

参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5
答案	C	B	D	D	B

二、填空题

1. $\pi/3$

2. 2:1

3. 25

4. $1:\sqrt{0.7}=\sqrt{\frac{10}{7}}\approx 1.195$

5. 5×10^{-2}

三、计算题

1. 由题知 $k = \frac{m_1 g}{x_1} = \frac{1.0 \times 10^{-3} \times 9.8}{4.9 \times 10^{-2}} = 0.2 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

而 $t=0$ 时, $x_0 = -1.0 \times 10^{-2} \text{ m}, v_0 = 5.0 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

又 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{0.2}{8 \times 10^{-3}}} = 5, \text{ 即 } T = \frac{2\pi}{\omega} = 1.26 \text{ s}$

$\therefore A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$
 $= \sqrt{(1.0 \times 10^{-2})^2 + \left(\frac{5.0 \times 10^{-2}}{5}\right)^2}$
 $= \sqrt{2} \times 10^{-2} \text{ m}$

$\tan \phi_0 = -\frac{v_0}{x_0 \omega} = \frac{5.0 \times 10^{-2}}{1.0 \times 10^{-2} \times 5} = 1, \text{ 即 } \phi_0 = \frac{5\pi}{4}$

2.

建立坐标系：以物体落入盘子后的平衡位置为原点，竖直向下为 x 轴的正方向。

(1) 该系统为一个弹簧振子，故其周期为：

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

(2) 空盘时，弹簧伸长为：

$$x_{10} = 0$$

物体落入盘子后的平衡位置处，弹簧身长为：

$$x_{20} = \frac{mg}{k}$$

所以，初始时刻，振子的位矢为：

$$x_0 = x_{20} - x_{10} = -\frac{mg}{k}$$

物体 m 下落 h ，其速度大小为：

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

由动量守恒，碰撞后，物体和盘子的速度大小为：

$$mv = mv_0 \Rightarrow v_0 = v = \sqrt{2gh}$$

所以，系统的振幅为：

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + \frac{2mgh}{k}} = \frac{mg}{k} \sqrt{1 + \frac{2hk}{mg}}$$

(3) 由题可知，系统的初相位：

$$\varphi = \arccos \frac{x_0}{A} - \pi = \arccos \sqrt{\frac{mg}{mg + 2hk}} - \pi$$

或者

$$\varphi = \arctan \left(-\frac{v_0}{\omega x_0} \right) - \pi = \arctan \sqrt{\frac{2hk}{mg}} - \pi$$

所以系统的运动方程为：

$$x = \frac{m}{k} \sqrt{\frac{g(mg + 2hk)}{m}} \cos \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \arccos \sqrt{\frac{mg}{mg + 2hk}} - \pi \right)$$

或者

$$x = \frac{m}{k} \sqrt{\frac{g(mg + 2hk)}{m}} \cos \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \arctan \sqrt{\frac{2hk}{mg}} - \pi \right)$$