**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**

**"Уфимский университет науки и технологий"**

**Кафедра** Высокопроизводительных вычислительных технологий и систем

**Дисциплина:** Математическое моделирование

**Отчет по лабораторной работе № 1**

**Тема:** «Компьютерное моделирование движения космических тел»

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Группа ПМ-457 | Фамилия И.О. | Подпись | Дата | Оценка |
| Студент | Акмурзин М.Э. |  |  |  |
| Принял | Лукащук С.Ю. |  |  |  |

**Уфа 2025**

**Цель работы:** получить навык численного расчета траекторий движения космических тел под действием гравитационных сил.

**Задание на лабораторную работу**

**Задача I.** Рассматривается динамика трех разновеликих небесных тел: звезды, планеты и ее спутника. В качестве примера рассматривается Солнечная система. Масса Солнца . Параметры двух других тел выбираются в соответствии с индивидуальным номером варианта из таблицы.

1) Составить уравнения движения второго и третьего тела в системе отсчета, связанной с первым (самым массивным) телом. Предполагается, что движение всех тел происходит в одной плоскости.

2) Написать программу численного интегрирования составленных уравнений движения и построить траектории движения тел. В качестве начальных условий принять следующие: все тела находятся на одной прямой, вектора скоростей движения второго и третьего тела сонаправлены. Расстояния между первым и вторым, а также вторым и третьим телами приведены в таблице. Там же указаны значения начальных скоростей второго и третьего тела. Исследовать отклонение орбиты планеты и спутника от круговой с течением времени, а также характер изменения их модулей скорости

**Задача II.** На круговой орбите высотой Н второго тела находится космический корабль. В некоторый момент времени его двигатели включаются и работают в течение времени Т выводя корабль на новую орбиту, пересекающую орбиту третьего тела. Вектор тяги двигателя в любой момент времени направлен по касательной к траектории движения. Определить местоположение космического корабля на первоначальной орбите в момент включения двигателя из условия минимума массы топлива, необходимой для доставки на поверхность третьего тела полезного груза массой М0. Местоположение определяется относительно прямой, соединяющей центры второго и третьего тел. Масса корабля складывается из массы топлива, полностью выгорающего за время Т, массы конструкции (0.025 стартовой массы) и массы полезной нагрузки Ма. В конце активного участка траектории (через время 7) происходит отделение полезного груза, который движется далее только под действием гравитационных сил. Скорость полезного груза при достижении поверхности третьего тела не ограничивается.

**Практическая часть**

**Задача I.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № вар | Параметры второго тела | | | | Параметры третьего тела | | | |
| , км | , км | , млн. км | , км/с | , кг | , км | , тыс. км | , км/с |
| 2 |  | 3390 | 228 | 24 |  | 11.1 | 9.4 | 2.14 |

В системе действует сила притяжения космических тел, которая подчиняется закону всемирного тяготения:

– гравитационная постоянная, – массы космических тел.

Уравнение движения:

Для системы планета-спутник уравнения движения, относительно Солнца будут иметь вид:

Далее составим систему ОДУ:

Решив данную задачу Коши с помощью библиотеки Boost(ODEINT), получаем следующие траектории небесных тел:

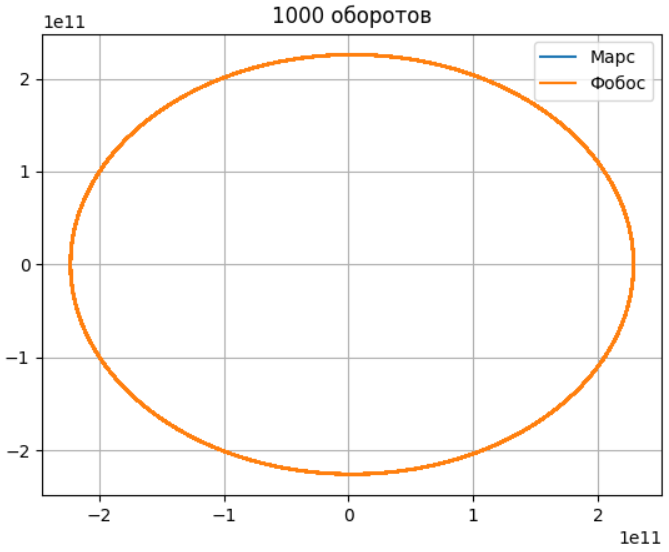


Рисунок 1 – Траектория движения планеты и спутника вокруг Солнца спустя 1000 лет

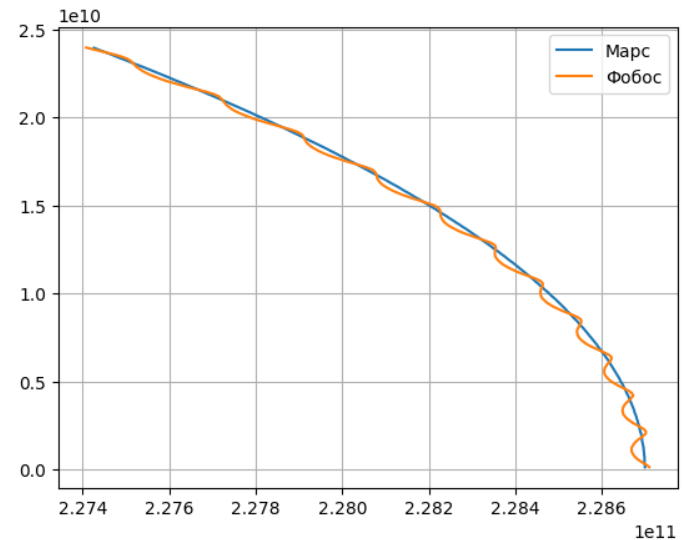


Рисунок 2 – Траектория движения планеты и спутника вокруг Солнца на первой итерации

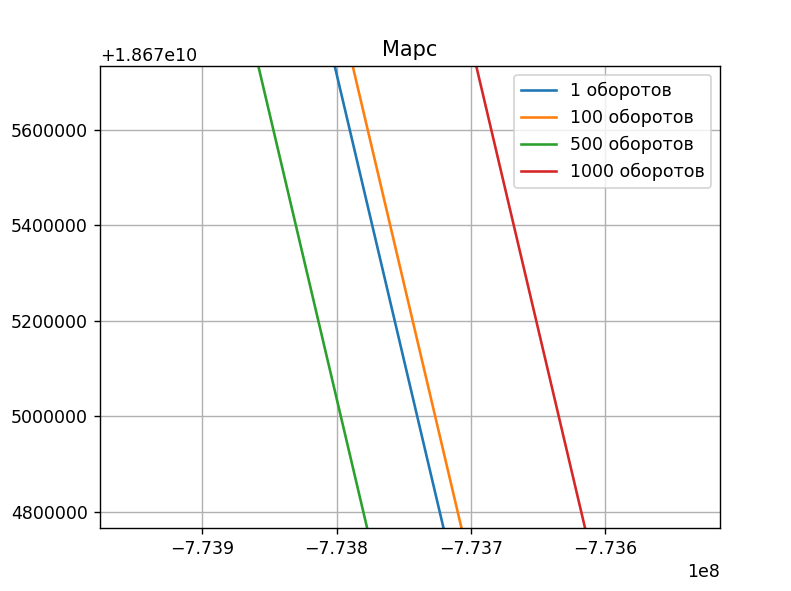


Рисунок 3 Орбита планеты после 1, 100, 500 и 1000 оборотов

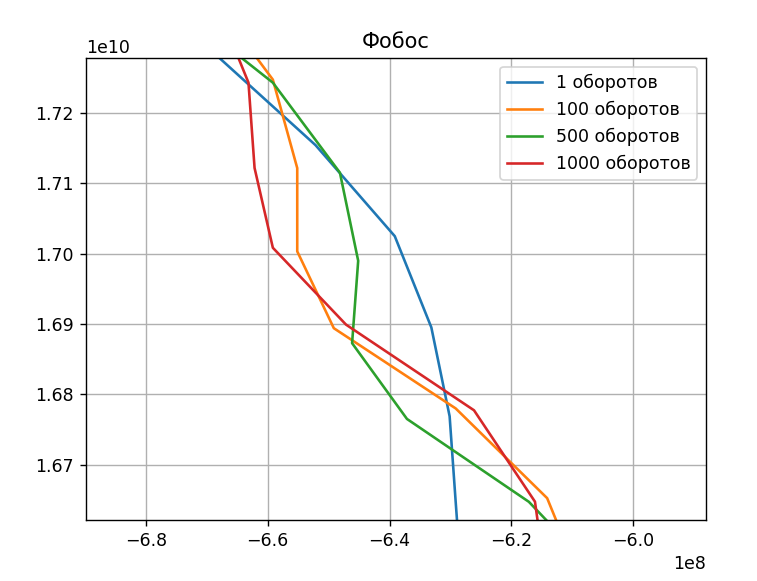


Рисунок 4 Орбита спутника после 1, 100, 500 и 1000 оборотов

**Задача II.**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № варианта | H, км |  |  | Характеристики топлива | | |
| Горючее | Окислитель | Скорость истечения, м/с |
| 2 | 200 | 1200 | 10 | Анилин (80%) + фурфуриловый спирт (20%) | Азотная кислота (98 %) | 3040 |

Для описания движения точки переменной массы воспользуемся уравнением Мещерского:

где – скорость ракеты, – скорость истечения.

– общая масса ракеты, – масса конструкции ракеты, – масса топлива, – масса полезной нагрузки.

Масса ракеты вычисляется по формуле:

Таким образом, в систему ОДУ добавляются уравнения:

где – координаты ракеты.

Начальное положение и скорость ракеты на орбите заданной высоты:

Для решения задачи была использована библиотека Scipy на Python, в которой реализована схема Рунге-Кутты 4 порядка. Так как интервал времени достаточно мал, планета считалась фиксированной точкой. В качестве начального времени берется момент t0, когда спутник сделал 1000 оборотов вокруг планеты, а первое, второе и третье тело находятся на одной прямой. Для поиска оптимального угла использовался перебор по заданной сетке углов и топлива. Наименьшее количество топлива для доставки полезного груза на спутник составило 2.05263 кг при угле 4.

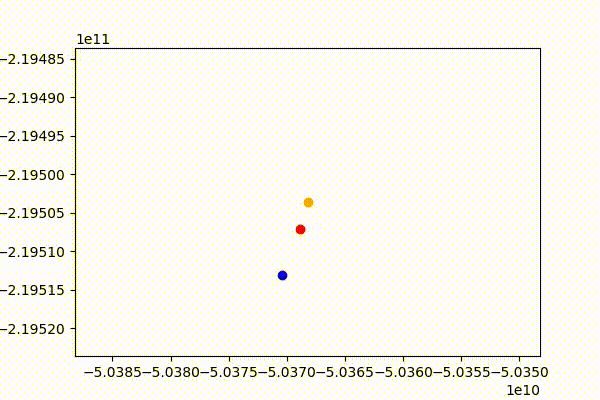


Рисунок 5 – Траектория движения спутника и ракеты до момента попадания полезного груза на спутник

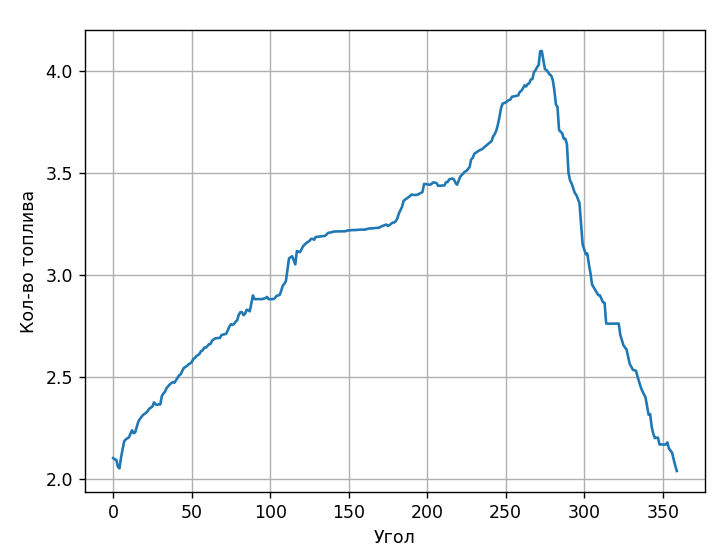


Рисунок 6 – График зависимости топлива и угла

**Вывод**

В ходе данной лабораторной работы были получены навыки численного расчета траекторий движения небесных тел под действием гравитационных сил. Построены траектории движения планеты, спутника и ракеты, которые получены в результате решения системы дифференциальных уравнений.

Также для построения траектории движения ракеты были произведены расчеты необходимого количества топлива для доставки груза на спутник.

**Приложение**

Task1.cpp