Контрольная работа #2

Зайнидинов Мирзафирдавс Шавкатович

M3237

Вариант BCFI

(B)

По условию задачи имеем

$\Theta A = \sum\limits_n A_n \times \{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n\}$. $\exists$ ПФ для

$A = a(z)$ ~~ПФ~~ докажем, что

ПФ $B = \Theta A$ $\quad B(z) = z \frac{d}{dz} a(z)$

$A_n = \frac{a_n}{n!} z^n$; $\quad \underbrace{\{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n\}}$ $n \Rightarrow$

$A_n \times \{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n\} = \frac{a_n}{(n-1)!} z^n \Rightarrow$

$\Theta A = \sum\limits_n \frac{a_n}{(n-1)!} z^n$

$\frac{dA}{dz} = \sum\limits_n \frac{a_{n+1}}{n!} z^n$

$z \frac{dA}{dz} = \sum\limits_n \frac{a_{n+1}}{n!} z^{n+1} = \sum\limits_{n>0} \frac{a_n}{(n-1)!} z^n \Leftrightarrow$

$\Theta A = B$

(F) будем считать, что у нас нет пустых ~~когда~~ деревьев =>;

[illegible]

$$T = \underbrace{Z}_{\circ} + \underbrace{Z \times T}_{\text{когда один}} + \underbrace{Z \times T \times T}_{\text{когда два}} =$$

$$= T(u) = u + u \cdot T(u) + u \cdot T(u)^2 =$$

$$= u \cdot T(u)^2 + (u-1)\,T(u) + u = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D = u^2 - 2u + 1 - 4u^2 = 1 - 2u - 3u^2$$

$$T(u) = \frac{1 - u \pm \sqrt{1 - 2u - 3u^2}}{2u};$$

$$T_0 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$T(u) = \frac{1 - u - \sqrt{1 - 2u - 3u^2}}{2u}$$

(C) Пусть задано множество непомеченных комбинаторных объектов A, обозначим $MSet_3(A)$ семейство мультимножеств из A, содержащий ровно 3 объекта. Докажите, что если ПФ для $A = A(z)$ => ПФ для $B = MSet_3(A)$ $B(z) = \frac{1}{6}(A(z)^3 + 3A(z)A(z^2) + 2A(z^3))$

Имеем $B = MSet_3(A)$

Разберем всевозможные тройки, которые вообще могут быть в мульти множестве:

$A(z)^3$ - всевозможные упорядоченные тройки

$A(z^3) = \{<x, x, x>\}$ (одинаковые тройки)

$A(z)A(z^2) = \{<x, y, y> \ \forall x, y \in A\}$

$A(z)A(z^2) - A(z^3) = \{<x, y, y> : x \neq y\}$ =>

=> $3A(z)A(z^2) - 3A(z^3) = \{\forall x \neq y, <x,y,y>, <y,x,y>, <y,y,x>\}$

$A(z)^3 - 3A(z)A(z^2) + 3A(z^3) - A(z^3)$ $\{<x,y,z>$ уникальные тройки$\}$

=> По лемме Бернсайда имеем что:

$\cancel{B(z) = \frac{1}{6}(A(z)^3 - 3A(z)A(z^2) + 2A(z^3))}$

число мультимножеств равно 1/6 (сумма по всем перестановкам i числа троек, которые не меняются под действием i) имея тройки выше получаем искомый ответ: $\frac{1}{6}(A(z)^3 + 3A(z)A(z^2) + 2A(z^3))$