

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Дисциплина: Архитектура ЭВМ

Отчет

по домашней работе №1

Построение логических схем и минимизация логических функций

Выполнил: Зайнидинов Мирзофирдавс Шавкатович

Номер ИСУ: 313069

студент группы М313Д

Санкт-Петербург

2020

Цель работы: <моделирование простейших логических схем и минимизация логических функций методом карт Карно>

Инструментарий и требования к работе: работа выполняется в logisim

Теоретическая часть

Для того, чтобы минимизировать логические функции используется метод карт Карно. Карта Карно представляет собой очень простую и компактную схему, которую легко преобразовать в таблицу истинности или в булеву функцию простым алгоритмом. Удобство этого метода в том, что логические термы, к которым могут применены операции неполного склеивания и элементарного поглощения группируются в карте Карно в виде прямоугольников в ячейке которых содержатся одинаковые значения. Размерность карты Карно совпадает с количеством значений булевых функций в нем, а именно 2^n . Если соседние значения одинаковые, мы можем объединить их в группу по 2^n значений. Соседними элементами также являются первая и последняя строка, и крайние столбцы. Переменные по строкам и столбцам в карте Карно упорядочены по рефлексивному коду Грея (зеркальному коду) из – за наглядности и прототипа. Результатом минимизации логических функций при помощи карт Карно является **дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ)**, или **конъюнктивная нормальная форма (КНФ)**. В случае **ДНФ** мы работаем с теми клетками, где находятся единицы. В случае **КНФ** мы работаем с теми клетками, где находятся нули. Соседние группы единиц или нулей на карте Карно объединяют в прямоугольные области с размерами степени двойки. Каждая такая логическая группа соответствует одному терму (Если считать, что «**ИЛИ**» - это «суммирование», а «**И**» - это «перемножение», то один терм в случае **ДНФ** будет соответствовать одному слагаемому, а в случае с **КНФ** сомножителю), это группирование обычно называют склейкой. Основным методом минимизации логических функций, представленных в виде **СДНФ** или **СКНФ**, являются операции попарного неполного склеивания и элементарного

поглощения. Таким образом, главной задачей является поиск пригодных термов. Для того, чтобы минимизировать логическую функцию число склеек должно быть минимальным, а размер групп максимально возможным (пример карты Карно и таблицей истинности, для вектор – функции смотрите на рисунок № 1)

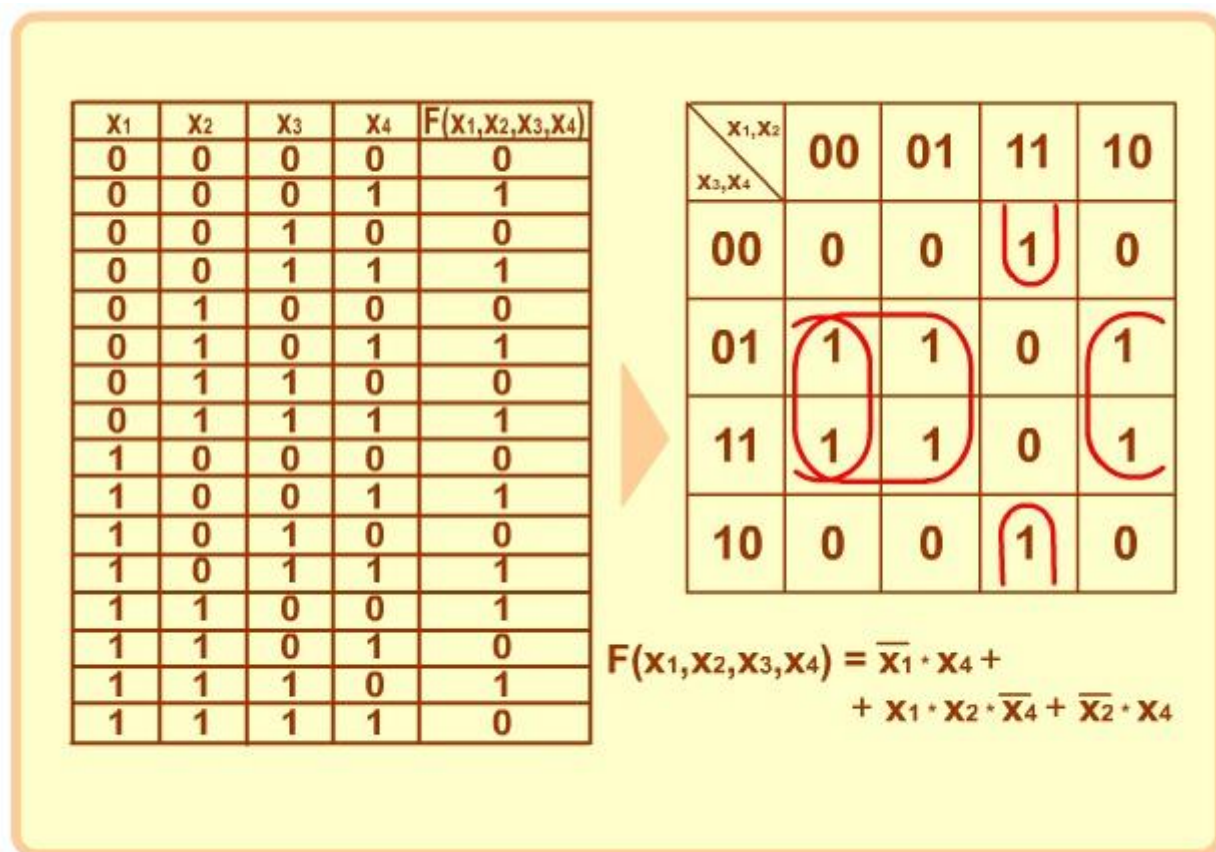


Рисунок № 1

Практическая работа

Нарисуем таблицу истинности для вектора функции $f(X_3, X_2, X_1, X_0)$ равному **0010100001101111**.

X_3	X_2	X_1	X_0	$f(X_3, X_2, X_1, X_0)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Составим **СКНФ** по таблице истинности. Для каждого набора аргументов (X_3, X_2, X_1, X_0), для которого $f(X_3, X_2, X_1, X_0) = 0$ заменим все аргументы $X_i = 1$ на $\neg X_i$, а все аргументы $X_i = 0$ на X_i и возьмем логическое «ИЛИ» всех аргументов набора. Прделаем так для всех таких наборов, после возьмем логическое «И»

всех выражений, полученных в результате. Это и будет СКНФ заданной логической функции.

$$f(X_3, X_2, X_1, X_0) = (X_3 \vee X_2 \vee X_1 \vee X_0) \wedge (X_3 \vee X_2 \vee X_1 \vee \neg X_0) \wedge (X_3 \vee X_2 \vee \neg X_1 \vee \neg X_0) \wedge (X_3 \vee \neg X_2 \vee X_1 \vee \neg X_0) \wedge (X_3 \vee \neg X_2 \vee \neg X_1 \vee X_0) \wedge (X_3 \vee \neg X_2 \vee \neg X_1 \vee \neg X_0) \wedge (\neg X_3 \vee X_2 \vee X_1 \vee X_0) \wedge (\neg X_3 \vee X_2 \vee \neg X_1 \vee \neg X_0)$$

Это формула содержит 45 логических элементов.

Теперь составим **СДНФ** по таблице истинности. Для каждого набора аргументов (X_3, X_2, X_1, X_0) , для которого $f(X_3, X_2, X_1, X_0) = 1$ заменим все аргументы $X_i = 0$ на $\neg X_i$, а все аргументы $X_i = 1$ на X_i и возьмем логическое «И» всех аргументов набора. Прделаем так для всех таких наборов, после возьмем логическое «ИЛИ» всех выражений, полученных в результате. Это и будет **СДНФ** заданной логической функции.

$$f(X_3, X_2, X_1, X_0) = (\neg X_3 \wedge \neg X_2 \wedge X_1 \wedge \neg X_0) \vee (\neg X_3 \wedge X_2 \wedge \neg X_1 \wedge \neg X_0) \vee (X_3 \vee \neg X_2 \wedge \neg X_1 \vee X_0) \vee (X_3 \vee \neg X_2 \wedge X_1 \wedge \neg X_0) \vee (X_3 \wedge X_2 \wedge \neg X_1 \wedge \neg X_0) \vee (X_3 \wedge X_2 \wedge \neg X_1 \wedge X_0) \vee (X_3 \wedge X_2 \wedge X_1 \wedge \neg X_0) \vee (X_3 \wedge X_2 \wedge X_1 \wedge X_0)$$

Это формула содержит 45 логических элементов

Составим схемы **СКНФ** и **СДНФ**.

Схема **СКНФ** (смотрите на рисунок № 2)

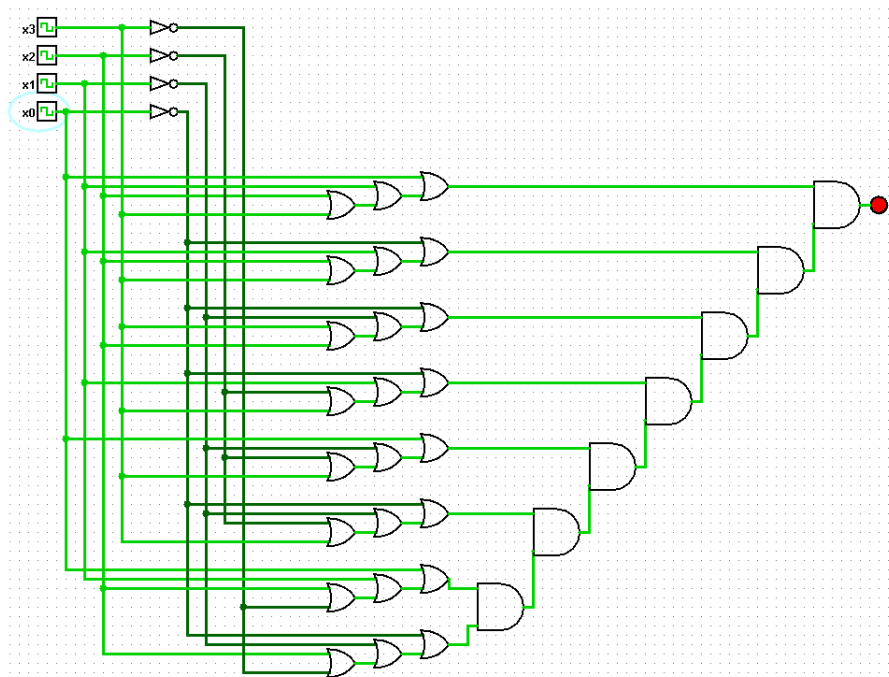


Рисунок № 2

Схема **СДНФ** (смотрите на рисунок № 3)

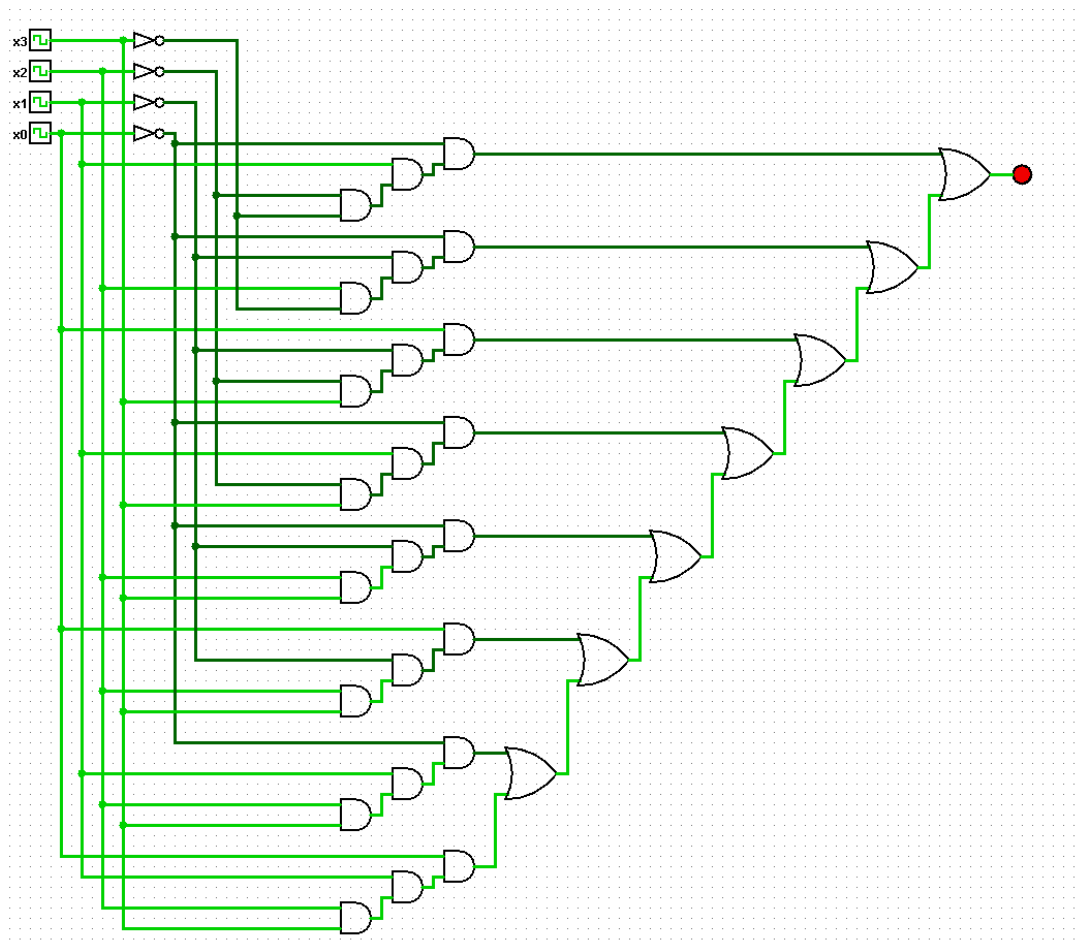


Рисунок № 3

Теперь построим карту Карно для нашей векторной функции (смотрите на таблицу № 1)

F		X3 X2			
		00	01	11	10
X0 X1	00	0	1	1	0
	01	0	0	1	1
	11	0	0	1	0
	10	1	0	1	1

Таблица № 1

Теперь согласно теоретической части, выделим нужные термы для того, чтобы получить формулу **МКНФ** и **МДНФ**.

Карта Карно для МКНФ будет выглядеть так (Смотрите на рисунок № 4)

Карта Карно для МДНФ будет выглядеть так (Смотрите на рисунок № 5)

F		X3 X2			
		00	01	11	10
X0 X1	00	0	1	1	0
	01	0	0	1	1
	11	0	0	1	0
	10	1	0	1	1

Рисунок № 4

F		X3 X2			
		00	01	11	10
X0 X1	00	0	1	1	0
	01	0	0	1	1
	11	0	0	1	0
	10	1	0	1	1

Рисунок № 5

После того как на карте Карно выделили нужные термы будем составлять формулу для **МКНФ** и **СКНФ**.

Формула **МКНФ**

$$(\neg X_0 \vee X_3) \wedge (\neg X_1 \vee \neg X_2 \vee X_3) \wedge (X_2 \vee \neg X_1 \vee \neg X_0) \wedge (X_2 \vee X_1 \vee X_0)$$

Всего 18 логических элементов

Формула **МДНФ**

$$(X_3 \wedge X_2) \vee (X_2 \wedge \neg X_1 \wedge \neg X_0) \vee (X_3 \vee X_0 \wedge \neg X_1) \vee (\neg X_2 \wedge X_1 \wedge \neg X_0)$$

А теперь после вычисление формул, можно нарисовать схемы **МКНФ** и **МДНФ**.

Схема МКНФ (смотрите на рисунок № 6)

Схема МДНФ (смотрите на рисунок № 7)

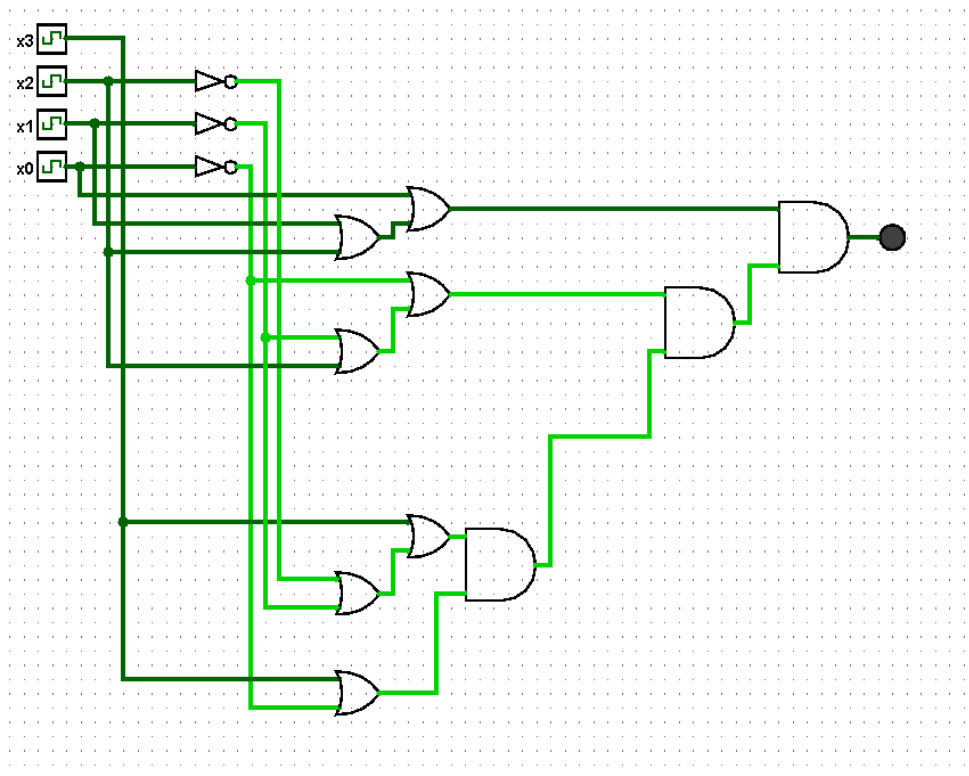


Рисунок № 6

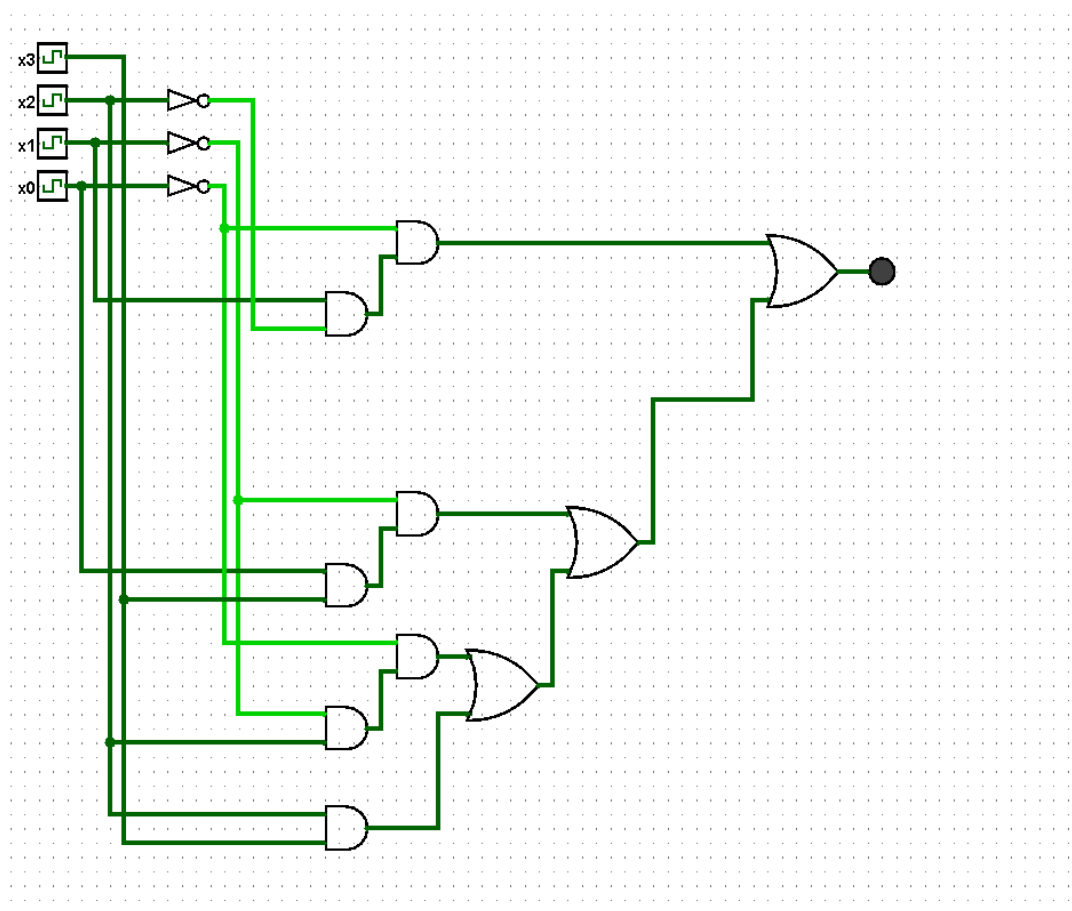


Рисунок № 7