}_1, \vec{e}_2) = \frac{\pi}{3}$

$$(\vec{a}, \vec{b}) = (-3\vec{e}_1; 4\vec{e}_2) (1\vec{e}_1; 1\vec{e}_2) =$$

$$= -3|\vec{e}_1|^2 - 3(\vec{e}_1, \vec{e}_2) + 4(\vec{e}_1, \vec{e}_2) + 4|\vec{e}_2|^2 =$$

$$= -3|\vec{e}_1|^2 + (\vec{e}_1, \vec{e}_2) + 4|\vec{e}_2|^2 = (-3 + 9\frac{1}{2} + 4)$$

$$= 4 + 4,5 = 8,5$$

Задача 5

$$A = (1, -3, 3)$$

$$AB = \sqrt{5}$$

$$B(-1, -3, 4)$$

$$BC = \sqrt{5}$$

$$C(-2, -3, 2)$$

$$CA = \sqrt{5}$$

$$D(0, -3, 1)$$

$$AD = \sqrt{5}$$

$$\cos \varphi = \frac{(x_a \cdot x_b) + (y_a \cdot y_b) + (z_a \cdot z_b)}{|a| \cdot |b|}$$

Используя эту формулу будем что  
 $\cos \angle \neq 90^\circ \Rightarrow 2$

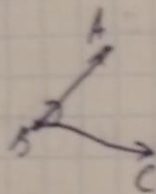
Задача 6

Найти косинус угла

$\angle ABC$

$$A(-6, 0, -1), \quad B(-4, 4, -2)$$

$$C(-9, 7, 1)$$



$$\vec{AB} =$$

$$\vec{AB} = (-10, 4, -1)$$

$$\vec{BC} = (-13, 11, -3)$$

$$\cos \alpha = \frac{(x_a \cdot x_b) + (y_a \cdot y_b) + (z_a \cdot z_b)}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \pm$$

$$\pm \cos \alpha \approx 0,928$$