

Macías Márquez Misael Iván

$$\begin{aligned} 1eV &= 1.602 \times 10^{-19} J & c &= 3 \times 10^8 m/s & h &= 6.626 \times 10^{-34} J \cdot s \\ m_e &= 9.109 \times 10^{-31} kg & m_p &= 1.672 \times 10^{-27} kg & k &= 1.381 \times 10^{-23} J/K \end{aligned}$$

1. a) Explique la hipótesis que Planck utilizó para describir el espectro de radiación del cuerpo negro. Diga por qué no es compatible con los principios de la Física Clásica

Res:

La hipótesis de Planck consiste en suponer que la radiación de cuerpo negro emite radiación en forma de paquetes nombrados como cuantos de energía los cuales están determinados por el producto de la frecuencia de la radiación y por una constante (h) llamada constante de Planck

Esta hipótesis no es compatible con los principios de la física clásica debido a que no contemplaba la cuantización de la energía

- b) Explique brevemente en qué consiste el efecto fotoeléctrico

Res:

El efecto fotoeléctrico es un fenómeno físico que se da sobre una placa en la que incide radiación electromagnética con cierta frecuencia, esta exposición provoca que la placa suelte electrones (llamados fotoelectrones) siempre y cuando la frecuencia de dicha radiación sea mayor a la denominada frecuencia umbral la cual depende de la función de trabajo de la placa que a su vez depende del material de la misma y si se cumple esta condición la fotoemisión es inmediata. Además la magnitud de la corriente de los fotoelectrones es proporcional a la intensidad de la radiación incidente sobre la placa

2. La energía de los fotoelectrones emitidos por una placa de aluminio es 2.3 eV cuando se usa radiación electromagnética con longitud de onda de 200 nm, y de 0.9 eV cuando la longitud de onda de la radiación es 313 nm. Con estos datos, calcule la constante de Planck y la función de trabajo del aluminio

Sol:

$$\begin{aligned} K_1 &= (2,3eV)(1.602 \times 10^{-19} J/eV) = 3.685 \times 10^{-19} J & \lambda_1 &= 200 \times 10^{-9} m \\ K_2 &= (0,9eV)(1.602 \times 10^{-19} J/eV) = 1.442 \times 10^{-19} J & \lambda_2 &= 313 \times 10^{-9} m \end{aligned}$$

Dado que la energía de los electrones emitidos por una placa con función de trabajo W y por una radiación electromagnética de frecuencia ν esta dada por

$$K = h\nu - W$$

y por la relación de la frecuencia ν y longitud de onda λ ($\nu = \frac{c}{\lambda}$), tenemos las siguientes ecuaciones

$$K_1 = \frac{hc}{\lambda_1} - W \quad (1)$$

$$K_2 = \frac{hc}{\lambda_2} - W \quad (2)$$

que sustituyendo en (2) en (1)

$$K_1 = \frac{hc}{\lambda_1} - \frac{hc}{\lambda_2} + K_2 \quad \rightarrow \quad h = \frac{\lambda_2 \lambda_1 (K_1 - K_2)}{c(\lambda_2 - \lambda_1)}$$

y evaluando, no da el valor correcto aunque sí el orden de magnitud, lo mismo pasa para la función de trabajo del aluminio usando h con su valor correcto, estuve buscando mi error pero no lo encontré :C

3. Un electrón de 5 KeV de energía colisiona con un fotón de 1 eV de energía. ¿Cual es la máxima energía que puede perder el electrón?

Sol:

pondré el marco de referencia en el electrón, así el fotón chocara con el electrón en reposo, además obtendré la energía que gana el fotón pero como es un choque elástico, sera la misma que pierde el electrón

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta) \quad (3)$$

como la energía de un fotón con longitud de onda λ es $K = \frac{hc}{\lambda}$, podemos escribir a 3 como

$$\frac{\lambda'}{hc} - \frac{\lambda}{hc} = \frac{1}{K'} - \frac{1}{K} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)$$

$$\frac{K - K'}{KK'} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)$$

sea $\Delta K = K' - K$ la perdida de energía del fotón, entonces

$$\frac{\Delta K}{(K' - \Delta K)K'} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos\theta) \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta K}{K'^2 - \Delta K K'} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)$$

$$\Delta K = \frac{K'^2 - \Delta K K'}{m_e c^2} (1 - \cos\theta) \quad \rightarrow \quad \Delta K = \frac{K'^2 (1 - \cos\theta) - \Delta K K' (1 - \cos\theta)}{m_e c^2}$$

$$\Delta K + \frac{\Delta K K' (1 - \cos\theta)}{m_e c^2} = \frac{K'^2 (1 - \cos\theta)}{m_e c^2} \quad \rightarrow \quad \Delta K \frac{K' (1 - \cos\theta) + m_e c^2}{m_e c^2} = \frac{K'^2 (1 - \cos\theta)}{m_e c^2}$$

$$\Delta K = \frac{K'^2 (1 - \cos\theta)}{K' (1 - \cos\theta) + m_e c^2}$$

donde $K' = 1\text{eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{J}$ es la energía inicial del fotón, como ΔK se anula para $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ entonces el máximo debe estar en $\theta \in \{\pi, 0\}$, que al evaluar se puede ver que el máximo se da con $\theta = \pi$ con el que se obtiene un valor de

$$\Delta K_{max} = \frac{2(1.602 \times 10^{-19} \text{J})^2}{2(1.602 \times 10^{-19} \text{J}) + (9.109 \times 10^{-31} \text{kg})(3 \times 10^8 \text{m/s})^2} = 6.26 \times 10^{-25} \text{J}$$

4. El estado de movimiento de un rotor rígido con momento de inercia I , constreñido a moverse en un plano, se describe por medio de coordenada angular θ y el ímpetu canónico conjugado asociado. Usando las reglas de cuantización de Bohr-Sommerfeld encuentre los niveles de energía de este sistema

Sol:

La energía de este rotor está dada por

$$E = \frac{p_\theta^2}{2I} \quad \rightarrow \quad p_\theta = \sqrt{2EI}$$

y por las reglas de cuantización de Bohr-Sommerfeld

$$\oint p_\theta d\theta = nh$$

que sustituyendo el momento es

$$\begin{aligned} \oint p_\theta d\theta &= \oint \sqrt{2EI} d\theta = 4\sqrt{2EI} \int_0^{2\pi} d\theta \\ &= 4\sqrt{2EI} 2\pi = nh \quad \rightarrow \quad E_n = \frac{n^2 h^2}{128\pi^2 I} \end{aligned}$$

5. Calcular la longitud de onda de de Broglie de

- a) Un electrón con energía de 1 eV

Sol:

$$K = (1\text{eV})((1.602 \times 10^{-19} \text{J/eV}) = 1.602 \times 10^{-19} \text{J}$$

por la relación de dispersión para el electrón

$$p = \sqrt{2m_e K}$$

y sustituyendo para la longitud de onda de de Broglie

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e K}} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}}{\sqrt{2(9.109 \times 10^{-31} \text{kg})(1.602 \times 10^{-19} \text{J})}} = 1.23 \times 10^{-9} \text{m}$$

- b) Un protón con energía de 10 MeV

Sol:

$$K = (10 \times 10^6 \text{eV})((1.602 \times 10^{-19} \text{J/eV}) = 1.602 \times 10^{-12} \text{J}$$

por la relación de dispersión para el protón

$$p = \sqrt{2m_p K}$$

y sustituyendo para la longitud de onda de de Broglie

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_p K}} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}}{\sqrt{2(1.672 \times 10^{-27} \text{kg})(1.602 \times 10^{-12} \text{J})}} = 9.05 \times 10^{-15} \text{m}$$

c) Un electrón con energía de 100 MeV

Sol:

$$K = (100 \times 10^6 eV)((1.602 \times 10^{-19} J/eV) = 1.602 \times 10^{-11} J$$

por la relación de dispersión para el electrón

$$p = \sqrt{2m_e K}$$

y sustituyendo para la longitud de onda de de Broglie

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e K}} = \frac{6.626 \times 10^{-34} J \cdot s}{\sqrt{2(9.109 \times 10^{-31} kg)(1.602 \times 10^{-11} J)}} = 1.23 \times 10^{-13} m$$

6. Considere una cavidad que contiene radiación electromagnética en equilibrio termodinámico. Las paredes de la cavidad son impermeables a la radiación, la cual sólo emerge a través de un orificio pequeño en comparación del tamaño de la cavidad. Muestre que la energía emitida por unidad de área por unidad de tiempo, E , y la densidad de energía u de la radiación dentro de la cavidad cumplen la relación

$$u = \frac{4}{c} E$$

donde c es la velocidad de la luz

Sol:

7. Para observar la condensación de Bose-Einstein, la distancia entre partículas en un gas de átomos no interactuantes debe ser comparable a la longitud de onda asociada de de Broglie. ¿De qué orden de magnitud es la densidad de partículas necesaria para satisfacer esta condición con átomos de número de masa $A = 100$, que se encuentran a una temperatura de 50 nK?

Sol:

sabemos por hipótesis que la distancia entre partículas L es proporcional a la longitud de onda λ , lo que significa que la densidad de partículas debe ser proporcional al inverso de λ^3 y así suponiendo que el gas sea ideal y este en equilibrio térmico, por la longitud de onda térmica de de Broglie ($\lambda = \frac{h}{p}$) y la relación de dispersión ($E = \frac{p^2}{2m}$) tenemos

$$\rho = \frac{p^3}{h^3} = \frac{(E2m)^{3/2}}{h^3}$$

ahora como el número de masa es la suma de protones y neutrones y como estos representan la mayor parte de la masa de los átomos, podemos aproximar a m como Am_p , también por el teorema de equipartición tenemos que la energía es $E = \frac{3}{2}kT$ con k la constante de Boltzmann y así

$$\rho = \frac{(\frac{3}{2}2kTAm_p)^{3/2}}{h^3} = \frac{(3(1.381 \times 10^{-23} J/K)(50 \times 10^{-9} K)(100)(1.672 \times 10^{-27} kg))^{3/2}}{(6.626 \times 10^{-34} J \cdot s)^3}$$

cuyo valor es del orden de 1×10^{17}