

Lista de identidades funciones Gamma y Beta

Curso Matemáticas Avanzadas de la Física

Se presenta a continuación una lista de expresiones tanto para la función $\Gamma(x)$ como para la función $B(x, y)$. Cada una de ellas se puede demostrar a partir de la definición. No son todas, es posible construir nuevas expresiones a partir de las que se presentan.

Función Gamma.

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt, \quad x > 0$$

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} 2 u^{2x-1} e^{-u^2}, \quad x > 0$$

$$\Gamma(x) = \int_0^1 \log\left(\frac{1}{\nu}\right)^{x-1} d\nu \quad x > 0$$

$$\Gamma(x) = \frac{\Gamma(x+1)}{x} \quad x \neq 0, -1, -2, \dots$$

$$\Gamma(x) = (x-1) \Gamma(x-1) \quad x \neq 0, -1, -2, \dots$$

$$\Gamma(-x) = \frac{\Gamma(1-x)}{-x} \quad x \neq 0, 1, 2, \dots$$

$$\Gamma(n) = (n-1)!, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad \text{donde} \quad 0! = 1$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$$

$$\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)\sqrt{\pi}}{2^n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\Gamma(x) \Gamma(1-x) = \frac{\pi}{\sin x \pi}, \quad x \neq 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

$$n! = \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n} + h \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad 0 < \frac{h}{n!} < \frac{1}{12n}$$

$$\int_0^\infty t^a e^{-bt^c} dt = \frac{\Gamma\left(\frac{a+1}{c}\right)}{c b^{(a+1)/c}}, \quad a > -1, \quad b > 0, \quad c > 0$$

Función Beta

$$B(x, y) = \int_0^1 t^{x-1} (1-t)^{y-1} dt \quad x > 0, \quad y > 0$$

$$B(x, y) = \int_0^{\pi/2} 2 \sin^{2x-1} \theta \cos^{2y-1} \theta d\theta \quad x > 0, \quad y > 0$$

$$B(x, y) = \int_0^\infty \frac{u^{x-1}}{(u+1)^{x+y}} du \quad x > 0, \quad y > 0$$

$$B(x, y) = \frac{\Gamma(x) \Gamma(y)}{\Gamma(x+y)}$$

$$B(x, y) = B(y, x)$$

$$B(x, 2-x) = \frac{\pi}{\sin x \pi}, \quad 0 < x < 1$$