**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
“Уфимский университет науки и технологий”**

**Кафедра** Высокопроизводительных вычислительных технологий и систем

**Дисциплина:** Математическое моделирование

Лабораторная работа №5

**Тема:** “Моделирование двумерных диффузионных процессов методом непрерывных случайных блужданий”

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Группа ПМ-455 | ФИО | Подпись | Дата | Оценка |
| Студент | Наумова Т.И. |  |  |  |
| Преподаватель | Лукащук С.Ю. |  |  |  |

Уфа 2024

**Задание:**

Рассматривается случайный процесс движения диффундирующей частицы на плоскости. В начальный момент времени частица находится в начале координат. Затем частица осуществляет «прыжок» на случайную величину , подчиняющуюся заданному закону распределения с плотностью вероятности Направление прыжка выбирается произвольно из четырех возможных: влево, вправо, вверх или вниз. На следующем шаге процесс повторяется с новым случайным значением Частица должна выполнить «прыжков». Весь процесс необходимо повторить для частиц.

Вычислить функции распределения частиц по двум координатным направлениям, и рассчитать значения где – координата i-й частицы после прыжков. Также как функции .

Найти средний квадрат полного смещения частиц

Для больших значений выполнить аппроксимацию этой величины степенной зависимостью

**Практическая часть**

Функция плотности вероятности длины прыжка:

Найдем значение А из условия .

Зная значение параметра А, выразим :

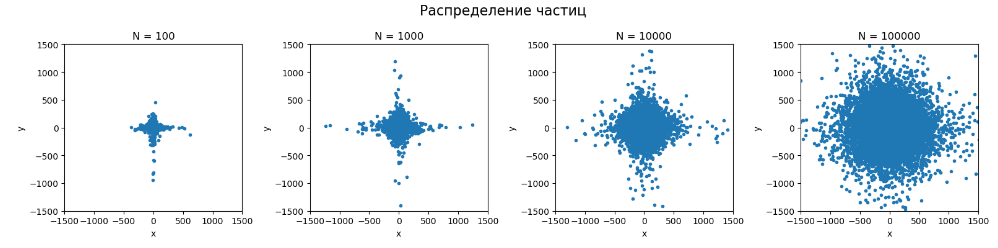
Для построения генератора случайных чисел, подчиняющихся заданной плотности распределения , будем использовать формулу

,

где r – равномерно распределенная на отрезке , которая будет иметь следующий вид:

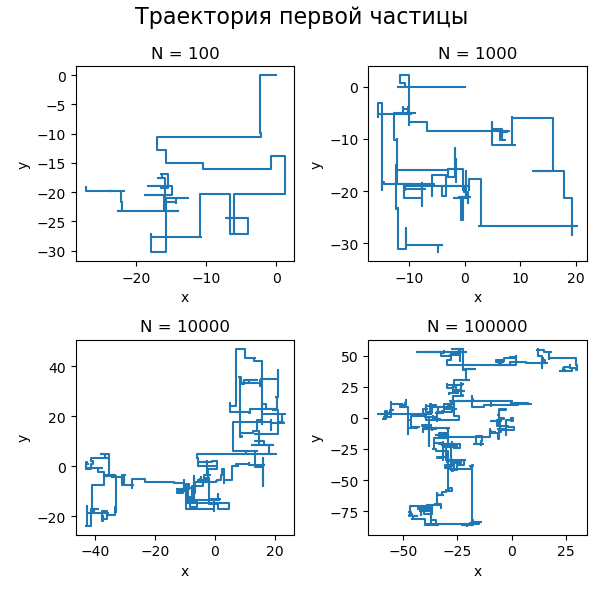
Расчеты будем производить для частиц, и для четырех значений количества шагов N.В начальный момент времени все частицы находятся в начале координат.

На рисунке 1 представлены примеры распределения 10000 частиц в конечный момент времени для разного количества шагов N.



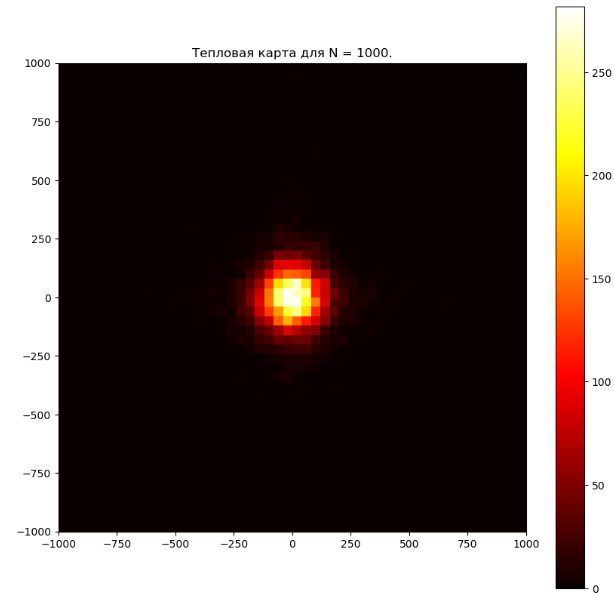
*Рисунок 1. Пример распределения частиц для разного количества шагов.*

На рисунке 2 представлены траектории первой частицы за все время ее диффузии для разного количества шагов.



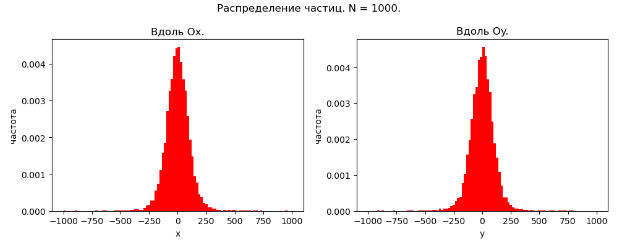
*Рисунок 2. Пример траекторий первой частицы*.

Результаты статистической обработки данных:



*Рисунок 3. Тепловая карта для N=1000*

Представим графически распределение координат частиц в конечный момент времени при количестве шагов N = 1000.



*Рисунок 4. Плотность распределение координат последнего шага частиц для N=1000 вдоль осей Ох и Оу.*

- среднее значение координаты Х для эксперимента с N шагами.

- среднее значение координаты Y для эксперимента с N шагами.

- среднее значение длины пути частицы для эксперимента с N шагами.

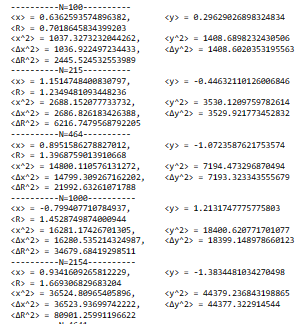
- второй начальный момент координаты Х для эксперимента с N шагами.

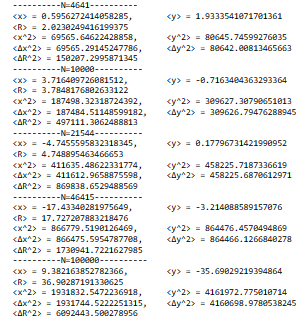
- второй начальный момент координаты Y для эксперимента с N шагами.

- второй центральный момент координаты Х для эксперимента с N шагами.

- второй центральный момент координаты Y для эксперимента с N шагами.

- второй центральный момент длины пути для эксперимента с N шагами.





*Рисунок 5. Результаты статистической обработки данных*.

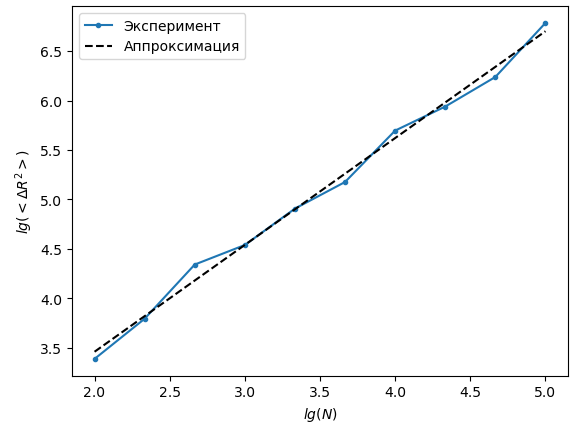
Аппроксимация среднего квадрата полного смещения величиной:

Если прологарифмировать обе части равенства:

Численное решение:

Сделаем обратное преобразование и получим:

Приведем график аппроксимации прологарифмированной степенной зависимости.

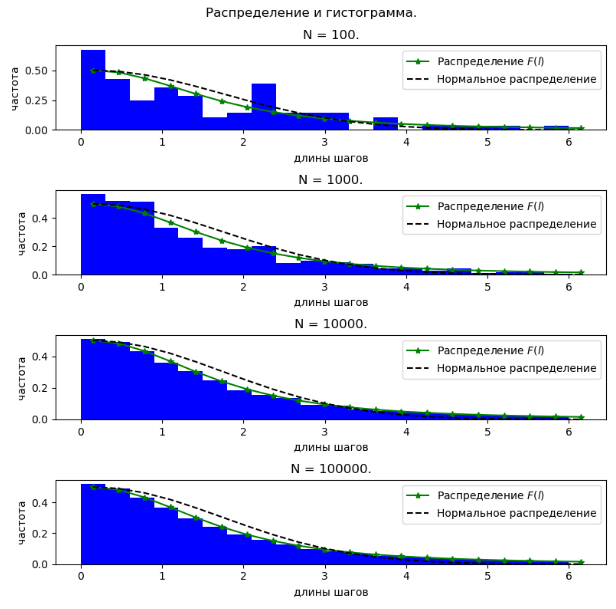


*Рисунок 6. График аппроксимации прологарифмированной степенной зависимости.*

По значению и свойствам случайной величины можно судить о характере диффузии.

При существовании конечного математического ожидания и конечного второго центрального момента (дисперсии) распределение близко к нормальному виду с дисперсией равной  
, где – коэффициент диффузии. Получается процесс нормальной диффузии. Таким образом, линейная зависимость от (т.е. ) свидетельствует о близости распределения частиц к нормальному, о прохождении процесса нормальной диффузии.

В исследуемом случае существует конечное математического ожидание и дисперсия . Поэтому в данном эксперименте наблюдаетсяпроцесс нормальной диффузии. Об этом свидетельствуют результаты численных расчётов зависимости .



*Рисунок 7. Плотность распределения и гистограмма при разных N.*

**Вывод:**

В ходе лабораторной работы была реализована программа, моделирующая диффузионные процессы методом случайных блужданий. Из экспериментов установили, что распределения подчиняются нормальному закону, а блуждание частиц является процессом нормальной диффузии.