

ВЗ 3

Задача 2  
Найдите все значения  $x$ , при кото-  
рых матрица  $A$  не имеет обрат-  
ной:

$$A = \begin{vmatrix} -3x-1 & 3x+1 & 0 \\ 6x+2 & -9x-3 & 6x+2 \\ 10x+2 & -15x-3 & 5x+1 \end{vmatrix}$$

Если определитель матрицы будет  
равен 0  $\Rightarrow$   $A$  не будет об-  
ратной матрицы. Значит нам  
надо решить эти уравнения.  
 $\det(A) = 0$

$$1) (-3x-1)(-9x-3)(5x+1) + (5x+1)(6x+2)(10x+2) \\ = 315x^3 + 273x^2 + 77x + 7$$

$$2) (-3x-1)(-15x-3)(6x+2) + (6x+2)(3x+1)(5x+1) \\ = 360x^3 + 312x^2 + 88x + 8$$

$$\Rightarrow 1) - 2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$315x^3 + 273x^2 + 77x + 7 - 360x^3 - 312x^2 - 88x - 8 = 0$$



$$-45x^3 - 39x^2 - 11x - 1 = 0$$

уравнение с помощью

Решим это  
схемой Горнера

$$\begin{array}{c|ccc} x^3 & x^2 & x & c \\ \hline -45 & -39 & -11 & -1 \\ -1/5 & -45 & -30 & -5 & 0 \end{array} \Rightarrow (x + \frac{1}{5})(-45x^2 - 30x - 5) = 0$$

$$1) 45x^2 + 30x + 5 = 0 \quad D = 0 \Rightarrow x = \frac{-30}{90} = -\frac{1}{3}$$

Задача 3

Найдите все значения  $x$ , при которых матрица  $R$  не имеет обратной

$$R = ABC$$

$$A = \begin{vmatrix} -4x-1 & 0 \\ 0 & -3x-1 \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} 4x-1 & -8x+2 \\ 0 & 3x-1 \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} 4x-1 & -8x+2 \\ 0 & -2x-1 \end{vmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{vmatrix} (-4x-1)(4x-1) & (-4x-1)(-8x+2) \\ 0 & (-3x-1)(3x-1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -16x^2+1 & 32x^2-2 \\ 0 & -9x^2+1 \end{vmatrix}$$

$$(A \cdot B) \cdot C = \begin{vmatrix} -16x^2+1 & 32x^2-2 \\ 0 & -9x^2+1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 4x-1 & -8x+2 \\ 0 & -2x-1 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} (-16x^2+1)(4x-1) & (-16x^2+1)(-8x+2) + (32x^2-2)(-2x-1) \\ 0 & (-9x^2+1)(-2x-1) \end{vmatrix}$$



$$= (-16x^2 + 1)(4x - 1)(-9x^2 + 1)(-2x - 1) = 0$$

$$x = \pm \frac{1}{4}; \pm \frac{1}{3}; -\frac{1}{2}$$

Задача 5

Вычислите выражение

$$R = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}^{-1}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}^T = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \cdot 1 + (-1)(-1) & 1 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 \\ 0 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) & 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 \cdot 1 + (-1)(-1) & 1 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 \\ 0 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) & 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 0 & 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 1 \\ -1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 & -1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 0 & 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 1 \\ -1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 & -1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$$



Задача 6

Решить систему

$$\begin{cases} x - 2y - 2z = 4 \\ -2x + 5y + 4z = -9 \\ -x + 2y + 3z = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 5 & 4 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 4 \\ -9 \\ -5 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 5 & 4 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 1 + 11 \cdot 7 + (-1) \cdot 2 + (-2) \cdot (-2) + (-1) \cdot 3 + 1 \cdot (-1) \cdot 2 = 1$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 4 & -2 & -2 \\ -9 & 5 & 4 \\ -5 & 2 & 3 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 1 + 14 \cdot 7 + (-1) \cdot 2 + 1 \cdot (-9) \cdot (-2) + (-1) \cdot 3 + 1 \cdot (-5) \cdot 2 = 0$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -2 & -9 & 4 \\ -1 & -5 & 3 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 1 + 11 \cdot (-7) + (-1) \cdot 2 + 1 \cdot (-2) \cdot 2 + (-1) \cdot 3 + 1 \cdot (-1) \cdot (-2) = -1$$

$$\Delta z = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -2 & 5 & -9 \\ 1 & 2 & -5 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 1 + 11 \cdot (-7) + (-1) \cdot 2 + 1 \cdot (-2) \cdot 2 + (-1) \cdot 5 + 1 \cdot (-1) \cdot (-2) = -1$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = 0$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = -1$$

$$z = \frac{\Delta z}{\Delta} = -1$$

Задача 4

Найдите матрицу  $X$  из уравнения  $AXB = C$  если



$$A = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$B = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\left\| \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \right\|^{\frac{1}{2}} \cdot \left\| \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{vmatrix} \right\|^2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$1) \begin{vmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_4 \\ x_1 & x_2 \end{vmatrix}$$

$$2) \begin{vmatrix} x_1 - x_3 & -2(x_1 - x_3) + (x_2 - x_4) \\ x_1 & -2x_1 + x_2 \end{vmatrix} = C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = -2$$

$$4 + x_2 = -1 \Rightarrow x_2 = -5$$

$$x_3 = x_1 - 1 = -3$$

$$-2x_1 + 2x_3 + x_3 - x_4 = 1$$

$$x_4 = -8$$

$$X = \begin{vmatrix} -2 & -5 \\ -3 & -8 \end{vmatrix}$$

Sagara 1



Найти обратную матрицу

$$\begin{array}{cc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & -2 & 4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & -2 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 3 & -4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

1) К второй строке добавляем строку  
единицу умноженную на 2;

2) К третьей строке добавляем строку  
единицу умноженную на 2;

3) От четвертой строки отнимаем  
первую строку умноженную на два;

4) От пятой строки отнимаем первую  
строку умноженную на два;

$$\begin{array}{cc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 4 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 4 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -4 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -3 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \quad /:3$$



$$\left| \begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 4 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 4 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4/3 & -2/3 & 0 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -3 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right|$$

- 1) К строке 2 добавляем строку 4, умноженную на 2;
- 2) К строке 3 добавляем строку 4, умноженную на 2;
- 3) От строки 5 отнимаем строку 4;

$$\left| \begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 4/3 & 2/3 & 1 & 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 4/3 & 2/3 & 0 & 1 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4/3 & -2/3 & 0 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/3 & -2/3 & 0 & 0 & -2/3 & 1 \end{array} \right|$$

1 : (-1/3)



$$\left| \begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 4/3 & 2/3 & 1 & 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 4/3 & 2/3 & 0 & 1 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4/3 & -2/3 & 0 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & -3 \end{array} \right|$$

- 1) От второй строки отнимаем строку пятую, умноженную на  $4/3$ ;
- 2) От третьей строки отнимаем строку пятую, умноженную на  $4/3$ ;
- 3) К четвертой строке добавляем строку пятую, умноженную на  $4/3$ ;

$$\left| \begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & -3 \end{array} \right|$$

$$\begin{matrix} 11 \\ A^{-1} \end{matrix}$$