**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования**

**"Уфимский университет науки и технологий"**

**Кафедра** Высокопроизводительных вычислений и дифференциальных уравнений

**Дисциплина:** Математическое моделирование.

**Отчет по лабораторной работе № 3**

**Тема:** «Моделирование распространения электромагнитных волн в плоском волноводе»

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Группа ПМ-457 | Фамилия И.О. | Подпись | Дата | Оценка |
| Студент | Акмурзин М.Э. |  |  |  |
| Принял | Лукащук С.Ю. |  |  |  |

**Уфа 2025**

**Цель работы:** получить навык моделирования распространения электромагнитных волн в неоднородных волноводах на основе решения краевой задачи для уравнения Гельмгольца

**Задание**

Рассматривается задача распространения электромагнитной волны в плоском волноводе.

В случае полуограниченного однородного канала постоянного сечения математическая модель имеет вид краевой задачи для уравнений Гельмгольца. Рассматриваются граничные условия первого рода. Модельная задача имеет следующий вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

где – потенциал электромагнитного поля,  – волновое число.

В случае, когда канал имеет поперечную неоднородность свойств, уравнение модифицируется:

где функция описывает вид неоднородности. В данной работе будут рассматриваться каналы со слабой неоднородностью, то есть каналы, для которых справедливо представление , где – малый параметр.

Таким образом, рассматривается краевая задача

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

Функция задается в виде -функции:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

Для модели (2), (3) реализовать следующее:

1. разработать конечно-разностную схему численного решения задачи (2), (3) с аппроксимацией -функции на сетке с применением PML-слоя для моделирования условия при ;
2. реализовать разработанную схему в виде вычислительной программы;
3. для заданной функции (в соответствии с вариантом) провести серию вычислительных экспериментов, направленных на исследование влияния на решение следующих параметров задачи:

Вариант 2:

**Ход работы**

Дискретизируем систему. Для начала введем сетку:

Обозначим:

Заменим производные, численная схема примет вид:

Перепишем уравнение в следующем виде:

Получим систему размером уравнений.

**PML-слой**

Длина PML-слоя . Заменим

где – функция затухания.

Тогда

Представим функцию u в следующем виде

Уравнение Гельмгольца перепишется в следующем виде

которое можно расщепить на действительную и комплексную части

Условие стыковки

Дискретизируем систему

Условия стыковки

Проведем серию вычислительных экспериментов и исследуем влияние параметров на решение задачи. Для анализа влияния параметров на результат вычислений, будем поочередно варьировать один из параметров, фиксируя все остальные.

**Параметр**

Зафиксируем ,

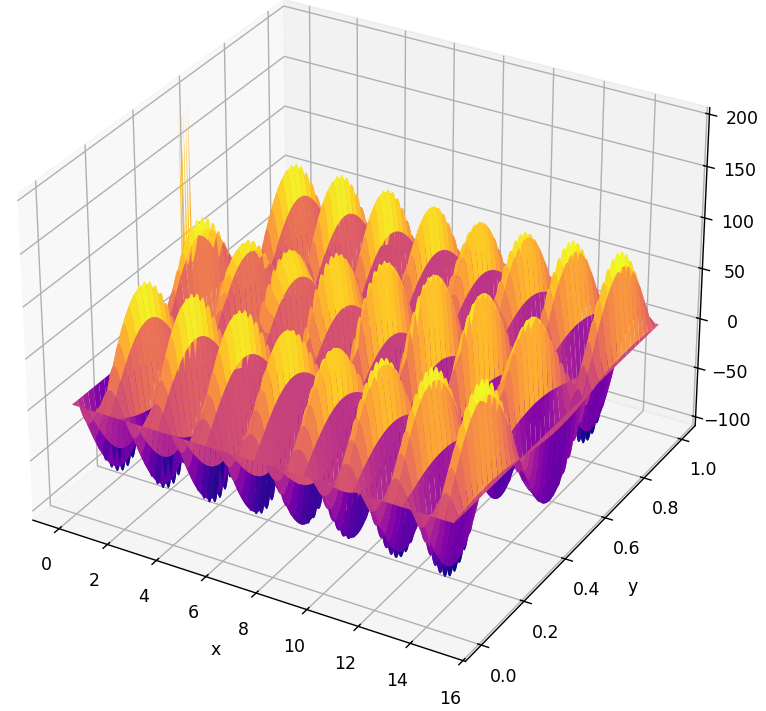
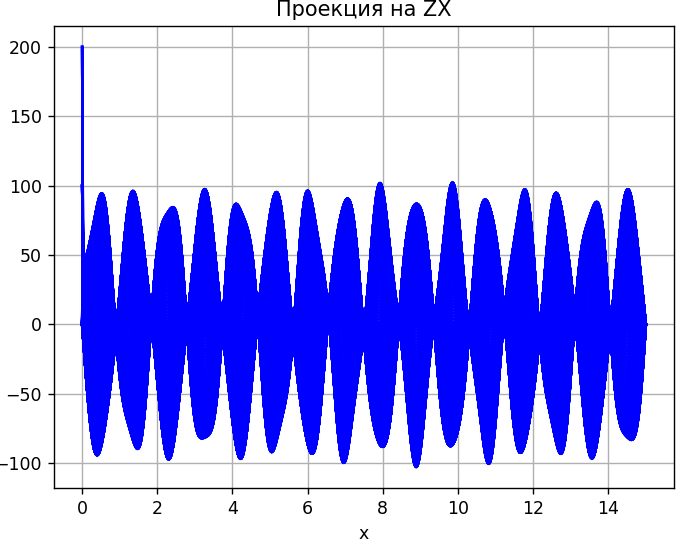
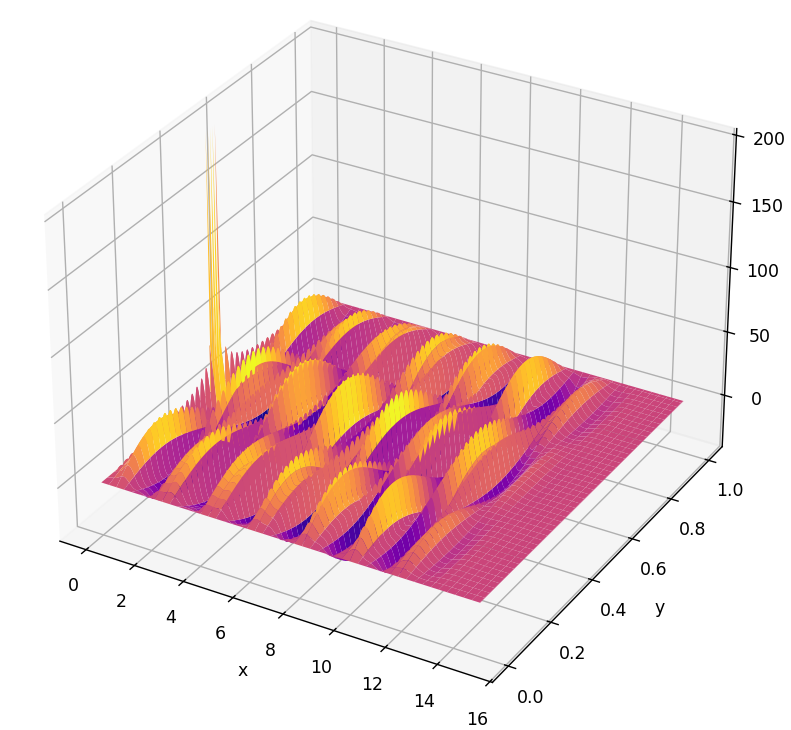
** **

Рисунок 1 – , без PML



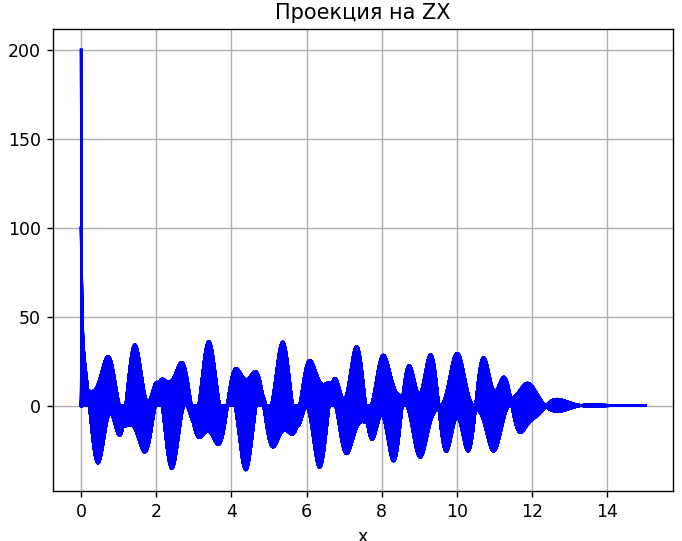
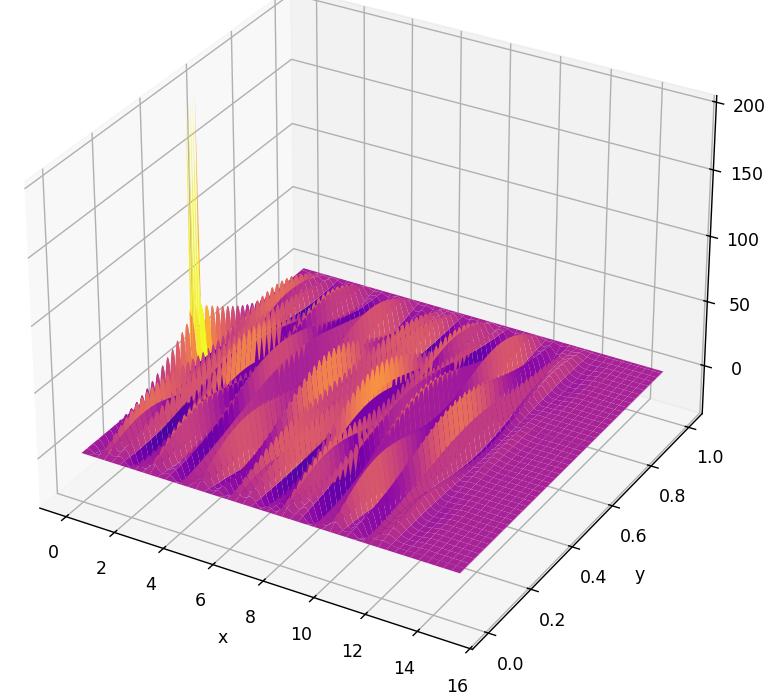


Рисунок 2 – , c PML



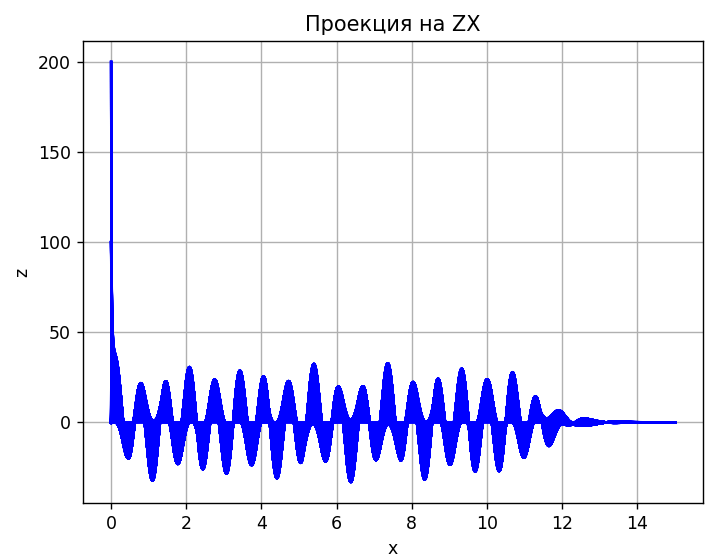
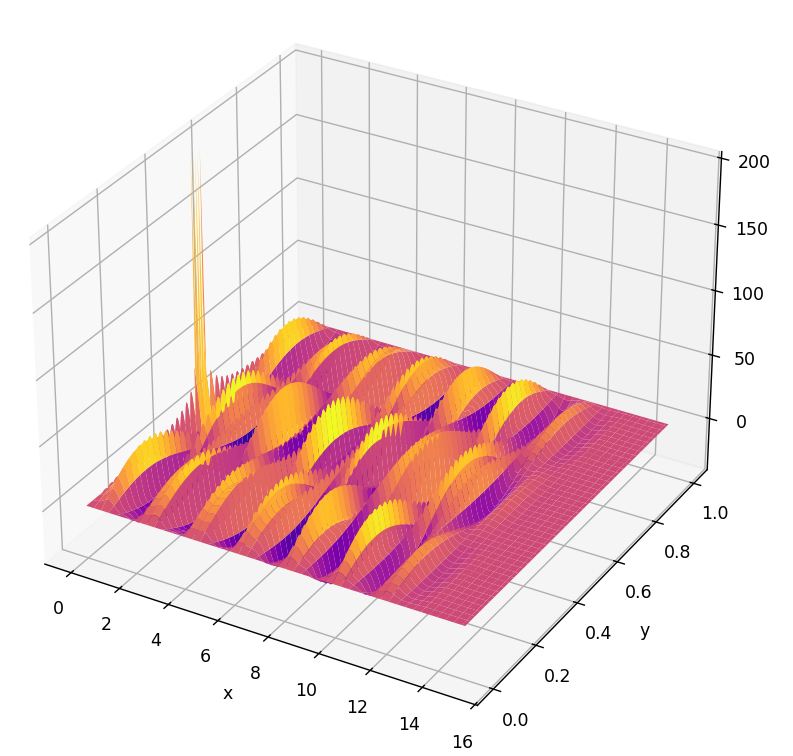


Рисунок 3 – , c PML



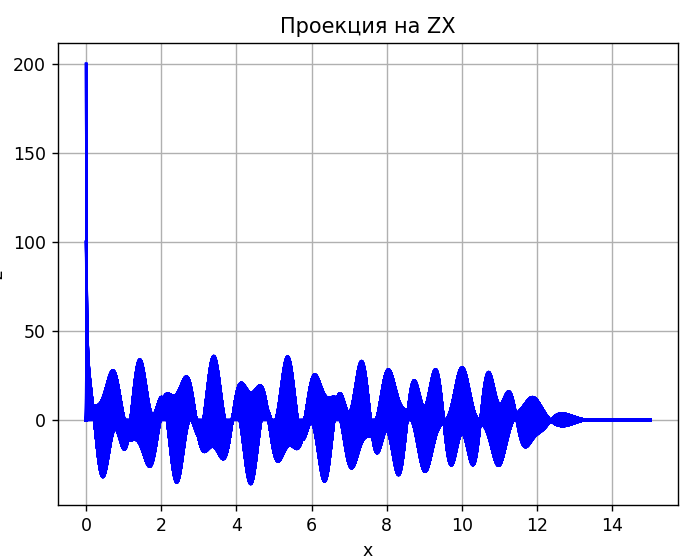


Рисунок 3 – , c PML

**Параметр**

Зафиксируем ,

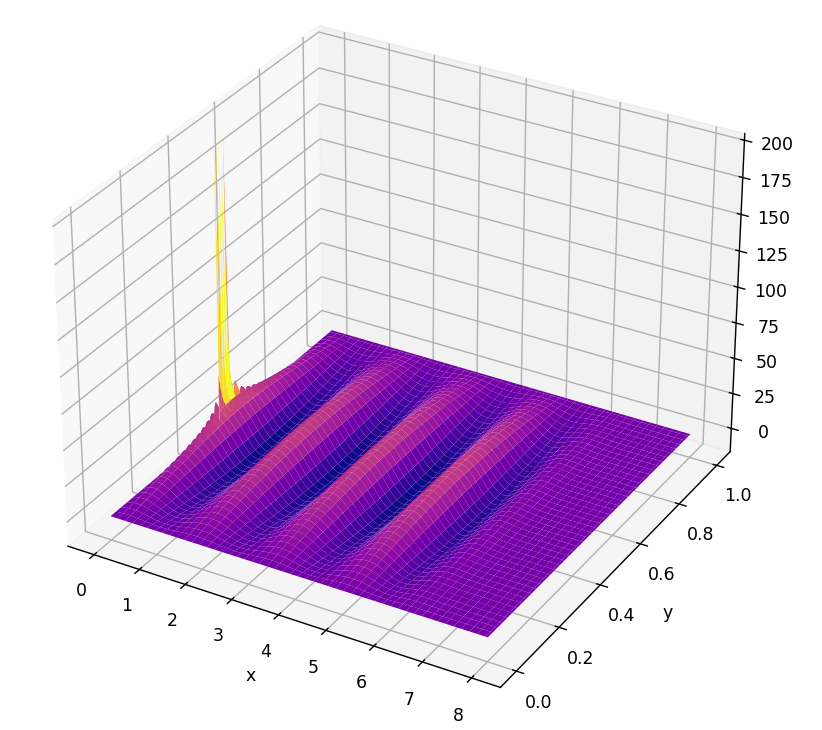


Рисунок 4 –

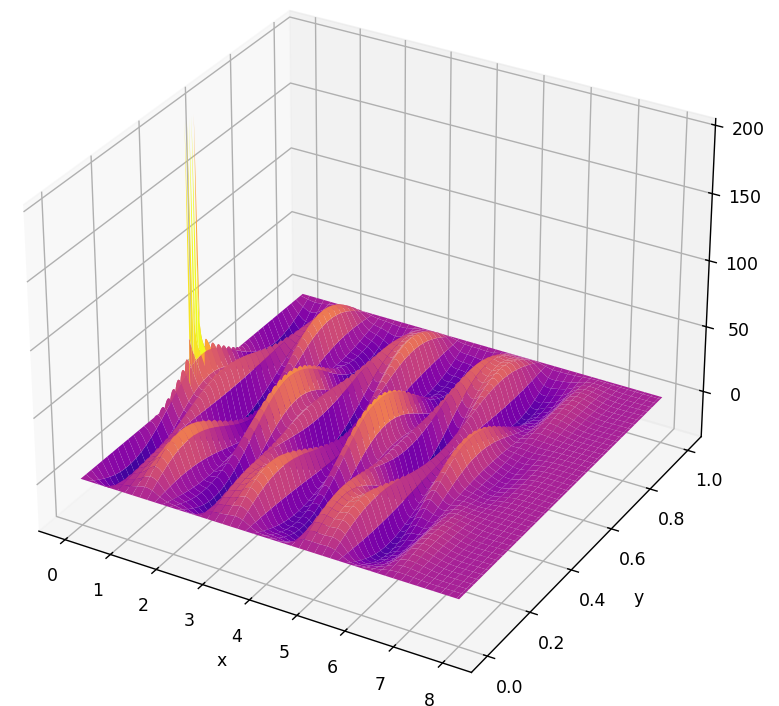
**

Рисунок 5 –

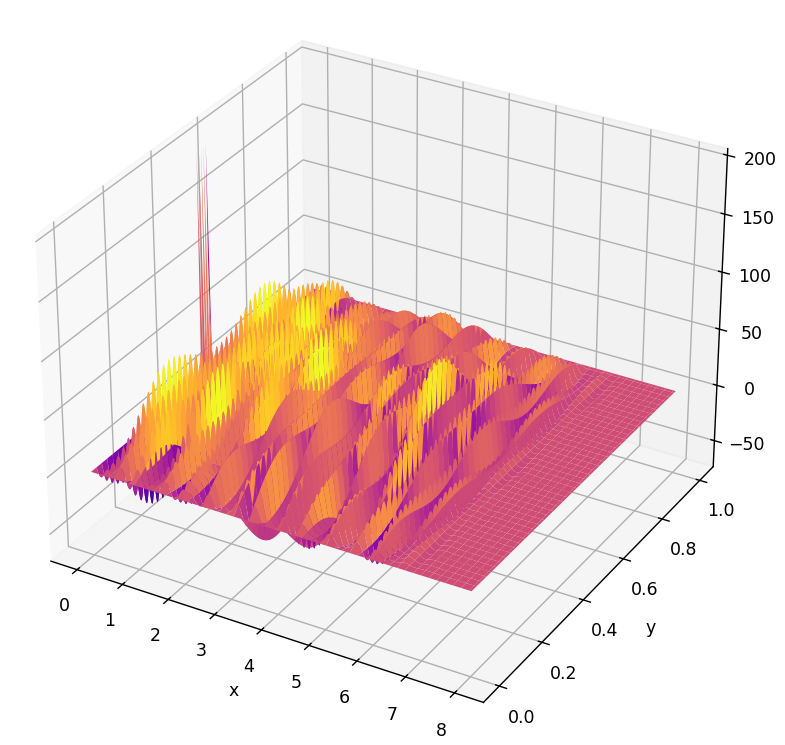


Рисунок 6 –

**Параметр**

Зафиксируем

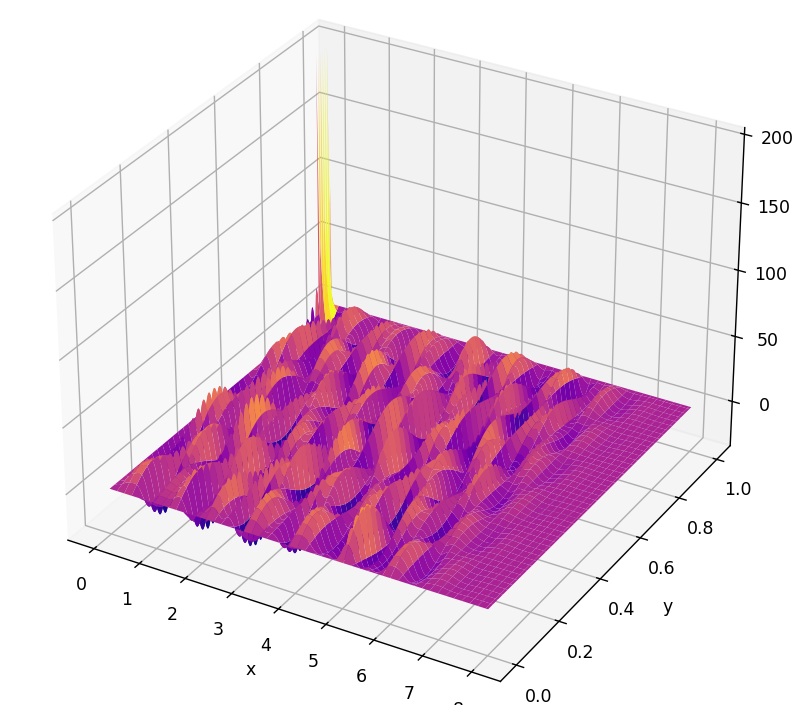


Рисунок 7 –

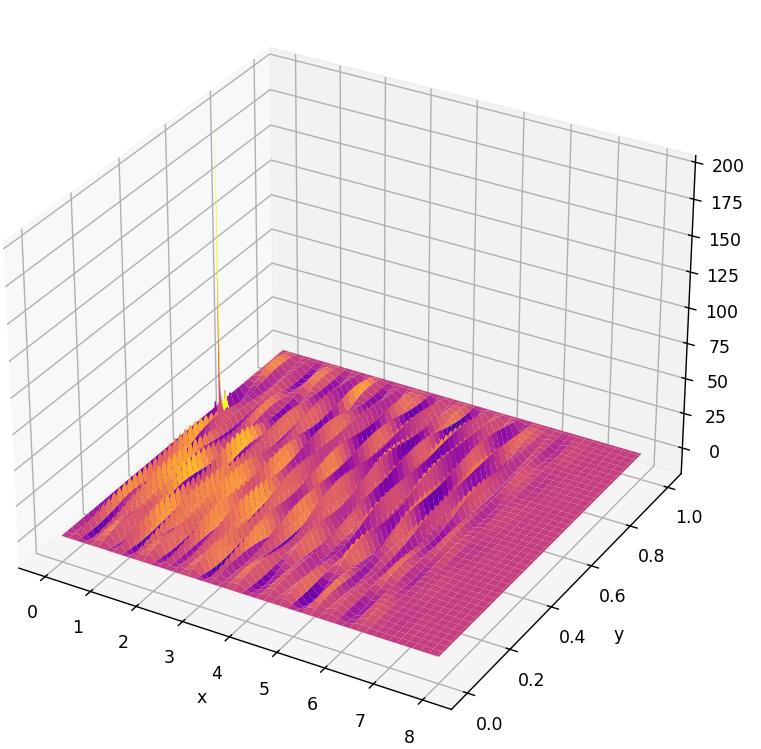


Рисунок 8 –

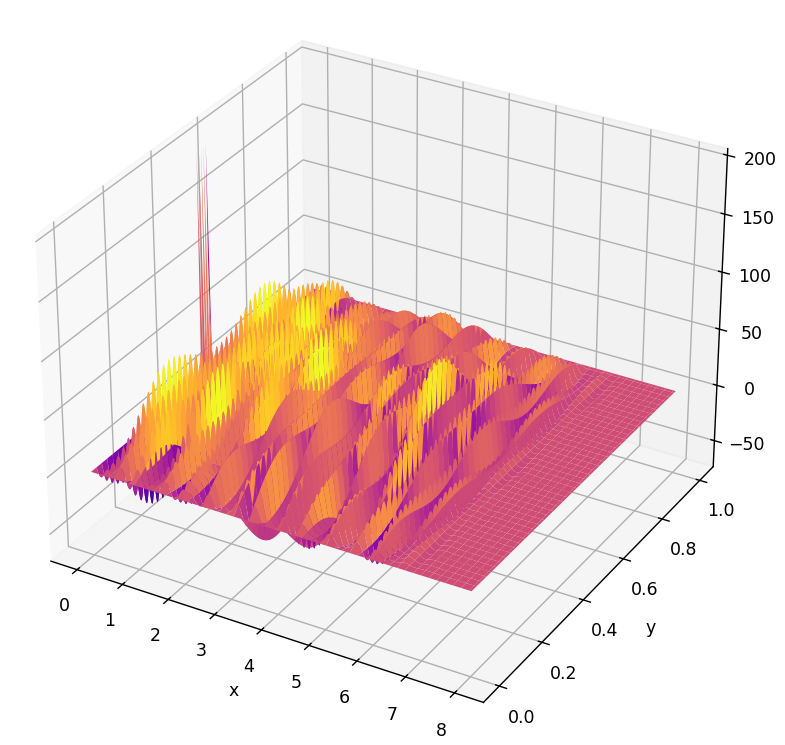


Рисунок 9 –

**Вывод**

В ходе лабораторной работы выполнение моделирование распространения электромагнитных волн в плоском неоднородном волноводе на основе решения краевой задачи для уравнения Гельмгольца. Написана вычислительная программа и проведены вычислительные эксперименты для выявляется влияния параметров на решение уравнения.

Значение отвечает за распространение возмущений по волноводу от левой границы до правой. От этого параметра зависит влияние функции на систему: при увеличении растет множитель при и уменьшается частота колебаний и амплитуда, так как неоднородность гасит колебания.

При изменении параметра было выявлено влияние на частоту колебаний волны. С увеличением параметра увеличивается и частота колебаний.

Параметр отвечает за смещение источника распространения волн относительно оси и на распределение волны. Это приводит так же к изменениям амплитуды.