

**厦门大学《 线性代数 》课程试卷**

**＿信息 学院＿＿＿＿系 2021 年级计算机大类专业**

**学年学期：21221主考教师：线性代数教研组A卷（√）B卷（ ）**

**注：AT表示矩阵A的转置矩阵，A\*表示矩阵A的伴随矩阵，E是单位矩阵，|A|表示方阵A的行列式，R(A)表示矩阵A的秩**

**一、 单项选择题（每小题2分，共20分）**

1. 设，，，，其中为任意常数，则下列向量组**必定**线性相关的为（ ）。C

A. ** B. ** C. ** D. **

1. 设向量组Ⅰ: **可由向量组Ⅱ: **线性表示，下列命题正确的是（ ）。A

A. 若向量组Ⅰ必线性相关，则r≤s。 B. 若向量组Ⅰ必线性相关，则r＞s。

C. 若向量组Ⅱ必线性相关，则r≤s。 D. 若向量组Ⅱ必线性相关，则r＞s。

1. R3的两个子空间*V1*={(x1, x2, x3)|2x1-x2+x3=0}，*V2*={(x1, x2, x3)|x1+x3=0}，则子空间*V1*∩*V2*的维数是（ ）。B

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

1. 设为实正交阵，且则（ ）一定是的特征值。B

A. 2 B. -1 C. -2 D. 0

为正交阵所以其特征值为1或-1,又因为等于所有特征值之积,且,所以必有奇数个特征值为-1,即是的特征值

1. 与矩阵不相似的矩阵是（ ）。C

A． B. C. D.

矩阵的特征值是1，3.，矩阵（A）（B）（D）的特征值也均是1，3，它们都可相似对角化，也就都与相似。

矩阵（C）的特征值是4，0，它不与相似。因相似的必要条件是有相同的特征值。

1. 矩阵的三个特征值是（ ）。A

A. 1，4，0 B. 2，3，0 C. 2，4，0 D. 2，4，-1

易见，0必是的特征值，可排除（D）

由，可排除（C）

对于（A）（B）可任选一个不同的特征值计算，由于

知必是特征值，因而应选（A）

1. 设A是一个n阶矩阵，先交换A的第i列和第j列，然后再交换第i行和第j行，得到矩阵B，则下列五个命题：①；②；③A、B等价；④A、B相似；⑤A、B合同，其中正确的有( )个。D

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

将A的第i列和第j列互换，然后再交换第i行和第j行，相当于用初等矩阵右乘、左乘矩阵A，即，

，是可逆矩阵，故有，且A等价于B，即①②③成立；

因为，所以，故A相似于B，④成立；

因为，所以，故A合同于B，⑤成立；

1. 通过正交变换得到二次型的标准型为（ ）。B

A. B.；

C. D. ．

1. *n*阶实对称矩阵A是正定的充要条件是（ ）。C

A. R(A)＝n B. A的所有特征值非负

C. 正定 D. A的主对角线元素都大于零

1. 下列矩阵中，不能相似于对角矩阵的是( )。D

A. B.

C. D.

**二、 填空题（每题3分，共15分）**

1. 已知3维向量，，，。又设**A**是3阶矩阵，且满足以下关系,,,则= 。
2. 设***A***和***B***均为*n*阶方阵，且，则方程组与的非零解的个数和为 。0
3. 设实矩阵为3阶正交矩阵,其元素,又3维列向量,则\_\_\_\_\_\_

解析:

记

由于为正交阵,故有

即有

又由正交矩阵定义

1. 已知矩阵只有一个线性无关的特征向量，则 。-1

**【解】**因为矩阵只有一个线性无关的特征向量，故的特征值必是二重根。

故.

1. 二次型的正负惯性指数分别是 \_\_\_\_\_\_\_。2,0

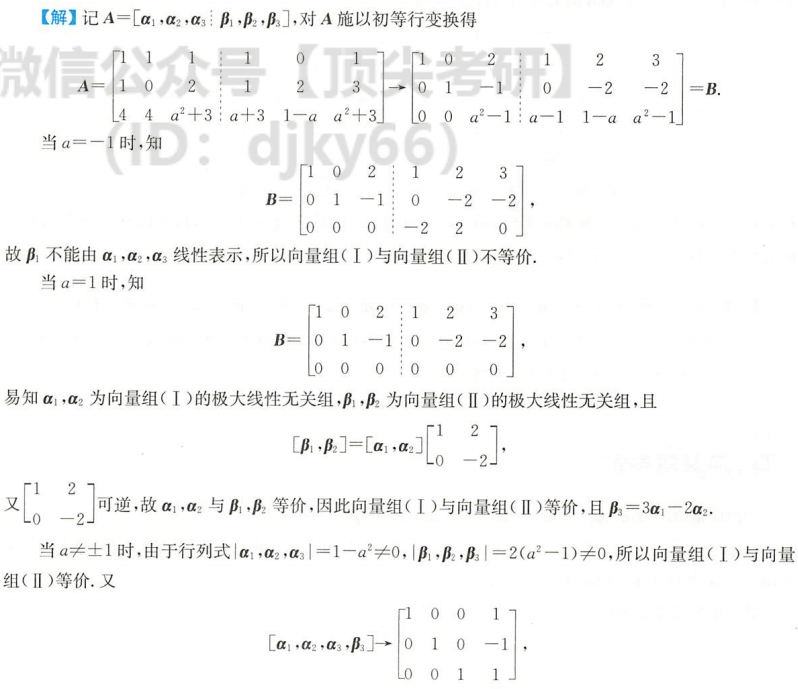
**三、 计算题（共50分）**

1. (10分)已知向量组，，和，，，已知可以由线性表示，且与具有相同的秩，求*a*，*b*的值。

解：，即，且，

那么，则，即。

1. （14分）已知向量组  
   Ⅰ：**α**1=，**α**2=，**α**3=；  
   Ⅱ：**β**1=，**β**2=，**β**3=.  
   若向量组Ⅰ与向量组Ⅱ等价，求的值，并将**β**3用**α**1，**α**2，**α**3线性表示。



1. （12分）试求五元齐次线性方程组  
      
   的解空间V（作为的子空间）的一组规范（/标准）正交基。

答案：（注意：答案不唯一！）



故，并且原方程组的一个基础解系为：



接下来将正交化. 令



最后将单位化可得



向量组即为所求。

1. （14分）设矩阵，已知A的一个特征值为3.  
   （1）求k；  
   （2）求矩阵P使得为对角矩阵

【注意：（2）答案不唯一！！】

1. 矩阵A的特征多项式为：

将A的特征值代入上式，有，

解得k=2

1. 由1）可得：，

因为，所以，

而，对应于的二次型为，

作线性变换：

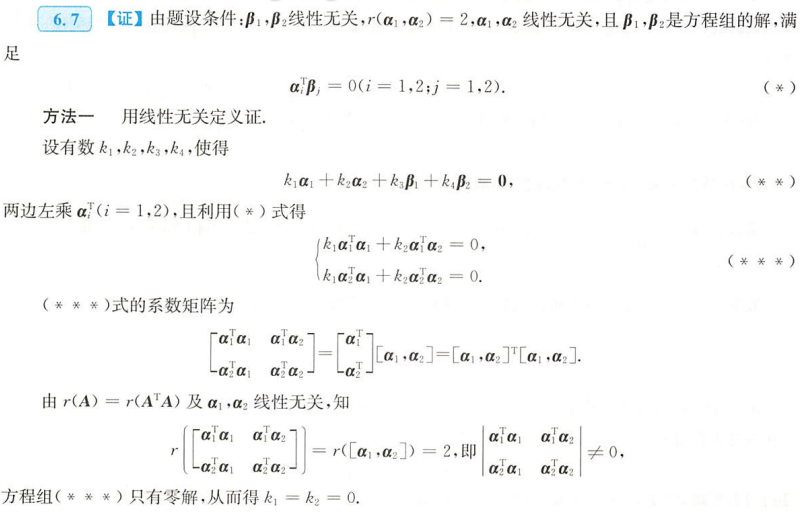
即，

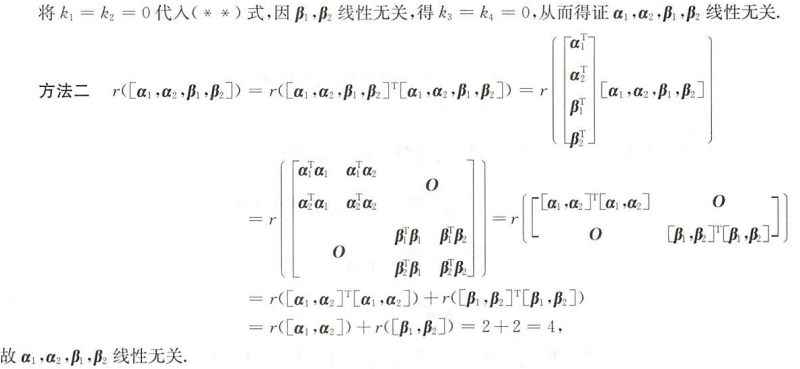
将代入二次型得：

即矩阵，使得为对角矩阵。

**四、 证明题（每题5分，共15分）**

1. 设齐次线性方程组，有基础解系：  
   **β**1=[，，，]T，**β**2=[，，，]T，  
   记**α**1=[，，，]T，**α**2=[，，，]T。  
   证明：向量组**α**1，**α**2，**β**1，**β**2线性无关。





1. 已知是n阶矩阵且可逆，证明和有相同的特征值。

**【证明】**

因可逆，由，即和相似，故和有相同的特征值或由特征多项式

所以和有相同的特征值。

1. **a1**、**a2**、**a3**均为三维向量，则“对任意常数k、l，向量**a1**+*k***a3**、**a2**+*l***a3**都线性无关”是“向量**a1**、**a2**、**a3**线性无关”的什么条件？并证明。

必要条件，即若向量**a1**、**a2**、**a3**线性无关，则向量**a1**+*k***a3**、**a2**+*l***a3**都线性无关

证明：

必要性：

设c1(**a1**+*k***a3**)+c2(**a2**+*l***a3**) = **0**

则c1**a1**+c2**a2**+(c1*k*+c2*l*)**a3** = **0**

∵**a1**、**a2**、**a3**线性无关，即c1=0，c2=0

∴**a1**+*k***a3**、**a2**+*l***a3**都线性无关

不是充分条件：

举反例：

设**a1**、**a2**线性无关，**a3**=**0**

则**a1**+*k***a3**、**a2**+*l***a3**（即**a1**、**a2**）线性无关，但**a1**、**a2**、**a3**线性相关