
Circuitos eléctricos de C.D.

Práctica 1

García Perez Angel Yair
Macías Márquez Misael Iván
Martínez Morales Isaac David
Facultad de Ciencias, UNAM

Jueves 10 de Marzo de 2022
Semestre 2022-1

Resumen: En esta practica, a través de un simulador, se intentó probar experimentalmente el principio de superposición en un circuito para una resistencia de $1k\Omega$, no se logró probar porque las incertidumbres estaban subestimadas, además se midieron todos los voltajes y todas las corrientes del circuito, también se aplicó el Teorema de Thévenin para medir resistencias y voltajes equivalentes, se obtuvo que $R_{eq} = (733,590 \pm 0,082)\Omega$, $V_{eq} = (10,83529 \pm 1,0888 \times 10^{-3})V$, el Teorema de Norton se aplicó para medir resistencias e intensidades equivalentes, se obtuvo $R'_{eq} = (733,426 \pm 0,082)\Omega$ y $I'_{eq} = (14,60056 \pm 0,01230)mA$, también se comprobó que $V_{eq} = I'_{eq}R'_{eq}$ y que $R_{eq} = R'_{eq}$.

Introducción

El propósito de esta practica fue tomar datos, para así familiarizarse con el equipo de laboratorio, también el propósito fue poner en practica los conocimientos adquiridos para la toma de incertidumbres.

Objetivos

1. Comprobar el principio de superposición solo en **R6**.
2. Medir el voltaje de cada elemento del circuito.
3. Medir la corriente de cada elemento del circuito.
4. Aplicando el teorema de Thévenin, medir en **R6** la resistencia y voltaje equivalente.
5. Aplicando el teorema de Norton, medir en **R6** la resistencia y corriente equivalente.

Principio de Superposición

En cualquier red resistiva lineal, la tensión o la corriente a través de cualquier resistencia o fuente se calcula mediante la suma algebraica de todas las tensiones o corrientes individuales ocasionadas por fuentes independientes separadas que actúan solas, junto con todas las demás fuentes de tensión independientes sustituidas por cortocircuitos y todas las

demás fuentes de corriente independientes, sustituidas por circuitos abiertos[1].

Teorema de Thévenin

El Teorema de Thévenin recibe su nombre en honor a L. C. Thévenin, ingeniero francés quien trabajaba en telegrafía y que publicó el teorema en 1883, el enunciado del teorema es el siguiente[1]:

- Dado cualquier circuito lineal, arreglarlo nuevamente en la forma de dos redes A y B conectadas por dos alambres. A es la red que se simplificará; B se dejará intacta.
- Desconectar la red B. Definir una tensión v_{oc} como la tensión que ahora aparece en las terminales de la red A.
- Apagar o “asignar cero a” toda fuente independiente de la red A para formar una red inactiva. Dejar las fuentes dependientes intactas.
- Conectar una fuente de tensión independiente con un valor de v_{oc} en serie con la red inactiva. No terminar el circuito; dejar desconectadas las dos terminales.
- Conectar la red B a las terminales de la nueva red A. Todas las corrientes y tensiones de B permanecerán intactas.

Teorema de Norton

El teorema de Norton recibe su nombre en honor a E. L. Norton, científico de los Bell Telephone Laboratories, el enunciado del teorema es el siguiente[1]:

- Dado cualquier circuito lineal, volver a ordenar en la forma de dos redes A y B conectadas por dos alambres. La red que se va a simplificar es A; B se dejará intacta. Como se hizo antes, si cualquiera de las redes contiene una fuente dependiente, su variable de control debe estar en la misma red.
- Desconectar la red B y poner en cortocircuito las terminales de A. Definir una corriente i_{sc} como la corriente que circula ahora a través de las terminales cortocircuitadas de la red A.
- Apagar o “asignar cero” a todas las fuentes independientes de la red A para formar una red inactiva. Dejar las fuentes dependientes intactas.
- Conectar una fuente de corriente independiente de valor i_{sc} en paralelo con la red inactiva. Dejar el circuito sin terminar; dejar desconectadas las dos terminales.
- Conectar la red B a las terminales de la nueva red A. Todas las corrientes y tensiones en B permanecerán intactas.

Metodología

En el simulador Multisim se utilizaron multímetros Agilent 34401A de $6^{1/2}$ dígitos, 6 resistencias de distintos valores con una tolerancia del 5 %, 2 fuentes de poder una de voltaje y otra de corriente con un 2 % de tolerancia y una tierra física.

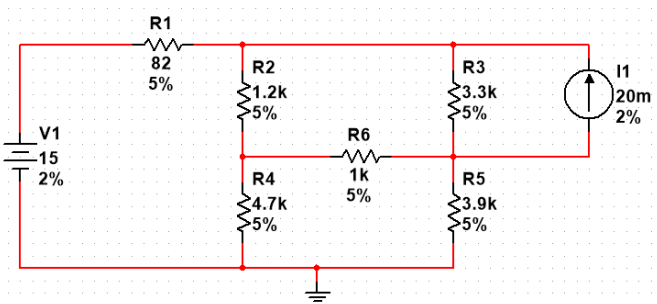


Figura 1: Arreglo experimental: simulación en Multisim, **R1 - R6** resistencias de 1/2 W, **V1** fuente de voltaje, **I1** fuente de corriente, **XMMi** multímetro i-ésimo.

Objetivo 1

Para comprobar el principio de superposición en la resistencia **R6** se desconectó la fuente de corriente **I1** y con el multímetro **XMM1** configurado como voltímetro se midió el voltaje en la resistencia **R6** (ver figura 2).

Ahora con la fuente de corriente **I1** conectada y la fuente de voltaje **V1** cortocircuitada y desconectada, se midió nuevamente el voltaje en **R6** con ayuda del multímetro **XMM1** (ver en la figura 3).

Por ultimo, se repitió la medición del voltaje en **R6** pero con el circuito original, es decir, sin desconectar ni cortocircuitar ninguna fuente de poder (ver figura 4).

Objetivo 2

Con la finalidad de medir el voltaje en cada elemento del circuito original, se conectaron en paralelo multímetros **XMM1 - XMM8** configurados como voltímetros en cada elemento (ver figura 5).

Objetivo 3

A fin de medir la corriente en cada elemento del circuito original, se conectaron en serie multímetros **XMM1 - XMM8** configurados como amperímetros en cada elemento (ver figura 6).

Objetivo 4

Para aplicar el teorema de Thévenin primero con el multímetro **XMM1** en paralelo configurado como voltímetro, se midió el voltaje en la resistencia **R6** (ver figura 7).

Después con el mismo multímetro en paralelo pero configurado como ohmetro se midió la resistencia equivalente en **R6** con la fuente de voltaje **V1** cortocircuitada y desconectada, también se desconectó la fuente de corriente **I1** (ver figura 8).

Objetivo 5

Para aplicar el teorema de Norton se utilizó el multímetro **XMM1** en paralelo configurado como amperímetro para medir la corriente en **R6** en el circuito original (ver figura 9).

Por último de forma análoga al objetivo 4, con el multímetro configurado igual y en paralelo se midió la resistencia equivalente en **R6**

Simulación¹

Objetivo 1

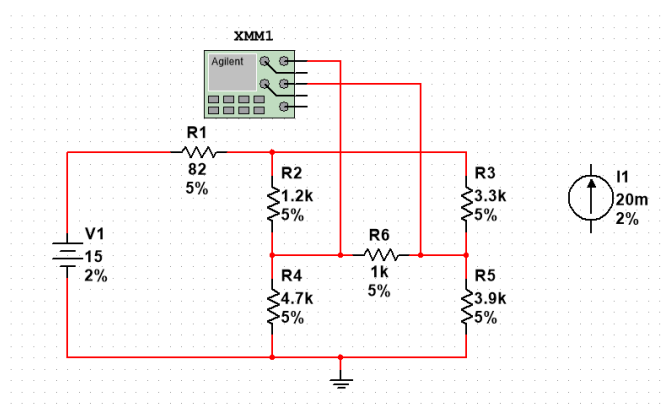


Figura 2: Comprobación del principio de superposición para **R6**: medición del voltaje en **R6** con la fuente de corriente desconectada.

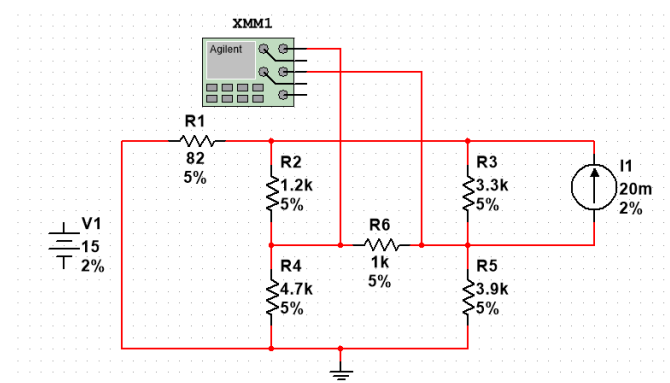


Figura 3: Comprobación del principio de superposición para **R6**: medición del voltaje en **R6** con la fuente de voltaje cortocircuitada y desconectada.

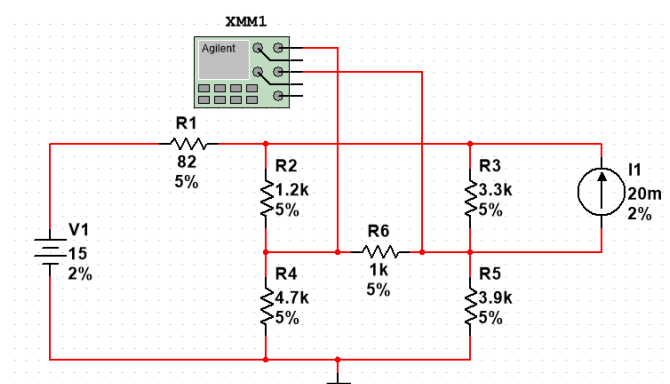


Figura 4: Comprobación del principio de superposición para **R6**: medición del voltaje en **R6** con el circuito original.

Objetivo 2

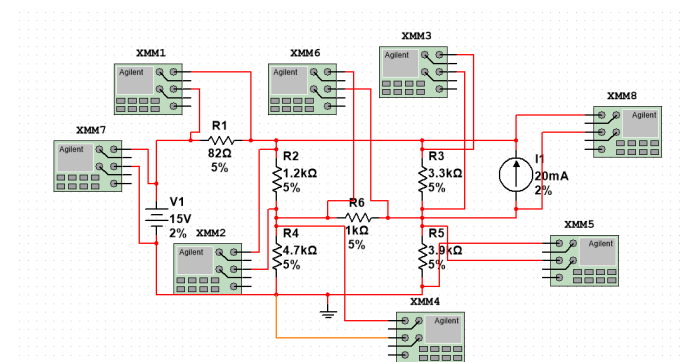


Figura 5: Medición de voltajes: multímetros **XMM1** – **XMM8** conectados en paralelo para cada elemento del circuito original.

Objetivo 3

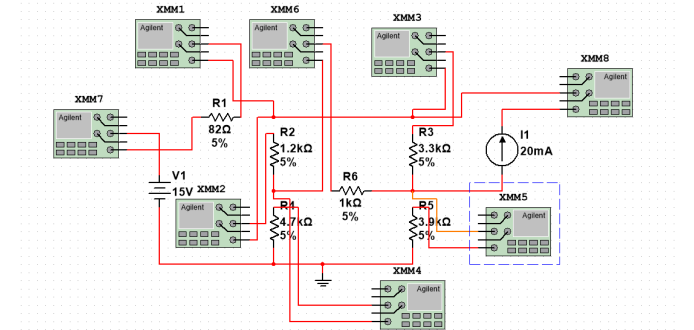


Figura 6: Medición de corrientes: multímetros **XMM1** – **XMM8** conectados en paralelo para cada elemento del circuito original.

Objetivo 4

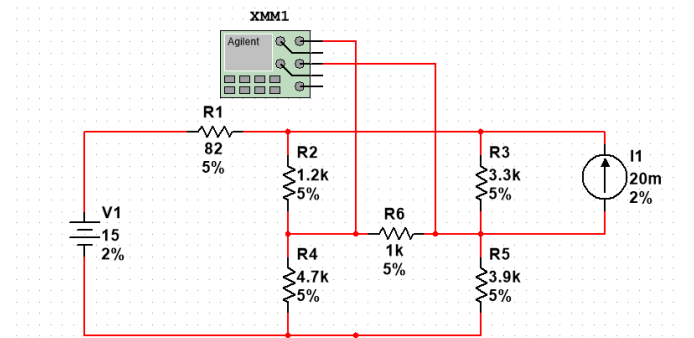


Figura 7: Aplicación del teorema de Thévenin en **R6**: medición del voltaje en **R6** con el circuito original.

¹Las unidades en algunas figuras no se muestran aunque se pueden inferir fácilmente por el diagrama de cada elemento.

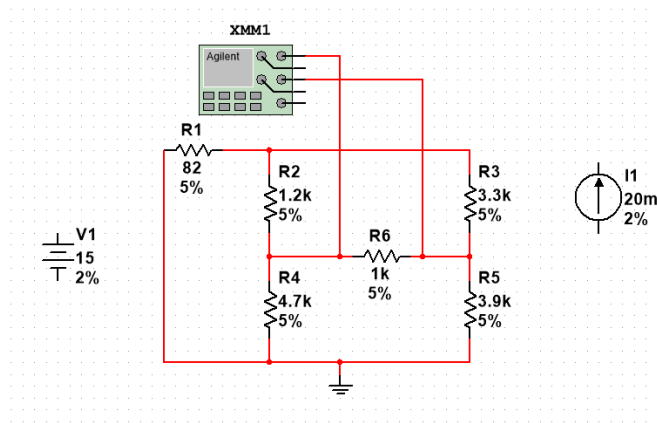


Figura 8: Aplicación del teorema de Thévenin en **R6**: medición de la resistencia en **R6** con la fuente de corriente desconectada y la fuente de voltaje cortocircuitada y desconectada.

Objetivo 5

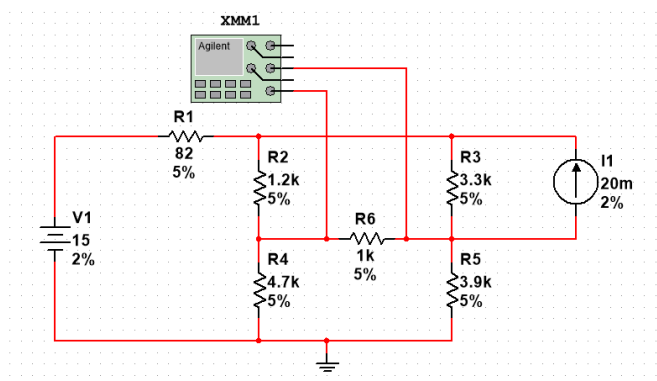


Figura 9: Aplicación del teorema de Norton en **R6**: medición de la corriente en **R6** con el circuito original.

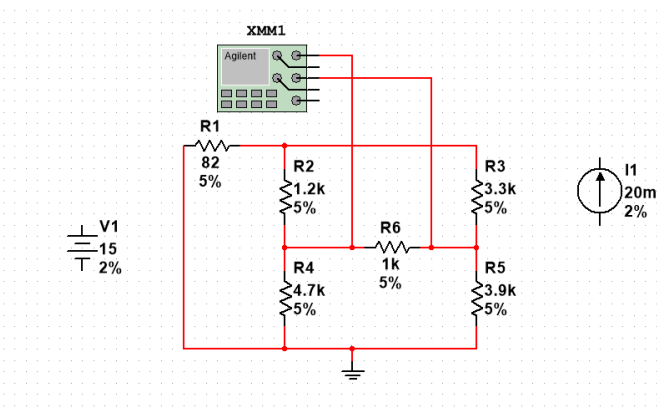


Figura 10: Aplicación del teorema de Norton en **R6**: medición de la resistencia en **R6** con la fuente de corriente desconectada y la fuente de voltaje cortocircuitada y desconectada.

Resultados y Observaciones

Objetivo 1

Los voltajes medidos con sus incertidumbres (ver anexos) son:

$$V_1 = (1,056413 \pm 0,008697)V$$

$$V_2 = (9,51713 \pm 0,03830)V$$

$$V_3 = (10,83529 \pm 0,10876)V$$

para las figuras 2, 3 y 4 respectivamente.

Objetivo 2

Los voltajes medidos con sus incertidumbres (ver anexos) son:

$$V_1 = (138,9636 \pm 0,0104)V$$

$$V_2 = (13,30603 \pm 5,157 \times 10^{-4})V$$

$$V_3 = (23,5114 \pm 1,658 \times 10^{-3})V$$

$$V_4 = (1,834834 \pm 1,142 \times 10^{-4})V$$

$$V_5 = (8,37054 \pm 3,430 \times 10^{-4})V$$

$$V_6 = (10,20537 \pm 1,059 \times 10^{-3})V$$

$$V_7 = (15,00190 \pm 1,275 \times 10^{-3})V$$

$$V_8 = (23,5114 \pm 1,658 \times 10^{-3})V$$

para la figura 5.

Objetivo 3

Las corrientes medidas con sus incertidumbres (ver anexos) son:

$$I_1 = (1,891151 \pm 2,946 \times 10^{-3})mA$$

$$I_2 = (10,86479 \pm 0,01043)mA$$

$$I_3 = (7,24405 \pm 5,622 \times 10^{-3})mA$$

$$I_4 = (0,286872 \pm 2,193 \times 10^{-3})mA$$

Discusión

Se tomó la incertidumbre con el manual, suponiendo que el instrumento, el multímetro, se comportaba como en la vida real.

Podemos ver que para el objetivo 1 tenemos:

$$I_5 = (2,27802 \pm 3,139 \times 10^{-3})mA$$

$$I_6 = (10,47792 \pm 0,01024)mA$$

$$I_7 = (1,891151 \pm 2,946 \times 10^{-3})mA$$

$$I_8 = (20 \pm 0,015)mA$$

para la figura 6.

Objetivo 4

El voltaje medido con su incertidumbre (ver anexos) es:

$$V = (10,83529 \pm 1,0888 \times 10^{-3})V$$

para la figura 7.

La resistencia medida con su incertidumbre (ver anexos) es:

$$R = (733,590 \pm 0,082)\Omega$$

para la figura 8.

Objetivo 5

La corriente medida con su incertidumbre (ver anexos) es:

$$I = (14,60056 \pm 0,01230)mA$$

para la figura 9.

La resistencia medida con su incertidumbre (ver anexos) es:

$$R = (733,426 \pm 0,082)\Omega$$

Usemos que:

$$V = IR$$

Sustituyendo los valores nos queda:

$$V = 10,7V$$

La incertidumbre estará dada por:

$$\Delta V = \sqrt{(R\Delta I)^2 + (I\Delta R)^2}$$

Sustituyendo los datos:

$$\Delta V = 1,2$$

Esto nos da:

$$V = 10,7 \pm 1,2V$$

para la figura 10.

Debido a que no se tomo en cuenta el cuenta ruido, los valores no quedan dentro de la incertidumbre.

En la vida real, no se sabe exactamente cual es el ruido, se tendría que buscar un método indirecto para encontrarlo.

Para tomar la incertidumbre del ruido, se podría tomar con el instrumento valores ya conocidos, estos valores tendrían ruido y la diferencia del valor conocido con el obtenido seria nuestra incertidumbre.

Si un dato es obtenido mediante alguna formula entonces la incertidumbre se podría encontrar mediante la formula de propagación de errores.

En el objetivo 2 podemos ver que para nuestra fuente de voltaje se obtuvo que:

$$V_7 = 15,00190 \pm 1,275 \times 10^{-3}V$$

El valor no es exactamente 15V, como inicialmente se colocó en el programa, esto debido al ruido.

Aquí se puede ver claramente que las incertidumbres están subestimadas.

Comparando las resistencia del objetivo 4 con la resistencia del objetivo 5 vemos que son muy parecidas, podemos decir que son iguales, esto debido a las incertidumbres encontradas.

Además vemos que, en el objetivo 5, multiplicando la corriente por la resistencia, el valor es próximo al voltaje del objetivo 4:

$$IR \approx V$$

Podemos decir que la relación se cumple, esto debido a las incertidumbres encontradas, se cumple como se esperaba.

Conclusiones

No se logró comprobar el principio de superposición, esto debido a la subestimación de las incertidumbres.

Se lograron medir todos los voltajes y todas las corrientes con sus respectivas incertidumbres.

A pesar de la subestimación de las incertidumbres, se confirmó que las resistencias equivalentes, del teorema de Norton y de Thévenin, son iguales.

También se confirmó que se cumple la relación:

$$V_{eq} = I'_{eq} R'_{eq}$$

Donde V_{eq} se encontró con el teorema de Thévenin y I'_{eq} , R'_{eq} se encontraron con el teorema de Norton.

Referencias

- [1] William Hart Hayt, Jack Ellsworth Kemmerly, Jamie D Phillips, and Steven M Durbin. 2019. Análisis de Circuitos En Ingeniería. Ciudad De México McGraw Hill Interamericana S.A. De C.V.

Anexos

Multímetros

Objetivo 1



Figura 11: Comprobación del principio de superposición para **R6**: Voltaje medido en **R6** con la fuente de corriente desconectada.



Figura 12: Comprobación del principio de superposición para **R6**: Voltaje medido en **R6** con la fuente de voltaje cortocircuitada y desconectada.



Figura 13: Comprobación del principio de superposición para **R6**: Voltaje medido en **R6** con el circuito original.

Objetivo 2

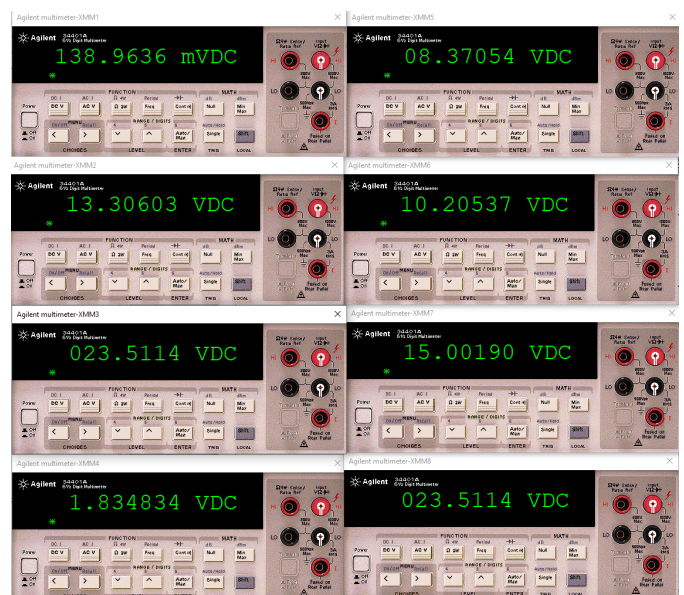


Figura 14: Medición de voltajes: voltaje medido en cada componente del circuito original.

Objetivo 3



Figura 15: Medición de corrientes: corriente medida en cada componente del circuito original.

Objetivo 4



Figura 16: Aplicación del teorema de Thévenin en R6: voltaje medido en R6.



Figura 17: Aplicación del teorema de Thévenin en R6: resistencia equivalente medida en R6 con fuente de corriente desconectada y fuente de voltaje cortocircuitada y desconectada.

Objetivo 5



Figura 18: Aplicación del teorema de Norton en R6: corriente medida en R6.



Figura 19: Aplicación del teorema de Norton en R6: resistencia equivalente medida en R6 con fuente de corriente desconectada y fuente de voltaje cortocircuitada y desconectada.

Calculo de Incertidumbres

Para determinar la incertidumbre de cada medición se usa la tabla de incertidumbres presente en el manual del multímetro que también se encuentra en la siguiente subsección.

Objetivo 1

$$\delta V_1 = (V_1 \cdot Rd \% + rango(V_1) \cdot Rg \%)$$

$$= (1,056413 \cdot 0,000035 + 10 \cdot 0,000005)V = 8,697 \times 10^{-7}V$$

$$\delta V_2 = (V_2 \cdot Rd \% + rango(V_2) \cdot Rg \%)$$

$$= (9,51713 \cdot 0,000035 + 10 \cdot 0,000005)V = 3,83 \times 10^{-6}V$$

$$\delta V_3 = (V_3 \cdot Rd \% + rango(V_3) \cdot Rg \%)$$

$$= (10,83529 \cdot 0,000045 + 100 \cdot 0,000006)V = 1,088 \times 10^{-5}V$$

Objetivo 2

$$\delta V_1 = (V_1 \cdot Rd \% + rango(V_1) \cdot Rg \%)$$

$$= (138,9636 \cdot 0,000050 + 100 \cdot 0,000035)V = 0,0104mV$$

$$\delta V_2 = (V_2 \cdot Rd \% + rango(V_2) \cdot Rg \%)$$

$$= (13,30603 \cdot 0,000035 + 10 \cdot 0,000005)V = 5,157 \times 10^{-4}V$$

$$\delta V_3 = (V_3 \cdot Rd \% + rango(V_3) \cdot Rg \%)$$

$$= (23,514 \cdot 0,000045 + 100 \cdot 0,000006)V = 1,658 \times 10^{-3}V$$

$$\delta V_4 = (V_4 \cdot Rd \% + rango(V_4) \cdot Rg \%)$$

$$= (1,834834 \cdot 0,000035 + 10 \cdot 0,000005)V = 1,142 \times 10^{-4}V$$

$$\delta V_5 = (V_5 \cdot Rd \% + rango(V_5) \cdot Rg \%)$$

$$= (8,37054 \cdot 0,000035 + 10 \cdot 0,000005)V = 3,430 \times 10^{-4}V$$

$$\delta V_6 = (V_6 \cdot Rd \% + rango(V_6) \cdot Rg \%)$$

$$= (10,20537 \cdot 0,000045 + 100 \cdot 0,000006)V = 1,059 \times 10^{-3}V$$

$$\delta V_7 = (V_7 \cdot Rd \% + rango(V_7) \cdot Rg \%)$$

$$= (15,00190 \cdot 0,000045 + 100 \cdot 0,000006)V = 1,275 \times 10^{-3}V$$

$$\delta V_8 = (V_8 \cdot Rd \% + rango(V_8) \cdot Rg \%)$$

$$= (23,5114 \cdot 0,0045 + 100 \cdot 0,0006)V = 1,658 \times 10^{-3}V$$

Objetivo 3

$$\delta I_1 = (I_1 \cdot Rd \% + rango(I_1) \cdot Rg \%)$$

$$= (1,891151 \cdot 0,00050 + 10 \cdot 0,00020)mA = 2,946 \times 10^{-3}mA$$

$$\delta I_2 = (I_2 \cdot Rd \% + rango(I_2) \cdot Rg \%)$$

$$= (10,86479 \cdot 0,00050 + 100 \cdot 0,00005)mA = 0,01043mA$$

$$\delta I_3 = (I_3 \cdot Rd \% + rango(I_3) \cdot Rg \%)$$

$$= (7,24405 \cdot 0,00050 + 10 \cdot 0,00020)mA = 5,622 \times 10^{-3}mA$$

$$\delta I_4 = (I_4 \cdot Rd \% + rango(I_4) \cdot Rg \%)$$

$$= (0,386872 \cdot 0,00050 + 10 \cdot 0,00020)mA = 2,193 \times 10^{-3}mA$$

$$\delta I_5 = (I_5 \cdot Rd \% + rango(I_5) \cdot Rg \%)$$

$$= (2,27802 \cdot 0,00050 + 10 \cdot 0,00020)mA = 3,139 \times 10^{-3}mA$$

$$\delta I_6 = (I_6 \cdot Rd \% + rango(I_6) \cdot Rg \%)$$

$$= (10,47792 \cdot 0,00050 + 100 \cdot 0,00005)mA = 0,01024mA$$

$$\delta I_7 = (I_7 \cdot Rd \% + rango(I_7) \cdot Rg \%)$$

$$= (1,891151 \cdot 0,00050 + 10 \cdot 0,00020)mA = 2,946 \times 10^{-3}mA$$

$$\delta I_8 = (I_8 \cdot Rd \% + rango(I_8) \cdot Rg \%)$$

$$= (20 \cdot 0,00050 + 100 \cdot 0,00005)mA = 0,015mA$$

Objetivo 4

$$\delta V = (V \cdot Rd \% + rango(V) \cdot Rg \%)$$

$$= (10,83529 \cdot 0,000045 + 100 \cdot 0,000006)V = 1,0888 \times 10^{-3} \text{ V}$$

$$\delta R = (R \cdot Rd \% + rango(R) \cdot Rg \%)$$

$$= (723,590 \cdot 0,00010 + 1000 \cdot 0,00001)\Omega = 0,082\Omega$$

Objetivo 5

$$\delta I = (I \cdot Rd \% + rango(I) \cdot Rg \%)$$

$$(14,60056 \cdot 0,00050 + 100 \cdot 0,00005)mA = 0,01230mA$$

$$\delta R = (R \cdot Rd \% + rango(R) \cdot Rg \%)$$

$$= (723,426 \cdot 0,00010 + 1000 \cdot 0,00001)\Omega = 0,082\Omega$$

Incertidumbres para el multímetro

Chapter 8 Specifications DC Characteristics

■ DC Characteristics

Accuracy Specifications \pm (% of reading + % of range) [1]						
Function	Range [3]	Test Current or Burden Voltage	24 Hour [2] 23°C \pm 1°C	90 Day 23°C \pm 5°C	1 Year 23°C \pm 5°C	Temperature Coefficient /°C 0°C – 18°C 28°C – 55°C
DC Voltage	100.0000 mV		0.0030 + 0.0030	0.0040 + 0.0035	0.0050 + 0.0035	0.0005 + 0.0005
	1.000000 V		0.0020 + 0.0006	0.0030 + 0.0007	0.0040 + 0.0007	0.0005 + 0.0001
	10.00000 V		0.0015 + 0.0004	0.0020 + 0.0005	0.0035 + 0.0005	0.0005 + 0.0001
	100.0000 V		0.0020 + 0.0006	0.0035 + 0.0006	0.0045 + 0.0006	0.0005 + 0.0001
	1000.000 V		0.0020 + 0.0006	0.0035 + 0.0010	0.0045 + 0.0010	0.0005 + 0.0001
Resistance [4]	100.0000 Ω	1 mA	0.0030 + 0.0030	0.008 + 0.004	0.010 + 0.004	0.0006 + 0.0005
	1.000000 k Ω	1 mA	0.0020 + 0.0005	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0006 + 0.0001
	10.00000 k Ω	100 μ A	0.0020 + 0.0005	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0006 + 0.0001
	100.0000 k Ω	10 μ A	0.0020 + 0.0005	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0006 + 0.0001
	1.000000 M Ω	5 μ A	0.002 + 0.001	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0010 + 0.0002
	10.00000 M Ω	500 nA	0.015 + 0.001	0.020 + 0.001	0.040 + 0.001	0.0030 + 0.0004
	100.0000 M Ω	500 nA 10 M Ω	0.300 + 0.010	0.800 + 0.010	0.800 + 0.010	0.1500 + 0.0002
DC Current	10.00000 mA	< 0.1 V	0.005 + 0.010	0.030 + 0.020	0.050 + 0.020	0.002 + 0.0020
	100.0000 mA	< 0.6 V	0.01 + 0.004	0.030 + 0.005	0.050 + 0.005	0.002 + 0.0005
	1.000000 A	< 1 V	0.05 + 0.006	0.080 + 0.010	0.100 + 0.010	0.005 + 0.0010
	3.000000 A	< 2 V	0.10 + 0.020	0.120 + 0.020	0.120 + 0.020	0.005 + 0.0020
Continuity	1000.0 Ω	1 mA	0.002 + 0.030	0.008 + 0.030	0.010 + 0.030	0.001 + 0.002
Diode Test [12]	1.0000 V	1 mA	0.002 + 0.010	0.008 + 0.020	0.010 + 0.020	0.001 + 0.002
DC:DC Ratio	100 mV to 1000 V		(Input Accuracy) + (Reference Accuracy)			
			<i>Input Accuracy</i> = accuracy specification for the HI-LO input signal. <i>Reference Accuracy</i> = accuracy specification for the HI-LO reference input signal.			

Transfer Accuracy (typical)

$$\frac{(\text{24 hour \% of range error})}{2}$$

Conditions:

Within 10 minutes and \pm 0.5°C.
 Within \pm 10% of initial value.
 Following a 2-hour warm-up.
 Fixed range between 10% and 100% of full scale.
 Using 6½ digit slow resolution (100 PLC).
 Measurements are made using accepted metrology practices.

Figura 20: Tabla de incertidumbres para el multímetro Aligent 34401A