Macías Márquez Misael Iván

1. Una lente doble cóncava tiene un índice de refracción de 1.5 y radios de curvatura de $15cm$ y $10cm$, ¿Cuáles son su longitud focal (f) y su potencia (D)?

   Sol:

   El foco de esta lente está determinada por:

$$f = \frac{n_1}{n_2 - n_1} \frac{1}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$$

   sustituyendo $n_1 = 1$, $n_2 = 1.5$, $R_1 = 15cm$ y $R_2 = 10cm$

$$f = \frac{1}{1.5 - 1} \frac{1}{\frac{1}{15cm} - \frac{1}{10cm}} = -60cm$$

   y la potencia por:

$$D = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$= (1.5 - 1)\left(\frac{1}{0.15m} - \frac{1}{0.1m}\right) = -\frac{5}{3}D$$

2. Un objeto $1.2cm$ de alto está a $6cm$ de una lente doble convexa con $f = 4cm$. Localizar la posición de la imagen y su tamaño. ¿Qué tipo de imagen es?

   Sol:

   Usando la ecuación del constructor de lentes:

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}$$

   despejando i y sustituyendo:

$$i = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{o}} = \frac{1}{\frac{1}{4cm} - \frac{1}{6cm}} = 12cm > 0$$

   El tamaño de la imagen es:

$$M = -\frac{i}{o} = -\frac{12}{6} = -2 < 0$$

   por lo tanto es una imagen real e invertida.

3. Dos lentes convergentes de longitudes focales $f_1 = 10.0cm$ y $f_2 = 20.0cm$ están separadas $20.0cm$ Un objeto de $1cm$ de alto se sitúa a $15cm$ al frente (izquierda) de la primer lente. Determinar posición y tamaño de la imagen intermedia y de la final.

   Sol:

   usando la ecuación 8.8 para la primera lente:

$$\frac{1}{i_1} + \frac{1}{o_1} = \frac{1}{f_1} \qquad \rightarrow \qquad i_1 = \frac{1}{\frac{1}{f_1} - \frac{1}{o_1}} = \frac{1}{\frac{1}{10cm} - \frac{1}{15cm}} = 30cm$$

   con una magnificación de:

$$M_1 = -\frac{i_1}{o_1} = -\frac{30cm}{15cm} = -2$$

   ahora para la lente 2:

$$o_2 = 20cm - 30cm = -10cm$$

$$i_2 = \frac{1}{\frac{1}{f_2} - \frac{1}{o_2}} = \frac{1}{\frac{1}{20cm} - \frac{1}{-10cm}} = 6.67cm$$

   con una magnificación de:

$$M_2 = -\frac{i_2}{o_2} = -\frac{6.67cm}{-10cm} = 0.67$$

4. Asumiendo que las distancias objeto (o) e imagen (i) en la ecuación 8.8 son mediciones experimentales con incertidumbres Δo y Δi respectivamente, calcular la propagación de incertidumbre de la distancia focal. ¿Cómo se podría linealizar esta ecuación para encontrar f en una gráfica?

   Sol:

   Despejando f de la ecuación 8.8:

$$f = \frac{1}{\frac{1}{o} + \frac{1}{i}}$$

   y propagando su incertidumbre:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial o}\Delta o\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial i}\Delta i\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{\Delta o}{o^2(\frac{1}{o} + \frac{1}{i})^2}\right)^2 + \left(-\frac{\Delta i}{i^2(\frac{1}{o} + \frac{1}{i})^2}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{i^2 o^2(\frac{1}{o} + \frac{1}{i})^2}\sqrt{(i\Delta o)^2 + (o\Delta i)^2}$$

Una posible linealización de la ecuación 8.8 es:

$$\frac{1}{o} = -\frac{1}{i} + \frac{1}{f}$$

que es de la forma $y = ax + b$ con $y = \frac{1}{o}$, $a = -1$, $x = \frac{1}{i}$ y $b = \frac{1}{b}$.

5. Cuál sería la incertidumbre de la magnificación dada por la ecuación 8.10, si se tienen incertidumbres Δo y Δi en las mediciones de o y i respectivamente.

   Sol:

   La ecuación 8.10 es:

$$M = -\frac{i}{o}$$

   y propagando su incertidumbre:

$$\Delta M = \sqrt{\left(\frac{\partial M}{\partial i}\Delta i\right)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial o}\Delta o\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{\Delta i}{o}\right)^2 + \left(\frac{i\Delta o}{o^2}\right)^2}$$

$$\frac{1}{o}\sqrt{\Delta i^2 + \left(\frac{i\Delta o}{o}\right)^2}$$

6. En el método de Bessel, si conocemos las distancias a y b con sus respectivas incertidumbres, ¿Cuál será la incertidumbre de la distancia focal dada por la ecuación 8.11?

   Sol:

   La ecuación 8.11 es:

$$f = \frac{b^2 - a^2}{4b}$$

   y propagando su incertidumbre:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a}\Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b}\Delta b\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{2a\Delta a}{4b}\right)^2 + \left(\frac{2b(4b) - 4(b^2 - a^2)}{16b^2}\Delta b\right)^2}$$

$$= \frac{1}{2b}\sqrt{(-a\Delta a)^2 + \left(\frac{b^2 + a^2}{2b}\Delta b\right)^2}$$