Macías Márquez Misael Iván

1. ¿Cuál es la incertidumbre absoluta de la función $f = x/y$ en el caso de una sola medición, si tanto x como y tiene incertidumbres absolutas Δx y Δy?

   Sol:

   Por la regla de derivación para la propagación de incertidumbres

$$\Delta f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\Delta x + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)\Delta y$$

$$= \frac{\Delta x}{y} - \frac{x\Delta y}{y^2}$$

$$= \frac{y^2\Delta x - yx\Delta y}{y^3} = \frac{y\Delta x - x\Delta y}{y^2}$$

   o una estimación más realista con la adición de cuadraturas es

$$\Delta f = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\Delta x\right]^2 + \left[\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)\Delta y\right]^2}$$

$$= \sqrt{\left[\frac{\Delta x}{y}\right]^2 + \left[-\frac{x\Delta y}{y^2}\right]^2} = \frac{\sqrt{y^2\Delta x^2 + x^2\Delta y^2}}{y^2}$$

2. Se miden la altura H y diámetro D de un cilindro una sola vez, con incertidumbres absolutas ΔH y ΔD respectivamente. ¿Cuál es la incertidumbre absoluta del área S de toda la superficie del cilindro?

   Sol:

   Recordando que el área superficial de un cilindro de diámetro D y altura H es

$$A = \pi DH + \frac{\pi D^2}{2}$$

   entonces por la regla de derivación para la propagación de incertidumbres

$$\Delta A = \left(\frac{\partial A}{\partial D}\right)\Delta D + \left(\frac{\partial A}{\partial H}\right)\Delta H$$

$$= (\pi H + \pi D)\Delta D + (\pi H)\Delta H$$

   o también

$$\Delta A = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial A}{\partial D}\right)\Delta D\right]^2 + \left[\left(\frac{\partial A}{\partial H}\right)\Delta H\right]^2}$$

$$= \sqrt{\left[(\pi H + \pi D)\Delta D\right]^2 + \left[\pi H\Delta H\right]^2}$$

3. La relación entre dos resistencias en paralelo es:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Donde R_{eq} es la resistencia equivalente del par. Si queremos encontrar una cierta resistencia equivalente de valor fijo variando las resistencias R_1 y R_2 (son variables).¿Cómo se linealiza esta ecuación?

Sol:

Reordenando la ecuación

$$\frac{1}{R_1} = (-1)\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{eq}}$$

entonces así tendríamos esta ecuación linealizada de la forma $y = mx + b$ donde $y = \frac{1}{R_1}$, $m = -1$, $x = \frac{1}{R_2}$ y $b = \frac{1}{R_{eq}}$.

4. Utilizando un péndulo se puede calcular el valor de la constante gravitacional g, simplemente midiendo la longitud del péndulo (L) y su periodo de oscilación (T).

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

Asumiendo que L y T son mediciones experimentales con incertidumbres absolutas ΔL y ΔT, calcular la incertidumbre nominal de la gravedad ($\sigma_{nom,g}$)

Sol:

De nuevo por la regla de derivación para la propagación de incertidumbres

$$\Delta g = \left(\frac{\partial g}{\partial L}\right)\Delta L + \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)\Delta T$$

$$= \frac{4\pi^2 \Delta L}{T^2} - \frac{8\pi^2 L \Delta T}{T^3}$$

$$= \frac{4\pi^2 T^3 \Delta L - 8\pi^2 L T^2 \Delta T}{T^5} = \frac{4\pi^2 T \Delta L - 8\pi^2 L \Delta T}{T^3}$$

o también

$$\Delta g = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial g}{\partial L}\right)\Delta L\right]^2 + \left[\left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)\Delta T\right]^2}$$

$$= \sqrt{\left[\frac{4\pi^2 \Delta L}{T^2}\right]^2 + \left[-\frac{8\pi^2 L \Delta T}{T^3}\right]^2}$$

5. Del problema anterior, linealizar la ecuación y encontrar, a partir del valor de la pendiente (m) de la línea, el valor de la constante de gravedad g.

   Sol:

   $$L = \frac{g}{4\pi^2}T^2$$

   que queda de la forma $y = mx + b$ con $y = L$, $m = \frac{g}{4\pi^2}$, $x = T^2$ y $b = 0$, por lo tanto $g = 4\pi^2 m$ y con incertidumbre $\Delta g = 4\pi^2 \Delta m$