

参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5
答案	B	C	D	C	B

二、填空题

1. $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$

2. $U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$

3. $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_0}{r}$

4. 0

5. $\vec{E} = (-4 + 10xy)\vec{i} + 5x^2\vec{j}$

三、计算题

1.

取杆左端为原点， x 轴向右为正

在带电细杆任意位置 x 处取一小段线元，其电量 $dq = \lambda dx = \frac{q}{l} dx$

$$\text{它在点 P 产生的电势 } dU = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0(l+d-x)} = \frac{q dx}{4\pi\epsilon_0 l(l+d-x)}$$

$$U = \int dU = \int_0^l \frac{q dx}{4\pi\epsilon_0 l(l+d-x)} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{l+d}{d}$$

2.

(1)

假设球体无空腔，则 P 点的电场强度为：

$$\oint_s \vec{E}_1 \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int dq = \frac{4\pi\rho r^3}{3\epsilon_0} \Rightarrow E_1 = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}, \text{ 方向沿着 } OP \text{ 的方向。}$$

即：

$$\vec{E}_1 = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \vec{e}_{OP}$$

假设只有空腔球体内有电荷分布，且电荷密度也为 ρ ， $O'P=r'$ ，则这种情况下， P 点的电场强度为：

$$\oint_S \vec{E}_2 \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int dq = \frac{4\pi\rho r'^3}{3\varepsilon_0} \Rightarrow E_2 = \frac{\rho r'}{3\varepsilon_0}, \text{ 方向沿着 } O'P \text{ 的方向。}$$

即：

$$\vec{E}_2 = \frac{\rho r'}{3\varepsilon_0} \vec{e}_{O'P}$$

由电场叠加原理，对本题条件， P 点的电场强度为：

$$\vec{E} = \vec{E}_1 - \vec{E}_2 = \frac{\rho a}{3\varepsilon_0} \vec{e}_{OO'}$$

P 点的电场强度大小为：

$$E = \frac{\rho a}{3\varepsilon_0}$$

(2)

考虑任意一个均匀带电，且电荷密度为 ρ ，半径为 R 的球体，球内外电场为：

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} \vec{e}_r, & r < R \\ \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2} \vec{e}_r, & r > R \end{cases}$$

取无限远处为电势零点，则球内任意一点（与球心距离为 r ）的电势为：

$$V = \int_r^R \vec{E} \cdot d\vec{r} + \int_R^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{\rho}{6\varepsilon_0} (3R^2 - r^2)$$

所以，假设球体无空腔，则 O' 点的电势为：

$$V_1 = \frac{\rho}{6\varepsilon_0} (3R_1^2 - a^2)$$

假设只有空腔球体内有电荷分布，且电荷密度也为 ρ ， O' 点的电势为：

$$V_2 = \frac{\rho}{6\varepsilon_0} (3R_2^2 - 0)$$

由电势叠加原理，可得 O' 点的电势为：

$$V = V_1 - V_2 = \frac{\rho}{6\varepsilon_0} [3(R_1^2 - R_2^2) - a^2]$$