Macías Márquez Misael Iván

1. Dos sistemas, separados por una pared diatérmica, tiene las siguientes ecuaciones de estado:

$$\frac{1}{T^{(1)}} = \frac{3}{2}R\frac{N^{(1)}}{U^{(1)}} \tag{1}$$

y

$$\frac{1}{T^{(2)}} = \frac{5}{2}R\frac{N^{(2)}}{U^{(2)}} \tag{2}$$

Los respectivos números molares son $N^{(1)} = 2$ y $N^{(2)} = 3$. Las temperaturas iniciales son $T^{(1)} = 250K$ y $T^{(2)} = 350K$. ¿Cúales son los valores de $U^{(1)}$ y $U^{(2)}$ una vez que se ha alcanzado el equilibrio?, ¿Cuál es la temperatura en equilibrio?

Sol:

Despejando las energías internas de (1) , (2) y sustituyendo los valores tenemos

$$U^{(1)} = \frac{3}{2}RN^{(1)}T^{(1)} = 6232{,}5J$$

$$U^{(2)} = \frac{5}{2}RN^{(2)}T^{(2)} = 13088{,}25J$$

y entonces la energía total es $U_T = U^{(1)}+U^{(2)} = 19320{,}75J$, ahora en el estado de equilibrio por tener una pared diatérmica la temperatura de los dos sistemas es igual además de que se conserva la energía total, así que

$$RT\left(\frac{3N^{(1)}}{2} + \frac{5N^{(2)}}{2}\right) = U_T \qquad \rightarrow \qquad T = \frac{U_T}{R\left(\frac{3N^{(1)}}{2} + \frac{5N^{(2)}}{2}\right)} = 221{,}42K$$

y sustituyendo esto en las energías internas

$$U_e^{(1)} = \frac{3}{2}RN^{(1)}T = 5520J$$

$$U_e^{(2)} = \frac{5}{2}RN^{(2)}T = 13800J$$

2. La ecuación fundamental de un sistema de dos componentes es:

$$S = NA + NR\ln\frac{U^{3/2}V}{N^{5/2}} - N_1R\ln\frac{N_1}{N} - N_2R\ln\frac{N_2}{N} \tag{3}$$

$$N = N_1 + N_2$$

con A una constante. Considere un cilindro cerrado y rígido con volumen total de 10 litros, una pared diatérmica, rígida, permeable a la primera componente pero impermeable a la segunda divide el cilindro en dos cámaras en la primera se encuentra una muestra del sistema con parámetros iniciales $N_1^{(1)} = 0{,}5$, $N_2^{(1)} = 0{,}75$, $V^{(1)} = 5litros$, y $T^{(1)} = 300K$, en la segunda cámara se tienen los parámetros iniciales $N_1^{(2)} = 1$, $N_2^{(2)} = 0{,}5$, $V^{(2)} = 5litros$, y $T^{(2)} = 250K$. Una vez que se ha alcanzado el equilibrio, ¿cuáles son los valores de $N_1^{(1)}$, $N_1^{(2)}$, T, $P^{(1)}$ y $P^{(2)}$?

Sol:

Por la ecuación (3) y dado que $\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial U} = \frac{3}{2}\frac{NR}{U}$, entonces $U = \frac{3}{2}NRT$ y la energía interna total es

$$U = U^{(1)} + U^{(2)} = \frac{3}{2}N^{(1)}RT^{(1)} + \frac{3}{2}N^{(2)}RT^{(2)} = 5236{,}89J$$

despues como esta en equilibrio $dS = 0$ entonces desarrollando la ec. (3) llegué a esto y ya no supe que hacer

$$\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^{3/2}\left(\frac{N^{(1)7/2}}{(RT)^{3/2}} - \frac{N^{(2)7/2}}{(RT)^{3/2}}\right) = \ln\frac{N_1^{(1)}N^{(1)1/2}}{N_1^{(2)}N^{(2)1/2}}$$

3. Dadas la ecuación fundamental de un sistema $U = U(S, V, N)$ y la ecuación de estado $T = T(S, V, N)$ siempre es posible eliminar S de estas ecuaciones para obtener una relación de la forma

$$U = U(T, V, N) \tag{4}$$

¿Esta es una relación fundamental?, argumente su respuesta, sea breve, un par de líneas son suficientes para replicar a esta pregunta.

Sol:

Si porque la dependencia de S está contenida en la de T ya que depende explícitamente de esta por lo que serían equivalentes.

4. Un sistema obedece las ecuaciones

$$U = \frac{1}{2}PV \tag{5}$$

$$T^2 = \frac{AU^{3/2}}{VN^{1/2}} \tag{6}$$

donde A es una constante positiva. Utilice la relación de Gibbs-Duhem para obtener la ecuación fundamental.

Sol:

Despejando la ec. dif de Euler

$$dU = TdS - PdV \qquad \rightarrow \qquad dS = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T}dv \tag{7}$$

y por (5) y (6)

$$P = \frac{2U}{V} \qquad\qquad T = \sqrt{\frac{A}{V}}\frac{U^3}{N}$$

integrando y sustituyendo (7)

$$S(U,V,N) = N\sqrt{\frac{A}{V}}\int\frac{dU}{U^3} + \frac{2N}{\sqrt{A}U^2}\int\frac{dV}{\sqrt{V}}$$

$$= N\sqrt{\frac{A}{V}}(-\frac{1}{2U^2}) + \frac{2N}{u^2\sqrt{A}}2\sqrt{V}$$

$$= \frac{N}{U^2}\left(4\sqrt{\frac{V}{A}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{A}{V}}\right)$$

$$= \frac{N}{2U^2}\left(\frac{8V-A}{\sqrt{AV}}\right)$$