

一、(20 分) 将下列命题符号化：其中 (1), (2) 在命题逻辑中, (3), (4) 在一阶逻辑中。

(1) 小王和小李中的一个能够当上班长。

(2) n 是偶数仅当 m 是整数。

(3) 有的火车比所有的汽车快。

(4) 尽管有的人聪明, 但未必一切人聪明。

二、(10 分) 求 $(p \vee q) \rightarrow r$ 的主析取范式 and 主合取范式。

三、(7 分) 将 $(p \wedge q) \vee r$ 化成与之等值且仅含 $\{\neg, \rightarrow\}$ 中联结词的公式。

四、(7 分) 判断下列两个公式是否等值: (1) $\neg(p \leftrightarrow q)$ (2) $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$

五、(9 分) 设 A 为含命题变项 p, q, r 的矛盾式, 公式 $A \wedge (p \vee q \vee \neg p)$ 的类型为_____。

含 3 个命题变项的重言式的主析取范式_____。

含 3 个命题变项的重言式的主合取范式_____。

六、(7 分) 已知公式 A 的真值表如下图所示, 求 A 的主合取范式。

p	q	r	A
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

七、(10 分) 在自然推理系统 P 中构造下面推理的证明:

n 或者是奇数或者是偶数。只有我去看电影, n 才是奇数。如果我去看电影, 则 n 大

于6。所以若 $n \leq 6$ ，则 n 是偶数。

八、(10分) 求 $\neg(\forall x F(x, y) \wedge \exists y G(x, y)) \rightarrow \exists x H(x)$ 的前束范式。

九、(10分) 给定解释 I 和 I 下的赋值 σ 如下：

(a) 个体域 $D = \{\alpha, \beta\}$

(b) D 上特定元素 $a = \alpha$

(c) D 上特定函数 $f(\alpha) = \beta, f(\beta) = \alpha$

(d) D 上特定谓词 $F(\alpha) = 1, F(\beta) = 0, Q(\alpha, \alpha) = 0, Q(\alpha, \beta) = Q(\beta, \alpha) = Q(\beta, \beta) = 1$

(e) $\sigma(x) = \beta, \sigma(y) = \alpha$

求下列各式的真值：(1) $\forall x (F(f(x)) \vee Q(x, f(\alpha)))$ (2) $\exists x Q(f(x), y)$

十、(10分) 在自然推理系统中构造下面推理的证明 (个体域：全总个体域)：

所有的有理数都是实数，所有的无理数也都是实数，有的数不是实数，所以有的理既不是有理数也不是无理数。