Mathematical Modeling

数学建模

同济大学数学科学学院

第七章 补充

图论模型 之 计划评审方法

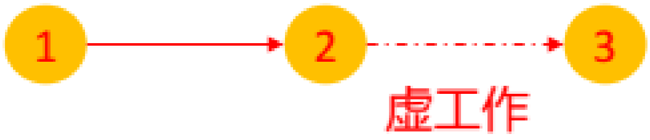
第一节 计划评审方法

- ✓计划评审方法(Program Evaluation and Review Technique, PERT)
- ✓关键路线法(Critical Path Method, CPM)
- ✓1956年，美国杜邦公司
- ✓1958年，美国海军武装部
- ✓统筹方法(PERT/CPM)

工程完工的最短时间

作业	计划完成时间	紧前工作	作业	计划完成时间	紧前工作
A	5	--	G	21	B,E
B	10	--	H	35	B,E
C	11	--	I	25	B,E
D	4	B	J	15	F,G,I
E	4	A	K	20	F,G
F	15	C,D			

作业: 任何消耗时间或资源的行动。
称作业的开始或结束为**事件**，事件本身不消耗资源。



工程完工的最短时间

作业	计划完成时间	紧前工作	作业	计划完成时间	紧前工作
A	5	--	G	21	B,E
B	10	--	H	35	B,E
C	11	--	I	25	B,E
D	4	B	J	15	F,G,I
E	4	A	K	20	F,G
F	15	C,D			

计划网络图中，从初始事件到最终事件的由各项工作连贯组成的一条路称为**路线**。累计作业事件最长的路线称为**关键路线**。

◆ 建立计划网络图应注意的问题

- ✓任何作业用唯一的箭线表示，任何作业的终点事件编号必大于其起点事件编号。
- ✓两个事件之间只能画一条箭线，表示一项作业。
- ✓一个计划网络图只能有一个最初事件和一个最终事件。
- ✓计划网络图不允许出现回路。
- ✓计划网络图的画法一般是从左到右，从上到下。避免箭线相交。

时间参数

事件 j 的最早时间: 以它为起点的各项工作的最早可能开始时间

$$\begin{cases} t_E(1)=0 \\ t_E(j)=\max_i\{t_E(i)+t(i,j)\} \end{cases}$$

事件 i 的最迟时间: 不影响任务总工期的条件下，以事件 i 为起点的工作的最迟开始时间

$$\begin{cases} t_L(n)=t_E(n)=\text{总工期} \\ t_L(i)=\min_j\{t_L(j)-t(i,j)\} \end{cases}$$

时间参数

工作 (i, j) 的最早可能开工时间：$t_{ES}(i, j)$

工作 (i, j) 的最早可能完工时间：$t_{EF}(i, j)$

$$\begin{cases} t_{ES}(1, j) = 0 \\ t_{ES}(i, j) = \max_k \{t_{ES}(k,i) + t(k,i)\} \\ t_{EF}(i, j) = t_{ES}(i, j) + t(i, j) \end{cases}$$

工作 (i, j) 的最迟必须开工时间：$t_{LS}(i, j)$

工作 (i, j) 的最迟必须完工时间：$t_{LF}(i, j)$

$$\begin{cases} t_{LF}(i,n) = t_{EF}(i,n) = \text{总工期} \\ t_{LS}(i, j) = \min_k \{t_{LS}(j,k) - t(i, j)\} \\ t_{LF}(i, j) = t_{LS}(i, j) + t(i, j) \end{cases}$$

工作的总时差

在不影响任务总工期的条件下，某工作 (i, j) 可以延迟其开工时间的最大幅度

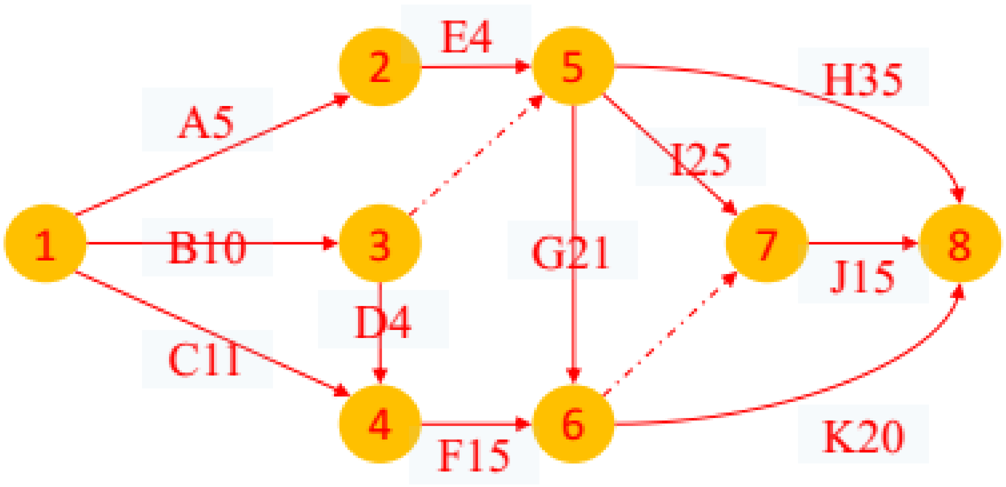
$$R(i, j) = t_{LF}(i, j) - t_{EF}(i, j)$$

工作的单时差

在不影响其紧后工作最早开工时间的条件下，
某工作 (i, j) 可以延迟其开工时间的最大幅度

$$r(i, j) = t_{ES}(j, k) - t_{EF}(i, j)$$

作业	计划完成时间	紧前工作	作业	计划完成时间	紧前工作
A	5	--	G	21	B,E
B	10	--	H	35	B,E
C	11	--	I	25	B,E
D	4	B	J	15	F,G,I
E	4	A	K	20	F,G
F	15	C,D			



$$
\begin{aligned}
\min \quad & x_n \\
\text{s.t.} \quad & x_j \geq x_i + t_{ij},\ (i,j) \in V \\
& x_i \geq 0,\ i \in V
\end{aligned}
$$

$$\min \quad x_n$$

$$\text{s.t.} \quad x_j \geq x_i + t_{ij},\ (i,j) \in V$$

$$x_i \geq 0,\ i \in V$$

```
model:
sets:
    events/1..8/: x;
    operate(events,events)/1 2,1 3,1 4,2 5,3 4,3 5,4 6,5 6,5 7,5 8,6 7,6 8,7 8/: t;
endsets
data:
    t = 5 10 11 4 4 0 15 21 25 35 0 20 15;
enddata
min = @sum(events: x);
@for(operate(i,j): x(j)>=x(i)+t(i,j));
end
```

作业	计划完成时间	紧前工作	作业	计划完成时间	紧前工作
A	5	--	G	21	B,E
B	10	--	H	35	B,E
C	11	--	I	25	B,E
D	4	B	J	15	F,G,I
E	4	A	K	20	F,G
F	15	C,D			

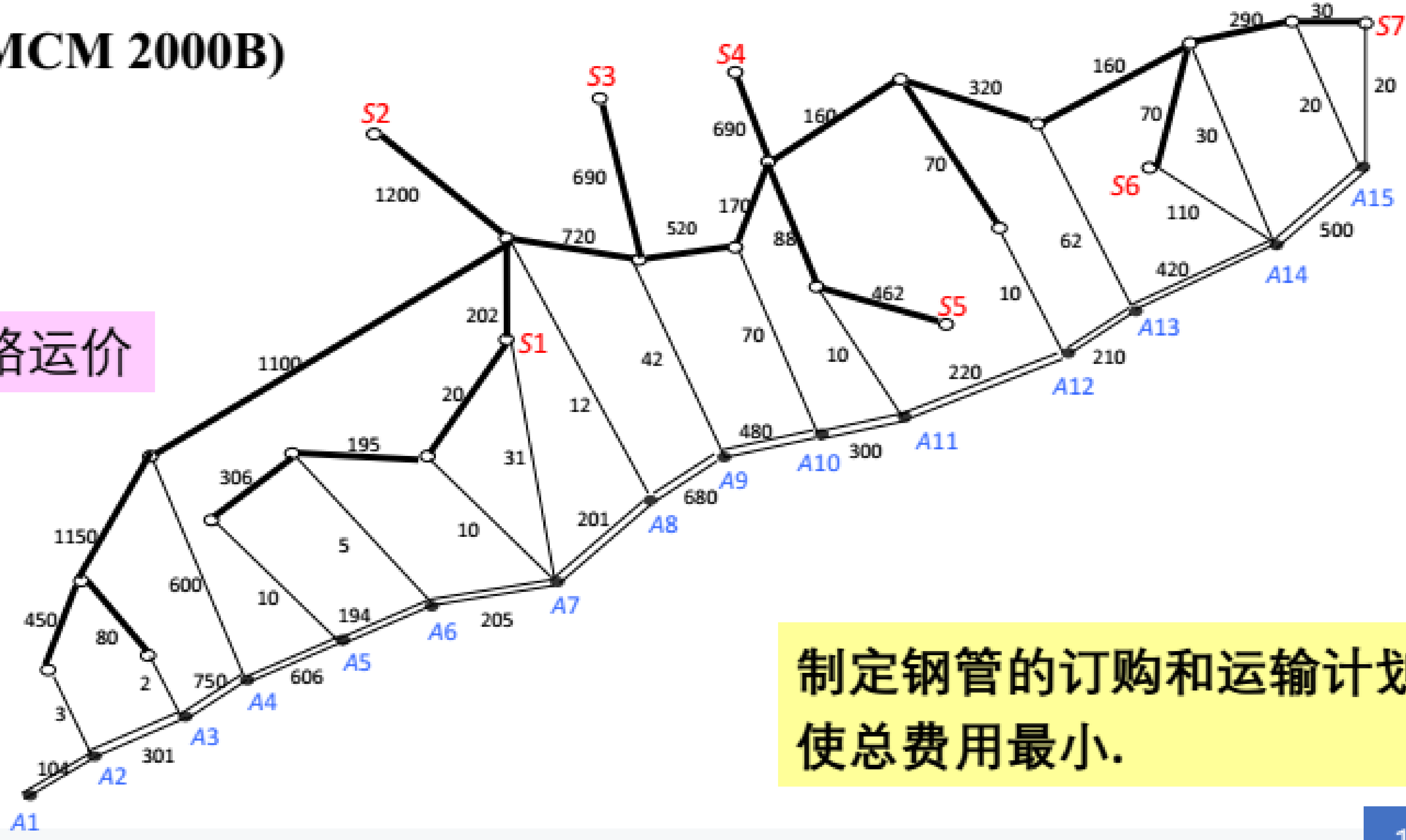
作业	计划完成时间	最短完成时间	缩短一天费用	作业	计划完成时间	最短完成时间	缩短一天费用
B(1,3)	10	8	700	H(5,8)	35	30	500
C(1,4)	11	8	400	I(5,7)	25	22	300
E(2,5)	4	3	450	J(7,8)	15	12	400
G(5,6)	21	16	600	K(6,8)	20	16	500

最短路问题是图论应用的基本问题，很多实际问题，如线路的布设、运输安排、运输网络最小费用流等问题,都可通过建立最短路问题模型来求解.

钢管订购和运输(CUMCM 2000B)

钢厂的产量和销价,
生产能力上下限

1单位钢管的铁路公路运价



制定钢管的订购和运输计划，使总费用最小.

Mathematical Modeling

数学建模

同济大学数学科学学院

学海无涯，祝你成功！

人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS