**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**

**"Уфимский университет науки и технологий"**

**Кафедра** Высокопроизводительных вычислительных технологий и систем

**Дисциплина:** Математическое моделирование

**Отчет по лабораторной работе № 4**

**Тема:** «Исследование эволюции нелинейной диссипативной динамической системы»

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Группа ПМ-457 | Фамилия И.О. | Подпись | Дата | Оценка |
| Студент | Акмурзин М.Э. |  |  |  |
| Принял | Лукащук С. Ю. |  |  |  |

**Уфа 2024**

**Цель работы:** получить навык численного исследования динамики нелинейной диссипативной динамической системы, обладающей странным аттрактором.

**Задание на лабораторную работу**

Работа выполнена согласно варианту № 2.

Рассматривается нелинейная двухпараметрическая автономная динамическая система

Для заданной системы выполнить следующие задания.

1. Определить области изменения параметров *a* и *b*, в которых данная динамическая система является диссипативной.
2. Определить стационарные точки диссипативной системы.
3. Исследовать стационарные точки на асимптотическую устойчивость по первому приближению.
4. Определить значения параметров *a* и *b*, при которых в системе появляется странный аттрактор.
5. Написать вычислительную программу на языке программирования Cи++, реализующую процедуру численного интегрирования исходной диссипативной системы по методу Рунге-Кутта 4-го порядка точности.
6. С использованием вычислительной программы провести серию вычислительных экспериментов, демонстрирующих различные виды динамики системы. Построить траектории системы в окрестности стационарных точек. Определить численно значения параметров *a* и *b,* при которых в системе существует странный аттрактор и при которых система переходит в режим автоколебаний.

**Практическая часть**

Исходная система имеет вид

1. **Область изменения параметров.**

Динамическая система является диссипативной, если

Следовательно, система будет диссипативной, если .

1. **Поиск стационарных точек.**

Данная система имеет тривиальное решение .

При имеем следующие стационарные точки:

1. **Исследование стационарных точек на асимптотическую устойчивость по первому приближению.**

Выполним линеаризацию в окрестностях стационарных точек

малые возмущения.

Система после разложения в ряд Тейлора в стационарной точке

Система после разложения в точке

Матрица системы

Таким образом, можем сделать вывод, что данное положение не устойчиво, так как по условию у всех собственных значений вещественная часть должна быть отрицательной, .

Общий вид матрицы системы для ненулевых точек

Принимая во внимание, что получим

Коэффициенты при степенях :

Характеристический многочлен имеет вид

Для дальнейшего исследования воспользуемся критерием Рауса – Гурвица.

Матрица Гурвица:

Должны выполняться следующие условия:

Так как то условия перепишутся в виде

,

При Следовательно, при a<0 точки будут неустойчивы. При a>0 точки будут неустойчивы.

При Следовательно,

=>

То есть при условие выполняется для всех точек.

Рассмотрим точки, у которых . Для них условие перепишется в виде

Рассмотрим точки, у которых . Для них условие перепишется в виде

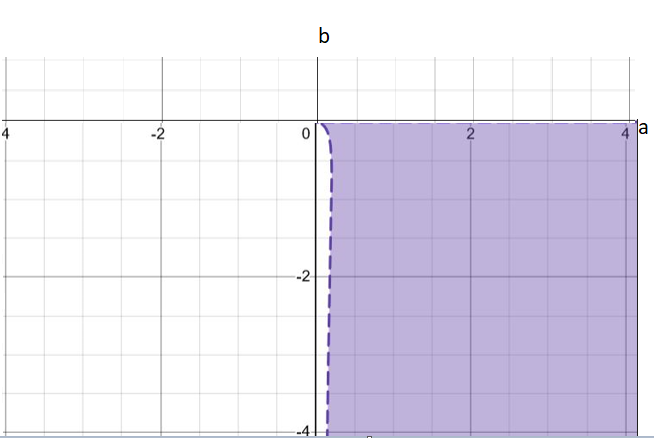


Рисунок 1 область значений параметров, при которых устойчивы точки, у которых

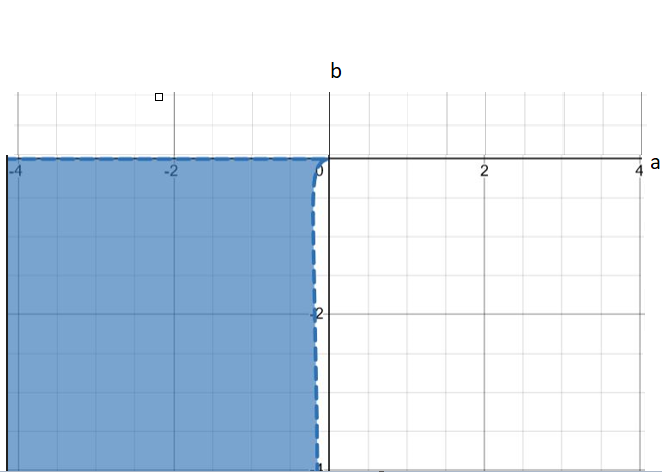


Рисунок 2 область значений параметров, при которых устойчивы точки, у которых

1. **Определение значений параметров a и b, при которых в системе появляется странный аттрактор.**

Странный аттрактор возникает, когда все стационарные точки неустойчивы.

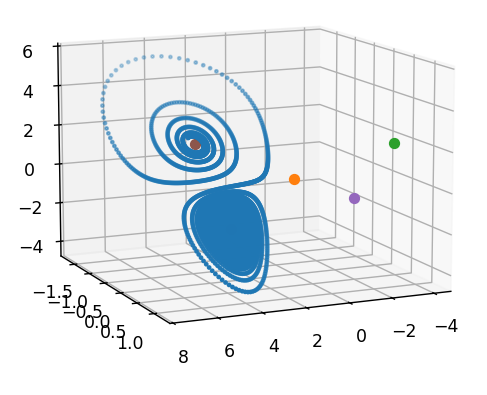


Рисунок 4 a=0.1 b=-15

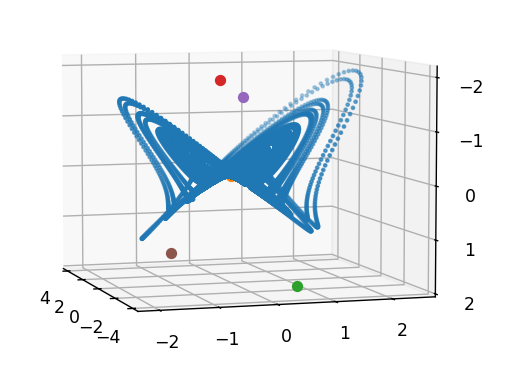


Рисунок 4 a=0.1 b=-0.4

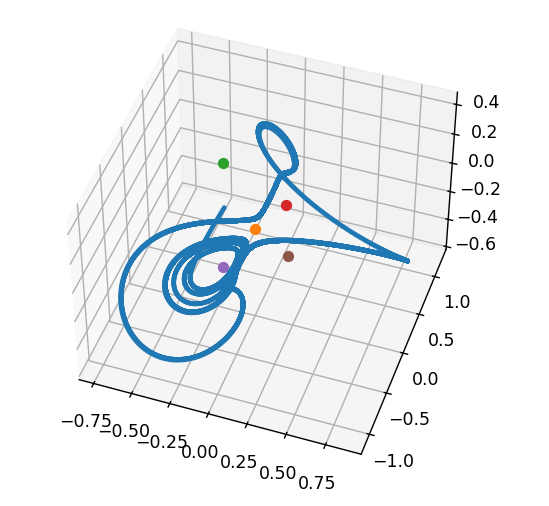


Рисунок 5 a=0.1 b=-0.04

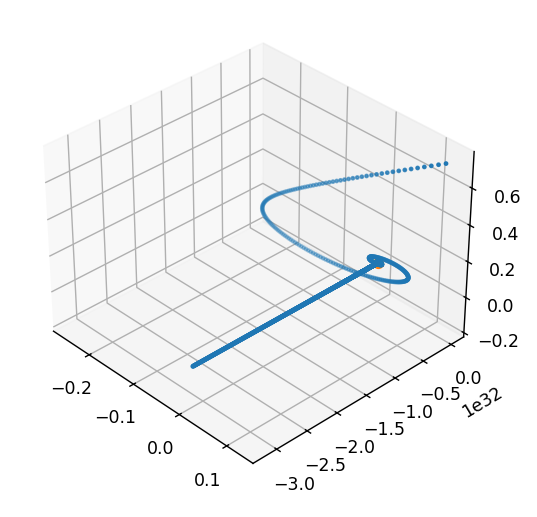


Рисунок 6 a=0.5 b=0.05

**Вывод**

В данной лабораторной работе были получены навыки численного исследования динамики нелинейной диссипативной динамической системы, обладающей странным аттрактором. Были определены области изменения параметров a и b, в которых данная динамическая система является диссипативной, также были найдены параметры a и b при которых в системе существует странный аттрактор и при которых система переходит в режим автоколебаний.

**Приложение**

Листинг программы:

// matmod4.cpp : Этот файл содержит функцию "main". Здесь начинается и заканчивается выполнение программы.

//

#include <iostream>

#include <vector>

#include <fstream>

using namespace std;

void writeFile(vector<vector<double>> R) {

ofstream f("result.txt");

//for (auto y : R) {

// for (double x : y) f << x << " ";

// f << endl;

//}

for (int i = 0; i < R.size(); i++) {

if (i % 40 == 0) {

for (int j = 0; j < 3; j++) f << R[i][j] << " ";

f << endl;

}

}

}

vector<double> summ(vector<double> a, vector<double>b) {

vector<double> r(a.size(), 0);

for (int i = 0; i < a.size(); i++) r[i] = a[i] + b[i];

return r;

}

vector<double> multiply(vector<double> a, double k) {

vector<double> r(a.size(), 0);

for (int i = 0; i < a.size(); i++) r[i] = a[i]\*k;

return r;

}

vector<double> F(vector<double> x,double a, double b) {

vector<double> r(3, 0);

r[0] = 0.2 \* x[0] + x[1] \* x[2];

r[1] = a \* x[0] + b\*x[1] - x[0] \* x[2];

r[2] = -x[2] - x[0] \* x[1];

return r;

}

vector<vector<double>> RungeKutta(double tau, int N, vector<double>X0, double a, double b) {

vector<vector<double>>res;

vector<double> X = X0;

for (int t = 0; t < N; t++) {

vector<double> k1 = multiply(F(X,a,b),tau);

vector<double> k2 = multiply(F(summ(X,multiply(k1,0.5)), a, b),tau);

vector<double> k3 = multiply(F(summ(X, multiply(k2, 0.5)), a, b), tau);

vector<double> k4 = multiply(F(summ(X, k3), a, b), tau);

X = summ(X, multiply(summ(k1, summ(k4, multiply(summ(k2, k3), 2))),1.0 / 6));

res.push\_back(X);

}

return res;

}

int main()

{

double a = 0.1;

double b = -0.01;

double x = (-a \* sqrt(5) - sqrt(5 \* a \* a - 4 \* b)) / 2;

double x2 = (-a \* sqrt(5) + sqrt(5 \* a \* a - 4 \* b)) / 2;

double x3 = (a \* sqrt(5) - sqrt(5 \* a \* a - 4 \* b)) / 2;

double x4 = (a \* sqrt(5) + sqrt(5 \* a \* a - 4 \* b)) / 2;

double y = 1 / sqrt(5);

double y2 = -1 / sqrt(5);

double z= (a+ sqrt(a \* a -0.8 \* b)) / 2;

double z2 = (a - sqrt(a \* a - 0.8 \* b)) / 2;

vector<double>X0 = { x3+0.08,y2 - 0.08,z +0.25 };

auto R = RungeKutta(0.001, 1500000, X0, a, b);

writeFile(R);

std::cout << "Hello World!\n";

}