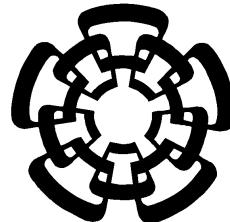


**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS  
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**



**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
SECCIÓN DE MECATRÓNICA**

**CONTROL DE FORMACIÓN DE QUADRI-ROTORES EN UN  
ESQUEMA LÍDER-SEGUIDOR**

Tesis que presenta:  
**ING. DIEGO ALBERTO MERCADO RAVELL**

Para obtener el grado de:  
**MAESTRO EN CIENCIAS**

En la especialidad de:  
**INGENIERÍA ELÉCTRICA**

Directores de Tesis:  
**DR. RAFAEL CASTRO LINARES**  
**DR. ROGELIO LOZANO LEAL**

México, D.F. 2012



*The only thing that interferes with my learning is my education.*

*-Albert Einstein*



# **Agradecimientos**

Agradecimientos



# Resumen

En este trabajo se aborda el problema de formación en el plano horizontal, de múltiples vehículos aéreos no tripulados (UAV's por sus siglas en inglés) tipo quadrirotor, para la supervisión de zonas fuera del alcance visual de un operador, empleando un enfoque líder-seguidor. Se obtiene el modelo dinámico del quadri-rotor por medio de las ecuaciones de Newton y se estudian distintas estrategias de control en tres niveles: orientación, seguimiento de trayectorias y formación. El control de orientación se obtienen con un controlador lineal tipo PD. Para el seguimiento de trayectorias se analizan tres estrategias, un control lineal en paralelo con el control de orientación, una linealización exacta de la dinámica translacional en cascada con la orientación y un control por modos deslizantes también en cascada. En el caso del control de formación se utilizan técnicas basadas en robots móviles terrestres y se proponen dos estrategias, una linealización exacta y un control por modos deslizantes.

El desempeño de los controladores es probado en simulaciones con ayuda de MATLAB/Simulink.

Como parte de esta investigación, se desarrolló una plataforma experimental para implementar y validar las estrategias propuestas. Dicha plataforma consta de dos quadri-rotores, cada uno equipado con una central inercial y un procesador digital tipo tsm320f2808 que fue programado para realizar el control de orientación de forma integrada. Un sistema Optitrack de captura de movimiento formado por doce cámaras infrarrojas es empleado para sensar la posición de los quadri-rotores. Es utilizada una computadora para leer los datos arrojados por el software del sistema Optitrack, procesarlos y enviarlos a los robots aéreos por medio de radio frecuencia. Asimismo se desarrolló en dicha computadora el programa necesario para implementar los algoritmos de control de seguimiento de trayectoria y formación, así como para manejar de manera flexible el comportamiento deseado de los quadri-rotores con la ayuda de una interfaz gráfica que además facilita enormemente la calibración de los parámetros de control.

Se presentan y discuten los resultados obtenidos experimentalmente, incluyendo regulación, seguimiento de diferentes trayectorias y formación con las distintas técnicas de control.



# Índice general

Agradecimientos	III
Resumen	V
Índice de figuras	xvi
Índice de tablas	xvii
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	1
1.2. Clasificación . . . . .	4
1.2.1. Configuración convencional . . . . .	4
1.2.2. Configuración de rotor doble en configuración coaxial . . . . .	5
1.2.3. Configuración Tandem . . . . .	5
1.2.4. Configuración multirotor . . . . .	6
1.3. Estado del Arte . . . . .	6
1.4. Objetivos . . . . .	11
1.4.1. Objetivo general . . . . .	11
1.4.2. Objetivos específicos . . . . .	11
1.5. Contribuciones . . . . .	12
<b>2. Estrategia de Control</b>	<b>13</b>
2.1. Modelo dinámico de un quadri-rotor . . . . .	13
2.2. Control de seguimiento de trayectorias . . . . .	16
2.2.1. Control lineal PID . . . . .	16
2.2.2. Linealización exacta . . . . .	17
2.2.3. Modos deslizantes . . . . .	19
2.3. Control de formación . . . . .	20
2.3.1. Dinámica del error de formación . . . . .	21
2.3.2. Linealización exacta . . . . .	23
2.3.3. Modos deslizantes . . . . .	24
2.3.3.1. Modo deslizante de primer orden . . . . .	24
2.3.3.2. Modo deslizante de segundo orden . . . . .	25
2.4. Simulaciones . . . . .	26

2.4.1. Regulación de la posición . . . . .	27
2.4.2. Seguimiento de trayectoria circular . . . . .	33
2.4.3. Control de formación . . . . .	38
2.4.3.1. Perturbaciones . . . . .	44
<b>3. Plataforma Experimental</b>	<b>61</b>
3.1. Quadri-rotores . . . . .	62
3.1.1. Procesador Digital de Señales (DSP) . . . . .	64
3.1.2. Sensores . . . . .	65
3.1.3. Actuadores . . . . .	67
3.1.4. Comunicación y control remoto . . . . .	67
3.1.4.1. Radio control . . . . .	69
3.1.4.2. Módulo de comunicación inalámbrica XBee . . . . .	69
3.1.5. Alimentación y electrónica . . . . .	69
3.2. Sistema externo . . . . .	71
3.2.1. Optitrack/Trackingtools . . . . .	72
3.2.2. Computadora externa . . . . .	74
3.2.2.1. Interfaz gráfica de usuario (GUI) . . . . .	75
<b>4. Resultados Experimentales</b>	<b>79</b>
4.1. Control lineal PID . . . . .	80
4.1.1. Regulación . . . . .	80
4.1.2. Seguimiento de trayectorias . . . . .	84
4.2. Linealización exacta . . . . .	87
4.2.1. Regulación . . . . .	87
4.2.2. Seguimiento de trayectorias . . . . .	94
4.2.3. Formación . . . . .	94
4.3. Modos deslizantes . . . . .	104
4.3.1. Regulación . . . . .	104
4.3.2. Seguimiento de trayectorias . . . . .	105
4.3.3. Formación . . . . .	105
4.3.3.1. Modo deslizante de primer orden . . . . .	105
4.3.3.2. Modo deslizante de segundo orden . . . . .	112
4.4. Regulación simultánea de dos quadri-rotores . . . . .	127
4.5. Control de formación con dos quadri-rotores . . . . .	136
<b>5. Conclusiones y Trabajo Futuro</b>	<b>145</b>
5.1. Conclusiones . . . . .	145
5.2. Trabajo Futuro . . . . .	146
<b>Apendice A</b>	<b>149</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>155</b>

# Índice de figuras

1.1.	Tornillo aéreo de Leonardo Da Vinci . . . . .	2
1.2.	Carruaje aéreo a vapor de George Cayley. . . . .	2
1.3.	Helicópteros a vapor de Ponton d'Amecourt. . . . .	3
1.4.	Helicóptero de Paul Cornu. . . . .	3
1.5.	Helicóptero de Boris Yurev. . . . .	4
1.6.	Quadri-rotor de Bothezat. . . . .	4
1.7.	Autogyro de Juan de la Cierva. . . . .	5
1.8.	Fa-61 primer helicóptero en mostrar vuelo controlado. . . . .	5
1.9.	Helicóptero de Sikorsky. . . . .	6
1.10.	S-55 Chickasaw, primer helicóptero de transporte comercial. . . . .	6
1.11.	Helicóptero configuración convencional . . . . .	7
1.12.	Helicóptero coaxial . . . . .	7
1.13.	Helicóptero tandem . . . . .	8
1.14.	Multirotor con seis rotores . . . . .	8
1.15.	Mesicopter . . . . .	9
1.16.	Draganflyer X4-P . . . . .	9
1.17.	A. R. Drone de Parrot . . . . .	10
1.18.	QuadroKopter de la marca mikrockopter . . . . .	10
1.19.	Hummingbird de Ascending Technologies . . . . .	11
1.20.	STARMAC . . . . .	11
2.1.	Quadri-rotor en un marco inercial. . . . .	14
2.2.	Fuerzas producidas por los motores. . . . .	15
2.3.	Diagrama a bloques del control lineal PID. . . . .	16
2.4.	Diagrama de bloques de la estrategia de control en cascada. . . . .	17
2.5.	Diagrama de bloques de la estrategia de control completa. . . . .	21
2.6.	Formación de quadri-rotores en el plano XY. . . . .	22
2.7.	Control de orientación . . . . .	26
2.8.	Regulación con control de posición tipo PID: orientación. . . . .	28
2.9.	Regulación con control de posición tipo PID: posición. . . . .	28
2.10.	Regulación con control de posición tipo PID: error de posición. . . . .	29
2.11.	Regulación con control de posición por linealización exacta: error de orientación. . . . .	29

2.12. Regulación con control de posición por linealización exacta: posición.	30
2.13. Regulación con control de posición por linealización exacta: error de posición.	30
2.14. Regulación con control de posición por modos deslizantes: error de orientación.	31
2.15. Regulación con control de posición por modos deslizantes: posición.	31
2.16. Regulación con control de posición por modos deslizantes: error de posición.	32
2.17. Regulación con control de posición por modos deslizantes: entrada de control.	32
2.18. Seguimiento de trayectoria circular con control tipo PID: orientación.	34
2.19. Seguimiento de trayectoria circular con control tipo PID: posición.	34
2.20. Seguimiento de trayectoria circular con control tipo PID: error de posición.	35
2.21. Seguimiento de trayectoria circular con control tipo PID: trayectorias.	35
2.22. Seguimiento de trayectoria circular mediante linealización exacta: error de orientación.	36
2.23. Seguimiento de trayectoria circular mediante linealización exacta: trayectoria deseada vs posición.	36
2.24. Seguimiento de trayectoria circular mediante linealización exacta: error de posición.	37
2.25. Seguimiento de trayectoria circular mediante linealización exacta: trayectoria.	37
2.26. Seguimiento de trayectoria circular mediante modos deslizantes: error de orientación.	38
2.27. Seguimiento de trayectoria circular mediante modos deslizantes: trayectoria deseada vs posición.	39
2.28. Seguimiento de trayectoria circular mediante modos deslizantes: error de posición.	39
2.29. Seguimiento de trayectoria circular mediante modos deslizantes: entrada de control.	40
2.30. Seguimiento de trayectoria circular mediante modos deslizantes: trayectoria.	40
2.31. Control de formación mediante linealización exacta: error de orientación del seguidor.	42
2.32. Control de formación mediante linealización exacta: posición del seguidor.	42
2.33. Control de formación mediante linealización exacta: error de posición del seguidor.	43
2.34. Control de formación mediante linealización exacta: formación en vista aérea.	43
2.35. Control de formación mediante linealización exacta: formación.	44
2.36. Control de formación mediante modos deslizantes: error de orientación del seguidor.	45

2.37. Control de formación mediante modos deslizantes: posición del seguidor.	45
2.38. Control de formación mediante modos deslizantes: error de posición del seguidor. . . . .	46
2.39. Control de formación mediante modos deslizantes: entrada de control del seguidor. . . . .	46
2.40. Control de formación mediante modos deslizantes: formación en vista aérea. . . . .	47
2.41. Control de formación mediante modos deslizantes: formación. . . . .	47
2.42. Control de formación mediante modos deslizantes: entrada de control de la formación. . . . .	48
2.43. Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden: error de orientación del seguidor. . . . .	48
2.44. Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden: posición del seguidor. . . . .	49
2.45. Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden: error de posición del seguidor. . . . .	49
2.46. Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden: entrada de control del seguidor. . . . .	50
2.47. Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden: formación en vista aérea. . . . .	50
2.48. Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden: formación. . . . .	51
2.49. Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden: entrada de control de la formación. . . . .	51
2.50. Perturbación. . . . .	52
2.51. Control de formación mediante modos deslizantes con perturbaciones: error de orientación del seguidor. . . . .	53
2.52. Control de formación mediante modos deslizantes con perturbaciones: posición del seguidor. . . . .	53
2.53. Control de formación mediante modos deslizantes con perturbaciones: error de posición del seguidor. . . . .	54
2.54. Control de formación mediante modos deslizantes con perturbaciones: entrada de control del seguidor. . . . .	54
2.55. Control de formación mediante modos deslizantes con perturbaciones: formación en vista aérea. . . . .	55
2.56. Control de formación mediante modos deslizantes con perturbaciones: formación. . . . .	55
2.57. Control de formación mediante modos deslizantes con perturbaciones: entrada de control de la formación. . . . .	56
2.58. Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden con perturbaciones: error de orientación del seguidor. . . . .	56
2.59. Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden con perturbaciones: posición del seguidor. . . . .	57

2.60. Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden con perturbaciones: error de posición del seguidor. . . . .	57
2.61. Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden con perturbaciones: entrada de control del seguidor. . . . .	58
2.62. Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden con perturbaciones: formación en vista aérea. . . . .	58
2.63. Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden con perturbaciones: formación. . . . .	59
2.64. Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden con perturbaciones: entrada de control de la formación. . . . .	59
3.1. Prototipo empleado durante los experimentos. . . . .	61
3.2. Vista explosionada del quadri-rotor. . . . .	62
3.3. Estructura del quadri-rotor. . . . .	63
3.4. Dimensiones del quadri-rotor. . . . .	63
3.5. Componentes principales de un quadri-rotor. . . . .	64
3.6. DSP tsm320f2808. . . . .	65
3.7. Unidad de medición inercial CHR-6dm. . . . .	67
3.8. Motor de corriente directa sin escobillas (BLDC). . . . .	68
3.9. Sujeción de las hélices por medio de cinchos. . . . .	68
3.10. Controlador de velocidad del motor BLDC. . . . .	68
3.11. Radio control Futaba. . . . .	70
3.12. Receptor de radio frecuencia Futaba. . . . .	70
3.13. Modulo de comunicación inalambrica XBee. . . . .	70
3.14. Bateria LiPo. . . . .	71
3.15. Plataforma experimental. . . . .	72
3.16. Cámara infra-roja V100:R2. . . . .	73
3.17. Interfaz gráfica de usuario (GUI): Selección de comportamiento. . .	75
3.18. Interfaz gráfica de usuario (GUI): Ajuste de ganancias. . . . .	76
4.1. Regulación con control lineal PID: Error de posición. . . . .	81
4.2. Regulación con control lineal PID: Orientación. . . . .	81
4.3. Regulación con control lineal PID: Velocidad. . . . .	82
4.4. Regulación con control lineal PID: Vista aérea. . . . .	82
4.5. Regulación con control lineal PID: Espacio. . . . .	83
4.6. Regulación con control lineal PID: Error de posición con perturbaciones. .	83
4.7. Seguimiento de trayectoria circular con control lineal PID: Posición. .	84
4.8. Seguimiento de trayectoria circular con control lineal PID: Orientación. .	85
4.9. Seguimiento de trayectoria circular con control lineal PID: Velocidad. .	85
4.10. Seguimiento de trayectoria circular con control lineal PID: Vista aérea. .	86
4.11. Seguimiento de trayectoria circular con control lineal PID: Espacio. .	86
4.12. Seguimiento de trayectoria tipo lemniscata con control lineal PID: Vista aérea. . . . .	87
4.13. Regulación por linealización exacta: Error de posición. . . . .	88

4.14. Regulación por linealización exacta: Orientación. . . . .	88
4.15. Regulación por linealización exacta: Velocidad. . . . .	89
4.16. Regulación por linealización exacta: Vista aérea. . . . .	89
4.17. Regulación por linealización exacta: Espacio. . . . .	90
4.18. Regulación por linealización exacta: Error de posición con perturbaciones. . . . .	90
4.19. Seguimiento de trayectoria circular con linealización exacta: Posición. .	91
4.20. Seguimiento de trayectoria circular con linealización exacta: Orientación. .	91
4.21. Seguimiento de trayectoria circular con linealización exacta: Velocidad. .	92
4.22. Seguimiento de trayectoria circular con linealización exacta: Vista aérea. .	92
4.23. Seguimiento de trayectoria circular con linealización exacta: Espacio. .	93
4.24. Seguimiento de trayectoria circular en un plano inclinado con linealización exacta: Espacio. . . . .	93
4.25. Seguimiento de trayectoria tipo lemniscata con linealización exacta: Vista aérea. . . . .	94
4.26. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en $x$ . . . . .	95
4.27. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en $y$ . . . . .	96
4.28. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en $z$ . . . . .	96
4.29. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Error de posición. . . . .	97
4.30. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Orientación. . . . .	97
4.31. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Velocidad. . . . .	98
4.32. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Vista aérea. . . . .	98
4.33. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Espacio. . . . .	99
4.34. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en $x$ . . . . .	99
4.35. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en $y$ . . . . .	100
4.36. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en $z$ . . . . .	100
4.37. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Error de posición. . . . .	101
4.38. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Orientación. . . . .	101
4.39. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Velocidad en $x$ . . . . .	102

4.40. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Velocidad en $y$ . . . . .	102
4.41. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Error de velocidad. . . . .	103
4.42. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Vista aérea. . . . .	103
4.43. Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Espacio. . . . .	104
4.44. Regulación por modos deslizantes: Error de posición. . . . .	105
4.45. Regulación por modos deslizantes: Orientación. . . . .	106
4.46. Regulación por modos deslizantes: Velocidad. . . . .	106
4.47. Regulación por modos deslizantes: Vista aérea. . . . .	107
4.48. Regulación por modos deslizantes: Espacio. . . . .	107
4.49. Regulación por modos deslizantes: Error de posición con perturbaciones.	108
4.50. Seguimiento de trayectoria circular con modos deslizantes: Posición. .	108
4.51. Seguimiento de trayectoria circular con modos deslizantes: Orientación.	109
4.52. Seguimiento de trayectoria circular con modos deslizantes: Velocidad. .	109
4.53. Seguimiento de trayectoria circular con modos deslizantes: Vista aérea.	110
4.54. Seguimiento de trayectoria circular con modos deslizantes: Espacio. . .	110
4.55. Seguimiento de trayectoria circular en un plano inclinado con modos deslizantes: Espacio. . . . .	111
4.56. Seguimiento de trayectoria tipo lemniscata con modos deslizantes: Vista aérea. . . . .	111
4.57. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en $x$ . . . . .	112
4.58. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en $y$ . . . . .	113
4.59. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en $z$ . . . . .	113
4.60. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Error de posición. . . . .	114
4.61. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Orientación. . . . .	114
4.62. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Velocidad. . . . .	115
4.63. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Vista aérea. . . . .	115
4.64. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Espacio. . . . .	116
4.65. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en $x$ . . . . .	116
4.66. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en $y$ . . . . .	117

4.67. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en $z$ . . . . .	117
4.68. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Error de posición. . . . .	118
4.69. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Orientación. . . . .	118
4.70. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Velocidad en $x$ . . . . .	119
4.71. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Velocidad en $y$ . . . . .	119
4.72. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Error de velocidad. . . . .	120
4.73. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Vista aérea. . . . .	120
4.74. Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Espacio. . . . .	121
4.75. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en $x$ . . . . .	122
4.76. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en $y$ . . . . .	122
4.77. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en $z$ . . . . .	123
4.78. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Error de posición. . . . .	123
4.79. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Orientación. . . . .	124
4.80. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Velocidad. . . . .	124
4.81. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Vista aérea. . . . .	125
4.82. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Espacio. . . . .	125
4.83. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria tipo lemniscata: Error de posición.	126
4.84. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria tipo lemniscata: Espacio. . . . .	126
4.85. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en $x$ . . . . .	127
4.86. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en $y$ . . . . .	128
4.87. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en $z$ . . . . .	128

4.88. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Error de posición. . . . .	129
4.89. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Orientación. . . . .	129
4.90. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Velocidad en $x$ . . . . .	130
4.91. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Velocidad en $y$ . . . . .	130
4.92. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Error de velocidad. . . . .	131
4.93. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Vista aérea. . . . .	131
4.94. Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Espacio. . . . .	132
4.95. Regulación simultanea de dos quadri-rotores: Error de posición 1. . .	132
4.96. Regulación simultanea de dos quadri-rotores: Error de posición 2. . .	133
4.97. Regulación simultanea de dos quadri-rotores: Orientación. . . . .	133
4.98. Regulación simultanea de dos quadri-rotores: Orientación 2. . . . .	134
4.99. Regulación simultanea de dos quadri-rotores: Velocidad 1. . . . .	134
4.100Regulación simultanea de dos quadri-rotores: Velocidad 2. . . . .	135
4.101Regulación simultanea de dos quadri-rotores: Vista aérea. . . . .	135
4.102Regulación simultanea de dos quadri-rotores: Espacio. . . . .	136
4.103Control de formación con dos quadri-rotores: Error de posición del líder. . . . .	137
4.104Control de formación con dos quadri-rotores: Orientación del líder. . .	137
4.105Control de formación con dos quadri-rotores: Velocidad del líder. . .	138
4.106Control de formación con dos quadri-rotores: Posición en $x$ . . . . .	138
4.107Control de formación con dos quadri-rotores: Posición en $y$ . . . . .	139
4.108Control de formación con dos quadri-rotores: Posición en $z$ . . . . .	139
4.109Control de formación con dos quadri-rotores: Error de posición del seguidor. . . . .	140
4.110Control de formación con dos quadri-rotores: Orientación del seguidor.	140
4.111Control de formación con dos quadri-rotores: Velocidad en $x$ . . . . .	141
4.112Control de formación con dos quadri-rotores: Velocidad en $y$ . . . . .	141
4.113Control de formación con dos quadri-rotores: Error de velocidad del seguidor. . . . .	142
4.114Control de formación con dos quadri-rotores: Vista aérea. . . . .	142
4.115Control de formación con dos quadri-rotores: Espacio. . . . .	143

# Índice de tablas

2.1.	Parámetros de simulación . . . . .	27
2.2.	Parámetros de control de seguimiento de trayectorias . . . . .	27
2.3.	Formación deseada y parámetros de control de formación. . . . .	41
3.1.	Características del DSP. . . . .	66
3.2.	Características de la IMU. . . . .	66
3.3.	Coeficientes del filtro de velocidad angular. . . . .	66
3.4.	Características del modulo XBee. . . . .	69
3.5.	Características de la batería. . . . .	71
3.6.	Características de las cámaras IR. . . . .	73
3.7.	Coeficientes del filtro de las derivadas de posición y orientación. . . . .	74
4.1.	Ganancias del control de orientación. . . . .	80
4.2.	Ganancias del control lineal PID. . . . .	80
4.3.	Ganancias del control por linealización exacta. . . . .	84
4.4.	Ganancias del control por modos deslizantes. . . . .	104



# Capítulo 1

## Introducción

Gracias a su enorme potencial como herramientas de exploración, supervisión, búsqueda y rescate, en aplicaciones tanto civiles como militares, el estudio de vehículos aéreos no tripulados ha cobrado gran relevancia en los últimos años. Aún más, las grandes mejoras alcanzadas en el desarrollo de materiales, sensores, actuadores, baterías y procesadores han permitido dotar a dichos vehículos de una mayor precisión y autonomía, además de reducir considerablemente sus dimensiones y costos. Todo esto combinado con técnicas multi-agente nos permite aumentar considerablemente la capacidad de estos sistemas, al proporcionar una mayor cobertura en tareas de exploración y vigilancia, además de posibilitar el acceso a zonas que están fuera del alcance visual de un operador.

Particularmente, los vehículos de ala rotativa han tomado enorme importancia gracias a su gran maniobrabilidad, la capacidad para efectuar despegue y aterrizaje vertical, volar a bajar alturas y permanecer en vuelo estacionario, todo esto les permite desplazarse en espacios reducidos, por ejemplo al interior de edificios.

### 1.1. Antecedentes

Desde tiempos inmemoriales, el hombre ha vivido adorando el enigmático cielo, anhelando conquistarla algún día a imitación del gracioso vuelo de aves e insectos. Con el desarrollo de las ciencias y la técnica ese deseo fue lentamente convirtiéndose en realidad, hasta llegar a las complejas maquinas voladoras de la actualidad. A continuación se presenta una breve revisión histórica del desarrollo de las maquinas de ala rotativa [26], [39].

- 425 A.C. Archytas el Tarantino diseña y construye una paloma mecánica, primer UAV documentado.
- 1483 Leonardo Da Vinci diseña el tornillo aéreo (Figura 1.1).
- 1843 George Cayley diseña un carroaje aéreo, no es posible implementarlo debido a que la única fuente disponible de poder eran los pesados motores de

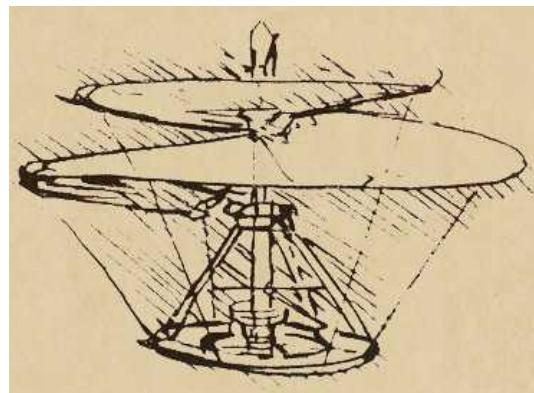


Figura 1.1: Tornillo aéreo de Leonardo Da Vinci.



Figura 1.2: Carruaje aéreo a vapor de George Cayley.

vapor (Figura 1.2).

- 1860 Ponton d'Amecourt vuela pequeñas maquinas a vapor y las llama helicópteros (Figura 1.3).
- 1880 Thomas Alva Edison experimenta con diversas configuraciones de rotores, empleando primero motores de combustion interna y posteriormente motores electricos.
- 1907 Paul Cornu construye una maquina aérea de vuelo vertical con dos rotores consiguiendo levantar del suelo a una persona por veinte segundos (Figura 1.4).
- 1912 El ruso Boris Yurev construye un helicóptero con un rotor principal y otro en la cola, similar a los que se utilizan de manera convencional en la actualidad (Figura 1.5).

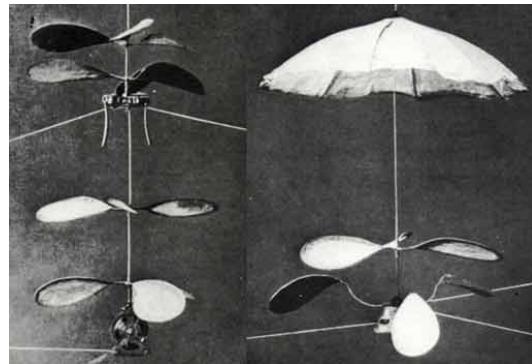


Figura 1.3: Helicópteros a vapor de Ponton d'Amecourt.

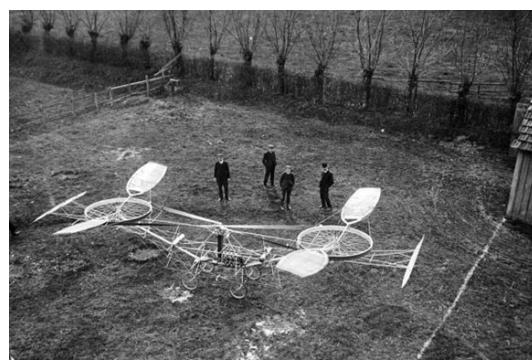


Figura 1.4: Helicóptero de Paul Cornu.

- 1922 George de Bothezat construye el primer quadri-rotor para el ejercito norteamericano, un helicóptero en forma de "X" con cuatro rotores en los extremos, media más de 18m y pesaba 1700Kg (Figura 1.6)..
- 1923 Juan de la Cierva desarrolla el autogyro, un helicóptero sin potencia en el rotor (Figura 1.7).
- 1936 Heinrich Focke y Gert Achgelis construyen el Fa-61, una maquina de dos rotores lado a lado. Primer helicóptero en ejecutar un vuelo controlado y auto rotación (Figura 1.8).
- 1939 Igor Sikorsky diseña y construye el VS-300, primer modelo del clásico helicóptero moderno (Figura 1.9).
- 1944 Stanley Hiller desarrolla el helicóptero coaxial.
- 1950 Sikorsky fabrica el primer helicóptero de transporte comercial, el S-55 Chickasaw (Figura 1.10).



Figura 1.5: Helicóptero de Boris Yurev.



Figura 1.6: Quadri-rotor de Bothezat.

## 1.2. Clasificación

A continuación se presentan los principales tipos de vehículos de ala rotativa [26], [5].

- Configuración convencional rotor principal y rotor de cola.
- Rotor doble en configuración coaxial.
- Rotor doble lado a lado tipo Tandem.
- Multirotor.

### 1.2.1. Configuración convencional

La configuración convencional consta de un rotor principal y uno de cola. El rotor principal se encarga de elevar el helicóptero mientras que el rotor de cola contrarresta el torque reactivo evitando que gire sobre su propio eje. Presenta buena controlabilidad y maniobrabilidad, sin embargo, la estructura mecánica es compleja y requiere grandes dimensiones del rotor y del tubo de cola.



Figura 1.7: Autogyro de Juan de la Cierva.



Figura 1.8: Fa-61 primer helicóptero en mostrar vuelo controlado.

### 1.2.2. Configuración de rotor doble en configuración coaxial

Ambos rotores se localizan sobre el mismo eje, girando en dirección contraria, la diferencia entre la velocidad angular de los rotores produce el giro del vehículo. Se caracteriza por su mecánica simple y compacta, pero los rotores tienden a interferir entre sí ocasionando perdida de energía.(Figura 1.12).

### 1.2.3. Configuración Tandem

Los dos rotores son dispuestos sobre ejes paralelos girando en dirección contraria, neutralizando sus torques reactivos. Se utiliza principalmente en helicópteros grandes con buena controlabilidad y maniobrabilidad. Elimina la interferencia entre rotores en la configuración coaxial mejorando su eficiencia, pero su mecánica es más complicada (Figura 1.13).



Figura 1.9: Helicóptero de Sikorsky.



Figura 1.10: S-55 Chickasaw, primer helicóptero de transporte comercial.

#### 1.2.4. Configuración multirotor

El quadri-rotor se ha convertido en el tipo de vehículo aéreo multirotor más popular gracias a la configuración de sus rotores puesto que los torques reactivos tienden a cancelarse simplificando su mecánica, facilitando considerablemente su análisis y mejorando su controlabilidad y maniobrabilidad. Además, pueden soportar cargas mayores al contar con mas rotores al costo de un incremento en el consumo energético y el tamaño (Figura 1.14).

### 1.3. Estado del Arte

Debido a la simplicidad de su mecánica, el diseño estructural de los quadri-rotores no ha cambiado mucho desde que fuera concebido por primera vez en 1922 por George Bothezat (Figura. 1.6). Desde entonces la principal tendencia ha sido la reducción de su peso y dimensiones hasta la escala de los centímetros, como el caso del mesicopter de la Universidad de Stanford que mide alrededor de 2.5cm (Figura. 1.15).

Hoy en día es posible encontrar múltiples modelos comerciales de quadri-rotores a precios accesibles listos para volar aún por pilotos inexpertos, mismos que han si-



Figura 1.11: Helicóptero configuración convencional



Figura 1.12: Helicóptero coaxial

do modificados y utilizados como plataformas experimentales por universidades y centros de investigación en todo el mundo. Destacan los modelos de las compañías Draganfly (Figura. 1.16), Parrot (Figura. 1.17), Mikrokopter (Figura. 1.18) y Ascending Technologies (Figura. 1.19). Algunas universidades han desarrollado sus propios prototipos como el STARMAC de Standford/Berkeley (Figura. 1.20).

Como se ha mencionado, durante los últimos años, universidades, empresas y centros de investigación han prestado especial atención a este tipo de vehículos aéreos por su simplicidad y posibles aplicaciones, aportando importantes avances principalmente en el área del control automático. Aún a la fecha, el vuelo autónomo de estos dispositivos representa un enorme reto debido a que no se cuenta con sensores de posición ni de velocidad translacional suficientemente rápidos y confiables mientras que los que se tienen son costosos (GPS) o implican un gran esfuerzo computacional (visión artificial).

A continuación se exponen algunos de los trabajos con quadri-rotores que pueden ser encontrados en la literatura, que van desde la estabilización para vuelo estacionario hasta la cooperación de múltiples helicópteros, pasando por gran variedad de técni-



Figura 1.13: Helicóptero tandem



Figura 1.14: Multirrotor con seis motores

cas de control validadas en diversas plataformas experimentales o simulaciones.

En el 2002 Hamel et al. [17] presentan el modelo del quadri-rotor por medio de ecuaciones de Newton y proponen un control de estabilización de la orientación para vuelo casi estacionario basado en funciones de Lyapunov, mientras que Pounds et al. [32] realizan el diseño y construcción de un quadri-rotor de laboratorio con un control lineal de piloto aumentado. Para el 2004, Castillo et al. documentan el primer control en tiempo real exitoso de un quadri-rotor, obtienen el modelo esta vez por el método de Lagrange y proponen un control por análisis de Lyapunov y saturaciones anidadas. Presentan experimentos satisfactorios de estabilización, despegue y aterrizaje. Stewart et al. [35] realizan una comparación en el control de orientación de las técnicas PD y LQ, mostrando el PD mejor desempeño durante los experimentos. Diaz et al. [9] y Hamel y Mahony [28] proponen controles basados en técnicas de backstepping. Posteriormente, en 2005 Salazar-Cruz et al. [34] muestran el diseño de un control de seguimiento de trayectorias mediante análisis de Lyapunov y en 2006 Xu et al. [40] efectúan control de posición por modos deslizantes y muestran resultados en simulaciones, al tiempo que Tayebi et al. [37] utilizan una

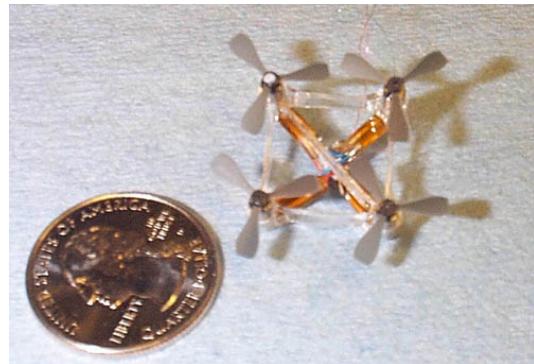


Figura 1.15: Mesicopter



Figura 1.16: Draganflyer X4-P

representación en cuaterniones para comparar controles de estabilización, un  $PD^2$  con compensación de los torques giroscópicos y de Coriolis contra un PD lineal e independiente del modelo con resultados experimentales. Además, Guisser et al. [15] trabajan con el control para seguimiento de trayectorias por medio de un control en tiempo discreto de linealización por retroalimentación con buen desempeño en simulaciones. Para 2007 Kondak et al. [21] realizan una comparación experimental entre un helicóptero convencional y un quadri-rotor al implementarles una linealización exacta con observador y compensador de perturbaciones. Liu et al. [25] presentan con experimentos una comparación en el control de orientación entre un PD lineal y saturaciones anidadas en 2009. En 2010 Zhu et al. [41] emplean un control de linealización de trayectorias y validan en simulaciones.

Como es posible apreciar, existe una vasta colección de trabajos en la literatura en lo que concierne al control de orientación y seguimiento de trayectorias, con resultados analíticos, simulaciones y experimentos. Por mencionar algunos otros [10], [24], [6] y [19] estudian estrategias de control lineal tipo PD,  $PD^2$  y PID; [28], [9], [4], [1], [42], [16] y [2] emplean la técnica de backstepping en sus diseños; en [4] y [30] se utilizan técnicas de modos deslizantes; [27] y [20] trabajan con saturaciones anidadas.



Figura 1.17: A. R. Drone de Parrot



Figura 1.18: QuadroKopter de la marca mikroKopter

Finalmente, se han efectuado importantes esfuerzos para aplicar las técnicas de sistemas multi-agentes a este tipo de vehículos buscando mejorar su potencial en ciertas aplicaciones al contar con varios robots aéreos trabajando simultáneamente. En Guerrero et al. [12], [13] se presenta el control de formación y seguimiento de trayectorias de múltiples UAVs en un esquema líder-seguidor mediante consenso y empleando saturaciones anidadas. Guilietti et al. [14] exponen control de formación en vuelo en un esquema líder seguidor, mientras que en Leonard y Fiorelli [22] se emplean potenciales artificiales para este propósito.



Figura 1.19: Hummingbird de Ascending Technologies



Figura 1.20: STARMAC

## 1.4. Objetivos

### 1.4.1. Objetivo general

El objetivo de este trabajo de tesis es el de diseñar y realizar un control de formación para quadri-rotores basado en el esquema líder-seguidor. El esquema de control de formación propuesto es descentralizado y permitirá adaptarse a labores de vigilancia y supervisión.

### 1.4.2. Objetivos específicos

- Estudiar a fondo los quadri-rotores y construir un prototipo para familiarizarse con ellos.

- Investigar los esquemas de formación y las técnicas de control de sistemas multi-agentes empleadas en robots móviles terrestres para aplicarlas en robots aéreos.
- Diseñar e implementar algoritmos de control de formación y seguimiento de trayectorias para vehículos aéreos.
- Evaluación de las estrategias de control propuestas mediante simulaciones numéricas.
- Desarrollar una plataforma experimental que permita la teleoperación de múltiples helicópteros simultáneamente en distintos modos de operación, así como implementar las leyes de control propuestas.
- Validar y comparar experimentalmente las estrategias de control.

## 1.5. Contribuciones

- Se diseño una estrategia de control jerárquico para formación y seguimiento de trayectorias, basada en trabajos previos con quadri-rotores y técnicas utilizadas en robótica móvil terrestre.
- Se implementaron varias leyes de control en la plataforma experimental efectuando diversos experimentos de seguimiento de trayectorias y formación en esquema líder seguidor.
- Se desarrollo una plataforma experimental completa, flexible y fácil de operar que nos proporciona un medio adecuado para probar de manera experimental diferentes estrategias de control en múltiples robots aéreos, facilitando además la selección de los parámetros de control durante la operación y permitiendo elegir entre diversos modos de operación desde una interfaz gráfica de usuario (GUI).
- Producto de este trabajo se realizo un artículo titulado “Control de Quadri-rotores en un Esquema de Formación Líder-Seguidor” (apéndice A), que ha sido aceptado para presentarse en XV Congreso Latinoamericano de Control Automático a efectuarse del 23 al 26 de octubre en Lima Perú.

# Capítulo 2

## Estrategia de Control

En este capítulo se presenta el modelo dinámico de un quadri-rotor obtenido por las ecuaciones de Newton. Tres acciones de control son propuestas para el seguimiento de trayectorias de un quadri-rotor. Posteriormente se deducen las ecuaciones que describen la formación de robots móviles en el plano horizontal y se exponen tres leyes de control para mantener dicha formación. Finalmente se evalúa el desempeño de los controladores por medio de simulaciones numéricas.

### 2.1. Modelo dinámico de un quadri-rotor

El modelo dinámico de un quadri-rotor ha sido ampliamente estudiado y es posible obtenerlo por medio de diferentes formalismos, destacando los métodos de Euler-Lagrange [26] y la segunda ley de Newton [17], [20]. Además, existen variantes para tiempo discreto [15] o empleando la representación por cuaterniones [37] para evitar las singularidades. Para más detalles sobre el modelado de estas y otras máquinas voladoras es recomendable acudir a los libros clásicos de aerodinámica [11], [33].

El quadri-rotor puede representarse como un cuerpo rígido en el espacio, con masa  $m$  y matriz de inercia  $J$  sujeto a fuerzas aerodinámicas y gravitacionales (véase la figura. 2.1). Considérese un marco de coordenadas inercial  $I = \{X Y Z\}$  fijo al piso, y un marco de coordenadas  $B = \{e_1, e_2, e_3\}$  fijo al cuerpo del UAV. Sean los vectores

$$\xi = [x \ y \ z]^T \quad (2.1)$$

$$\Phi = [\phi \ \theta \ \psi]^T \quad (2.2)$$

que representan, respectivamente, la posición del centro de gravedad respecto al marco inercial  $I$  y los ángulos de Euler: alabeo, cabeceo y guiñada (en inglés roll, pitch y yaw, respectivamente). Entonces, las ecuaciones de movimiento están dadas por las siguientes ecuaciones de Newton-Euler en el marco inercial  $I$  [20]:

$$m\ddot{\xi} = TRe_3 - mge_3 \quad (2.3)$$

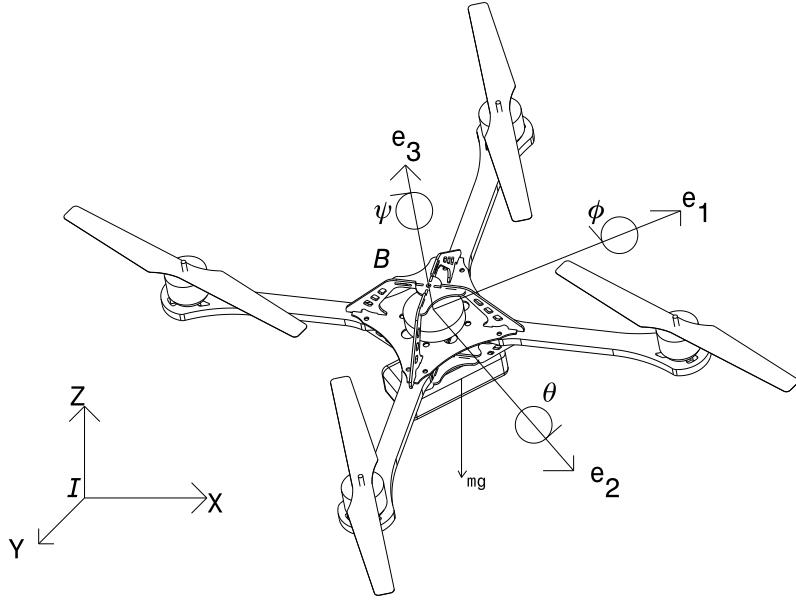


Figura 2.1: Quadri-rotor en un marco inercial.

$$J\dot{\Omega} = -\Omega_x J\Omega + \Gamma \quad (2.4)$$

donde  $T \in \mathbb{R}^+$  es el empuje total de los motores,  $g$  representa la constante gravitacional y  $\Gamma \in \mathbb{R}^3$  el torque de control definido en el marco de coordenadas  $B$ .  $R \in SO(3) : B \rightarrow I$  es la matriz de rotación de ejes cuerpo a ejes iniciales dada por

$$R = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi s\theta c\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\psi & -c\psi s\phi + s\psi s\theta c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

donde se usa la notación simplificada  $s\alpha = \sin(\alpha)$ ,  $c\alpha = \cos(\alpha)$ ,  $t\alpha = \tan(\alpha)$ , mientras que

$$\Omega = [p \ q \ r]^T \quad (2.6)$$

representa la velocidad angular en el marco de coordenadas  $B$ .  $\Omega_x$  representa la matriz anti simétrica tal que  $\Omega_x v = \Omega_x v$ , es decir, el producto cruz entre dos vectores. La relación cinemática entre las velocidades generalizadas  $\dot{\Phi} = (\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$  y la velocidad angular  $\Omega$  esta expresada por [33]

$$\Omega = Q\dot{\Phi} \quad (2.7)$$

con

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & c\theta s\phi \\ 0 & -s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

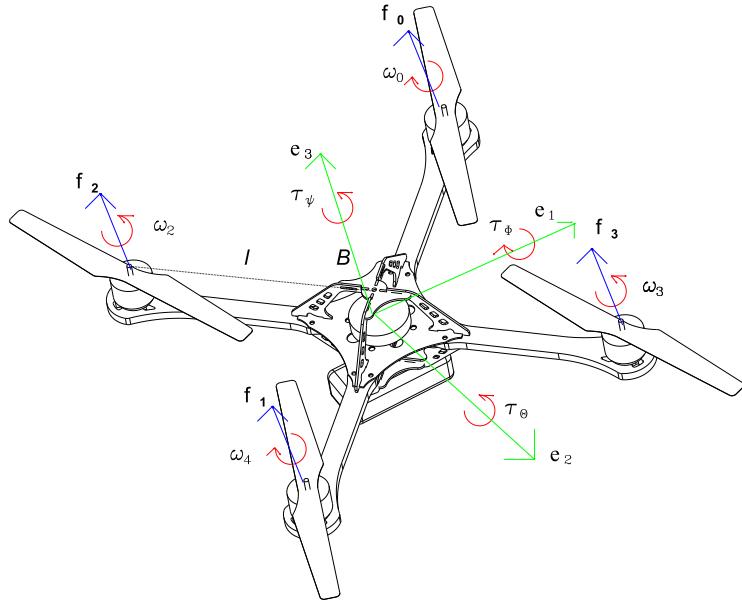


Figura 2.2: Fuerzas producidas por los motores.

Para el caso del quadri-rotor, cada par opuesto de motores gira en una dirección distinta neutralizando los torques reactivos (véase la figura. 2.2), la rotación sobre un eje se produce aumentando el empuje del par adecuado de motores mientras se disminuye el de el otro par. El empuje  $f_i$  generado por el rotor  $i = 0, 1, 2, 3$  viene dado por

$$f_i = \omega_i^2 k_m \quad (2.9)$$

donde  $\omega_i$  es la velocidad de rotación del motor  $i$  y  $k_m$  es una constante que depende del tipo de hélice y la densidad del aire entre otras cosas. La fuerza  $T$  y el torque  $\Gamma = [\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi]^T$  de entrada al sistema, son producidos por el empuje diferencial generado por los motores

$$\begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l & -l & l & -l \\ l & -l & -l & l \\ b & b & -b & -b \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

con  $l$  y  $b$  que son constantes que representan respectivamente la distancia del motor al centro de gravedad y la relación entre la velocidad de rotación y el torque del motor.

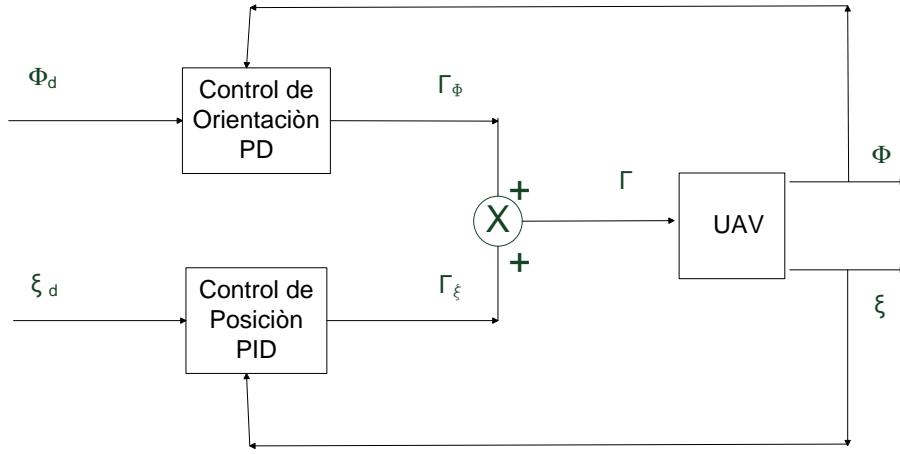


Figura 2.3: Diagrama a bloques del control lineal PID.

## 2.2. Control de seguimiento de trayectorias

Como se puede observar a partir del modelo, los quadri-rotores son sistemas sub actuados con cuatro entradas ( $\Gamma = [\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi]^T, T$ ) y seis salidas ( $\xi = [x, y, z]^T, \Phi = [\phi, \theta, \psi]^T$ ), por lo que sólo es posible controlar directamente cuatro de las salidas. En esta sección se presentan tres estrategias de control de seguimiento de trayectorias para la posición translacional  $\xi = [x, y, z]^T$  de un quadri-rotor. Primero se plantea un control lineal tipo PID independiente del modelo en paralelo con el control de orientación. Despues, un control por linealización exacta en cascada con el control de orientación. Por último, se presenta un control por modos deslizantes en cascada con el control de orientación.

Es importante precisar que en todos los casos, por simplicidad, el control de orientación está dado por un control lineal tipo PD independiente del modelo, de tal forma que, definiendo el error de orientación  $\bar{\Phi} = \Phi - \Phi_d$ , se tiene que la entrada de control  $\Gamma$  está dada por

$$\Gamma = -k_{do} \dot{\bar{\Phi}} - k_{po} \bar{\Phi} \quad (2.11)$$

con  $k_{do}, k_{po} \in \Re^+$  constantes y  $\Phi_d$  la orientación deseada.

### 2.2.1. Control lineal PID

Como una primer aproximación, se considera una acción de control de seguimiento de trayectorias lineal, tipo PID [31] independiente del modelo, en paralelo con la acción de control de orientación, como se muestra en el diagrama a bloques de la figura 2.3, de manera que el control de orientación busca estabilizar el helicóptero en vuelo casi estacionario mientras que el control de seguimiento trata de llevarlo a

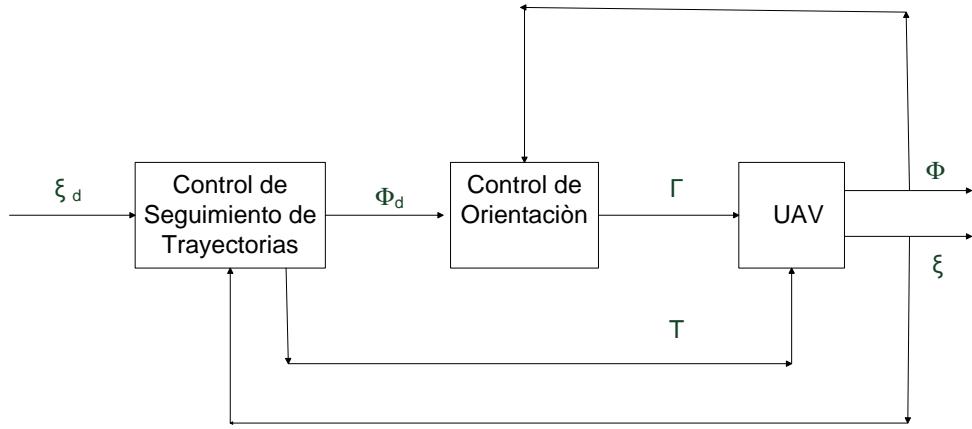


Figura 2.4: Diagrama de bloques de la estrategia de control en cascada.

una cierta posición deseada.

Sea  $\xi_d$  la posición deseada, entonces se define el error de posición como

$$\bar{\xi} = \xi - \xi_d \quad (2.12)$$

Se tiene que la entrada de control esta determinada por

$$\Gamma = -k_{do}\dot{\Phi} - k_{po}\bar{\Phi} - k_{dp}\dot{\bar{\xi}} - k_{pp}\bar{\xi} - k_{ip} \int \bar{\xi} dt \quad (2.13)$$

donde las matrices de ganancias  $k_{dp}, k_{pp}, k_{ip} \in \Re^{3x3}$  se eligen diagonales con elementos positivos y son tales que  $k_{dp} \ll k_{do}$  y  $k_{pp} \ll k_{po}$  para dar preferencia al control de estabilización, haciendo su respuesta más rápida para evitar caídas.

### 2.2.2. Linealización exacta

Asumiendo que la dinámica de orientación en lazo cerrado converge mucho más rápido que la traslacional, es posible separar el modelo en dos subsistemas [3] a controlar por separado. La estrategia, como se muestra en el diagrama de bloques de la Fig. 2.4, consiste en diseñar un controlador para la dinámica traslacional que garantice el seguimiento de trayectorias, de tal manera que proporcione como salida la orientación deseada a ser alimentada como entrada al controlador de orientación. Considerando el error de posición (2.12) y sustituyendo en (2.3) se tiene que:

$$m\ddot{\bar{\xi}} = (TRe_3)_d - mge_3 - m\ddot{\xi}_d \quad (2.14)$$

Tomando la orientación deseada  $(TRe_3)_d$  como entrada de control, se emplea una linealización exacta [18] como ley de control y se define  $\nu$  como una nueva entrada

de control

$$(TRe_3)_d = m(ge_3 + \ddot{\xi}_d + \nu_1) \quad (2.15)$$

donde

$$R_d e_3 = \begin{bmatrix} R_{dx} \\ R_{dy} \\ R_{dz} \end{bmatrix} = \frac{(TRe_3)_d}{T_d} \quad (2.16)$$

con  $T_d = \| (TRe_3)_d \|$ . Sustituyendo (2.15) en (2.14) se tiene que

$$\ddot{\xi} = \nu_1 \quad (2.17)$$

Al seleccionar

$$\nu_1 = -k_{dt}\dot{\xi} - k_{pt}\bar{\xi} \quad (2.18)$$

se tiene que

$$\ddot{\xi} = -k_{dt}\dot{\xi} - k_{pt}\bar{\xi} \quad (2.19)$$

y es suficiente que  $k_{dt}, k_{pt} \in \Re^+$  para hacer que la dinámica del error (2.19) sea estable. Puede llegarse a la misma ley de control utilizando un diseño por backstepping [17].

A partir de (2.5), con  $\psi_d$  constante, es posible resolver para  $\phi_d$  y  $\theta_d$ , obteniéndose

$$\begin{bmatrix} R_{dx} \\ R_{dy} \\ R_{dz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s\psi_d s\phi_d + c\psi_d s\theta_d c\phi_d \\ -c\psi_d s\phi_d + s\psi_d s\theta_d c\phi_d \\ c\theta_d c\phi_d \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$\phi_d = \arcsin \left( -\frac{R_{dy} - R_{dx} \tan(\psi_d)}{\sin(\psi_d) \tan(\psi_d) + \cos(\psi_d)} \right) \quad (2.21)$$

$$\theta_d = \arcsin \left( \frac{R_{dx} - \sin(\phi_d) \sin(\psi_d)}{\cos(\phi_d) \cos(\psi_d)} \right) \quad (2.22)$$

Para que las soluciones de las ecuaciones (2.21), (2.22) existan, el argumento de la función  $\arcsin()$  debe pertenecer al dominio de la misma  $[-1, 1]$ . En este caso, se toma por simplicidad  $\psi_d = 0$ , entonces

$$\phi_d = \arcsin(-R_{dy}) \quad (2.23)$$

$$\theta_d = \arcsin \left( \frac{R_{dx}}{\cos(\phi_d)} \right) \quad (2.24)$$

Es fácil notar que  $|R_{dx}|, |R_{dy}| \leq 1$ , por lo tanto la solución de (2.23) siempre existe. Caso contrario ocurre con la ecuación (2.23), que puede presentar singularidades, sobre todo ante maniobras agresivas que requieran valores de  $\phi_d \approx \pi/2$ . Sin embargo, es importante recordar que el alcance de este trabajo no contempla maniobras agresivas por lo que se asume que los ángulos  $\phi_d$  y  $\theta_d$  se mantienen en valores razonablemente pequeños, evitando las singularidades.

Finalmente, estos ángulos deseados se alimentan al control de orientación (2.24).

### 2.2.3. Modos deslizantes

De manera análoga al control por linealización exacta presentado en la subsección anterior (Figura. 2.4), se propuso una estrategia alternativa para el control de seguimiento de trayectorias en cascada con el control de orientación, esta vez empleado un enfoque de modos deslizantes [38].

Retomando la dinámica del error de posición  $\bar{\xi}$  dada por (2.14)

$$m\ddot{\bar{\xi}} = (TRe_3)_d - mge_3 - m\ddot{\xi}_d \quad (2.25)$$

se considera la función de conmutación como

$$\sigma = k_1\bar{\xi} + k_2 \int \bar{\xi} dt + \dot{\bar{\xi}} \quad (2.26)$$

donde  $k_1, k_2$  son parámetros de control constantes. Derivando

$$\dot{\sigma} = k_1\dot{\bar{\xi}} + k_2\bar{\xi} + \ddot{\bar{\xi}} \quad (2.27)$$

Se desea que el sistema permanezca en la superficie definida por  $\sigma = 0$ . El llamado control equivalente  $u_{eq}$  que garantiza que la dinámica del sistema se mantenga en la superficie  $\sigma = 0$  se obtiene a partir de la condición  $\dot{\sigma} = 0$ . Sustituyendo (2.25) en esta igualdad se obtiene

$$k_1\dot{\bar{\xi}} + k_2\bar{\xi} + \frac{1}{m}(TRe_3)_d - ge_3 - \ddot{\xi}_d = 0 \quad (2.28)$$

Considérese nuevamente la entrada de control  $(TRe_3)_d$ , entonces el control equivalente  $u_{eq}$  esta dado por

$$u_{eq} = [(TRe_3)_d]_{eq} = m(ge_3 + \ddot{\xi}_d - k_1\dot{\bar{\xi}} - k_2\bar{\xi}) \quad (2.29)$$

Es interesante observar que el control equivalente (2.29) coincide con el control por linealización exacta (2.15).

Para llevar el sistema a la superficie  $\sigma = 0$  y mantenerlo a pesar de incertidumbres y perturbaciones se agrega una discontinuidad. Sea la función signo

$$sgn(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

y

$$Sgn(x) = \begin{bmatrix} sgn(x_1) \\ sgn(x_2) \\ sgn(x_3) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Entonces con la asignación

$$\dot{\sigma} = k_1\dot{\bar{\xi}} + k_2\bar{\xi} + \frac{1}{m}(TRe_3)_d - ge_3 - \ddot{\xi}_d = -L_\xi Sgn(\sigma) \quad (2.32)$$

con  $L_\xi$  una constante real positiva diferente de cero, se logra que las trayectorias del sistema sean atraídas a la superficie  $\sigma = 0$  en un tiempo finito al considerar la función candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2}\sigma^T\sigma \quad (2.33)$$

El control discontinuo que se obtiene a partir de (2.32) esta dado por

$$(TRe_3)_d = u_{eq} - mL_\xi Sgn(\sigma) \quad (2.34)$$

Para analizar la robustez del sistema en lazo cerrado se considera un modelo con incertidumbres acotadas  $\Delta f(\xi)$  de la forma

$$m\ddot{\bar{\xi}} = (TRe_3)_d - mge_3 - m\ddot{\xi}_d + \Delta f(\xi) \quad (2.35)$$

donde se supone que  $\|\Delta f(\xi)\| \leq \iota$  con  $\iota$  una constante positiva.

Derivando (2.33) con respecto al tiempo se obtiene

$$\dot{V} = \sigma^T\dot{\sigma} \quad (2.36)$$

o bien

$$\dot{V} = \sigma^T(k_1\dot{\bar{\xi}} + k_2\bar{\xi} + \ddot{\bar{\xi}}) \quad (2.37)$$

Al sustituir (2.35) en esta última expresión se tiene

$$\dot{V} = \sigma^T(k_1\dot{\bar{\xi}} + k_2\bar{\xi} + \frac{1}{m}(TRe_3)_d - ge_3 - \ddot{\xi}_d + \frac{1}{m}\Delta f(\xi)) \quad (2.38)$$

Al utilizar la ley de control (2.34)-(2.29)  $\dot{V}$  toma la forma

$$\dot{V} = \sigma^T(-L_\xi Sgn(\sigma) + \frac{1}{m}\Delta f(\xi)) \quad (2.39)$$

para la cual se tiene que

$$\dot{V} \leq \|\sigma\|(-L_\xi + \frac{1}{m}\|\Delta f(\xi)\|) \quad (2.40)$$

y  $\dot{V}$  será definida negativa cuando  $L_\xi \geq \frac{1}{m}\|\Delta f(\xi)\|$ .

La acción de control (2.34)-(2.29) reemplazaría al control por linealización (2.15) y siguiendo el mismo procedimiento se encuentra la orientación deseada  $\Phi_d$  que es entrada del control de orientación (2.24).

## 2.3. Control de formación

En esta sección se presentan tres estrategias de control, una por linealización exacta y dos controles por modos deslizantes (uno de primero y el otro de segundo orden), para el problema de formación en el plano horizontal de robots aéreos basada en técnicas de robots móviles terrestres [8], utilizando el enfoque líder-seguidor. Ambas leyes de control actúan sobre la dinámica del error de formación, que se deduce a continuación, y generan la velocidad y posición deseadas para el seguidor. La estrategia de control completa es presentada en la Fig. 2.5.

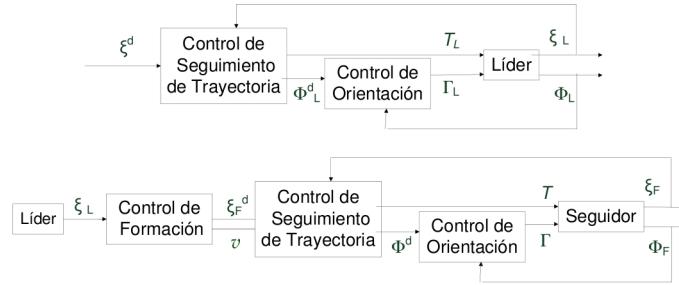


Figura 2.5: Diagrama de bloques de la estrategia de control completa.

### 2.3.1. Dinámica del error de formación

La dinámica de traslación de un UAV líder en el plano XY puede describirse como

$$\dot{x}_L = v_{Lx} \cos(\psi_L) - v_{Ly} \sin(\psi_L) \quad (2.41)$$

$$\dot{y}_L = v_{Lx} \sin(\psi_L) + v_{Ly} \cos(\psi_L) \quad (2.42)$$

$$\dot{\psi}_L = \omega_L \quad (2.43)$$

donde  $v_{Lx}, v_{Ly}$  son las componentes  $x, y$  de la velocidad en ejes cuerpo ( $B$ ), y  $\omega_L$  es la velocidad angular de la guinada. De manera similar para el seguidor se tiene

$$\dot{x}_F = v_{Fx} \cos(\psi_F) - v_{Fy} \sin(\psi_F) \quad (2.44)$$

$$\dot{y}_F = v_{Fx} \sin(\psi_F) + v_{Fy} \cos(\psi_F) \quad (2.45)$$

$$\dot{\psi}_F = \omega_F \quad (2.46)$$

Se desea mantener el UAV seguidor a una distancia  $\lambda$  y a un ángulo  $\varphi$  respecto al líder (véase la Fig. 2.6). Sean  $\lambda_x, \lambda_y$  las componentes en  $x, y$  del vector que va del centro de masa del líder al del seguidor en el marco de coordenadas cuerpo del líder ( $B_L$ ). Entonces

$$\lambda_x = -(x_L - x_F) \cos(\psi_L) - (y_L - y_F) \sin(\psi_L) \quad (2.47)$$

$$\lambda_y = (x_L - x_F) \sin(\psi_L) - (y_L - y_F) \cos(\psi_L) \quad (2.48)$$

y, además,

$$\lambda_x = \lambda \cos(\varphi) \quad (2.49)$$

$$\lambda_y = \lambda \sin(\varphi) \quad (2.50)$$

Derivando (2.47) con respecto al tiempo y utilizando (2.41),(2.42),(2.43) y (2.48) se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_x &= \dot{\psi}_L(x_L - x_F) \sin(\psi_L) - (\dot{x}_L - \dot{x}_F) \cos(\psi_L) \\ &\quad - \dot{\psi}_L(y_L - y_F) \cos(\psi_L) - (\dot{y}_L - \dot{y}_F) \sin(\psi_L) \end{aligned} \quad (2.51)$$

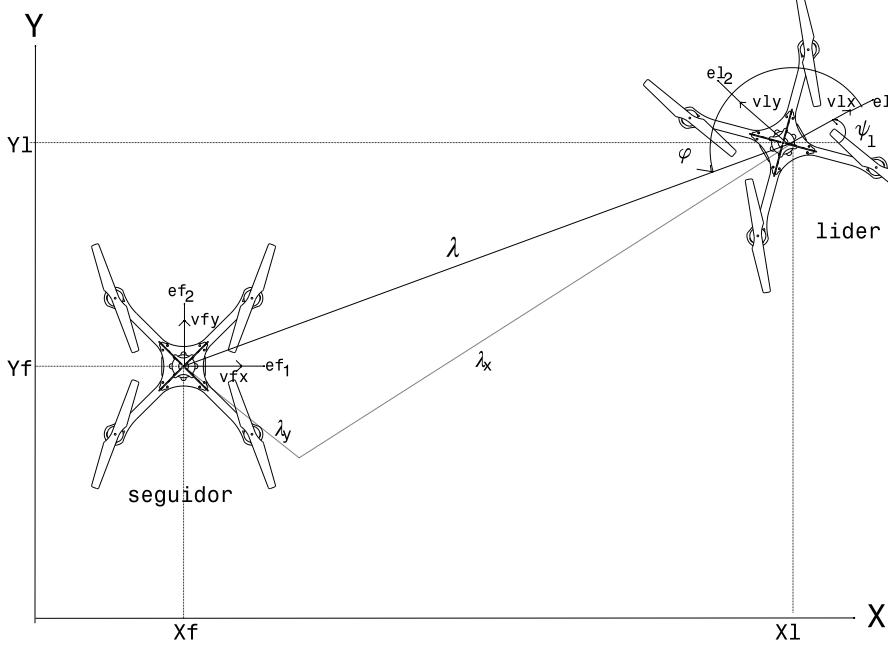


Figura 2.6: Formación de quadri-rotóres en el plano XY.

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_x &= \dot{\psi}_L[(x_L - x_F)\sin(\psi_L) - (y_L - y_F)\cos(\psi_L)] \\ &\quad - [(\dot{x}_L - \dot{x}_F)\cos(\psi_L) + (\dot{y}_L - \dot{y}_F)\sin(\psi_L)]\end{aligned}\quad (2.52)$$

$$\dot{\lambda}_x = \lambda_y \omega_L - [(\dot{x}_L - \dot{x}_F)\cos(\psi_L) + (\dot{y}_L - \dot{y}_F)\sin(\psi_L)] \quad (2.53)$$

$$\dot{\lambda}_x = \lambda_y \omega_L + \dot{x}_F \cos(\psi_L) + \dot{y}_F \sin(\psi_L) - v_{Lx} \quad (2.54)$$

Se introduce ahora el error de orientación  $e_\psi = \psi_F - \psi_L$ . A partir de las ecuaciones (2.44) y (2.45), así como de las identidades trigonométricas para seno y coseno de la diferencia de ángulos se tiene que

$$\dot{\lambda}_x = \lambda_y \omega_L + \dot{x}_F \cos(\psi_F - e_\psi) + \dot{y}_F \sin(\psi_F - e_\psi) - v_{Lx} \quad (2.55)$$

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_x &= \lambda_y \omega_L + \dot{x}_F (\cos(\psi_F) \cos(e_\psi) + \sin(\psi_F) \sin(e_\psi)) \\ &\quad + \dot{y}_F (\sin(\psi_F) \cos(e_\psi) - \cos(\psi_F) \sin(e_\psi)) - v_{Lx}\end{aligned}\quad (2.56)$$

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_x &= \lambda_y \omega_L + \cos(e_\psi) (\dot{x}_F \cos(\psi_F) + \dot{y}_F \sin(\psi_F)) \\ &\quad - \sin(e_\psi) (-\dot{x}_F \sin(\psi_F) + \dot{y}_F \cos(\psi_F)) - v_{Lx}\end{aligned}\quad (2.57)$$

$$\dot{\lambda}_x = \lambda_y \omega_L + v_{Fx} \cos(e_\psi) - v_{Fy} \sin(e_\psi) - v_{Lx} \quad (2.58)$$

De forma equivalente se obtiene

$$\dot{\lambda}_y = -\lambda_x \omega_L + v_{Fx} \sin(e_\psi) + v_{Fy} \cos(e_\psi) - v_{Ly} \quad (2.59)$$

Considerando los errores de formación  $e_x = \lambda_x^d - \lambda_x$ ,  $e_y = \lambda_y^d - \lambda_y$ , así como  $\lambda^d$  y  $\psi^d$  constantes, se tiene que

$$\dot{e}_x = -\lambda_y \omega_L - v_{Fx} \cos(e_\psi) + v_{Fy} \sin(e_\psi) + v_{Lx} \quad (2.60)$$

$$\dot{e}_y = \lambda_x \omega_L - v_{Fx} \sin(e_\psi) - v_{Fy} \cos(e_\psi) + v_{Ly} \quad (2.61)$$

o bien

$$\dot{e}_x = -(\lambda_y^d - e_y) \omega_L - v_{Fx} \cos(e_\psi) + v_{Fy} \sin(e_\psi) + v_{Lx} \quad (2.62)$$

$$\dot{e}_y = (\lambda_x^d - e_x) \omega_L - v_{Fx} \sin(e_\psi) - v_{Fy} \cos(e_\psi) + v_{Ly} \quad (2.63)$$

$$\dot{e}_\psi = \omega_F - \omega_L \quad (2.64)$$

### 2.3.2. Linealización exacta

A partir de la dinámica del error de seguimiento (2.62), (2.63) y (2.64), se desea diseñar un control que garantice que dicho error tienda a cero, para esto se consideran las velocidades del seguidor como entradas de control. Se puede expresar la dinámica del error de seguimiento como un sistema de la forma

$$\dot{\chi} = F(\chi) + G(\chi)v \quad (2.65)$$

donde

$$\chi = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\psi \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

$$v = \begin{bmatrix} v_{Fx}^d \\ v_{Fy}^d \\ \omega_F^d \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

$$F(\chi) = \begin{bmatrix} e_y \omega_L + \gamma_1 \\ -e_x \omega_L + \gamma_2 \\ e_\psi \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

$$G(\chi) = \begin{bmatrix} -ce_\psi & se_\psi & 0 \\ -se_\psi & -ce_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

con

$$\gamma_1 = v_{Lx} - \omega_L \lambda_y^d \quad (2.70)$$

$$\gamma_2 = v_{Ly} + \omega_L \lambda_x^d \quad (2.71)$$

Es posible observar que la matriz  $G(\chi)$  es siempre de rango completo. Entonces la ley de control linealizante toma la forma

$$v = G^{-1}(\chi)(-F(\chi) + \nu_2) \quad (2.72)$$

y la nueva entrada de control  $\nu_2$  puede elegirse como

$$\nu_2 = -k_f \chi \quad (2.73)$$

que asegura que, para una matriz  $k_f$  adecuada, el sistema en lazo cerrado

$$\dot{\chi} = -k_f \chi \quad (2.74)$$

sea asintóticamente estable.

Del análisis anterior se obtiene la velocidad deseada  $v$  a ser alimentada como entrada del control de seguimiento de trayectoria del UAV seguidor. Por otra parte, la posición deseada está dada por la formación deseada, la cual se obtiene de (2.47), (2.48) como

$$x_F^d = x_L + \lambda_x^d \cos(\psi_L^d) - \lambda_y^d \sin(\psi_L^d) \quad (2.75)$$

$$y_F^d = y_L + \lambda_x^d \sin(\psi_L^d) + \lambda_y^d \cos(\psi_L^d) \quad (2.76)$$

### 2.3.3. Modos deslizantes

Se desea emplear la técnica de control por modos deslizantes para contar con un controlador robusto que resuelva el problema de formación, para esto se considera nuevamente el sistema (2.65)

$$\dot{\chi} = F(\chi) + G(\chi)v \quad (2.77)$$

#### 2.3.3.1. Modo deslizante de primer orden

Se define la función de conmutación

$$\sigma = \chi + k_f \int \chi dt \quad (2.78)$$

donde  $k_f$  es una matriz equivalente a la empleada en la linealización exacta. Se requiere que el sistema permanezca en la superficie definida por  $\sigma = 0$ , para lo cual es necesario que su dinámica sea nula, es decir,  $\dot{\sigma} = 0$ . A partir de (2.77), se tiene entonces que

$$\dot{\sigma} = \dot{\chi} + k_f \chi = F(\chi) + G(\chi)v_{eq} + k_f \chi = 0 \quad (2.79)$$

En el caso ideal, sin perturbaciones ni incertidumbres, el siguiente control equivalente  $v_{eq}$  asegura la permanencia de la dinámica de  $\chi$  en  $\sigma = 0$

$$v_{eq} = G^{-1}(\chi)(-F(\chi) - k_f \chi) \quad (2.80)$$

que coincide con el control por linealización exacta (2.72). Para llevar el sistema a la superficie  $\sigma = 0$  y agregar robustez es necesario aumentar la región de atracción, tal como se describió en la subsección (2.2.3). Más precisamente, se hace la asignación

$$\dot{\sigma} = \dot{\chi} + k_f \chi = F(\chi) + G(\chi)v + k_f \chi = -L \text{Sign}(\sigma) \quad (2.81)$$

donde  $L$  es un parámetro de control constante positivo. Entonces, a partir de (2.81) se obtiene el control discontinuo

$$v = G^{-1}(\chi)(-F(\chi) - k_f\chi - LSgn(\sigma)) \quad (2.82)$$

Para analizar la estabilidad del sistema en lazo cerrado ante perturbaciones e incertidumbres acotadas  $\Delta F(\chi)$ , se considera el modelo perturbado

$$\dot{\chi} = F(\chi) + \Delta F(\chi) + G(\chi)v \quad (2.83)$$

donde  $\|\Delta F(\chi)\| \leq \nu_1$  con  $\nu_1$  una constante positiva, y la función candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2}\sigma^T\sigma \quad (2.84)$$

derivando  $V$  con respecto al tiempo se tiene que

$$\dot{V} = \sigma^T\dot{\sigma} = \sigma^T(\dot{\chi} + k_f\chi) \quad (2.85)$$

o bien

$$\dot{V} = \sigma^T(F(\chi) + \Delta F(\chi) + G(\chi)v + k_f\chi) \quad (2.86)$$

Al sustituir (2.82) en la expresión anterior se obtiene

$$\dot{V} = \sigma^T(\Delta F(\chi) - LSgn(\sigma)) \quad (2.87)$$

de donde

$$\dot{V} \leq \|\sigma\| \|\Delta F(\chi)\| - L\|\sigma\| \quad (2.88)$$

Así que al escoger  $L$  tal que  $L > \|\Delta F(\chi)\|$ , se asegura que  $\dot{V}$  es definida negativa. Por lo tanto el sistema alcanzará y se mantendrá en la superficie  $\sigma = 0$  en un tiempo finito.

### 2.3.3.2. Modo deslizante de segundo orden

Es posible conseguir robustez contra perturbaciones con cierto grado de suavidad empleando modos deslizantes de alto orden [23]. Es por esto que se considera el uso de un control por modos deslizantes de segundo orden para el problema de formación. En este caso se selecciona la función de conmutación con grado relativo igual a dos, es decir

$$\sigma = \int \chi dt \quad (2.89)$$

Derivando dos veces con respecto al tiempo (2.89) se tiene

$$\ddot{\sigma} = \dot{\chi} = F(\chi) + G(\chi)v \quad (2.90)$$

donde ahora la entrada de control  $v$  se escoge como

$$v = v_{eq} + v_{dis} \quad (2.91)$$

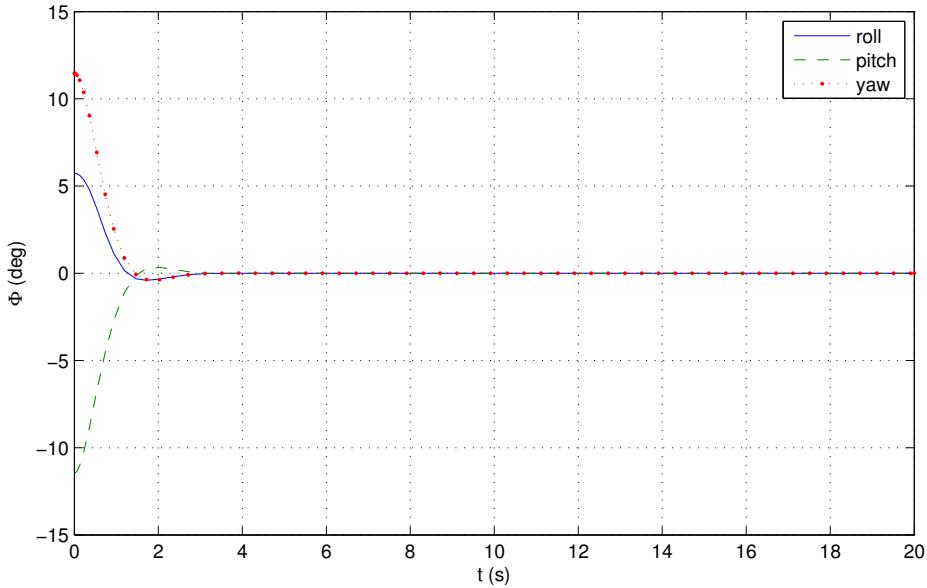


Figura 2.7: Control de orientación

con  $v_{eq}$  siendo el control equivalente que asegura que  $\sigma = 0$ , es decir

$$v_{eq} = G^{-1}(\chi)(-F(\chi)) \quad (2.92)$$

$v_{dis}$  es el control discontinuo que se obtiene por medio del algoritmo de torsión (en inglés twisting algorithm) [23] y está dado por

$$v_{dis} = -L_1 Sgn(\sigma) - L_2 Sgn(\dot{\sigma}) \quad (2.93)$$

con  $L_2 > ||\Delta F(\chi)||$  y  $L_1 > L_2 + ||\Delta F(\chi)||$  para garantizar la convergencia a  $\sigma = 0$  en tiempo finito (véase [23], pag. 927).

## 2.4. Simulaciones

En lo sucesivo se presenta la validación de las estrategias de control antes descritas, mediante simulaciones numéricas con ayuda de MATLAB/Simulink. En la tabla 2.1 se muestran los parámetros utilizados durante todas las simulaciones. Estos parámetros se obtienen a partir de los prototipos construidos como parte de la plataforma experimental que se describe en el próximo capítulo;  $m$ ,  $g$  y  $l$  son medidos fácilmente,  $k_m$  y  $b$  son calculados experimentalmente, mientras que la matriz de inercia  $J$  se approximó con ayuda del software de diseño CATIA y se expresa en la ecuación (2.94). Finalmente las ganancias del controlador de orientación  $k_{po}$  y  $k_{do}$

$m[K_g]$	$g[\frac{K_g m}{s^2}]$	$k_m$	$l[m]$	$b$	$k_{po}$	$k_{do}$
0.45	9.81	$91.209e^{-6}$	0.168	0.1	2	1.2

Tabla 2.1: Parámetros de simulación

$k_{dp}$	$k_{pp}$	$k_{ip}$
$[0,25 \ 0,25 \ 5]^T$	$[0,09 \ 0,1 \ 5]^T$	$0,0001[1 \ 1 \ 1]^T$
$k_{dt}$	$k_{pt}$	
3	3	
$k_1$	$k_2$	$L_\xi$
3	3	0,02

Tabla 2.2: Parámetros de control de seguimiento de trayectorias

se eligen para obtener una respuesta rápida.

$$J = \begin{bmatrix} 0,004 & -0,001 & 0,177e^{-3} \\ -0,001 & 0,005 & -0,222e^{-3} \\ 0,177e^{-3} & -0,222e^{-3} & 0,003 \end{bmatrix} \quad (2.94)$$

Se analiza antes que nada el desempeño del control lineal tipo PD de estabilización de la orientación. En la figura 2.7 se expone el desempeño de dicho controlador, se observa que la posición angular es apropiadamente estabilizada partiendo de condiciones iniciales arbitrarias.

Se verifico después el desempeño de los diferentes controles de seguimiento de trayectorias. Se contemplan dos experimentos, una regulación a un punto específico partiendo de condiciones iniciales cualquiera y el seguimiento de una trayectoria circular de un metro de radio y un periodo de 20 segundos. Finalmente se evaluó la formación entre un líder que sigue la trayectoria circular antes descrita y un seguidor.

#### 2.4.1. Regulación de la posición

Se desea llevar la posición del helicóptero de una posición inicial cualquiera hacia la posición deseada  $\xi_d = [2 \ -1,5 \ 1]$ . La tabla 2.2 muestra los parámetros seleccionados para los tres controladores analizados.

Se analiza primero el desempeño del control lineal independiente del modelo tipo PID que se muestra en las figuras 2.8-2.10. En la primera (fig. 2.8) se observa el desenvolvimiento de la orientación, que después de un transitorio de cerca de diez segundos es estabilizada, puede apreciarse que el transitorio es mucho mas prolongado que el observado cuando sólo se deseaba estabilizar la orientación (fig. 2.7) lo que se explica por el hecho de que el control de posición PID que actúa en paralelo con el de orientación tiende a perturbar dicha orientación. La segunda figura (fig.

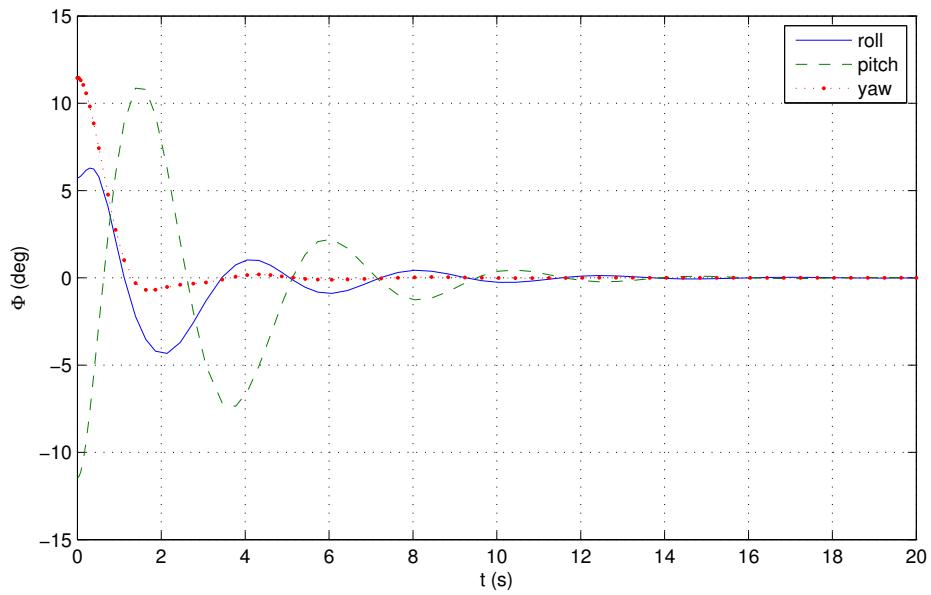


Figura 2.8: Regulación con control de posición tipo PID: orientación.

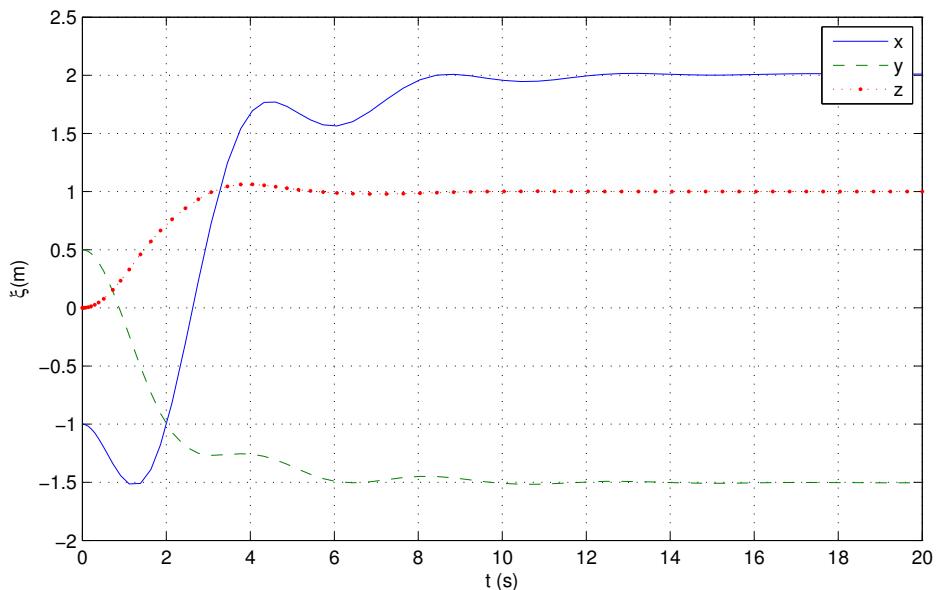


Figura 2.9: Regulación con control de posición tipo PID: posición.

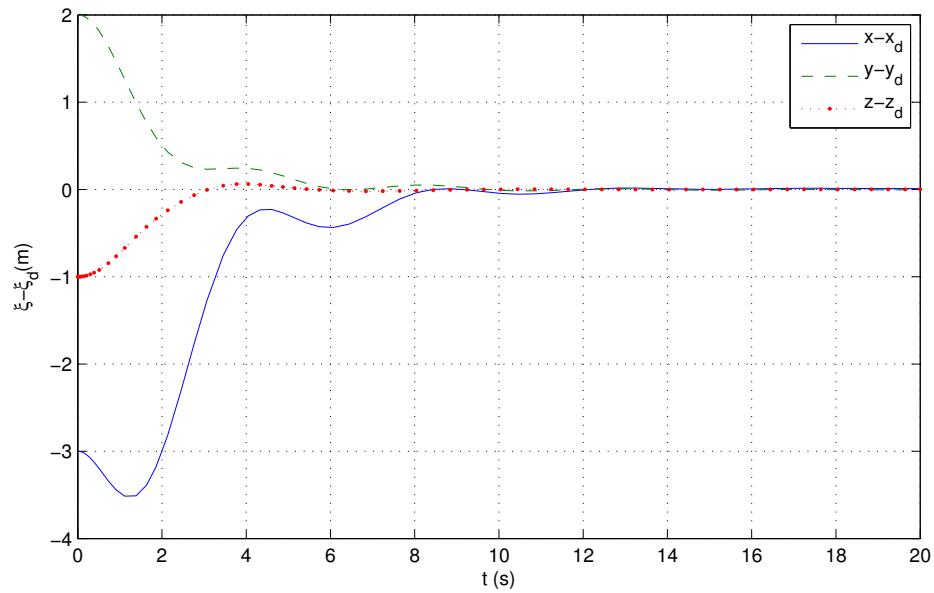


Figura 2.10: Regulación con control de posición tipo PID: error de posición.

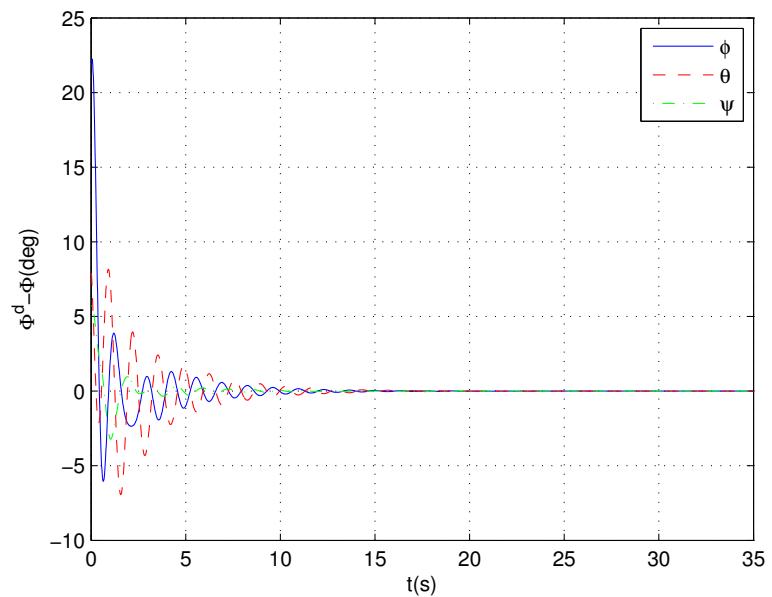


Figura 2.11: Regulación con control de posición por linealización exacta: error de orientación.

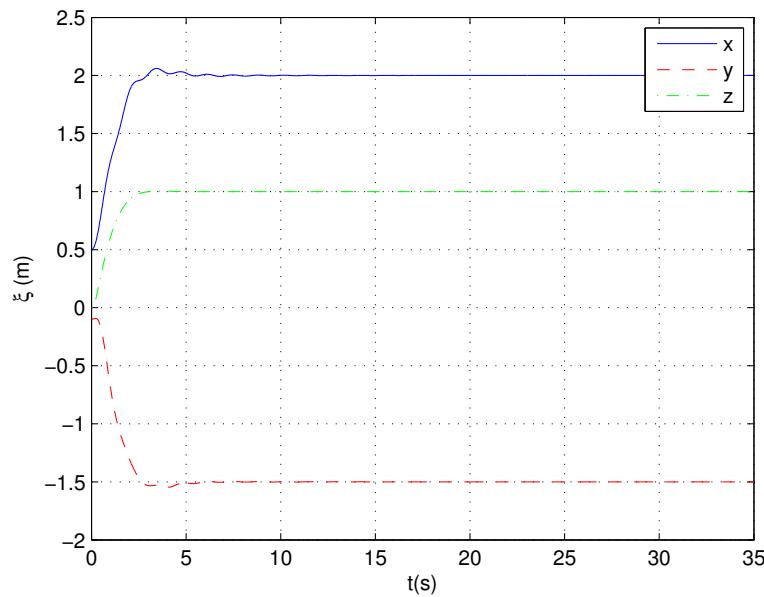


Figura 2.12: Regulación con control de posición por linealización exacta: posición.

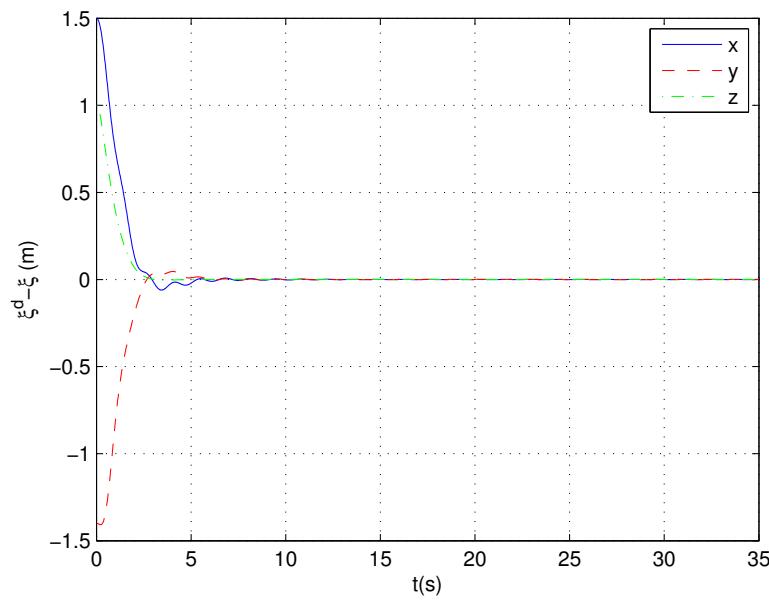


Figura 2.13: Regulación con control de posición por linealización exacta: error de posición.

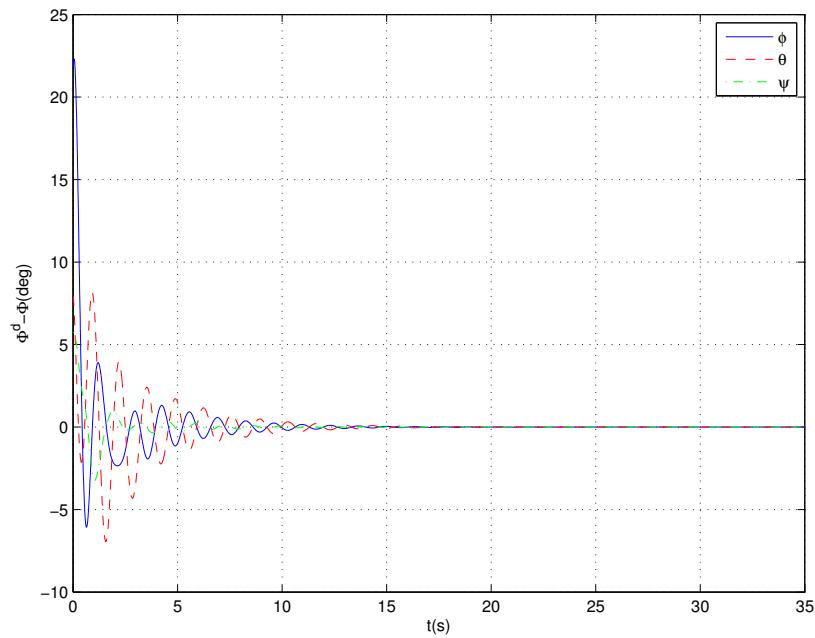


Figura 2.14: Regulación con control de posición por modos deslizantes: error de orientación.

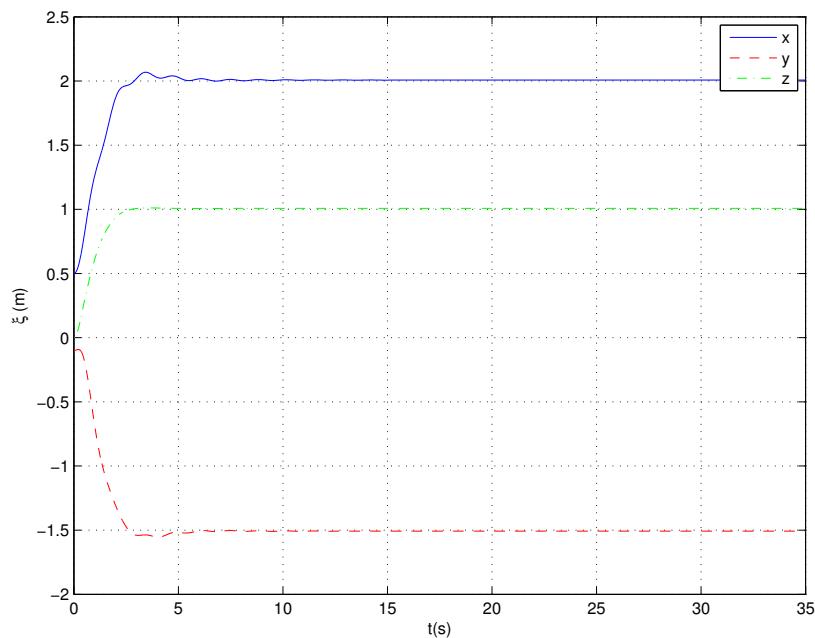


Figura 2.15: Regulación con control de posición por modos deslizantes: posición.

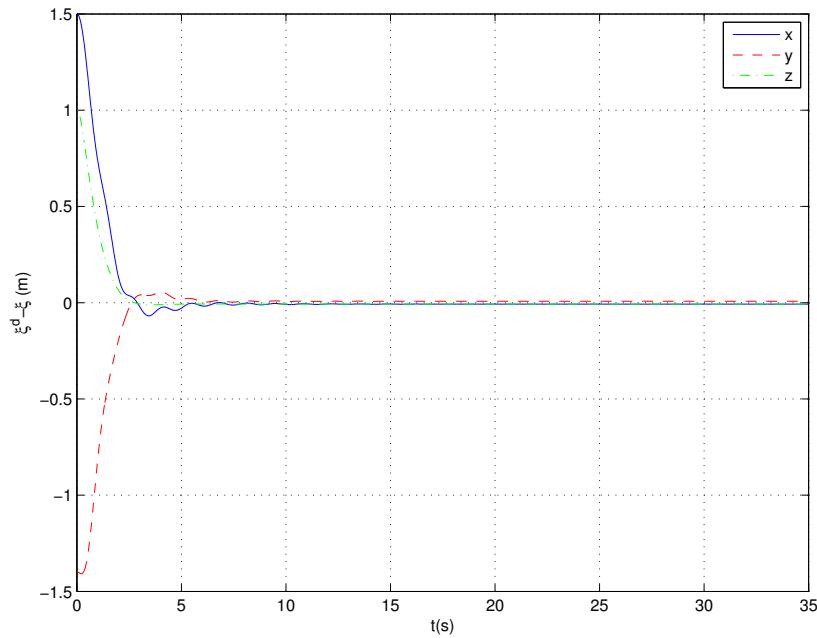


Figura 2.16: Regulación con control de posición por modos deslizantes: error de posición.

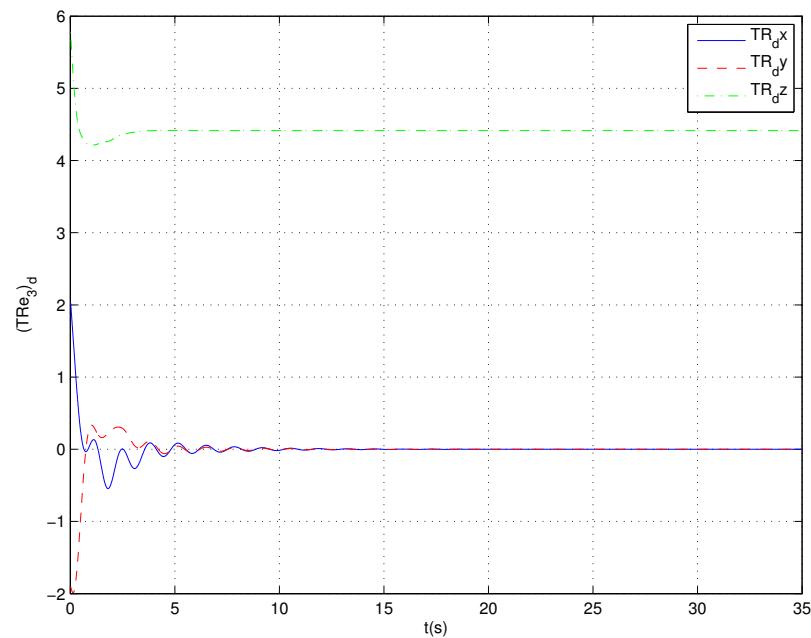


Figura 2.17: Regulación con control de posición por modos deslizantes: entrada de control.

2.9) muestra la posición que es adecuadamente llevada al valor deseado. El tercer diagrama (fig. 2.10) enseña el error de posición comprobando que esta estrategia de control, aunque muy sencilla, es adecuada para resolver el problema de regulación a una posición deseada, mientras el tiempo de estabilización no sea un problema.

Las figuras 2.11-2.13 representan los resultados obtenidos en la simulación de la regulación de posición del control por linealización exacta en cascada con el control de orientación. El error de orientación (fig. 2.11) arriba a cero después de poco más de diez segundos, mientras que la posición (fig. 2.12) es llevada rápidamente a su valor deseado. El error de posición (fig. 2.13) pronto alcanza el valor de cero, en sólo cinco segundos, mucho antes que en el caso del control lineal visto previamente, mostrando además un mejor desempeño libre de oscilaciones y sobreimpulsos importantes.

El control de posición a un punto utilizando la acción por modos deslizantes puede observarse en las figuras 2.14-2.17. Es importante aclarar que la función signo (2.30) ha sido reemplazada, para evitar la discontinuidad en cero, por una función saturación de la siguiente manera

$$sat(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad x > 1 \\ \varsigma x & ; \quad -1 \leq x \leq 1 \\ -1 & ; \quad x < 1 \end{cases} \quad (2.95)$$

donde  $\varsigma$  es una constante positiva muy grande, en este caso,  $\varsigma = 500$ . La figura 2.14 muestra el error de orientación, la posición se presenta en la gráfica 2.15 mientras que el error de posición esta dado en la figura 2.16. Hasta aquí podemos apreciar que los resultados son muy similares a los obtenidos con el control por linealización exacta, con la diferencia de que en el caso de la acción por modos deslizantes se presenta un pequeño error en estado estacionario que depende del parámetro  $L_\xi$ . Por ultimo, se muestra la entrada de control ( $TRe_3d$ ) (fig. 2.17).

#### 2.4.2. Seguimiento de trayectoria circular

Se estudia ahora el desempeño de los tres controladores de seguimiento de trayectorias para una posición variante en el tiempo. Se desea seguir una trayectoria circular en el plano  $z = 1,5m$ , centrada en el origen, con un metro de radio y periodo de veinte segundos. Los parámetros de control utilizados son los mismos que en el caso anterior (tabla 2.2).

El comportamiento del control lineal tipo PID en paralelo con el control de orientación puede apreciarse en las figuras 2.18-2.21. Las figuras 2.18 y 2.19 muestran la orientación y posición del UAV respectivamente y el error de posición es presentado en la figura 2.20. La figura 2.21 compara la trayectoria deseada contra la obtenida en la simulación. Es posible apreciar claramente que si bien el sistema intenta seguir la trayectoria oscilando alrededor del valor deseado, los errores son muy grandes, hasta más de medio metro, por lo que esta estrategia no es apta para efectuar un buen seguimiento de trayectoria.

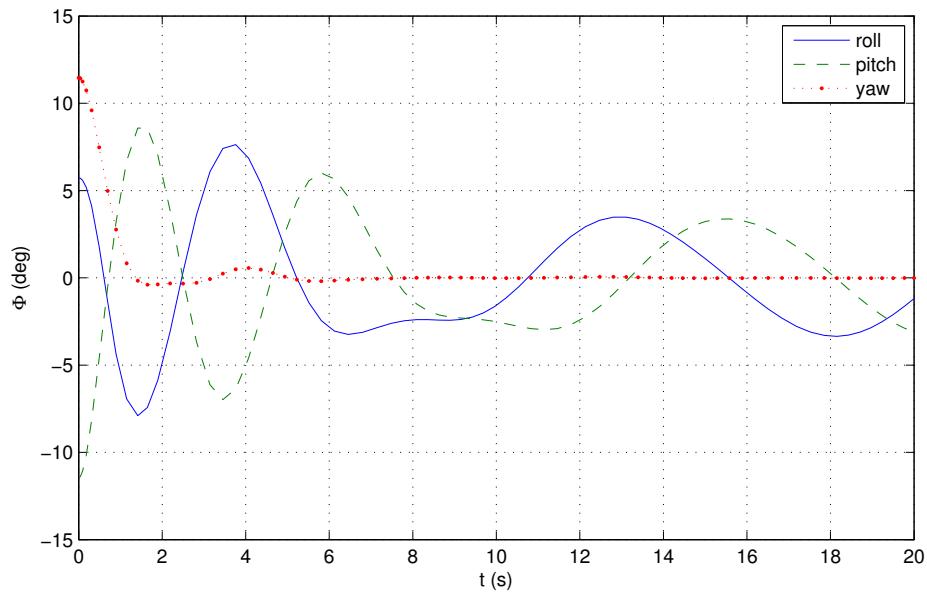


Figura 2.18: Seguimiento de trayectoria circular con control tipo PID: orientación.

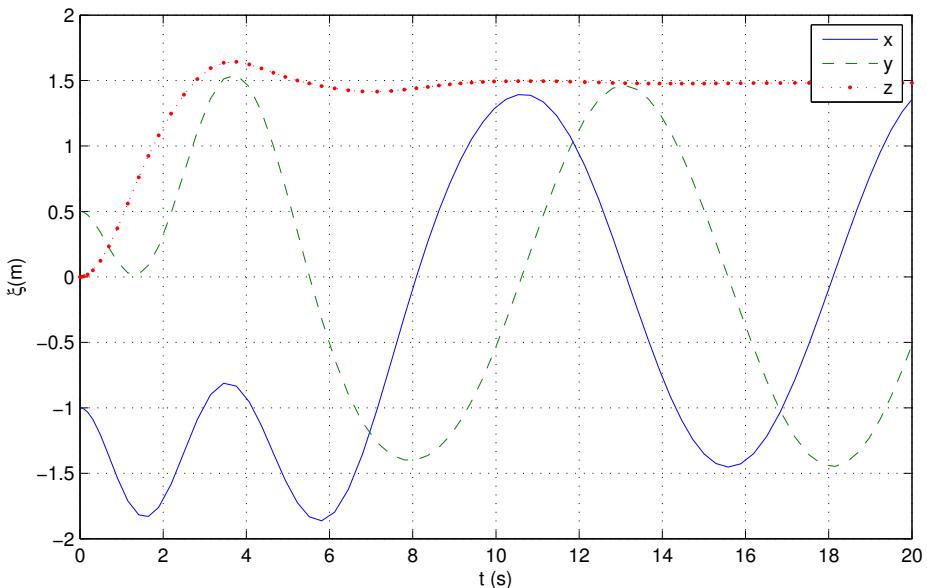


Figura 2.19: Seguimiento de trayectoria circular con control tipo PID: posición.

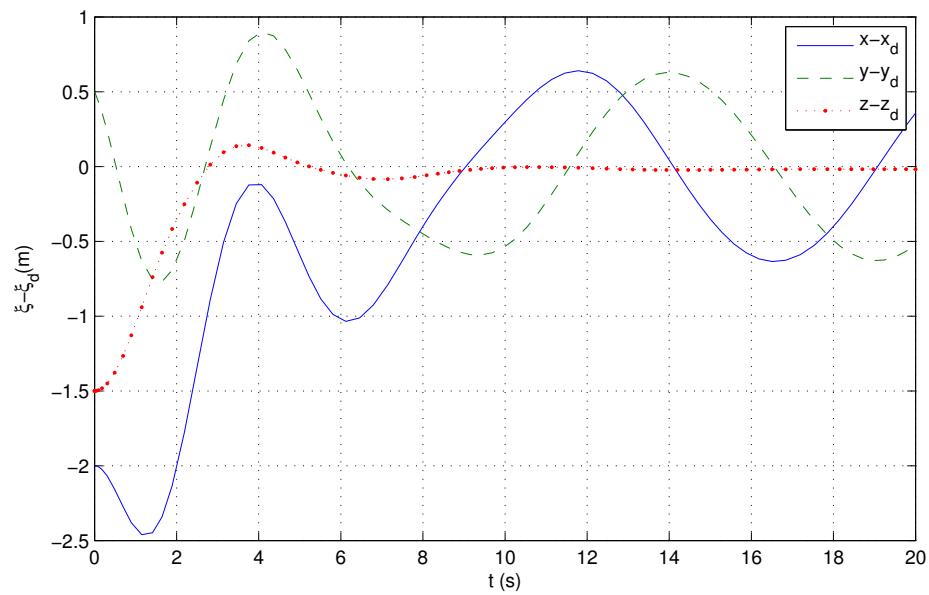


Figura 2.20: Seguimiento de trayectoria circular con control tipo PID: error de posición.

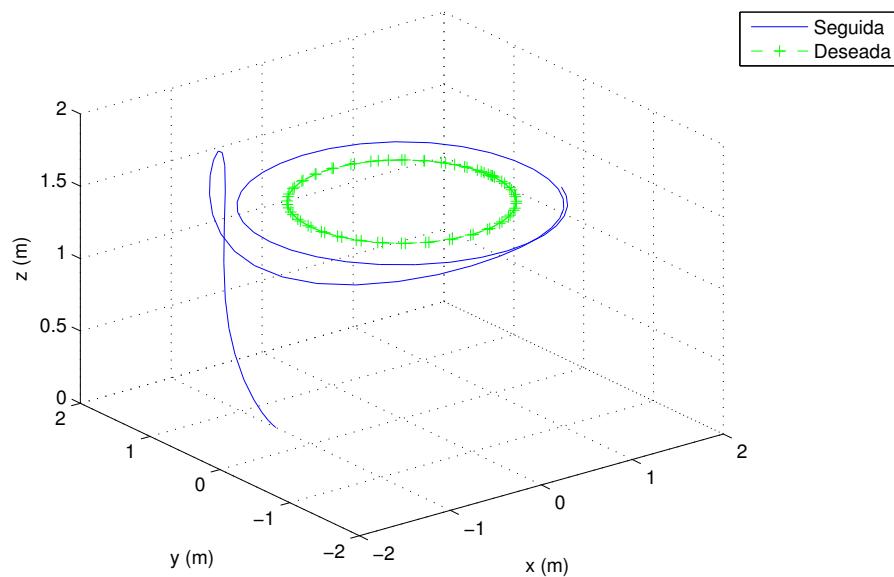


Figura 2.21: Seguimiento de trayectoria circular con control tipo PID: trayectorias.

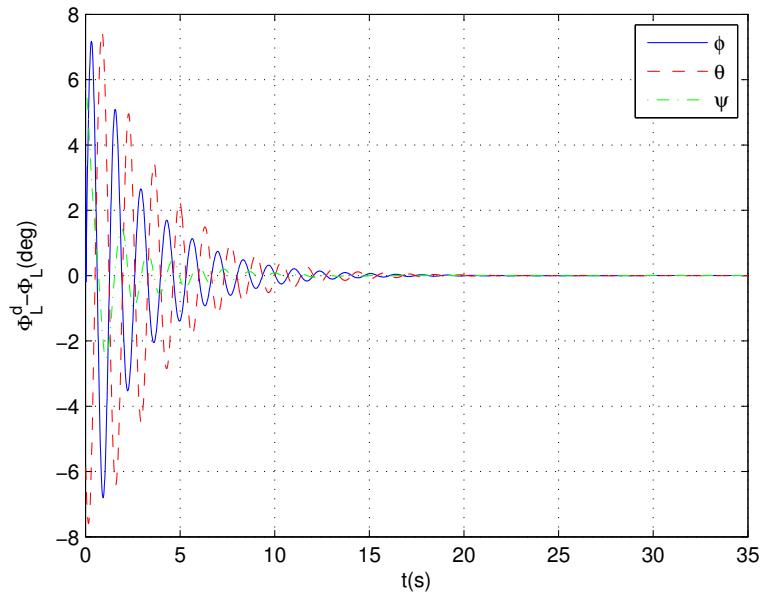


Figura 2.22: Seguimiento de trayectoria circular mediante linealización exacta: error de orientación.

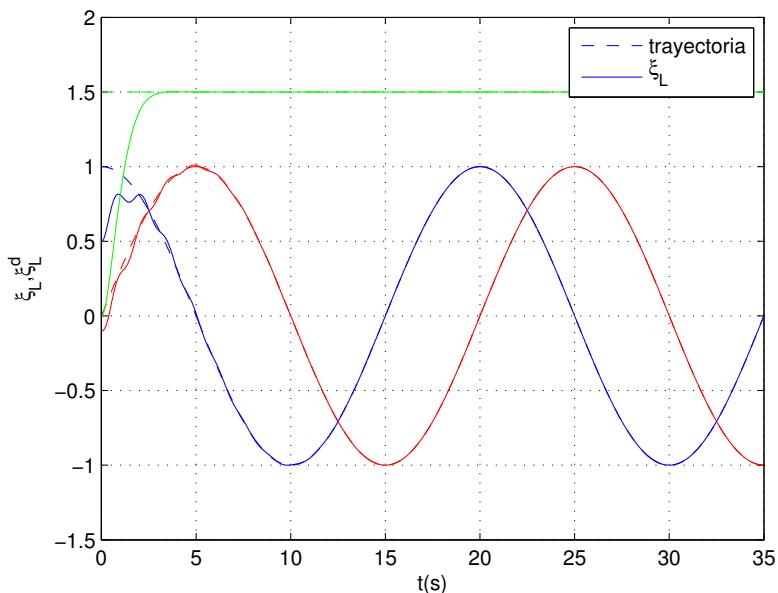


Figura 2.23: Seguimiento de trayectoria circular mediante linealización exacta: trayectoria deseada vs posición.

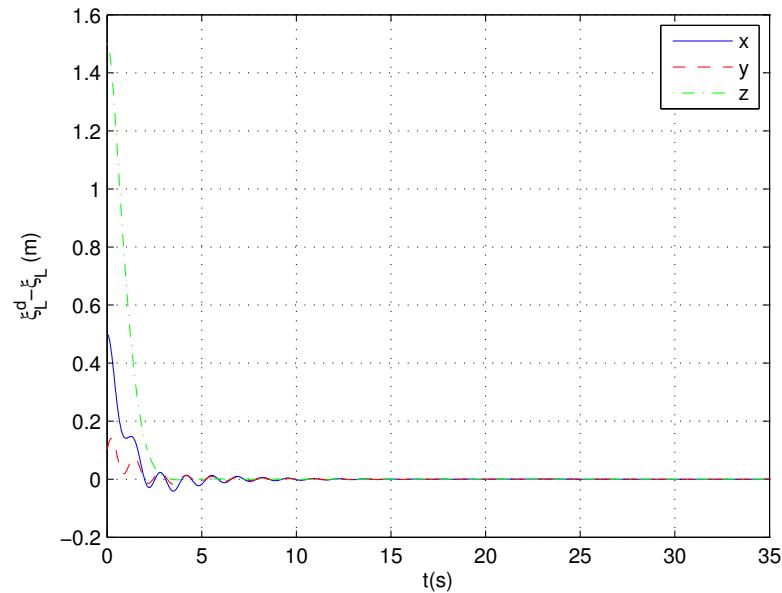


Figura 2.24: Seguimiento de trayectoria circular mediante linealización exacta: error de posición.

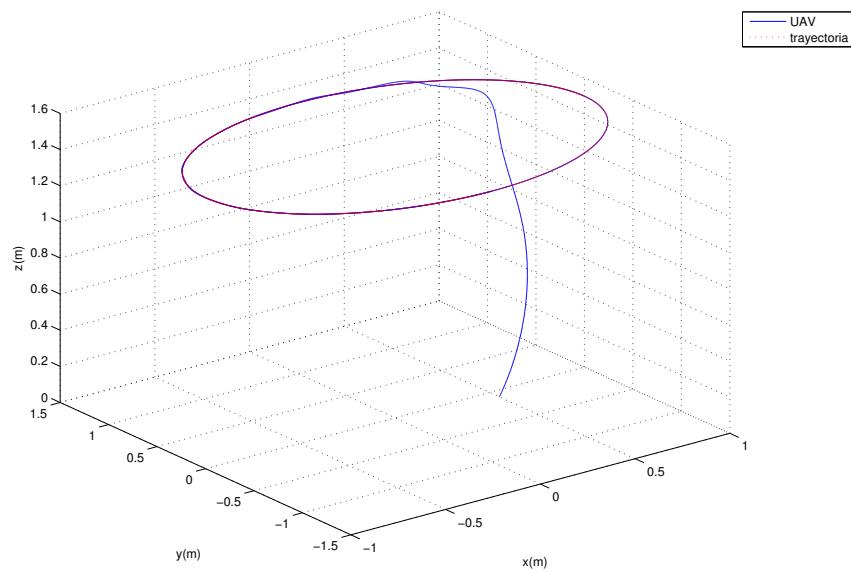


Figura 2.25: Seguimiento de trayectoria circular mediante linealización exacta: trayectoria.

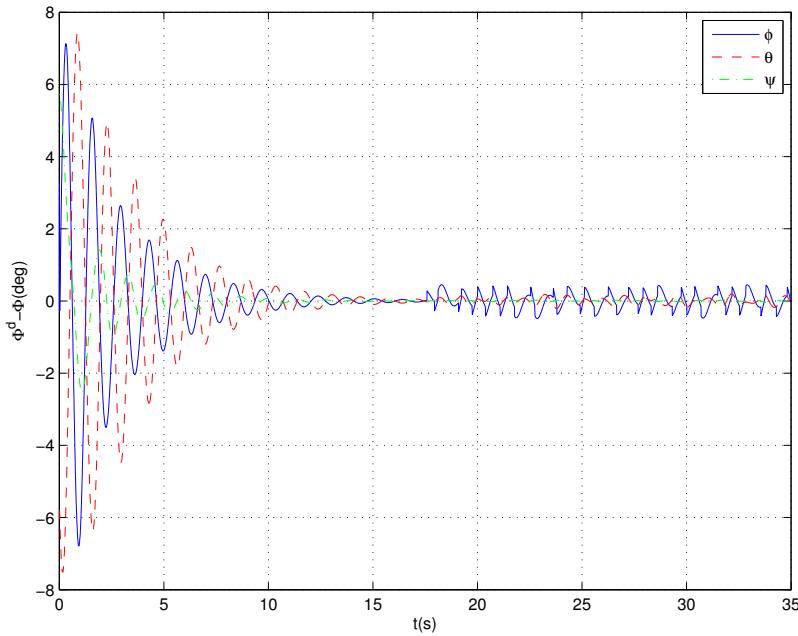


Figura 2.26: Seguimiento de trayectoria circular mediante modos deslizantes: error de orientación.

Por mucho, un mejor desempeño puede observarse mediante el control por linearización exacta a través de las figuras 2.22-2.25. Errores de posición y orientación son expuestos en fig. 2.22 y fig. 2.24 donde se distingue como dichos errores desaparecen después de cierto tiempo. La posición deseada y la simulada se exponen en el diagrama 2.23 en función del tiempo, mientras que en el diagrama 2.25 aparecen las trayectorias deseada y obtenida en el espacio tridimensional. Es claro que esta estrategia de control cumple a la perfección el objetivo de seguimiento de trayectorias, al menos en simulación.

Para exponer el accionar del control por modos deslizantes se emplean las figuras 2.26-2.30. De igual manera que el caso anterior, se presentan el error de orientación (fig. 2.26), error de posición (fig. 2.28), la posición (fig. 2.27) y la trayectoria en el espacio (fig. 2.30), y se agrega la entrada de control ( $TRe_3)_d$  (2.29). Es posible observar que la posición oscila en una vecindad pequeña alrededor de la trayectoria deseada y el desempeño de esta ley de control es bastante aceptable.

### 2.4.3. Control de formación

Para verificar el control de formación se contemplan tres escenarios que serán comparados. Por un lado, un quadri-rotor líder sigue una trayectoria circular, igual a la utilizada en la subsección anterior, aplicando un control de seguimiento de

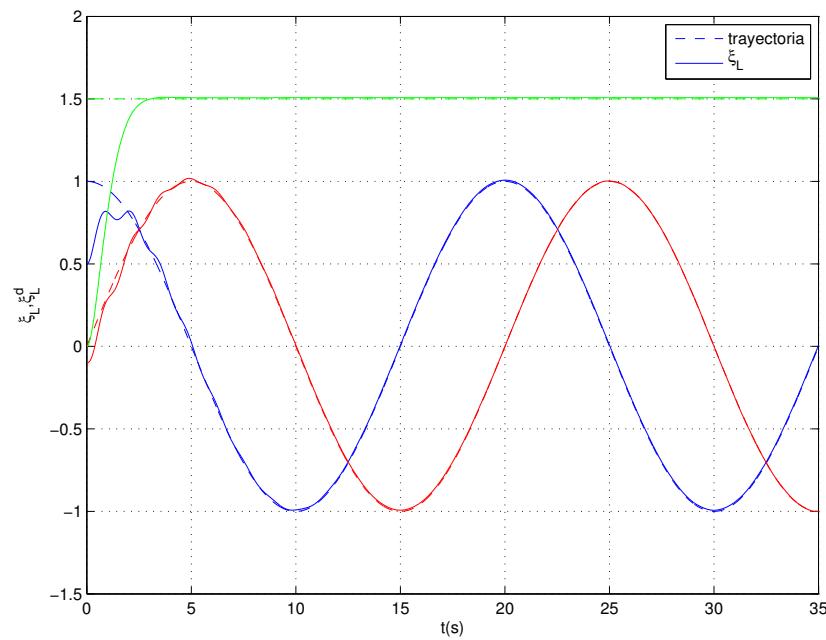


Figura 2.27: Seguimiento de trayectoria circular mediante mediante modos deslizantes: trayectoria deseada vs posición.

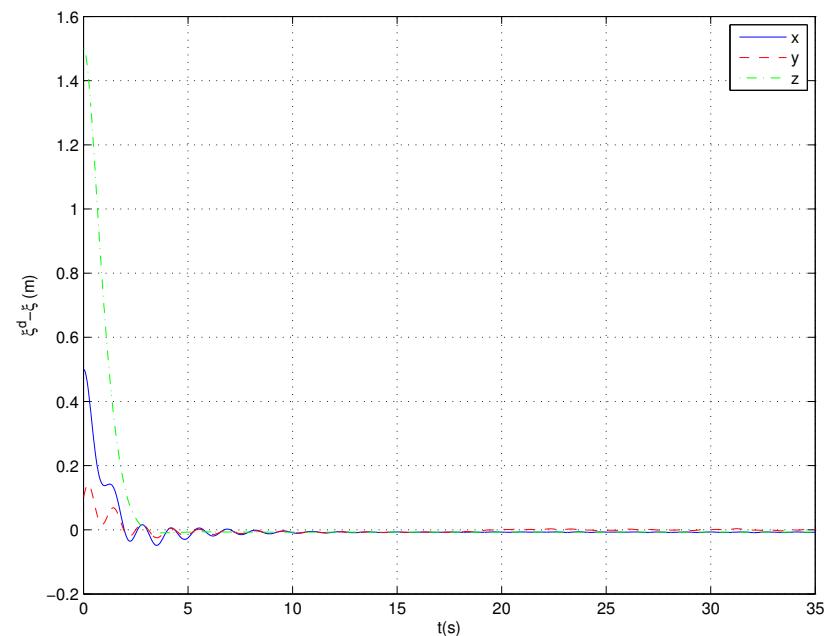


Figura 2.28: Seguimiento de trayectoria circular mediante mediante modos deslizantes: error de posición.

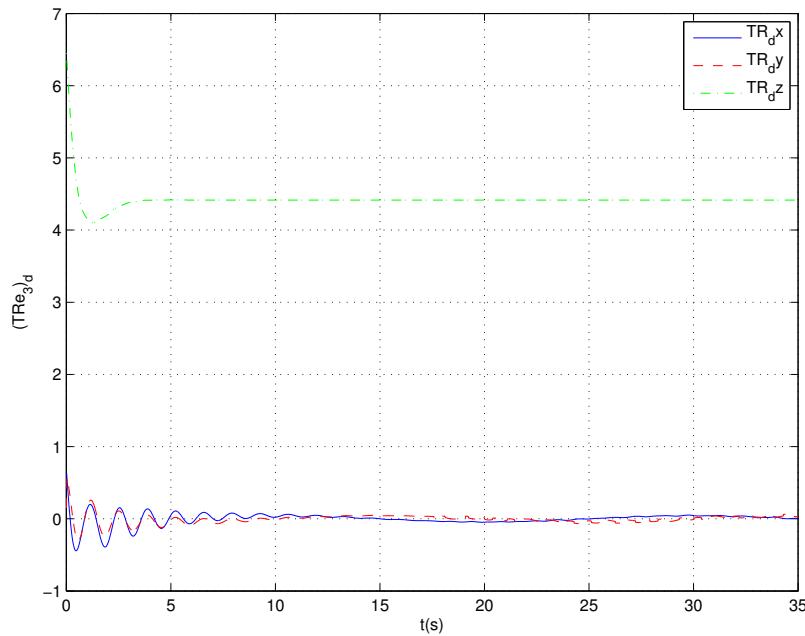


Figura 2.29: Seguimiento de trayectoria circular mediante modos deslizantes: entrada de control.

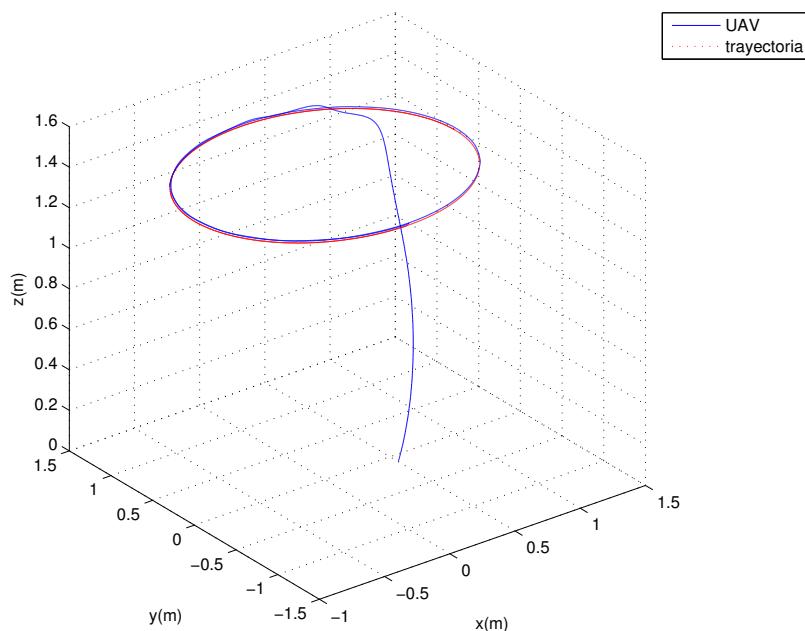


Figura 2.30: Seguimiento de trayectoria circular mediante modos deslizantes: trayectoria.

$\lambda$	$\varphi$	
2	$\frac{5}{4}\pi$	
$L$	$L_1$	$L_2$
0,01	0,02	0,01
$k_{dtf}$	$k_{ptf}$	$k_f$
1,5	2	0,2
$k_{1f}$	$k_{2f}$	$L_\xi$
1,5	2	0,05

Tabla 2.3: Formación deseada y parámetros de control de formación.

trayectorias por linealización exacta, mientras que un segundo quadri-rotor actúa como seguidor y trata de mantener una cierta formación en el plano horizontal con respecto al líder, empleando un control de formación por linealización exacta que a su vez alimenta la velocidad y posición deseada del seguidor a otro control de seguimiento de trayectorias por linealización exacta para el seguidor. Por otro lado, un robot aéreo líder sigue la misma trayectoria circular, pero esta vez empleando un control por modos deslizantes, asimismo, un robot aéreo seguidor trata de mantener cierta posición deseada en el plano horizontal respecto al líder por medio de uno de los dos controles de formación por modos deslizantes, de primer y segundo orden, que a su vez alimentan la velocidad y posición deseadas del seguidor a su respectivo control de seguimiento de trayectorias por modos deslizantes.

Los parámetros empleados por los líderes para seguimiento de trayectorias son los mismos empleados anteriormente (tabla 2.2), mientras que el ángulo  $\varphi$  y la distancia  $\lambda$  que definen la formación deseada, así como los parámetros de control de formación:  $k_f$  para la linealización exacta,  $L$  para el modo deslizante de primer orden y  $L_1, L_2$  para el modo deslizante de segundo orden; son presentados en la tabla 2.3, donde además aparecen los parámetros de control de seguimiento de trayectorias utilizados en el seguidor,  $k_{dtf}$  y  $k_{ptf}$  para linealización exacta y  $k_{1f}, k_{2f}$  y  $L_\xi$  para modos deslizantes. Cabe mencionar que la selección de dichos parámetros puede resultar bastante complicada.

Las figuras 2.31-2.35 presentan los resultados obtenidos al simular la estrategia de control por linealización exacta. Las gráficas del UAV líder ya fueron presentadas en la subsección anterior, mientras que para el seguidor se exponen el error de orientación (fig. 2.31), la posición (fig. 2.32), el error de posición (fig. 2.33) y la formación en vista aérea (fig. 2.34) y en el espacio (fig. 2.35). Se observa que aunque no se elimina completamente el error en la formación, el desempeño de la estrategia es realmente bueno al conseguir oscilar en una vecindad muy pequeña alrededor de la formación deseada después de un breve transitorio.

Para el caso de los controles de formación por modos deslizantes se exhiben las figuras 2.36-2.42, para el modo deslizante de primer orden y 2.43-2.49 para el de

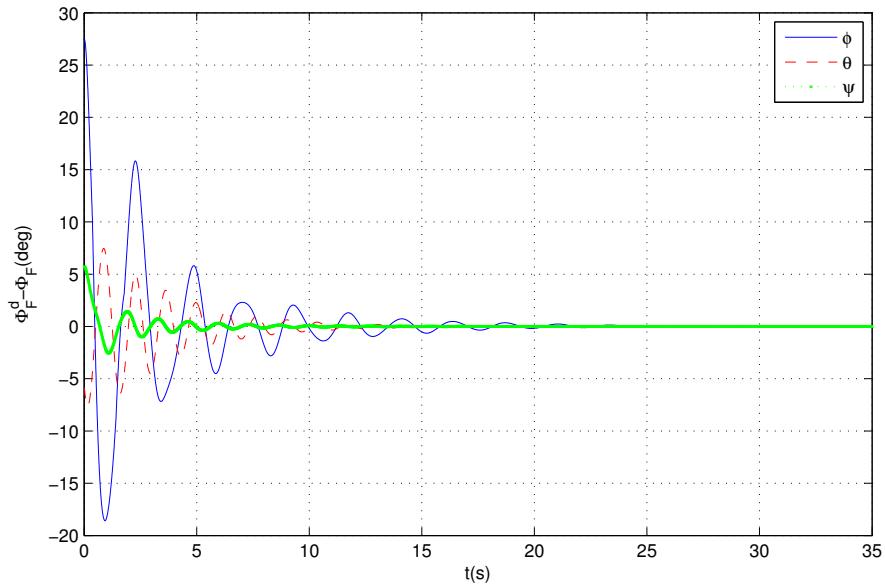


Figura 2.31: Control de formación mediante linealización exacta: error de orientación del seguidor.

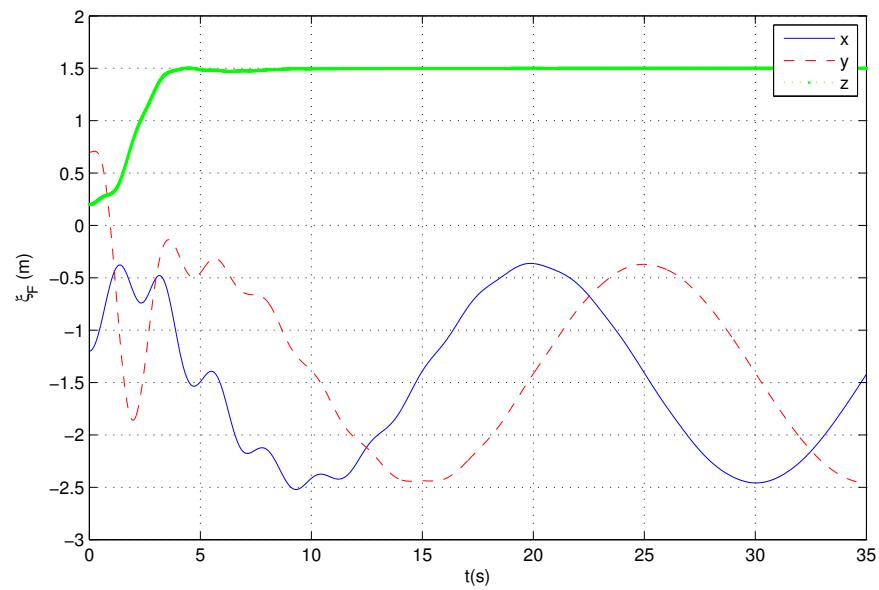


Figura 2.32: Control de formación mediante linealización exacta: posición del seguidor.

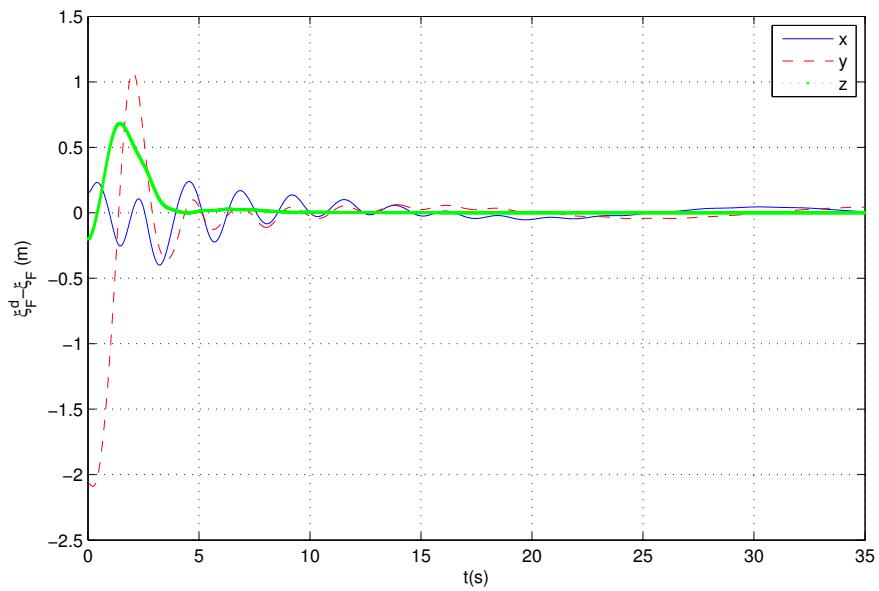


Figura 2.33: Control de formación mediante linealización exacta: error de posición del seguidor.

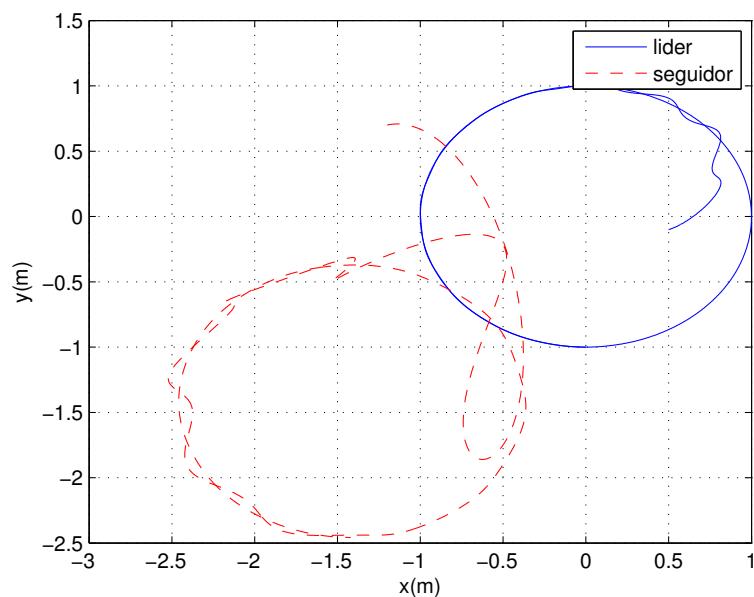


Figura 2.34: Control de formación mediante linealización exacta: formación en vista aérea.

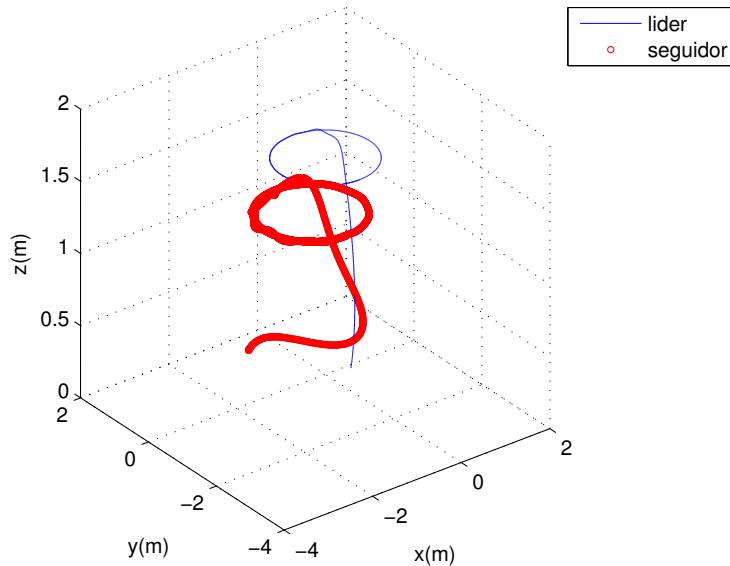


Figura 2.35: Control de formación mediante linealización exacta: formación.

segundo orden. Nuevamente se presentan error de orientación, posición, error de posición, formación en vista aérea y formación en el espacio (respectivamente figuras 2.36, 2.37, 2.38, 2.40 y 2.41 para el primer orden y 2.43, 2.44, 2.45, 2.47 y 2.48 para el segundo), además se agregan la entrada  $(TRe_3)_{df}$  del control de seguimiento de trayectoria por modos deslizantes del seguidor y la entrada  $v$  del control de formación por modos deslizantes de primer (fig. 2.39, 2.42) y segundo orden (fig. 2.46, 2.49). Una vez más se consigue oscilar en una vecindad alrededor de la trayectoria deseada, sólo que esta vez las oscilaciones son más grandes y de mayor frecuencia respecto al control de formación por linealización exacta, aún así, el desempeño es bastante aceptable para ambos. Sin embargo, la acción del modo deslizante de segundo orden es un poco más suave, lo que se refleja ligeramente en un mejor desempeño.

#### 2.4.3.1. Perturbaciones

Se analiza ahora la respuesta de los controles de formación por modos deslizantes ante la presencia de perturbaciones en la formación, tipo  $\Delta F(\chi)$ , aleatorias y acotadas, en este caso a  $\pm 0,8$ , como se muestra en la Fig. 2.50 después de 10s.

Para el control de formación de primer orden se tienen las figuras 2.51-2.57. Se presentan el error angular del seguidor (Fig. 2.51), la posición del seguidor (Fig. 2.52), el error de formación (Fig. 2.53), la entrada de control de seguimiento de

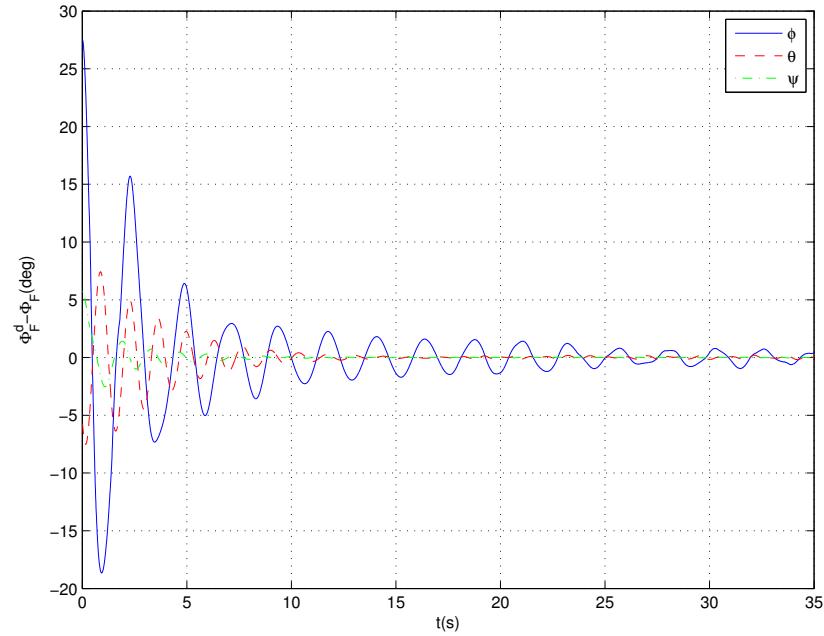


Figura 2.36: Control de formación mediante modos deslizantes: error de orientación del seguidor.

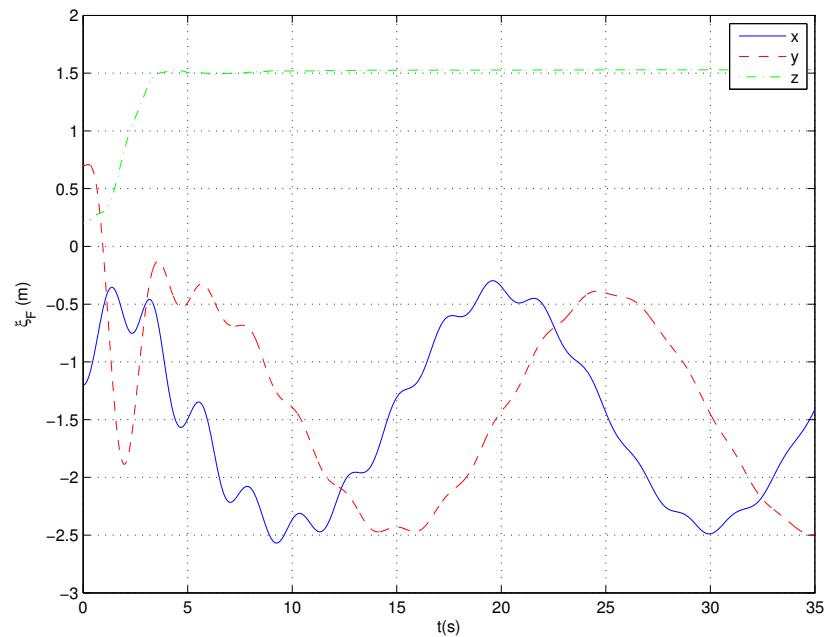


Figura 2.37: Control de formación mediante modos deslizantes: posición del seguidor.

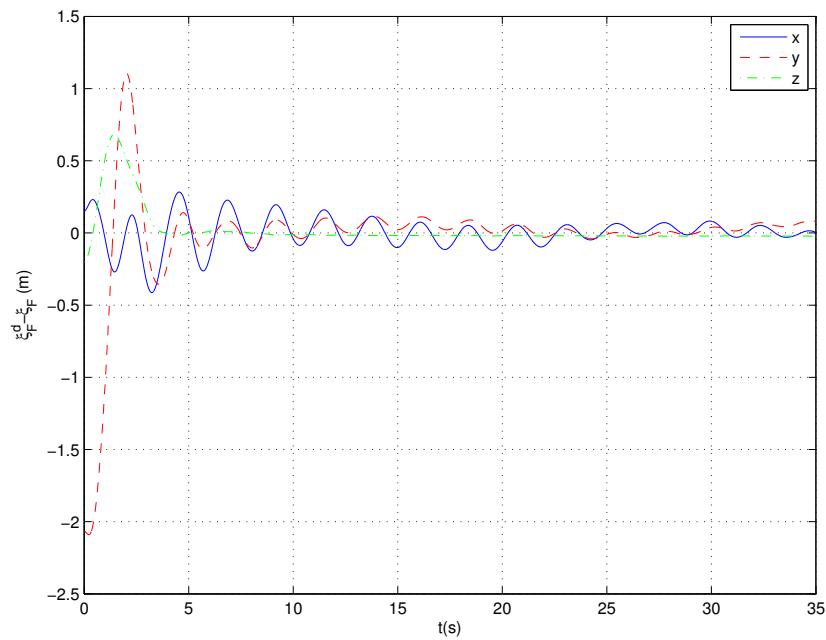


Figura 2.38: Control de formación mediante modos deslizantes: error de posición del seguidor.

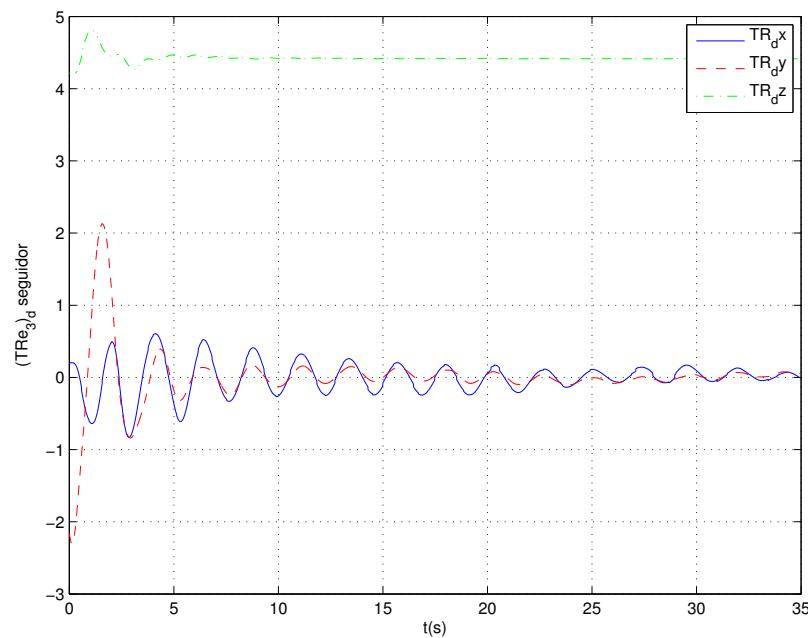


Figura 2.39: Control de formación mediante modos deslizantes: entrada de control del seguidor.

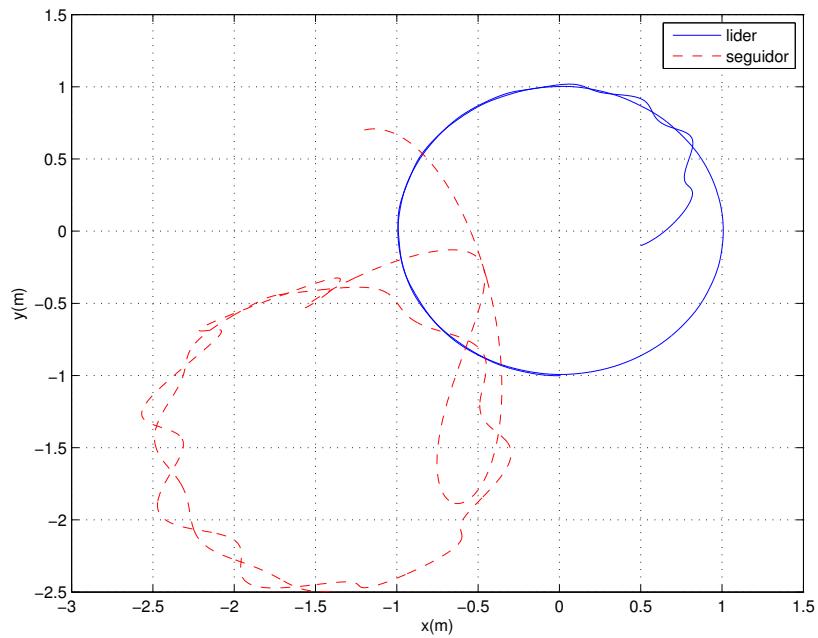


Figura 2.40: Control de formación mediante modos deslizantes: formación en vista aérea.

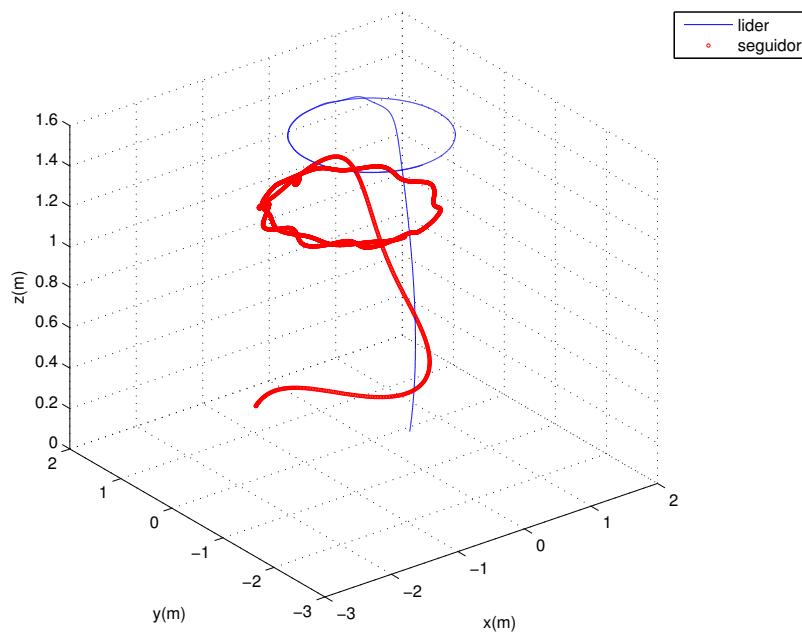


Figura 2.41: Control de formación mediante modos deslizantes: formación.

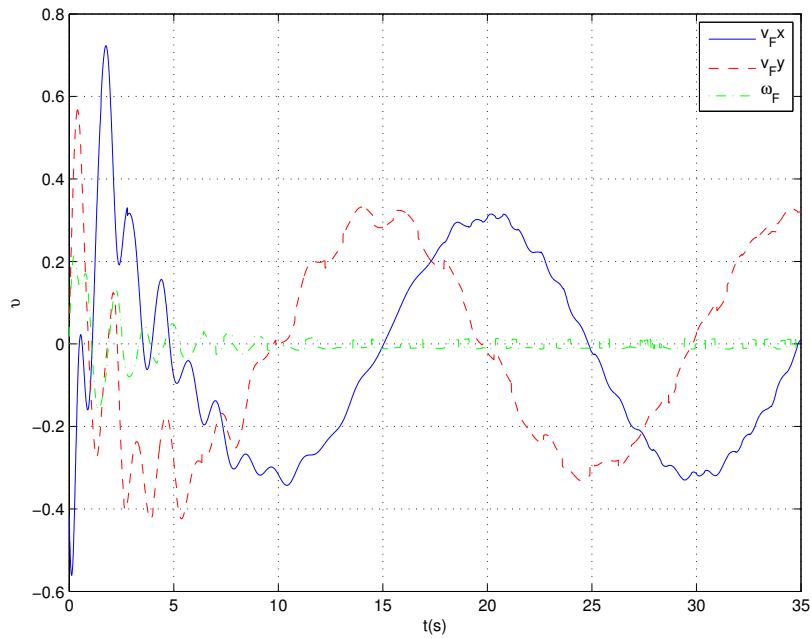


Figura 2.42: Control de formación mediante modos deslizantes: entrada de control de la formación.

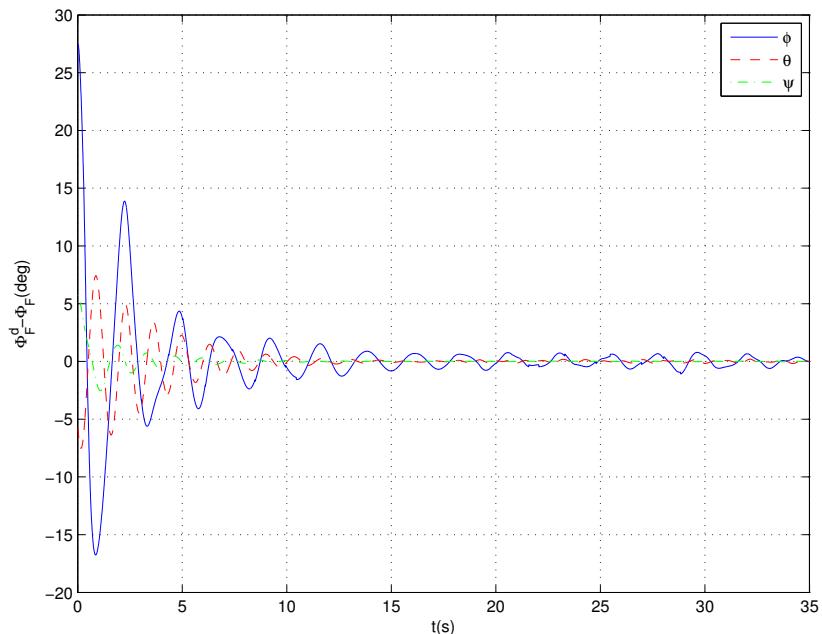


Figura 2.43: Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden: error de orientación del seguidor.

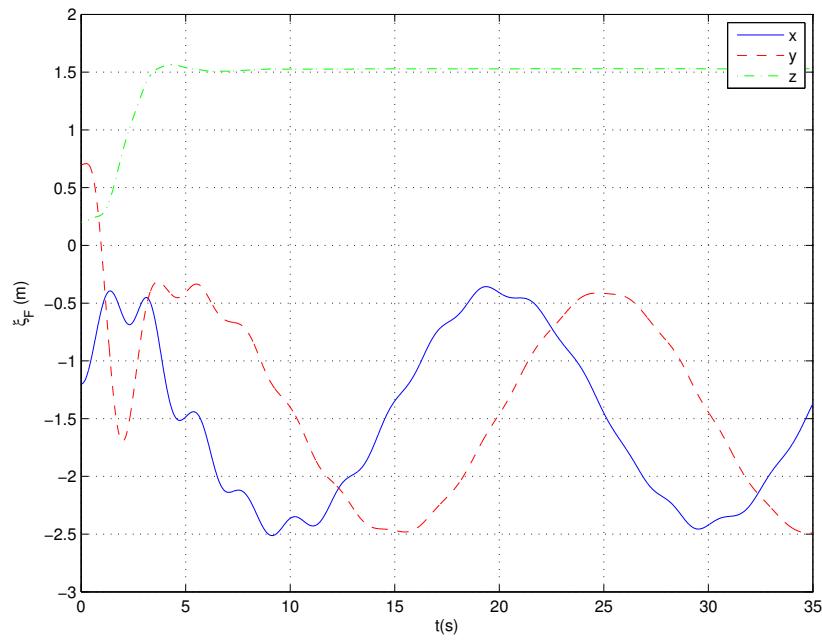


Figura 2.44: Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden: posición del seguidor.

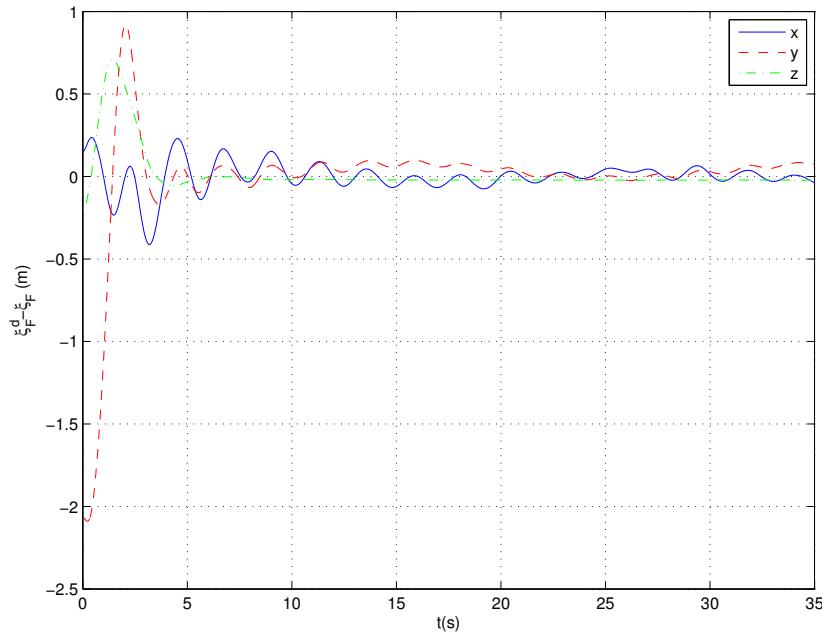


Figura 2.45: Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden: error de posición del seguidor.

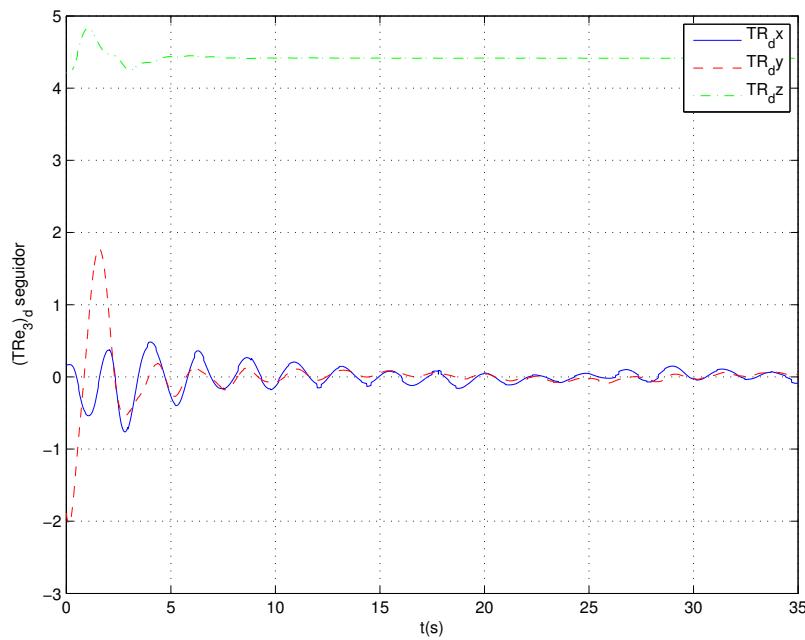


Figura 2.46: Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden: entrada de control del seguidor.

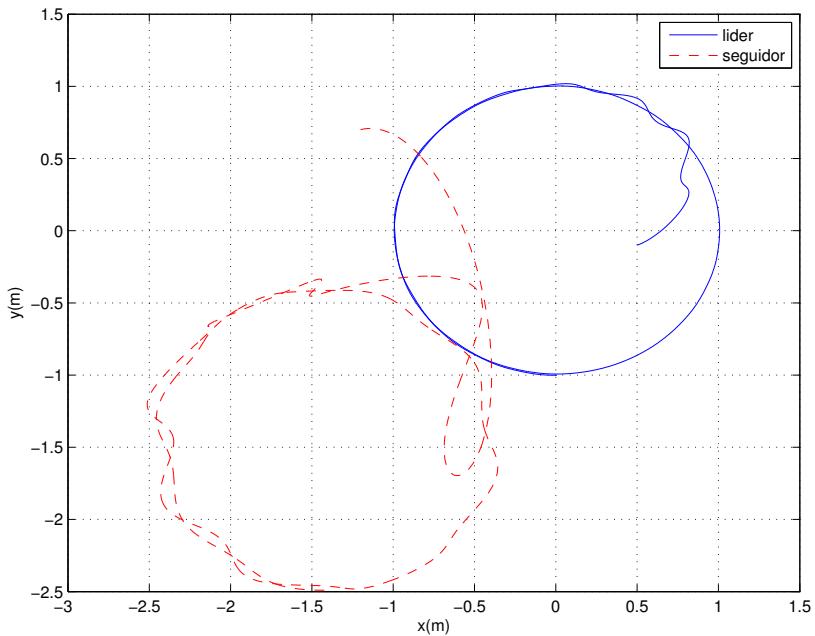


Figura 2.47: Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden: formación en vista aérea.

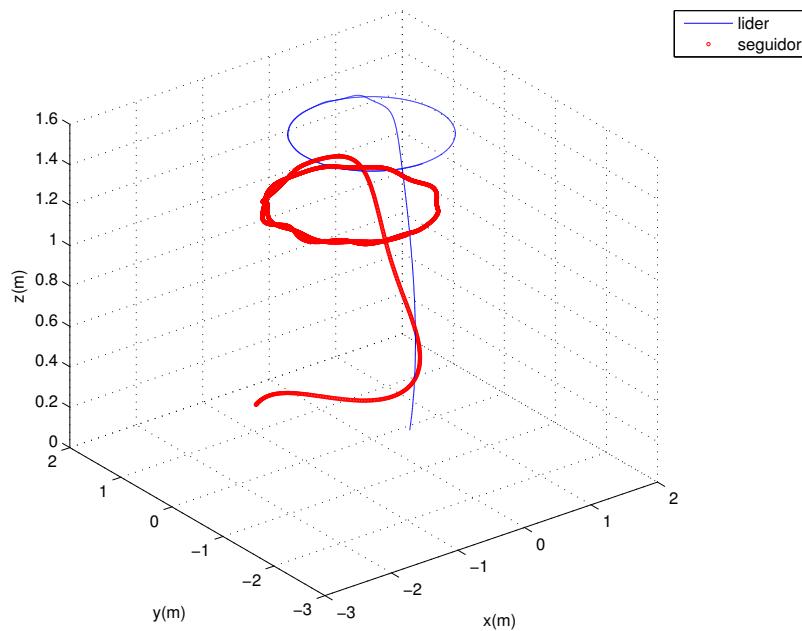


Figura 2.48: Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden: formación.

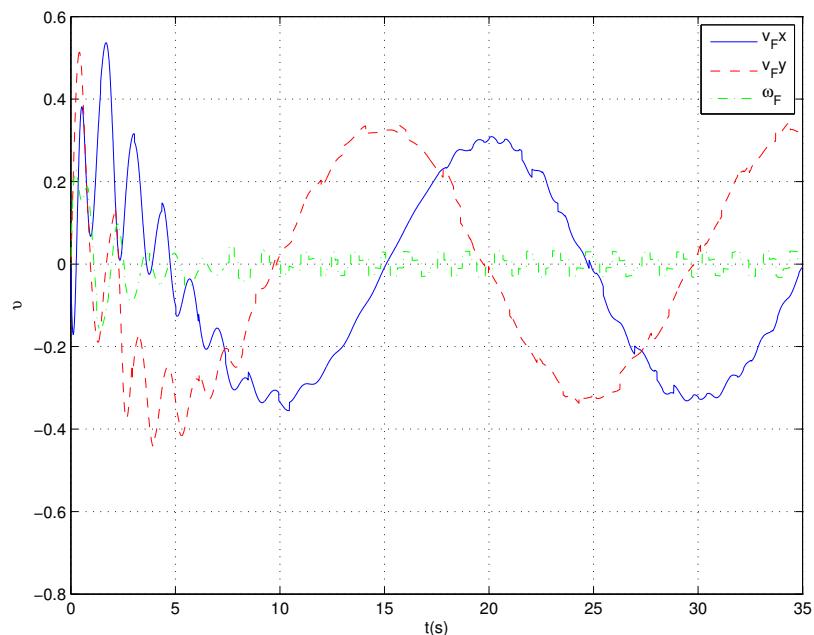


Figura 2.49: Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden: entrada de control de la formación.

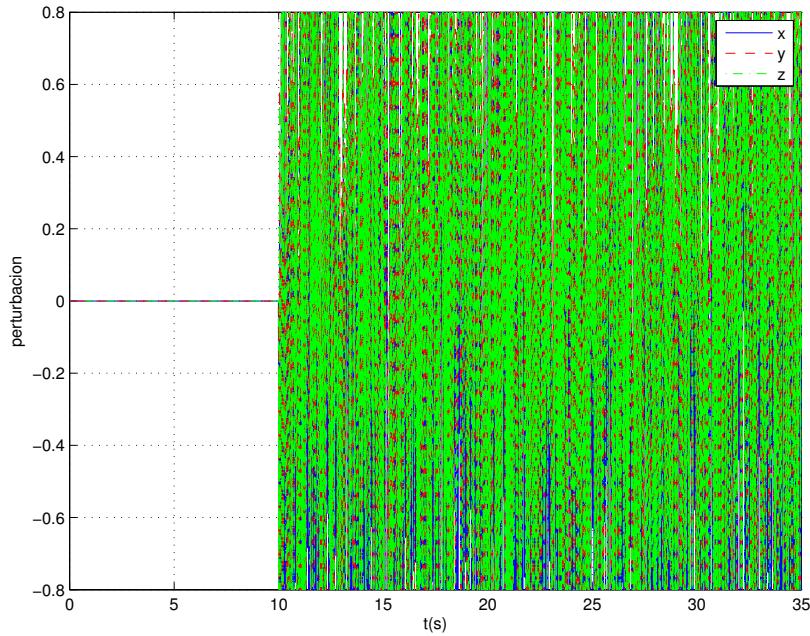


Figura 2.50: Perturbación.

trayectorias del seguidor ( $TRe_3)_d$ ) (Fig. 2.54), la vista aérea y del espacio de la formación (Fig. 2.55 y 2.56) y la entrada de control de formación  $v$  (Fig. 2.57). Se observa que el controlador mantiene el sistema cerca de la formación, aunque el error aumenta un poco.

En lo que respecta al control de formación por modos deslizantes de segundo orden, ante la presencia de perturbaciones, se aplico la misma perturbación del caso anterior y los resultados son evaluados en las gráficas 2.58-2.64. De nueva cuenta se muestran el error angular del seguidor (Fig. 2.58), la posición del seguidor (Fig. 2.59), el error de formación (Fig. 2.60), la entrada de control de seguimiento de trayectorias del seguidor ( $TRe_3)_d$  (Fig. 2.61), la vista aérea y del espacio de la formación (Fig. 2.62 y ??mdper12) y la entrada de control de formación  $v$  (Fig. 2.64). Se puede apreciar un desempeño similar al del control por modos deslizantes de primer orden, pues el seguidor se mantiene en una vecindad cercada de la formación deseada, aunque el error se ve ligeramente incrementado ante la presencia de perturbaciones.

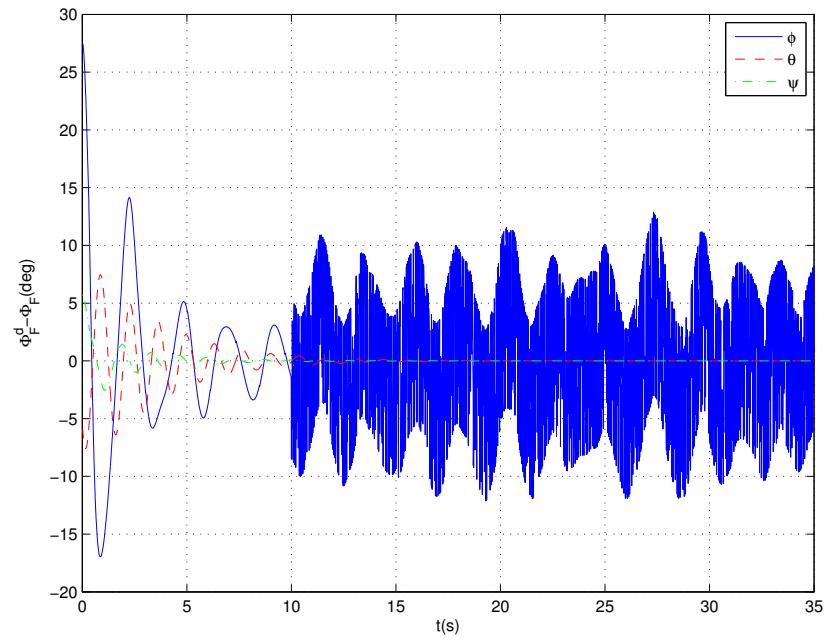


Figura 2.51: Control de formación mediante modos deslizantes con perturbaciones: error de orientación del seguidor.

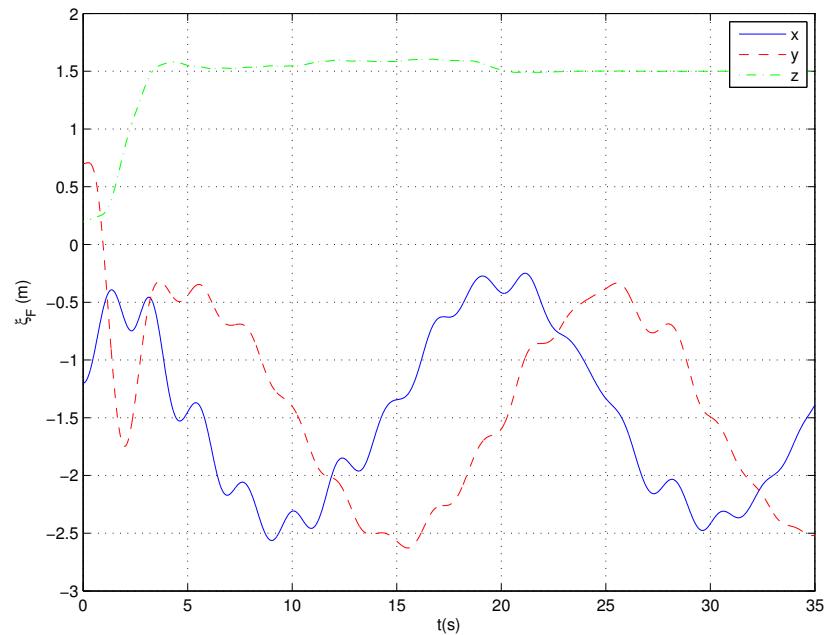


Figura 2.52: Control de formación mediante modos deslizantes con perturbaciones: posición del seguidor.

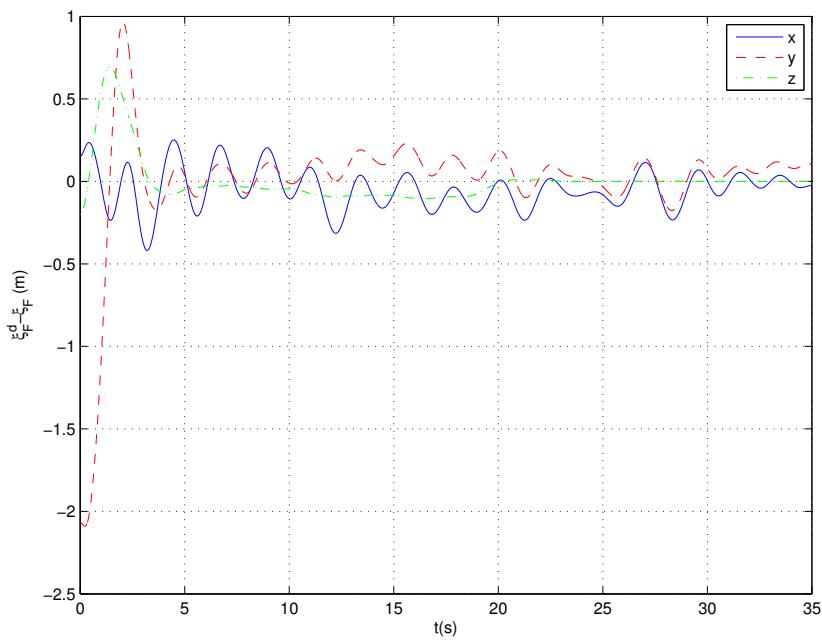


Figura 2.53: Control de formación mediante modos deslizantes con perturbaciones: error de posición del seguidor.

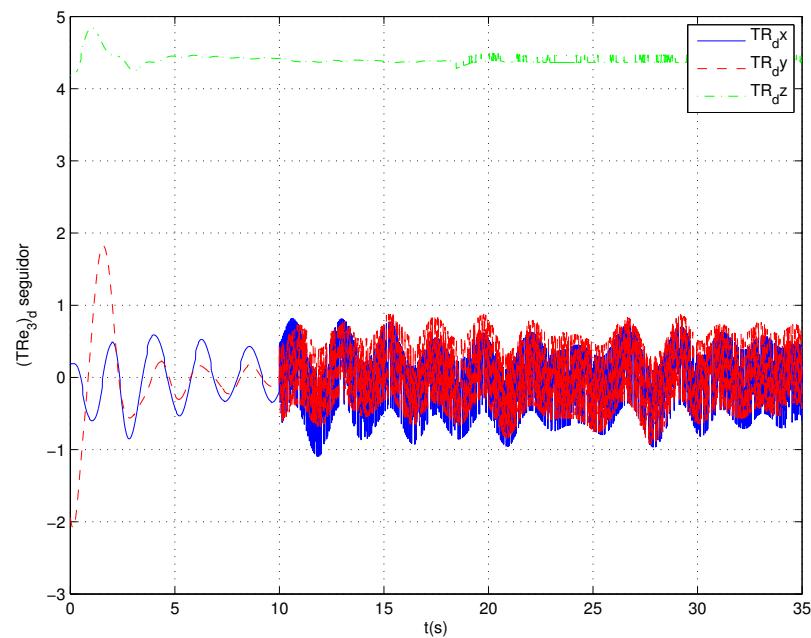


Figura 2.54: Control de formación mediante modos deslizantes con perturbaciones: entrada de control del seguidor.

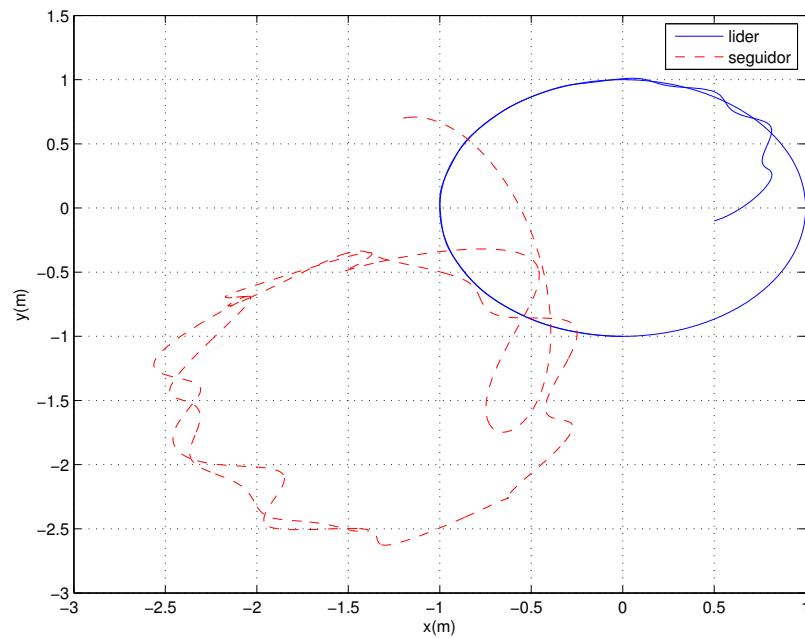


Figura 2.55: Control de formación mediante modos deslizantes con perturbaciones: formación en vista aérea.

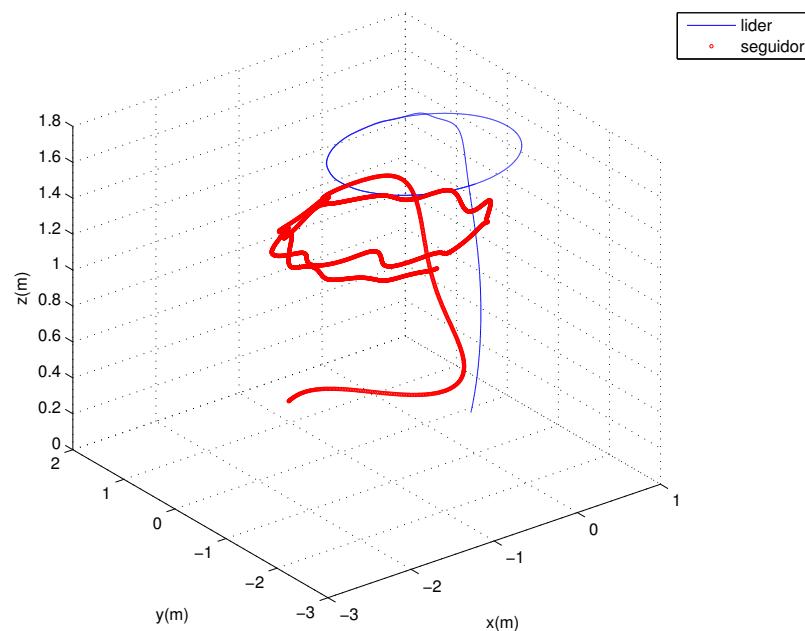


Figura 2.56: Control de formación mediante modos deslizantes con perturbaciones: formación.

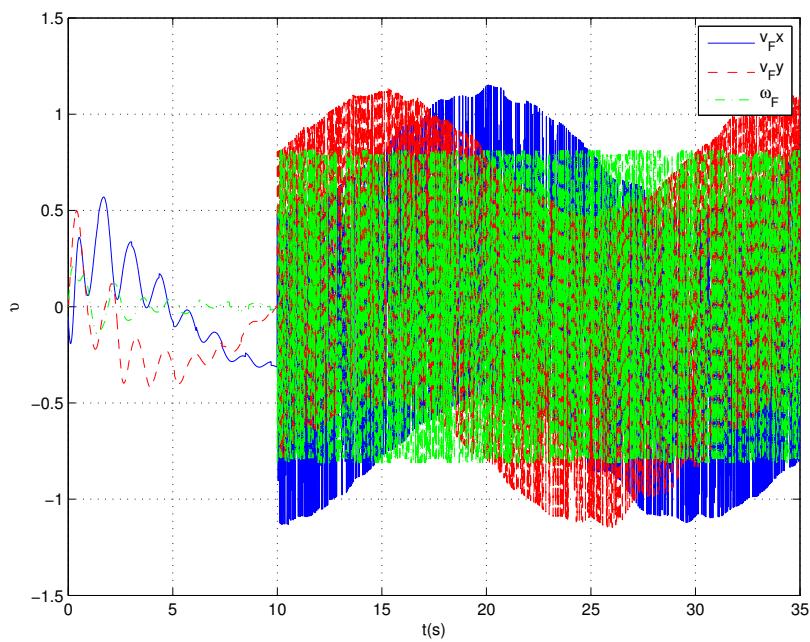


Figura 2.57: Control de formación mediante modos deslizantes con perturbaciones: entrada de control de la formación.

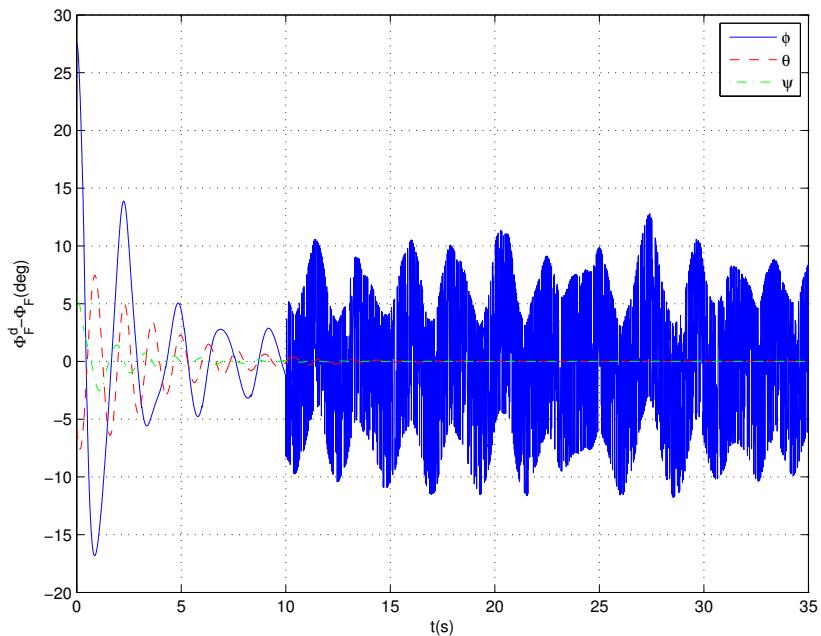


Figura 2.58: Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden con perturbaciones: error de orientación del seguidor.

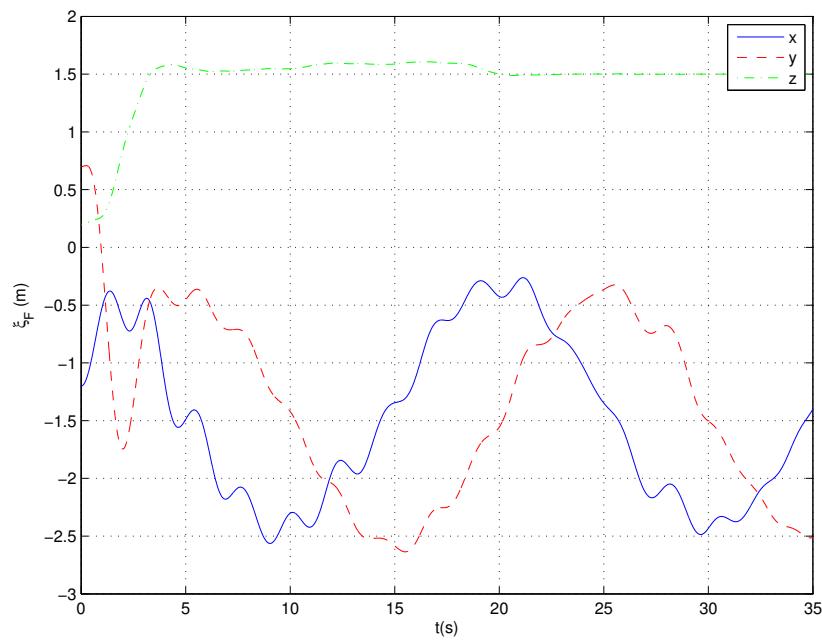


Figura 2.59: Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden con perturbaciones: posición del seguidor.

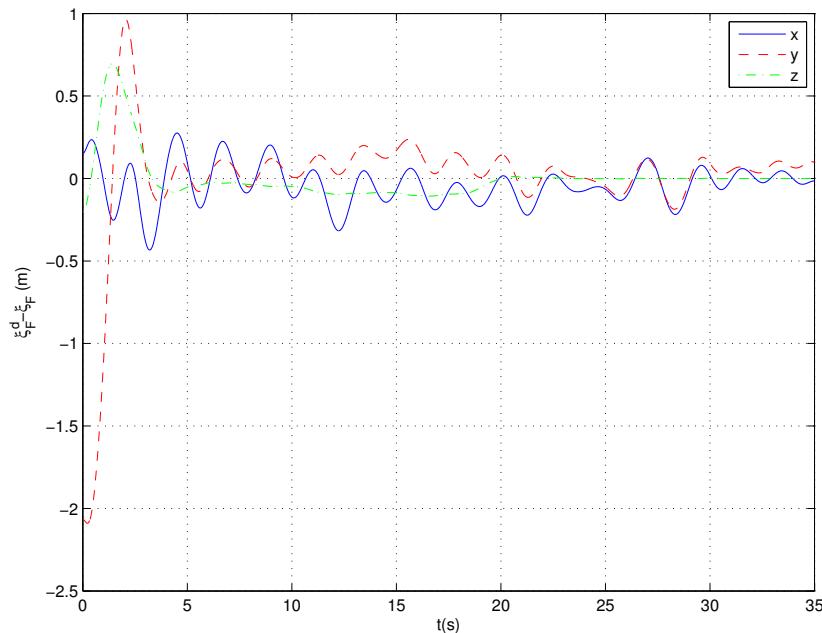


Figura 2.60: Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden con perturbaciones: error de posición del seguidor.

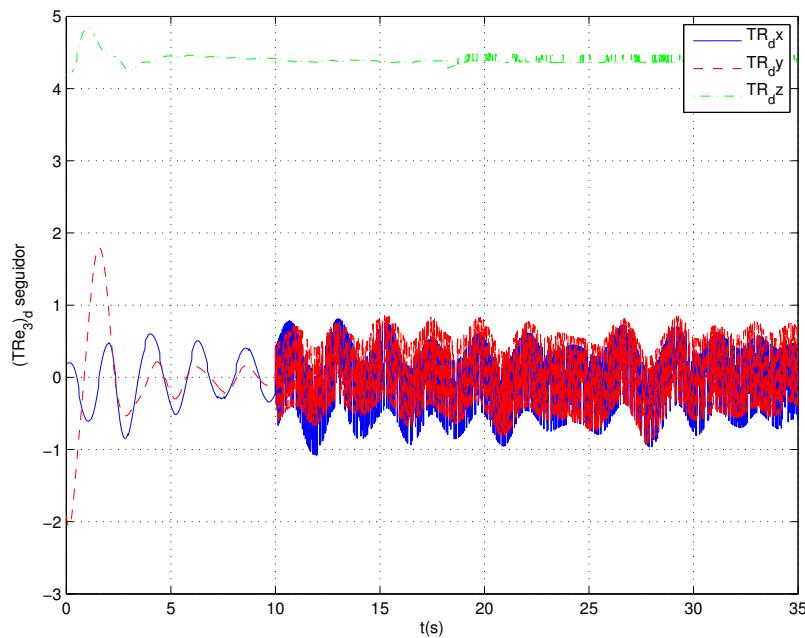


Figura 2.61: Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden con perturbaciones: entrada de control del seguidor.

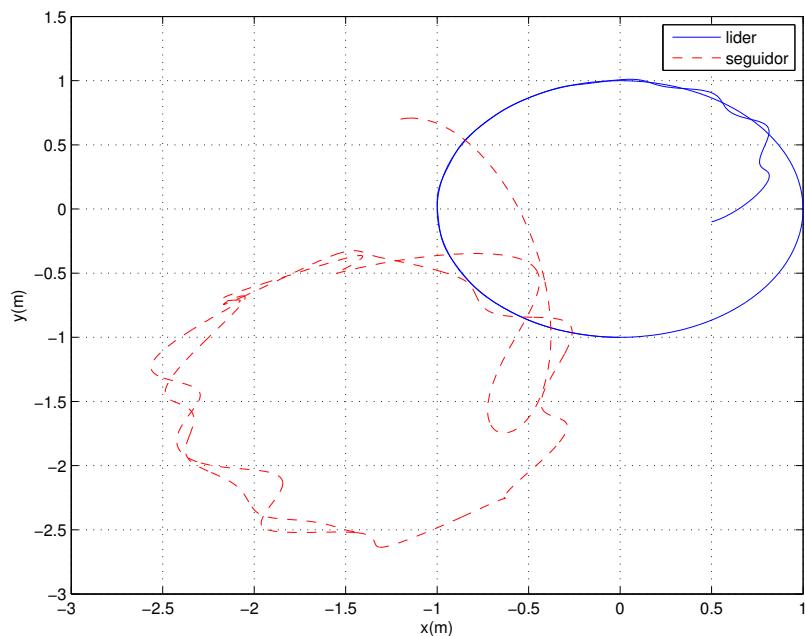


Figura 2.62: Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden con perturbaciones: formación en vista aérea.

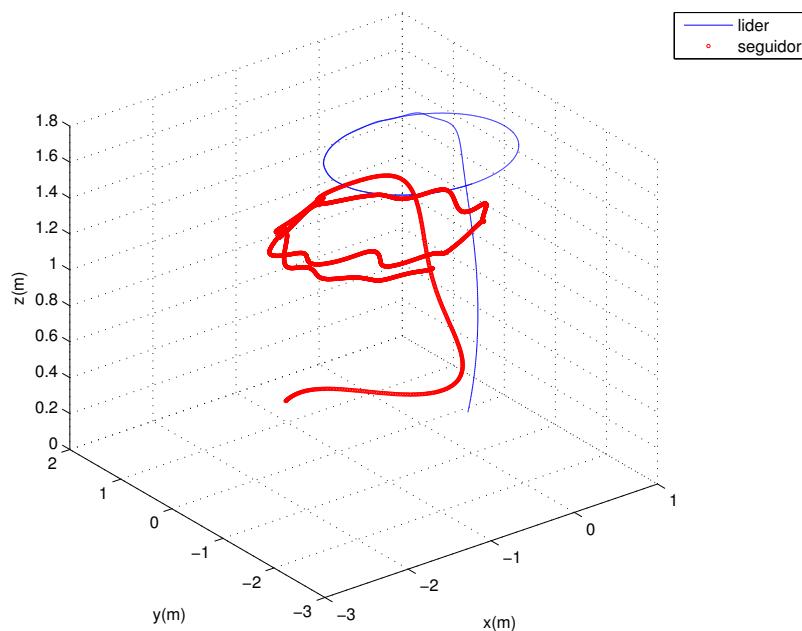


Figura 2.63: Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden con perturbaciones: formación.

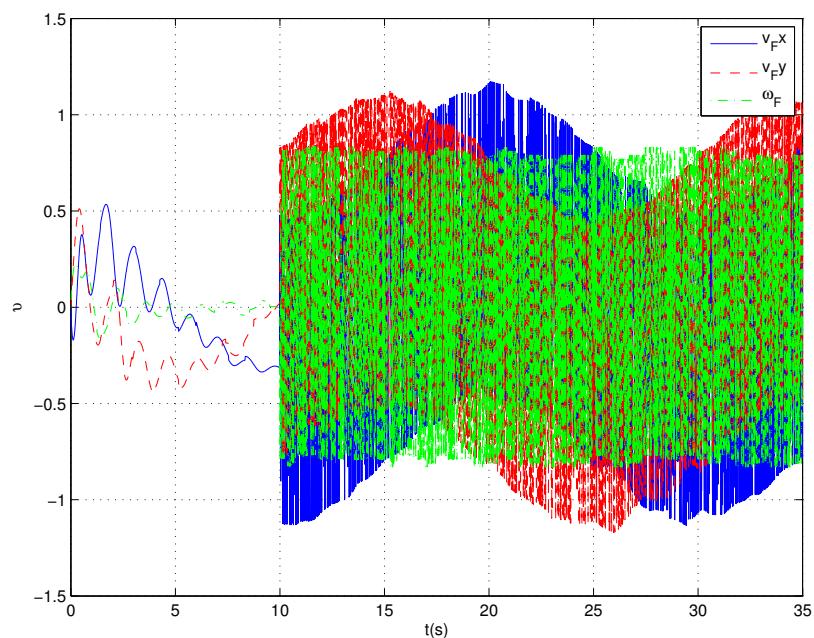


Figura 2.64: Control de formación mediante modos deslizantes de segundo orden con perturbaciones: entrada de control de la formación.



# Capítulo 3

## Plataforma Experimental



Figura 3.1: Prototipo empleado durante los experimentos.

Como parte de este trabajo de tesis se desarrolló una plataforma experimental completa para implementar técnicas de sistemas multiagentes en robots aéreos tipo quadri-rotor, así como para validar distintas estrategias de control de seguimiento de trayectorias y control de formación. Se pretende que la plataforma sea fácil de operar y flexible para poder cambiar rápidamente el comportamiento deseado de los UAVs y las estrategias de control que emplean. Además, se busca poder calibrar y modificar de manera sencilla los parámetros de control durante la operación. Para esto, se armaron, programaron e instrumentaron dos quadri-rotores, como el mostrado en la figura 3.1, capaces de estabilizarse a una orientación deseada de manera integrada, los cuales son tratados a detalle en la siguiente sección. Aparte de los quadri-rotores, se desarrolló un sistema externo, a tratar en la segunda sección, que consta de un sistema de captura de movimiento, una interfaz gráfica de usuario y

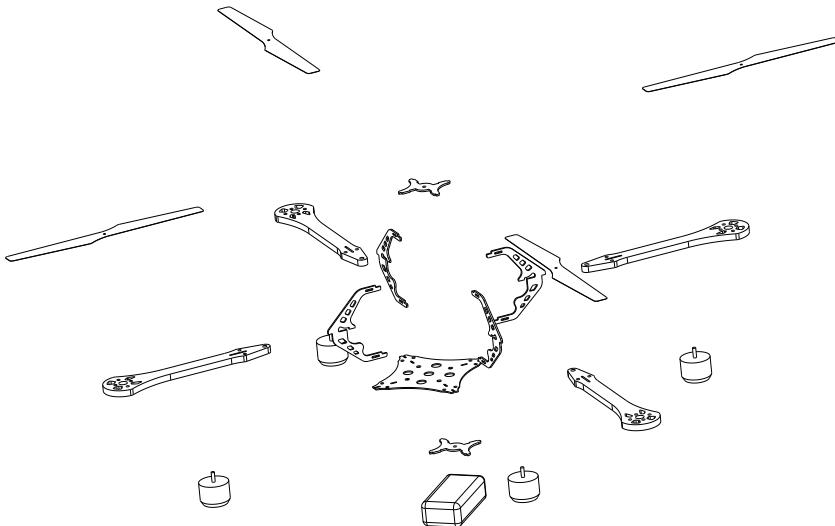


Figura 3.2: Vista explosionada del quadri-rotor.

un programa donde se implementan los diferentes comportamientos a realizar por los quadri-rotores, así como las estrategias de control de seguimiento de trayectorias y formación.

### 3.1. Quadri-rotores

La figura 3.2 presenta la vista explosionada de los componentes mecánicos de la aeronave. Para la estructura de los quadri-rotores se emplea aquella del helicóptero comercial AscTec Hummingbird (fig. 3.3) de la marca Ascending Technologies, la cual esta fabricada principalmente de fibra de carbono, balsa y aluminio, que son materiales muy ligeros y resistentes. Las dimensiones del quadri-rotor se muestran en la imagen 3.4.

Como se muestra en la figura 3.5, los helicópteros se encuentran equipados con un procesador digital de señales (DSP por sus siglas en inglés), una unidad de medición inercial que proporciona la orientación y velocidad angular del UAV, cuatro motores con sus respectivos controladores, cuatro hélices de plástico, un receptor de radio frecuencia, un módulo de comunicación inalámbrica y una batería, además de la electrónica necesaria para la interconexión de todos estos dispositivos. Con todo esto son capaces de estabilizar su orientación y realizar vuelo casi estacionario, además, pueden ser controladas por un piloto con ayuda de un radio control, o bien, desde una computadora. El peso total por helicóptero es de alrededor de 450 gramos. A continuación se detallan los elementos que conforman un quadri-rotor.



Figura 3.3: Estructura del quadri-rotor.

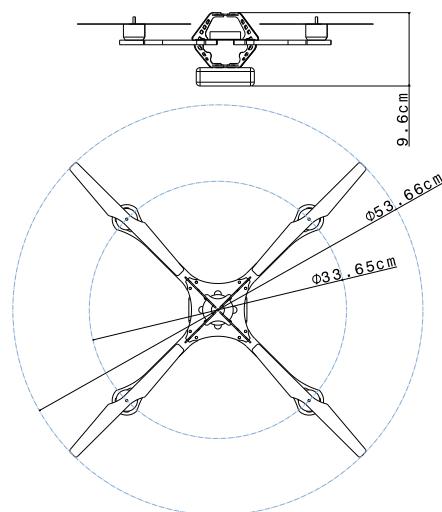


Figura 3.4: Dimensiones del quadri-rotor.

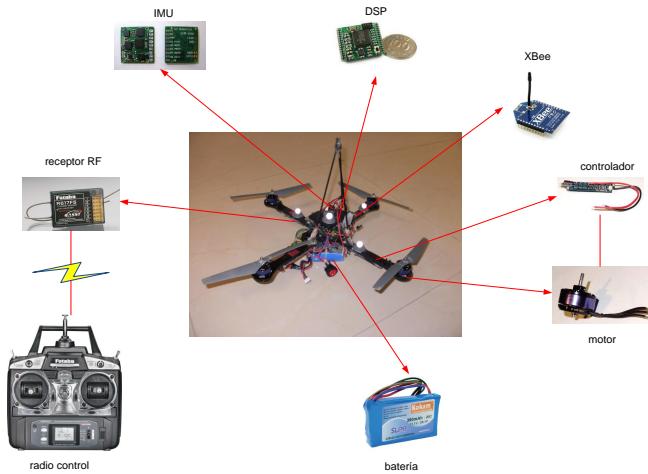


Figura 3.5: Componentes principales de un quadri-rotor.

### 3.1.1. Procesador Digital de Señales (DSP)

Para el procesamiento de las señales provenientes de los sensores, el computo de las acciones de control y el manejo de los actuadores se emplea un DSP de la marca Texas Instruments modelo tms320f2808 [43] cuyas principales características se resumen en la tabla 3.1, destacando para esta aplicación su velocidad de 100MHz y su reducidas dimensiones. Los dos puertos de comunicación serial tipo SCI [46] son utilizados tanto para recibir los datos sensados por la IMU como para enviar y recibir datos a una computadora externa por medio del modulo inalámbrico XBee, mientras el puerto  $I^2C$  [45] comunica el DSP con los controladores de los motores y el puerto eCAP [44] recibe la información obtenida por un receptor de radio frecuencia.

El DSP fue programado mediante lenguaje C para estabilizar su orientación a un valor deseado con un control tipo PD. Una vez estabilizado es posible pilotearlo con un control remoto por radio frecuencia, o desde una computadora externa, o bien, modificar los parámetros de control en tiempo de ejecución. Cabe señalar que la lectura de las señales recibidas de los sensores y dispositivos de comunicación se efectúa por medio de interrupciones garantizando que el periodo de las señales de control a los actuadores se mantenga constante (200Hz). El código utilizado en el DSP se presenta en el apéndice A.

La selección de los parámetros del control de orientación PD se realizo de manera experimental a ensayo y error, calibrando primero la constante derivativa  $k_{do}$  de manera que la velocidad angular fuera llevada a cero sin oscilaciones, posteriormente se añade poco a poco valor a la ganancia proporcional  $k_{po}$  para llevar la posición angular a un valor deseado.



Figura 3.6: DSP tsm320f2808.

### 3.1.2. Sensores

Como en todo sistema dinámico que se desee controlar, los sensores juegan un papel fundamental. Para el caso de los quadri-rotores, la medición más importante es la de la posición y velocidad angular, puesto que a partir de estas es posible estabilizar el vehículo y evitar que caiga. Para este propósito se emplea la CHR-6dm (fig. 3.7) que es una unidad de medición inercial (IMU), de la marca CH Robotics, que fusiona mediante un filtro de Kalman extendido (EKF), en un procesador ARM Cortex de 32 bits, los datos obtenidos de giroscopios, acelerómetros y sensores magnéticos para estimar la orientación en ángulos de Euler (roll, pitch y yaw) además de la velocidad angular, a una frecuencia de 200Hz. Las principales características de la central inercial son expuestas en la tabla 3.2.

El desempeño de la central inercial es bastante bueno en general, pero debido a las vibraciones producidas por los rotores durante el vuelo, la estimación de la velocidad angular presenta gran cantidad de ruido de alta frecuencia que resulta poco conveniente pues dificulta la estabilización del helicóptero. Por esta razón se decidió implementar un filtro pasabajas de cuarto orden tipo Chebyshev I, que es un filtro recursivo caracterizado por su rápida respuesta (para mayor referencia sobre la selección del filtro puede consultarse [36]), con una frecuencia de corte de 8Hz. La ecuación (3.1) presenta el algoritmo del filtro, con  $x[n]$ ,  $y[n]$  como la entrada y la salida del filtro en el momento  $n$  y  $a_i$ ,  $b_i$  son coeficientes constantes. Los coeficientes utilizados para la implementación fueron obtenidos con la ayuda de MATLAB/fdatool y se muestran en la tabla 3.3.

$$y[n] = a_0x[n] + a_1x[n - 1] + a_2x[n - 2] + a_3x[n - 3] + a_4x[n - 4] \\ + b_1y[n - 1] + b_2y[n - 2] + b_3y[n - 3] + b_4y[n - 4] \quad (3.1)$$

característica	valor
CPU	32-bit
voltaje de alimentación	3.3V
memoria flash (palabras de 16 bits)	64K
memoria RAM (palabras de 16 bits)	18K
PWM	10
eCAP	4
QEP	2
ADC de 12-bit	16
temporizadores de 32-bit	3
SPI	4
SCI	2
eCAN	2
$I^2C$	1
puertos de entrada/salida (compartidos)	35
interrupciones externas	3

Tabla 3.1: Características del DSP.

característica	valor
método de estimación	EKF
comunicación	SCI, SPI
voltaje de alimentación	3.3V-12V
frecuencia de muestreo	200Hz
resolución	16-bit (0.0096°)
máxima velocidad medible	+/-400°/s
máxima aceleración medible	+/-3g°/s
salidas	$\Phi$ , $\dot{\Phi}$

Tabla 3.2: Características de la IMU.

$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
$54,636e^{-6}$	$218,545e^{-6}$	$327,818e^{-6}$	$218,545e^{-6}$	$54,636e^{-6}$
$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
1	-3,700	5,199	-3,285	0,787

Tabla 3.3: Coeficientes del filtro de velocidad angular.

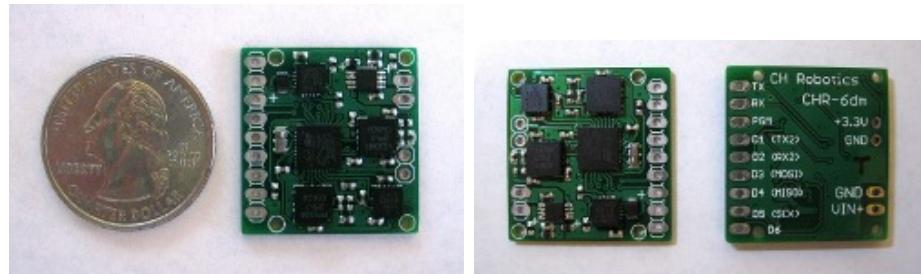


Figura 3.7: Unidad de medición inercial CHR-6dm.

Otros sensores pueden ser equipados sobre el quadri-rotor para retroalimentar la posición espacial de la nave como un GPS o una cámara de video, así como para efectuar despegue y aterrizaje autónomo mediante un sensor de altura ultrasónico.

### 3.1.3. Actuadores

Los X-BL-52s (fig. 3.8) de la marca HACKER Motors Germany, son motores de corriente directa sin escobillas especialmente construidos para el AscTec Hummingbird, lo que los hace ideales para su aplicación con este prototipo. Su voltaje de alimentación es de 12V.

Cuatro hélices, dos de giro en sentido horario y dos antihorario, se fijan por medio de tuercas a los motores para conformar los rotores. Son hechas de plástico ligero y flexible para hacerlas seguras para aplicaciones en interiores. Se recomienda ampliamente el uso de cinchos para ajustar las helices, como se aprecia en la figura 3.9, pues se ha observado que esto proporciona mayor durabilidad a las hélices después de algún golpe y mejora el desempeño de los helicópteros.

Cada motor es controlado por un controlador independiente tipo X-BLDC (fig. 3.10), estos controladores se encuentran optimizados para su uso con los motores X-BL-52s, asegurando la máxima eficiencia. La velocidad deseada de cada motor, en un rango de 0 a 200, es enviada desde el DSP mediante el protocolo de comunicación en serie  $I^2C$  (Circuitos Inter-Integrados), donde los cuatro controladores actúan como esclavos con la dirección 0x02.

### 3.1.4. Comunicación y control remoto

El intercambio de información entre usuarios, UAVs y otros sistemas externos resulta ser de vital importancia. Para este trabajo se contemplan dos canales de comunicación con sistemas externos: por un lado un usuario puede pilotear manualmente a distancia por medio de un radio control, por otro lado, una computadora recibe información de los UAVs y envía comandos de control mediante un modulo de comunicación inalámbrica.



Figura 3.8: Motor de corriente directa sin escobillas (BLDC).



Figura 3.9: Sujeción de las hélices por medio de cinchos.

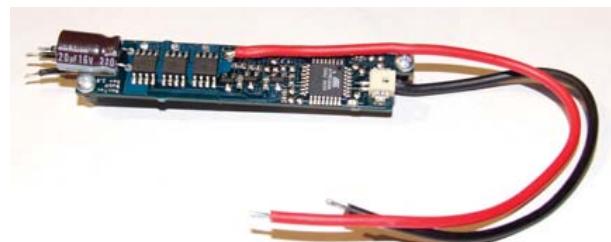


Figura 3.10: Controlador de velocidad del motor BLDC.

característica	XBee-pro
voltaje de entrada	3.0-3.4V
frecuencia de operación RF	2.4GHz
comunicación	SCI
baudrate	38400
pan ID	8888
canal	D
tasa de datos RF	250000bps
rango en interiores	60m
rango en exteriores	1500m

Tabla 3.4: Características del modulo XBee.

### 3.1.4.1. Radio control

El helicóptero puede ser pilotado remotamente por medio de un radio control Futaba 6EXP, a una radio frecuencia de 2.4 GHz. Puede encenderse o apagarse el quadri-rotor por medio de un interruptor, mientras que el empuje total de los motores, así como los giros en yaw, pitch y roll son controlados por medio de las dos palancas de dos grados de libertad como se muestra en la figura 3.11.

Equipado al vehículo, un receptor FASST R617FS (fig. 3.12) también de la marca Futaba obtiene la información transmitida por el radio control y la transforma en señales de PWM. Las cinco señales de interés son puestas secuencialmente en un único PWM que es leído por el DSP por medio del puerto de captura eCAP, el cual mide el tiempo en alto de cada ciclo de PWM. El primer tiempo no se ocupa, el segundo corresponde al giro en pitch, posteriormente roll, empuje, yaw y el interruptor en ese orden.

### 3.1.4.2. Modulo de comunicación inalámbrica XBee

El XBee-pro (fig. 3.13) es un modulo de comunicación inalámbrica por radio frecuencia de la marca Digi. Sus principales características se aprecian en la tabla 3.4. Un modulo XBee se monta a cada helicóptero y es utilizado por el DSP para enviar/recibir información hacia/desde otros módulos XBee. Otro XBee se conecta al puerto USB de una computadora. El intercambio de información entre los modulos XBee y el DSP o la computadora se realiza mediante el protocolo serial SCI.

## 3.1.5. Alimentación y electrónica

Una batería de litio-polímero (LiPo) de la marca Kokam (fig. 3.14), cuyas características se muestran en la tabla 3.5, funge como fuente de alimentación de 11.1V.

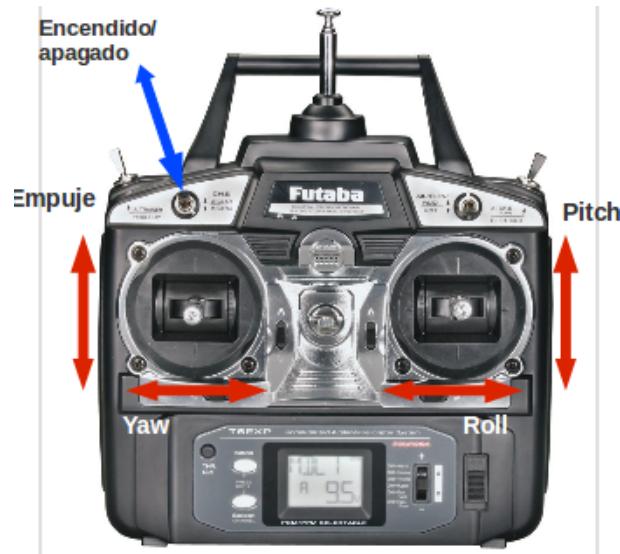


Figura 3.11: Radio control Futaba.



Figura 3.12: Receptor de radio frecuencia Futaba.



Figura 3.13: Modulo de comunicación inalambrica XBee.

característica	batería
tecnología	LiPo
voltaje	11.1V
corriente	1500mAh
peso	30g
descarga continua	7A
dimensiones	51.5 x 33.5 x 8.1 mm
balanceador	EH
capacidad de recarga	350mAh
capacidad	20C

Tabla 3.5: Características de la batería.



Figura 3.14: Bateria LiPo.

Los motores y sus controladores son conectados directamente a la batería al igual que una tarjeta electrónica sobre la que se monta el DSP, el DSP junto con el resto de los dispositivos se alimentan, según lo requieran, de un par de reguladores de voltaje a 3.3V (LF33CV) y 5V (L7805). A lo largo de esta sección se presentan aquellos dispositivos que no se encuentran integrados a los quadri-rotores pero son utilizados durante los experimentos y que consisten principalmente de un sistema de captura de movimiento para conocer la posición de los helicópteros además de

## 3.2. Sistema externo

Si bien es preferible tener sistemas autónomos completamente embebidos, también es importante monitorear desde fuera del sistema lo que sucede en el mismo, esto aunado a la ya comentada carencia de un sensor apropiado para la medición de la posición de los UAVs en el espacio, han motivado el empleo de dispositivos

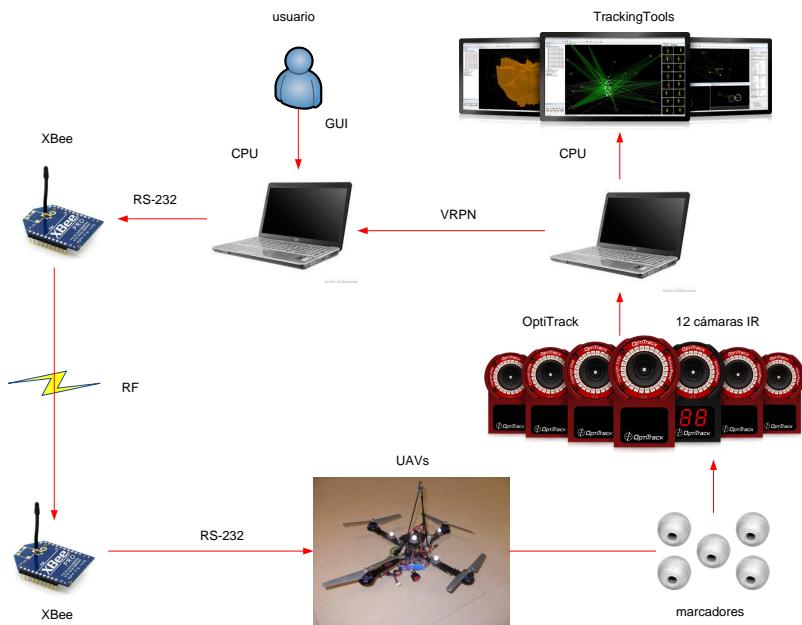


Figura 3.15: Plataforma experimental.

externos. A lo largo de esta sección se describen aquellos dispositivos que sin estar integrados en los quari-rotores forman parte importante de los experimentos, esto es, un sistema de captura de movimiento Optitrack junto con su software TrackingTools y una computadora para controlar los UAVs desde una interfaz gráfica de usuario GUI.

### 3.2.1. Optitrack/Trackingtools

Se emplea un sistema de captura de movimiento de la marca Optitrack compuesto de doce cámaras infrarrojas modelo V100:R2 (fig. 3.16), con las características expresadas en la tabla 3.6, que combinadas con el software TrackingTools permiten el seguimiento de cuerpos rígidos de seis grados de libertad. Tres a siete marcadores especiales, que reflejan la luz infrarroja emitida desde las mismas cámaras, son utilizados para definir cada cuerpo rígido a ser seguido. La información obtenida por las doce cámaras es enviada a una computadora, mediante el puerto USB, donde se encuentra instalado el software especial TrackingTools que se encarga de filtrar y procesar las imágenes capturadas y hacer el seguimiento de hasta treinta y dos objetos previamente definidos mediante los marcadores, generando la posición y orientación de los mismos con una precisión submilimétrica. La posición y orientación de cada objeto definido es transmitida a la red por un servidor utilizando el protocolo VRPN (Virtual Reality Peripheral Network), a una velocidad de 100Hz. Los requisitos del sistema para ejecutar el programa TrackingTools son



Figura 3.16: Cámara infra-roja V100:R2.

característica	V100:R2
resolución	640x480
velocidad de captura	100FPS
interfaz	USB 2.0
número de LEDs	26
latencia	10ms

Tabla 3.6: Características de las cámaras IR.

- Windows XP SP2 / Vista / 7 (32/64-bit)
- Procesador Core i5
- 256 MB de RAM
- puertos USB 2.0 de alta velocidad

Es importante hacer notar que el sistema Optitrack en cuestión no proporciona las velocidades traslacionales ni rotacionales de los cuerpos rígidos, que son requeridas por las estrategias de control, por lo que es necesario estimarlas por otros medios. Para este fin se utiliza la derivada de Euler, es decir

$$\dot{f}(k) \approx \frac{f(k) - f(k-1)}{T} \quad (3.2)$$

donde  $f(k)$  es una función diferenciable evaluada en el instante  $k$  y  $T$  es el periodo de muestreo. Es bien sabido que esta aproximación resulta ser muy ruidosa o “sucia” por lo que es conveniente filtrarla. Nuevamente se considera un filtro pasabajos de

$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
$0,788e^{-3}$	$3,153e^{-3}$	$4,729e^{-3}$	$3,153e^{-3}$	$0,788e^{-3}$
$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
1	-3,293	4,294	-2,607	0,620

Tabla 3.7: Coeficientes del filtro de las derivadas de posición y orientación.

cuarto orden tipo Chebyshev I (eq. (3.1)) con frecuencia de corte de 8Hz, similar al aplicado a las velocidades angulares estimadas por la IMU, cuyos coeficientes se aparecen en la tabla 3.7.

Aunque este sistema de cámaras también proporciona la orientación, se emplea preferentemente la obtenida por la central inercial IMU debido a que es mas rápida. El ángulo yaw es la excepción a lo anterior ya que al parecer la estructura metálica del edificio afecta el sensor magnético de la IMU provocando variaciones en la medición. Normalmente se emplea el yaw estimado por TrackingTools y la velocidad del mismo obtenida por la IMU.

### 3.2.2. Computadora externa

Una segunda computadora con sistema operativo Ubuntu 10.04 es empleada para recibir, a través de un cable ethernet, la información transmitida por el programa TrackingTools. Esto se consigue gracias a la implementación de un cliente VRPN en lenguaje C++.

Cabe resaltar, que esta computadora hace uso de las librerías y herramientas proporcionadas por ROS (Robot Operating System), que fueron creadas para ayudar al desarrollo de software aplicado a robots. Este sistema operativo especial para robótica incluye abstracción de hardware, controladores de dispositivos, librerías, visualizadores, intercambio de mensajes, manejo de paquetes, etc. en varios lenguajes como C/C++ y python. En nuestro caso, nos es de gran ayuda al momento de correr múltiples programas en paralelo, por ejemplo, un programa cliente VRPN por cada helicóptero que deseemos monitorear.

Una vez obtenida la posición y orientación de los helicóptero por medio de los clientes VRPN, estos se encargan de publicar dicha información como mensajes de ROS que pueden ser consultados por otros nodos o programas. Otro programa fue desarrollado en C++ para suscribirse a los mensajes de la posición de los quadri-rotores, implementar las leyes deseadas de control de formación y seguimiento de trayectorias y enviar los comandos apropiados al UAV correspondiente por medio de un modulo de comunicación inalámbrica XBee. Un programa de este tipo se ejecuta por cada quadri-rotor utilizado, en este caso, uno para el líder y otro para el seguidor.

Finalmente, un usuario puede seleccionar el tipo de comportamiento y acción de control que desea que efectúen los quadri-rotores, así como ajustar las ganancias de control, con ayuda de la interfaz gráfica de usuario que se describe en la siguiente

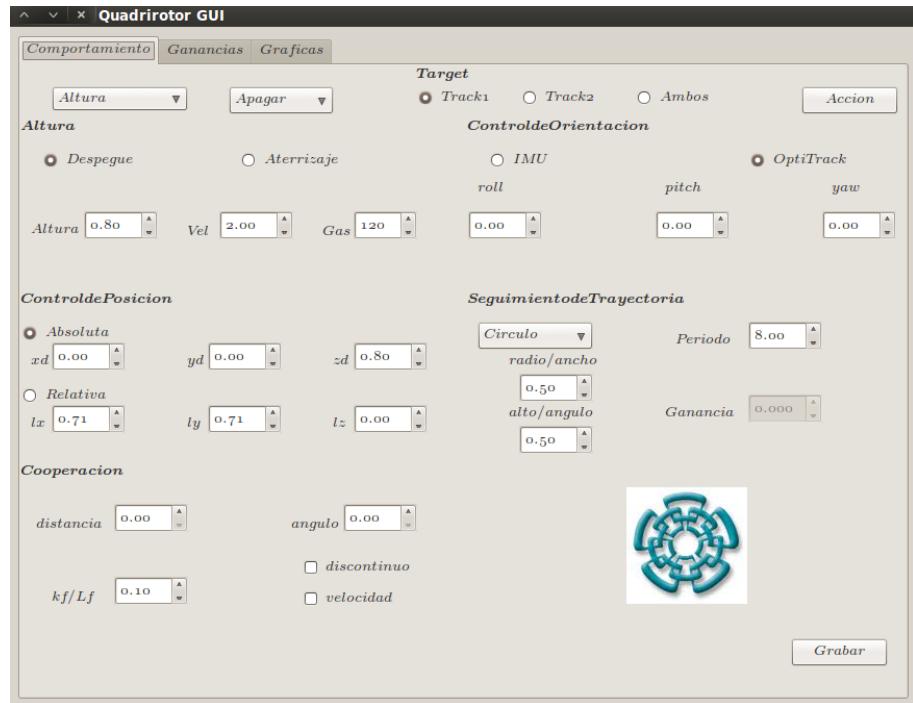


Figura 3.17: Interfaz gráfica de usuario (GUI): Selección de comportamiento.

subsección.

### 3.2.2.1. Interfaz gráfica de usuario (GUI)

La implementación de una interfaz gráfica de usuario surge ante la necesidad constante de calibrar los parámetros de control de manera fácil y rápida, además de la conveniencia de tener un entorno amigable y sencillo de usar desde el cual controlar de manera flexible el comportamiento de los helicópteros y monitorearlos en tiempo de ejecución. Para dicha tarea se empleó la biblioteca Qt para interfaces de usuario en el lenguaje C++. Esta interfaz corre en paralelo como un nodo mas del sistema operativo ROS, publicando la información capturada del usuario en un mensaje de ROS al cual se suscriben todos los programas o nodos que implementan el control de los quadri-rotos, que a su vez, como ya se estableció, calculan las acciones de control y envían la información correspondiente a los UAVs.

Las imágenes 3.17 y 3.18 muestran la gran variedad de opciones que podemos controlar desde la interfaz gráfica.

La primera (3.17), presenta la pestaña llamada “comportamiento” desde la cual puede seleccionarse el tipo de accionar que deberá ejecutar el quadri-rotor al que se está haciendo referencia (Track1, Track2 o ambos). Las comportamientos que pueden solicitarse se acceden desde el primer combobox y los parámetros correspondientes se ajustan desde una subsección de la pantalla del mismo nombre, estas son:

- Altura. Sirve para ordenar despegue o aterrizaje así como para seleccionar la

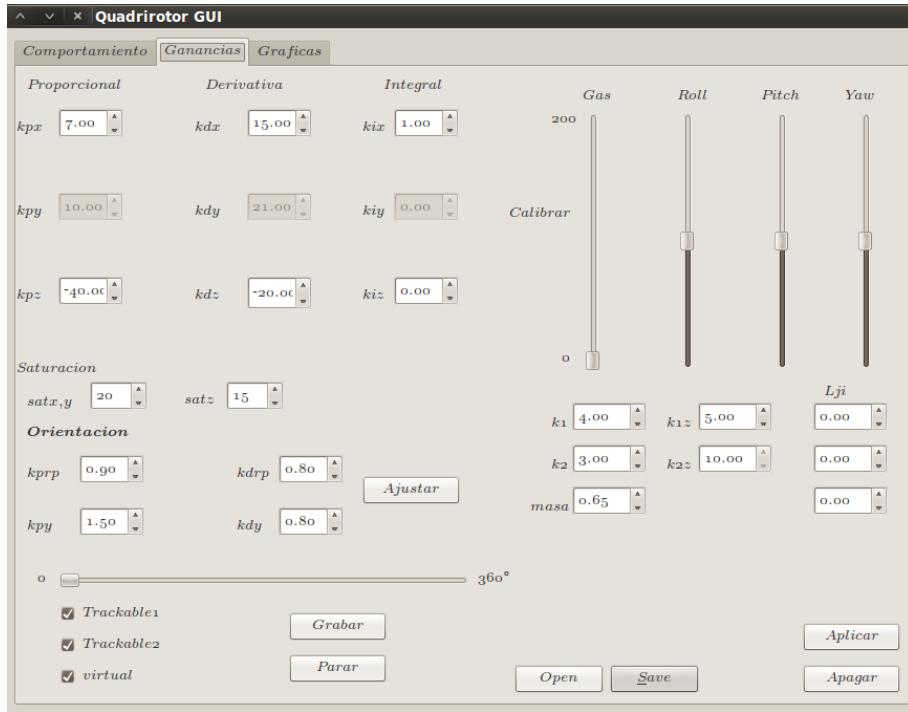


Figura 3.18: Interfaz gráfica de usuario (GUI): Ajuste de ganancias.

velocidad con la que lo harán, además de la altura deseada y ajustar el término de compensación de la gravedad. Para llevar e efecto el despegue de manera suave, se varía exponencialmente el empuje total de los motores  $T$  hasta llegar al valor adecuado  $T_d$ , es decir

$$T = T_d(1 - e^{-\frac{velK}{P}}) \quad (3.3)$$

donde  $vel \in \Re^+$  es una constante que determina la velocidad del despegue,  $K \in Z^+$  va de cero a  $5P$  con incrementos unitarios cada ciclo y  $P$  es el periodo, en este caso 100Hz. De manera similar para el aterrizaje

$$T = T_d(1 - e^{-\frac{vel(5P-K)}{P}}) \quad (3.4)$$

- Control de orientación. Cuando sólo se desea controlar la orientación, puede modificarse la orientación deseada y elegir el sensor de orientación, ya sea por medio del sistema Optitrack o por la IMU.
- Control de posición. Aquí podemos seleccionar el punto en el que se requiere que permanezca el helicóptero en vuelo estacionario.
- Seguimiento de trayectorias. Si lo que se quiere es realizar un seguimiento de trayectorias deberá seleccionarse esta opción donde se encuentras implementadas trayectorias en el plano XY como el círculo, la elipse, lemniscata y

recta. Adicionalmente es posible ajustar las dimensiones de las trayectorias y el periodo en el que se repiten.

- Cooperación. Para el problema de formación, se define la formación deseada y se ajusta la ganancia del control de formación, ya sea por linealización exacta o por modos deslizantes de primer o segundo orden.
- Piloto. El control del aeronave se realiza manualmente desde la GUI.

El segundo combobox corresponde a las acciones que pueden realizar los UAV como son:

- Apagar. Envía inmediatamente una velocidad nula a los motores.
- Radio. Se utiliza para controlar el robot aéreo manualmente desde el radio control.
- Calibrar. Para modificar los parámetros del control de orientación embebidos en los quadri-rotores.
- Paralelo. Si se busca utilizar la estrategia lineal PID en paralelo con el control de orientación.
- Cascada. El quadri-rotor interpreta las entradas de control como orientaciones deseadas para el control de orientación.

Ninguna modificación en esta ventana se llevará a efecto a menos que el botón “acción” sea presionado.

La segunda imagen (3.18), muestra la pestaña “ganancias”, desde la cual, como su nombre indica, se ajustan la mayoría de los parámetros de los controladores entre otras cosas. Del lado izquierdo, hasta arriba, tenemos las ganancias del controlador lineal PID, más abajo los parámetros del control de orientación, después, un slidebar que sirve para rotar  $n$  grados el plano sobre el que se efectúan las trayectorias y finalmente, la sección que nos permite guardar en archivo la información recolectada durante el experimento para su análisis posterior. Del lado derecho tenemos cuatro slidebars que se emplean para pilotear el quadri-rotor manualmente, así como para compensar la deriva. Continuando hacia abajo aparecen los parámetros de control para las estrategias de linealización exacta y modos deslizantes y por último un par de botones, “aplicar” para que se efectúen los cambios realizados en esta pantalla y “apagar” que es utilizado como paro de emergencia.

Algunos componentes que se aprecian en la interfaz gráfica no son utilizados, como los que aparecen sombreados que en algún momento dejaron de usarse, u otros que aún no han sido implementados como es el caso de la pestaña gráficas, donde se pretende implementar visualizaciones un tiempo real de las variables de interés.



## Capítulo 4

# Resultados Experimentales

Se procede a continuación a reportar los resultados obtenidos de manera experimental con la plataforma descrita en el capítulo anterior. Dichos experimentos consisten en regulación de la posición y seguimiento de trayectorias, como el círculo o la lemniscata en el plano horizontal o inclinado, empleando los tres controles de seguimiento de trayectorias antes vistos: control lineal PID, linealización exacta y modos deslizantes. Además, se incluyen pruebas, de los controles de formación por linealización exacta y por modos deslizantes de primer y segundo orden, que constan de dos casos: seguimiento de un líder virtual que a su vez sigue una trayectoria, o seguimiento de un líder real controlado manualmente por un operador para realizar trayectorias arbitrarias. Finalmente, se presentan experimentos con dos quadri-rotores, efectuando simultáneamente regulación de la posición, para analizar el efecto de la perturbación producida por las corrientes de aire que generan los helicópteros, así como un seguidor en formación respecto de un líder que trata de mantenerse en una posición fija.

Antes de comenzar los experimentos, es necesario calibrar lo mejor posible el control de orientación de los helicópteros de manera que se estabilice rápidamente y sin oscilaciones. Se recomienda comenzar ajustando la ganancia derivativa aumentandola de a poco lo más posible sin que oscile, después, se agrega ganancia proporcional para llevarlo a la orientación deseada. En este caso se obtuvieron las ganancias mostradas en la tabla 4.1. Una vez calibrado el control de orientación, es conveniente compensar la deriva producida por la imperfecciones del sistema, esto se consigue sumando un termino constante a los motores apropiados. Si la calibración se realizo de manera satisfactoria, el quadri-rotor deberá ser capaz de permanecer en vuelo casi estacionario, con desplazamientos lentos, y recuperar rápidamente su orientación sin oscilar ante perturbaciones.

	$k_{po}$	$k_{do}$
$x$	0,8	0,69
$y$	0,8	0,69
$z$	1,5	0,8

Tabla 4.1: Ganancias del control de orientación.

	$k_{pp}$	$k_{dp}$	$k_{ip}$	saturación
$x$	8	15	1	$\pm 20$
$y$	8	15	1	$\pm 20$
$z$	40	20	1	$\pm 15$

Tabla 4.2: Ganancias del control lineal PID.

## 4.1. Control lineal PID

Para el control lineal PID se presentan experimentos de regulación, con y sin perturbaciones, y seguimiento de trayectorias circular y lemniscata. En tales experimentos, se emplean las ganancias de control cercanas a las mostradas en la tabla 4.2.

Cabe resaltar que, dado que el objetivo de este trabajo no contempla maniobras agresivas, las salidas del controlador son saturadas para prevenir accidentes.

### 4.1.1. Regulación

Para empezar, se desea llevar un UAV a cierta posición deseada, en este caso al punto [0 0 0,8], y mantenerlo en dicha posición. Las figuras 4.1-4.5 muestran los resultados del experimento. En la gráfica 4.1 presenta el error de posición y es posible observar que dicho error está acotado y oscila alrededor del valor deseado en una vecindad de unos veinte centímetros, también se observa que el control de altura presenta un mejor desempeño. La orientación se expone en fig. 4.2, mientras que la velocidad aparece representada en fig. 4.3 y finalmente fig. 4.4 y fig. 4.5 muestran la posición de la aeronave desde una vista aérea y en el espacio tridimensional, respectivamente.

Considérese ahora el mismo problema de regulación de la posición, pero esta vez el quadri-rotor es perturbado significativamente durante el experimento. El error de la posición bajo estas condiciones es presentado en la imagen 4.6 y es posible apreciar como regresa en todo momento a cierta vecindad alrededor del punto de interés, aunque algo lento y con oscilaciones.

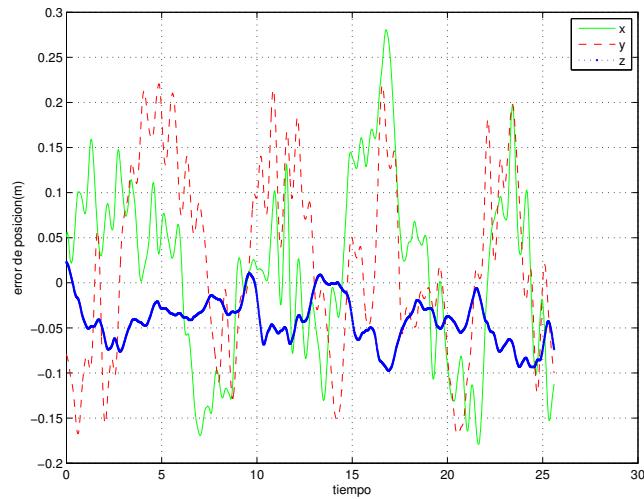


Figura 4.1: Regulación con control lineal PID: Error de posición.

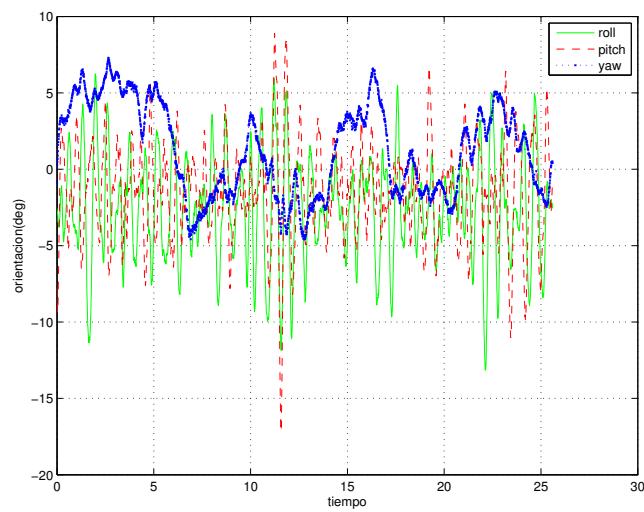


Figura 4.2: Regulación con control lineal PID: Orientación.

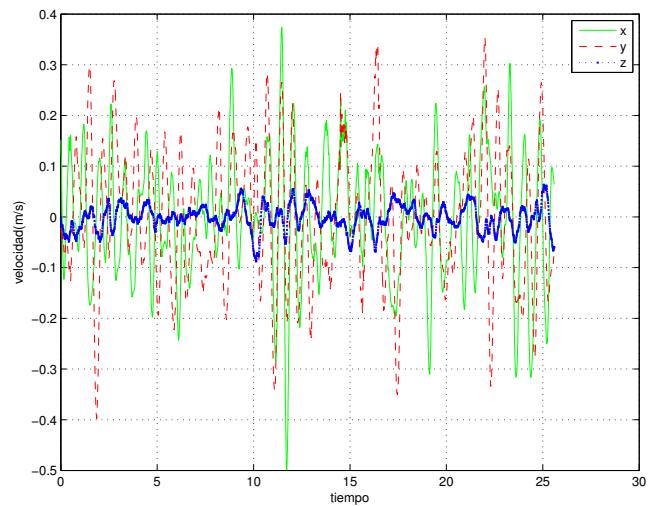


Figura 4.3: Regulación con control lineal PID: Velocidad.

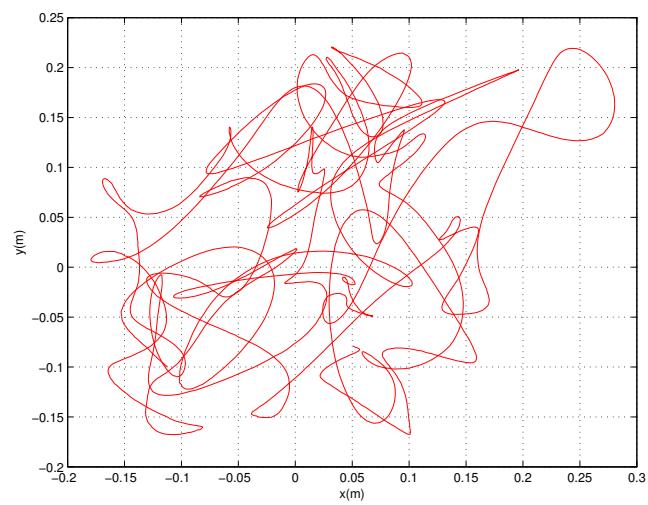


Figura 4.4: Regulación con control lineal PID: Vista aérea.

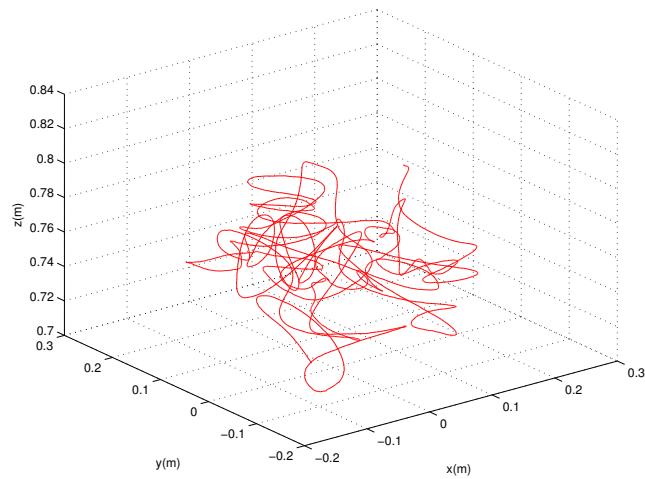


Figura 4.5: Regulación con control lineal PID: Espacio.

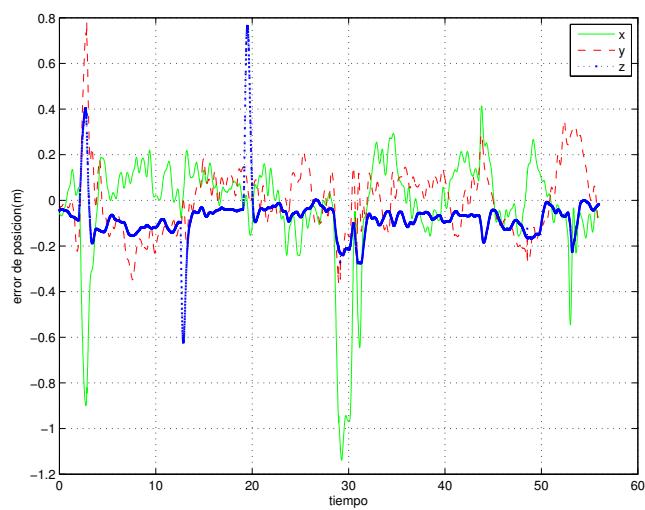


Figura 4.6: Regulación con control lineal PID: Error de posición con perturbaciones.

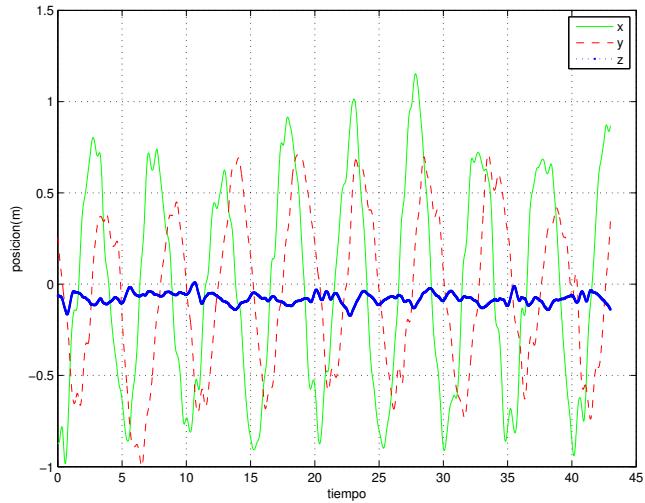


Figura 4.7: Seguimiento de trayectoria circular con control lineal PID: Posición.

	$k_{pt}$	$k_{dt}$
$x$	3	4
$y$	3	4
$z$	10	5
	masa	$k_f$
	0,55	0,01

Tabla 4.3: Ganancias del control por linealización exacta.

#### 4.1.2. Seguimiento de trayectorias

Se prosigue al seguimiento de una trayectoria circular de 0,8m de radio y un periodo de 10s en el plano horizontal  $z = 0,8m$ . Las figuras 4.7-4.11 muestran dicho seguimiento. Se presentan la posición (4.7), orientación (4.8) y velocidad translacional (4.9) contra el tiempo al igual que la posición en vista aérea (4.10) y en el espacio (4.11). Se observa que mediante esta estrategia de control se consigue un seguimiento muy precario, el helicóptero oscila mucho y con un error considerable.

Por ultimo, la figura 4.12 muestra la vista aérea del seguimiento de una trayectoria tipo lemniscata empleando el mismo control lineal tipo PID. Al ser una trayectoria más agresiva, las deficiencias vistas en el seguimiento del círculo se ven amplificadas.

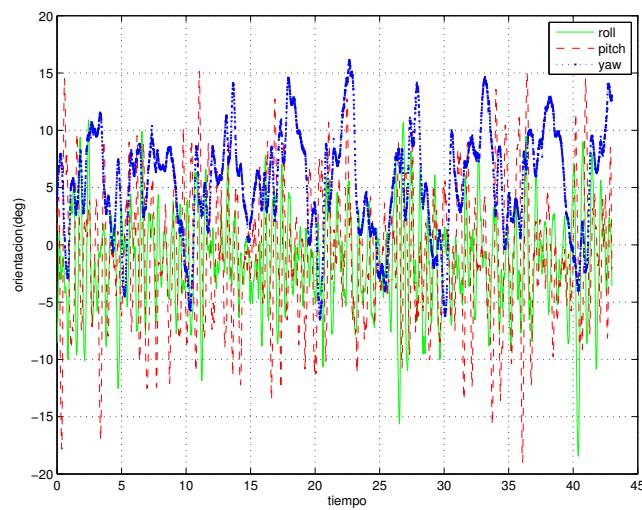


Figura 4.8: Seguimiento de trayectoria circular con control lineal PID: Orientación.

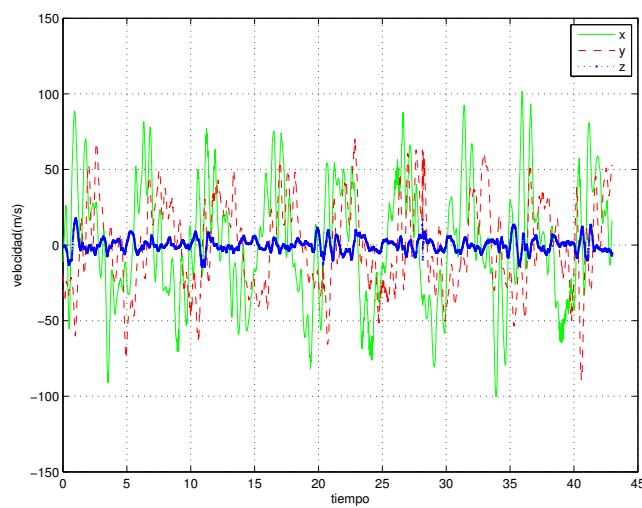


Figura 4.9: Seguimiento de trayectoria circular con control lineal PID: Velocidad.

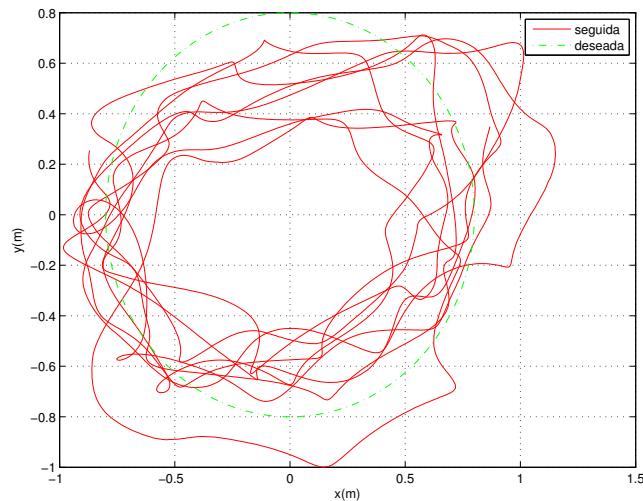


Figura 4.10: Seguimiento de trayectoria circular con control lineal PID: Vista aérea.

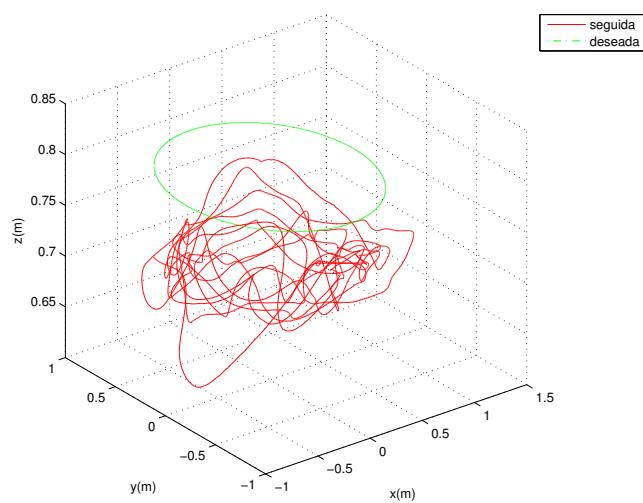


Figura 4.11: Seguimiento de trayectoria circular con control lineal PID: Espacio.

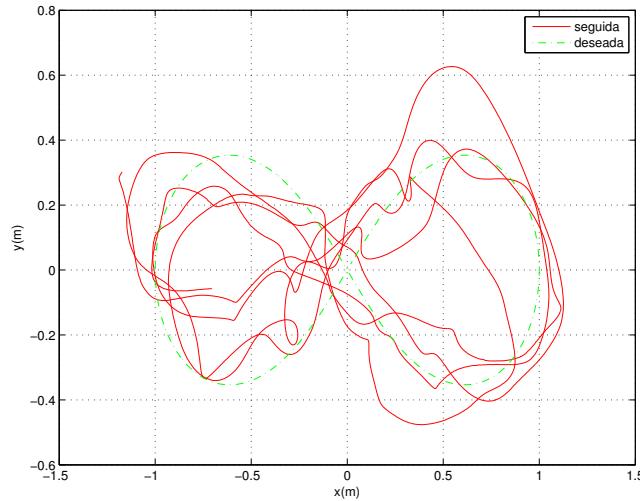


Figura 4.12: Seguimiento de trayectoria tipo lemniscata con control lineal PID: Vista aérea.

## 4.2. Linealización exacta

Ahora se procede al análisis del control por linealización exacta, para lo cual se presentan experimentos de regulación y seguimiento de trayectorias, así como de formación respecto a un líder. Los parámetros de control empleados con esta estrategia son especificados en la tabla 4.3.

Para evitar maniobras agresivas que puedan llevar a singularidades en el sistema, los ángulos deseados que se alimentan al control de orientación son saturados en  $\pm 15^\circ$ .

### 4.2.1. Regulación

Se presentan nuevamente experimentos de regulación de la posición (figuras 4.13-4.18, empleando esta vez el control por linealización exacta. Una vez más se presentan el error de posición (fig. 4.13), orientación (fig. 4.14) y velocidad (fig. 4.15) contra el tiempo, así como la posición en vista aérea y en el espacio. Podemos ver que esta estrategia de control presenta cierta mejoría respecto al control lineal, con movimientos más suaves y dentro de una vecindad más compacta alrededor de la posición deseada. También se presenta el caso de regulación frente a perturbaciones considerables (fig. 4.18) donde el sistema se recupera de las perturbaciones más rápido y con menos oscilaciones respecto a lo visto con el control lineal.

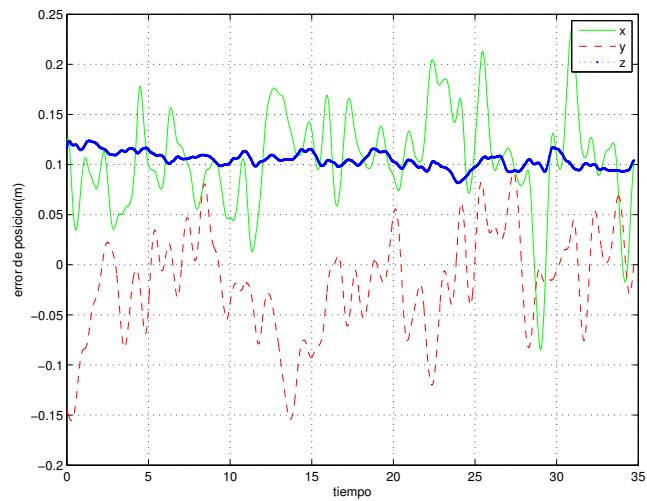


Figura 4.13: Regulación por linealización exacta: Error de posición.

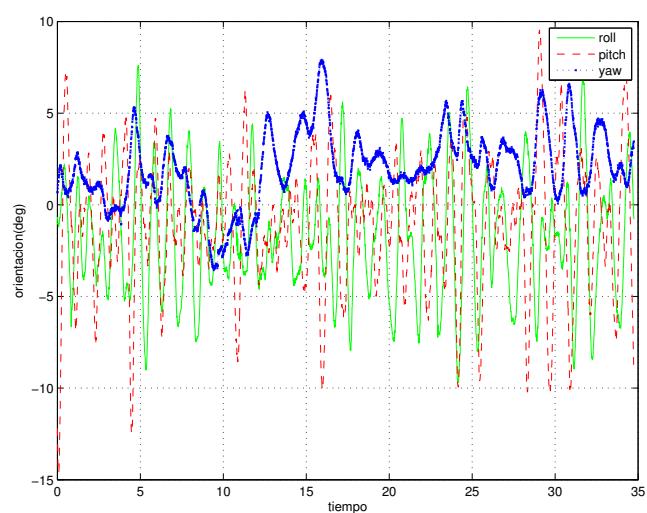


Figura 4.14: Regulación por linealización exacta: Orientación.

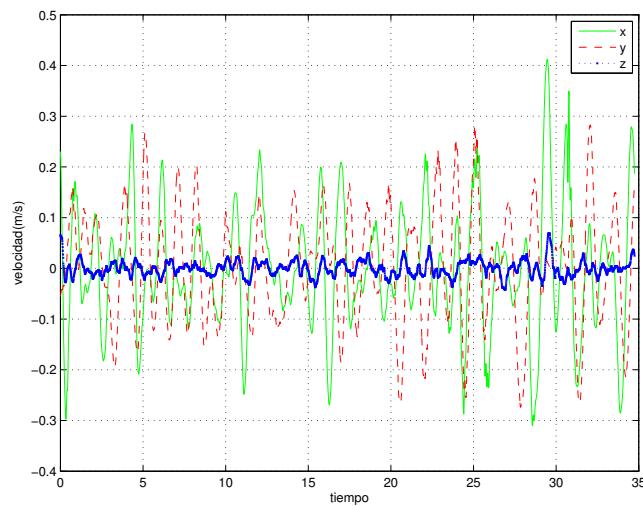


Figura 4.15: Regulación por linealización exacta: Velocidad.

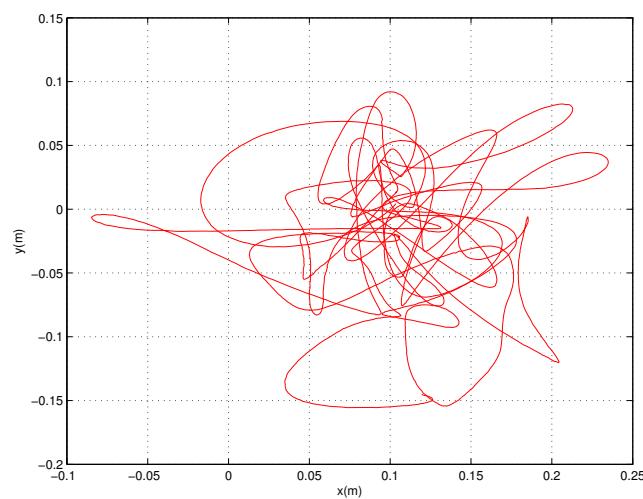


Figura 4.16: Regulación por linealización exacta: Vista aérea.

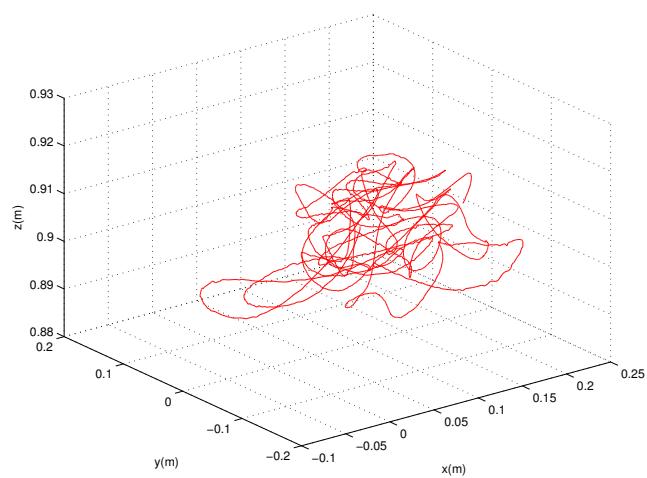


Figura 4.17: Regulación por linealización exacta: Espacio.

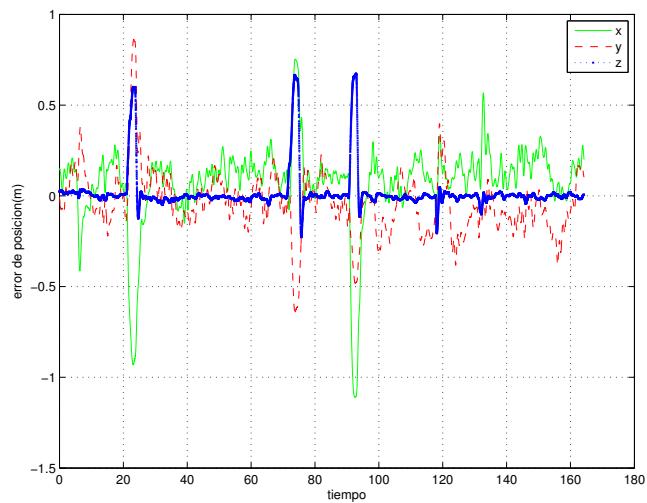


Figura 4.18: Regulación por linealización exacta: Error de posición con perturbaciones.

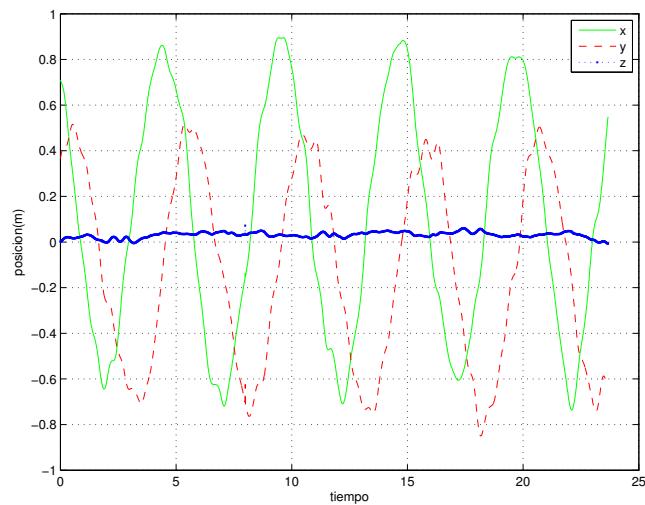


Figura 4.19: Seguimiento de trayectoria circular con linealización exacta: Posición.

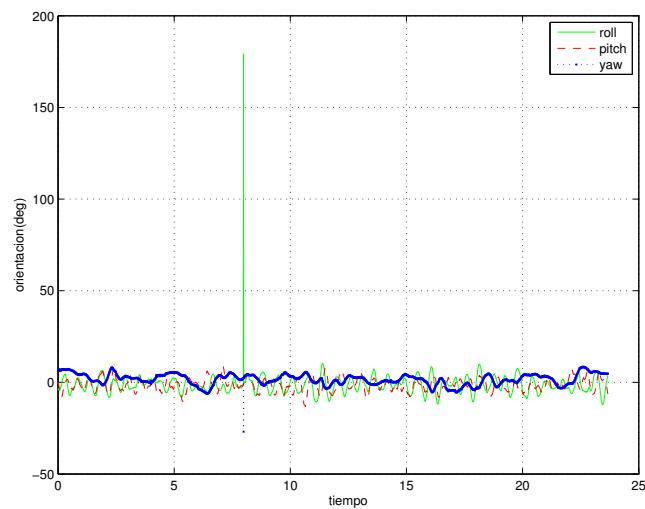


Figura 4.20: Seguimiento de trayectoria circular con linealización exacta: Orientación.

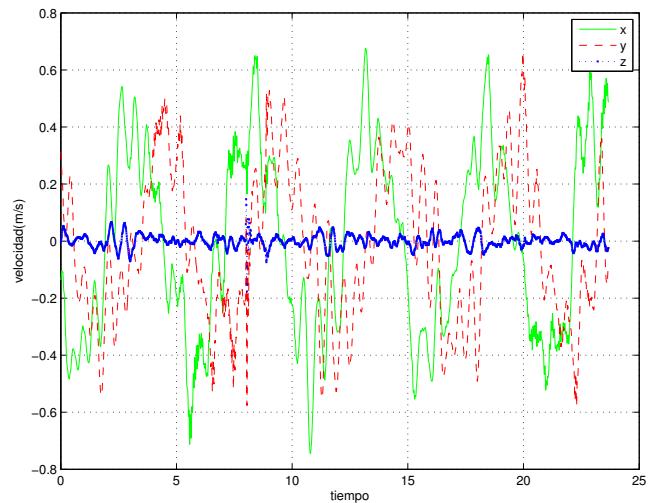


Figura 4.21: Seguimiento de trayectoria circular con linealización exacta: Velocidad.

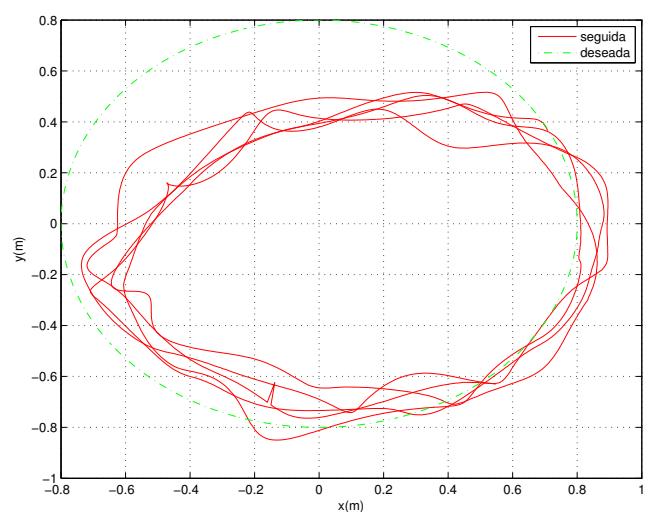


Figura 4.22: Seguimiento de trayectoria circular con linealización exacta: Vista aérea.

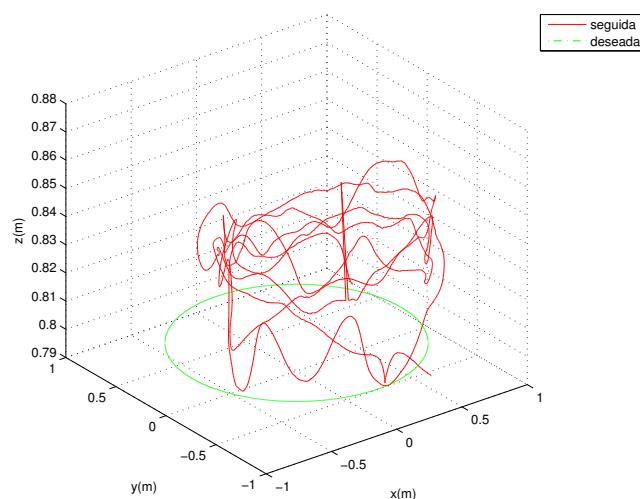


Figura 4.23: Seguimiento de trayectoria circular con linealización exacta: Espacio.

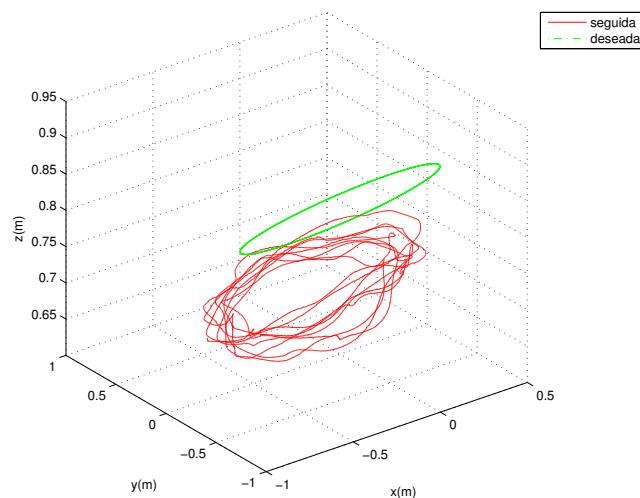


Figura 4.24: Seguimiento de trayectoria circular en un plano inclinado con linealización exacta: Espacio.

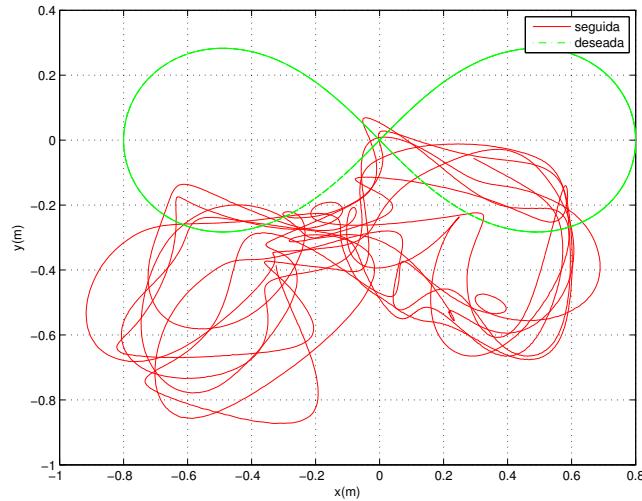


Figura 4.25: Seguimiento de trayectoria tipo lemniscata con linealización exacta: Vista aérea.

### 4.2.2. Seguimiento de trayectorias

Esta vez se pretende seguir una trayectoria circular de radio  $0,8m$  y periodo  $10s$  en el plano horizontal  $z = 0,8m$ , obteniéndose los resultados que aparecen en las imágenes 4.19-4.23. Podemos observar las gráficas de la posición (fig. 4.19), orientación (fig. 4.20) y velocidad (fig. 4.21) contra el tiempo, a igual que la posición en vista aérea (fig. 4.22) y en el espacio (fig. 4.23). En este caso la mejora respecto al controlador lineal se hace mas evidente al apreciarse un seguimiento mucho más suave y consistente. Sin embargo, el error sigue siendo significante, en especial en el eje  $y$ .

Para completar el análisis de seguimiento de trayectorias con el controlador por linealización exacta, se muestra en la figura 4.24 el seguimiento de la misma trayectoria circular, pero esta vez en un plano rotado  $15^\circ$  alrededor del eje  $x$ , así como una lemniscata de  $1,6m$  de largo en la figura 4.25.

### 4.2.3. Formación

Para verificar el desempeño del control de formación, se consideran dos experimentos. Para el primero, se emplea un líder virtual implementado en la computadora, el cual sigue una trayectoria determinada. A partir de la posición virtual del líder, un seguidor real debe tratar de permanecer exactamente en la posición en la que se supone se encuentra el líder. En esta ocasión, el líder sigue una trayectoria circular de  $0,8m$  de radio a un periodo de  $10s$  en el plano  $z = 0,8m$  y los resultados son expuestos en las figuras 4.26-4.33. En 4.26, 4.27 y 4.28, aparecen las coordenadas  $x$ ,  $y$  y  $z$  de la posición, tanto del líder como del seguidor, mientras que el error de posición del seguidor se presenta en la imagen 4.29, observándose un pequeño

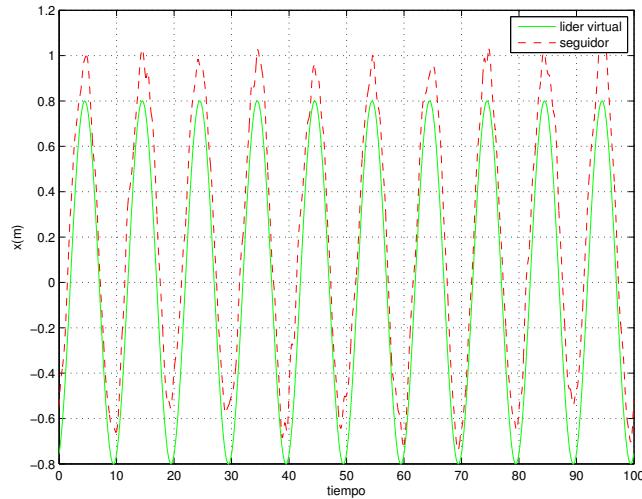


Figura 4.26: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en  $x$ .

desplazamiento hacia arriba en el eje  $x$  y un error en la amplitud para el eje  $y$ . La fig. 4.30 muestra la orientación del quadri-rotor durante el experimento, se aprecia un gran pico en el valor de roll en el tiempo 75, este se atribuye a un error de medición del sistema de cámaras y no afecta el desempeño del sistema puesto que la retroalimentación de la orientación se efectúa mediante la central inercial IMU. La velocidad aparece en la gráfica 4.31 y la posición en vista aérea y en el espacio en fig. 4.32 y fig. 4.33, respectivamente. De estas gráficas se concluye que el desempeño del control de formación es por bastante satisfactorio, obteniendo una respuesta suave y cercana a la deseada, muy similar a la obtenida en el seguimiento de trayectorias, pero el error sigue siendo considerable.

El segundo experimento se presenta en las figuras 4.34-4.43 y consiste en mantener el seguidor a cierta distancia y ángulo en el plano horizontal respecto a un helicóptero líder que es manipulado manualmente por un operador, es decir, el seguidor imitará los movimientos arbitrarios que el operador efectúe con el quadri-rotor líder. Esta vez, el seguidor debe mantenerse a 1m de distancia en un ángulo de  $45^\circ$  respecto al líder. La a posición en  $x$ ,  $y$  y  $z$  obtenida, se desplaza para que coincida con la del líder y se presenta en fig. 4.34, fig. 4.35 y fig. 4.36, respectivamente, y el error de posición aparece en fig. 4.29 mientras la orientación esta plasmada en fig. 4.38. La velocidad en  $x$  y  $y$  se aprecia en fig. 4.39 y fig. 4.40 al tiempo que el error de velocidad viene dado en fig. 4.41. Finalmente, las figuras 4.42 y 4.43 muestran la posición de líder y seguidor en vista aérea y en el espacio tridimensional. Nuevamente el desempeño obtenido es por demás aceptable, presentando oscilaciones sólo ante cambios bruscos.

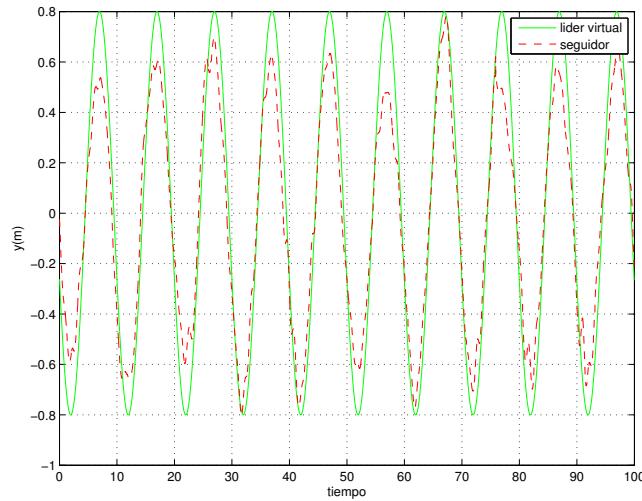


Figura 4.27: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en  $y$ .

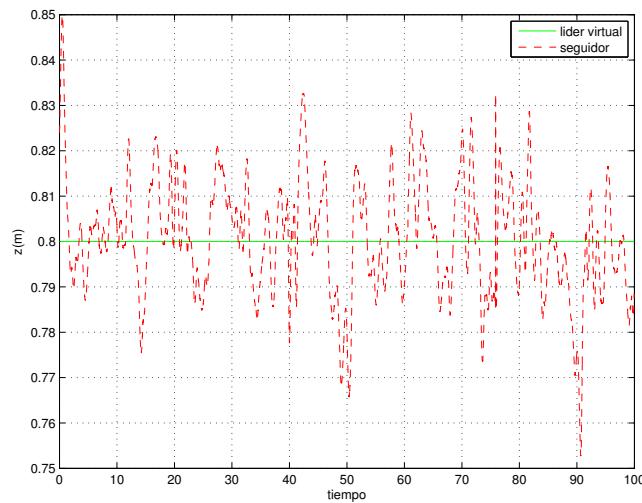


Figura 4.28: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en  $z$ .

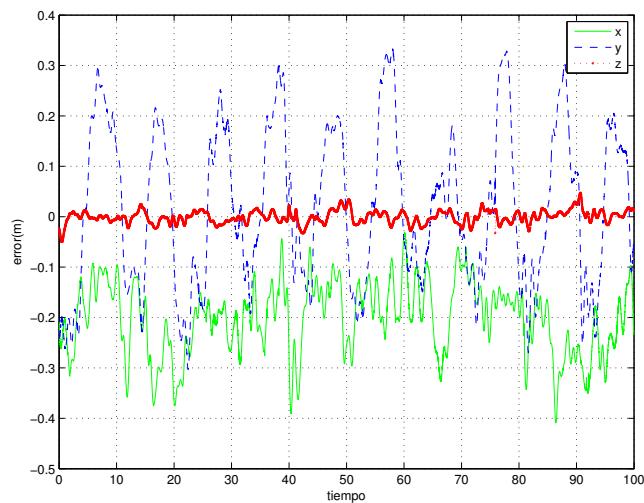


Figura 4.29: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Error de posición.

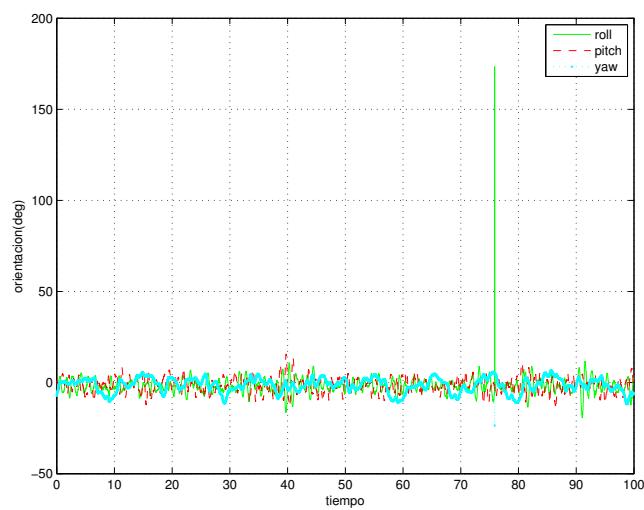


Figura 4.30: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Orientación.

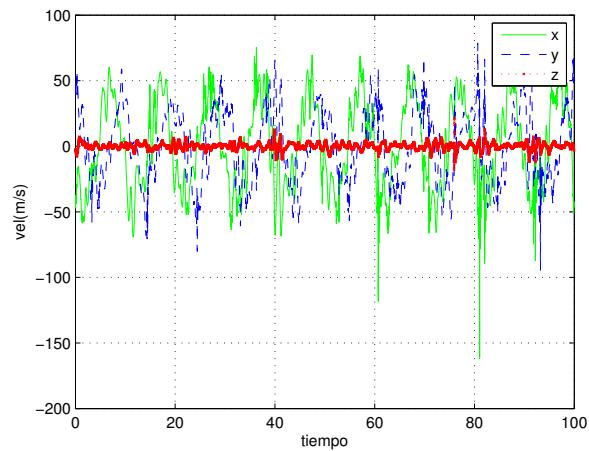


Figura 4.31: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Velocidad.

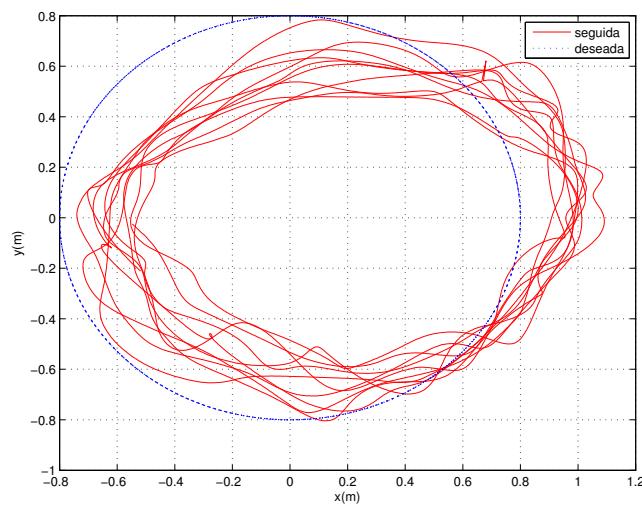


Figura 4.32: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Vista aérea.

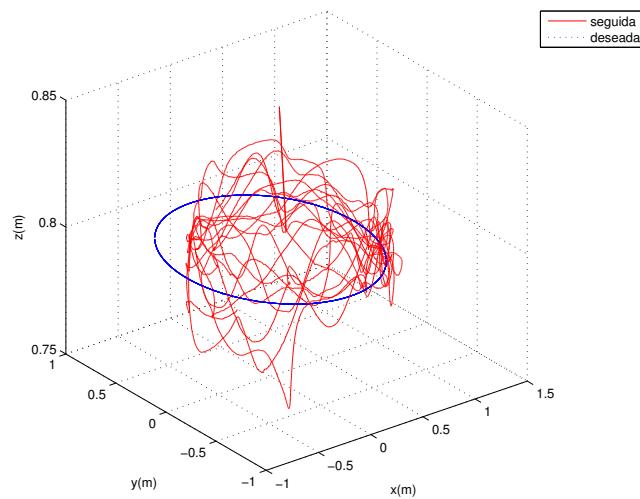


Figura 4.33: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Espacio.

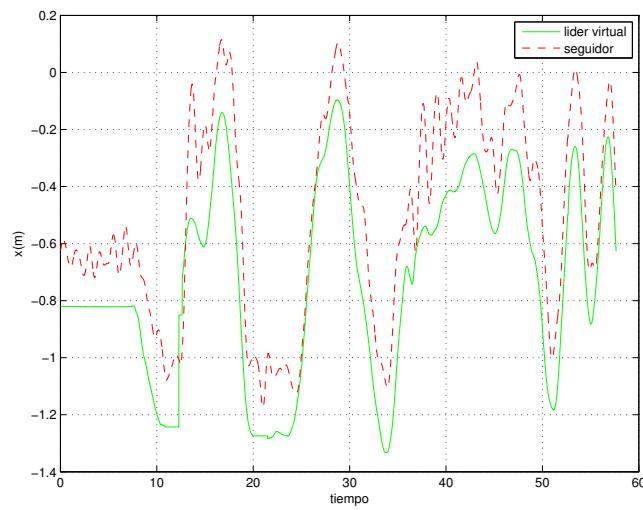


Figura 4.34: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en  $x$ .

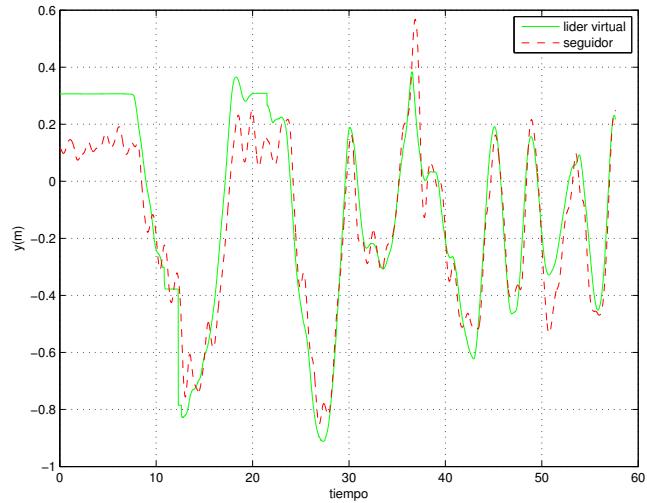


Figura 4.35: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en  $y$ .

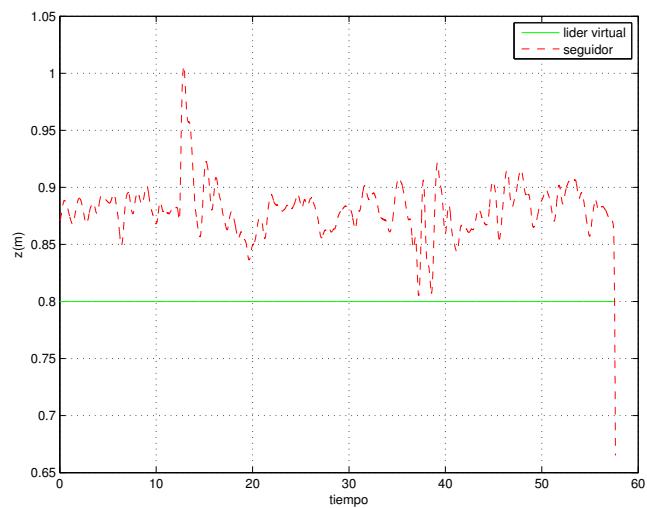


Figura 4.36: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en  $z$ .

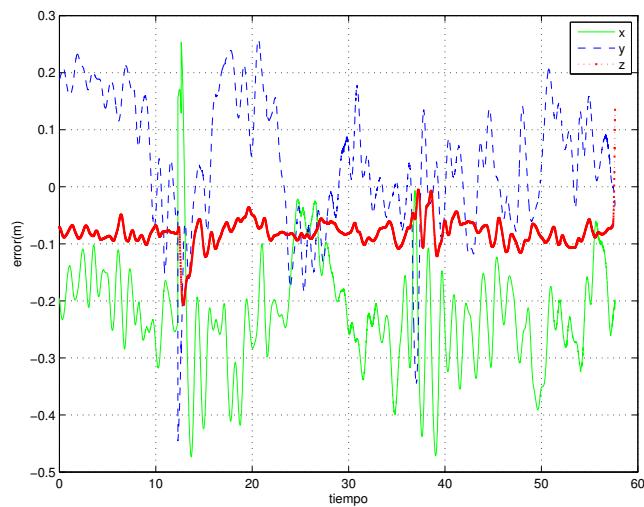


Figura 4.37: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Error de posición.

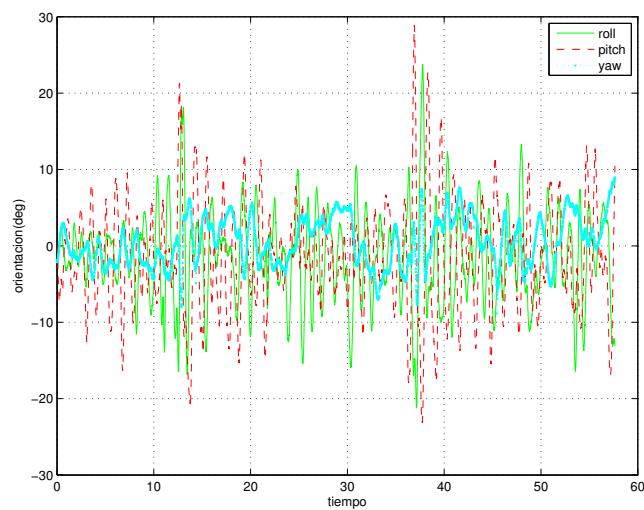


Figura 4.38: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Orientación.

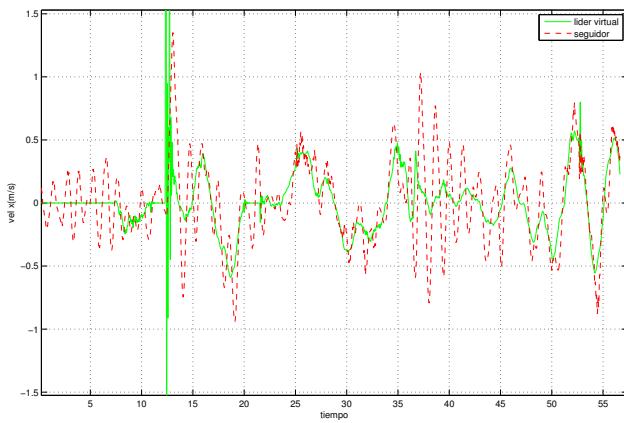


Figura 4.39: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Velocidad en  $x$ .

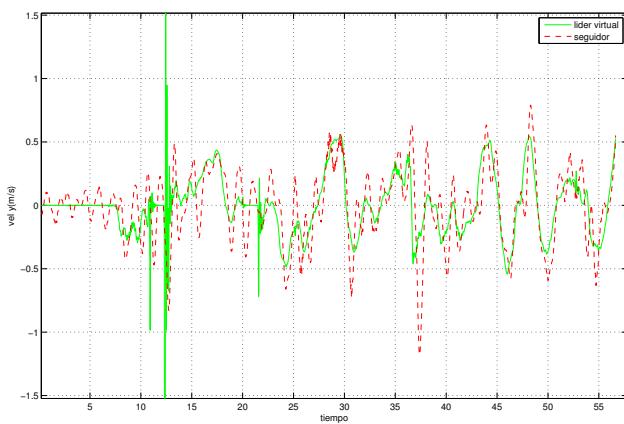


Figura 4.40: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Velocidad en  $y$ .

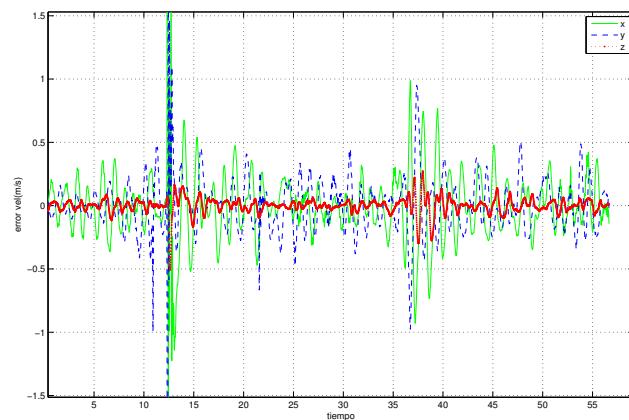


Figura 4.41: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Error de velocidad.

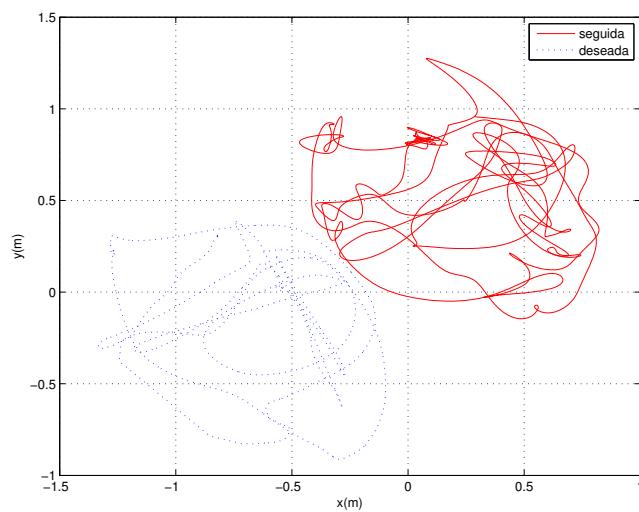


Figura 4.42: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Vista aérea.

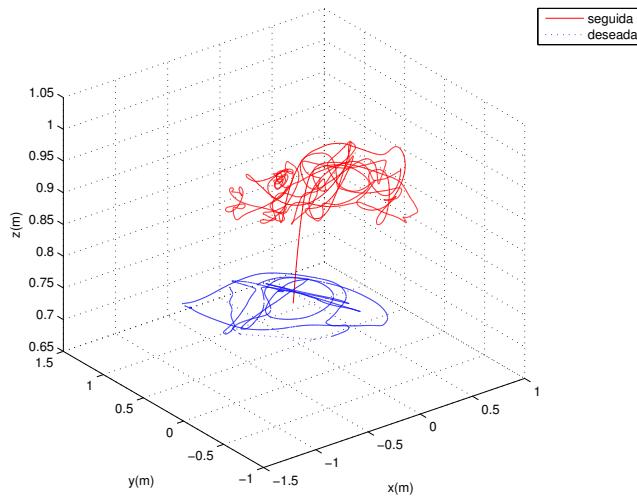


Figura 4.43: Control de formación por linealización exacta respecto a un líder manipulado manualmente: Espacio.

$L_\xi$	$L$	$L_1$	$L_2$
0,2	0,02	0,02	0,01

Tabla 4.4: Ganancias del control por modos deslizantes.

### 4.3. Modos deslizantes

Se muestran a continuación los resultados obtenidos empleando un controlador por modos deslizantes. Estos experimentos incluyen regulación, seguimiento de trayectorias y formación respecto de un líder, comparando para este último caso dos estrategias de control de formación que consisten en modos deslizantes de primer y segundo orden.

Para los siguientes resultados fueron utilizados parámetros similares a los mostrados en la tabla 4.4

#### 4.3.1. Regulación

Nuevamente se analiza el caso de regulación a una posición deseada, esta vez empleando la estrategia por modos deslizantes, a través de las figuras 4.44-4.48. En la imagen 4.44 aparece el error de posición, la orientación y la velocidad se representan en Fig. 4.45 y Fig. 4.46 respectivamente, y Fig. 4.47 junto con Fig. 4.48 presentan tanto la vista aérea como en el espacio. En este caso no se aprecia mejora respecto a lo obtenido mediante la estrategia de linealización exacta, siendo ésta ultima incluso mejor en cuanto a la magnitud del error, a pesar de lo cual, el comportamiento se considera satisfactorio gracias a la suavidad de los desplazamientos del quadri-rotor.

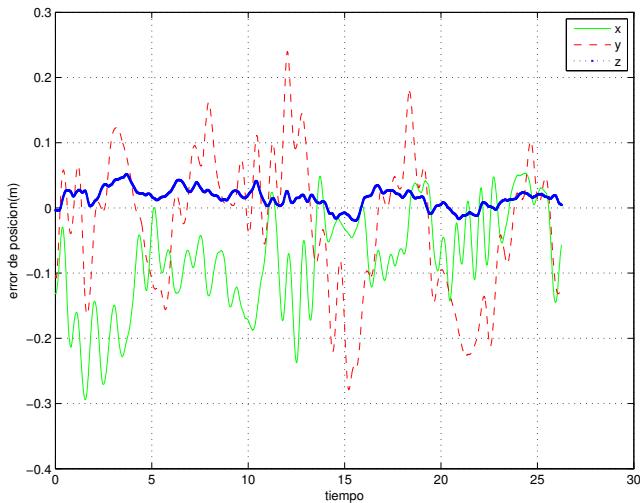


Figura 4.44: Regulación por modos deslizantes: Error de posición.

La Fig. 4.49 muestra un ejercicio de regulación mientras el quadri-rotor es continuamente perturbado, con un buen desempeño en general.

### 4.3.2. Seguimiento de trayectorias

Se prosigue al análisis del seguimiento de una trayectoria circular de 0,8m de radio y un periodo de 10s, por medio de las ilustraciones 4.50-4.54. La posición, orientación, velocidad, vista aérea y del espacio (figuras 4.50, 4.51, 4.52, 4.53 y 4.54 respectivamente) resumen el comportamiento obtenido mediante esta estrategia. Una vez mas, el seguimiento no es el ideal, pero se acerca bastante, con un poco mas de oscilaciones que en el control por linealización. También se muestran imágenes de otras trayectorias, en la Fig. 4.55 aparece la vista en el espacio de un círculo rotado 16° en el eje x, al tiempo que la vista aérea del seguimiento de una lemniscata aparece en la Fig. 4.56.

### 4.3.3. Formación

Una vez más se efectuaron dos tipos de experimentos de formación, para cada control de formación por modos deslizantes, de primer y segundo orden. Estos experimentos son: formación respecto de un líder virtual que a su vez sigue una trayectoria circular y respecto de un líder manipulado manualmente.

#### 4.3.3.1. Modo deslizante de primer orden

El comportamiento del control de formación por modos deslizantes de primer orden, para formación respecto de un líder virtual siguiendo una trayectoria circular

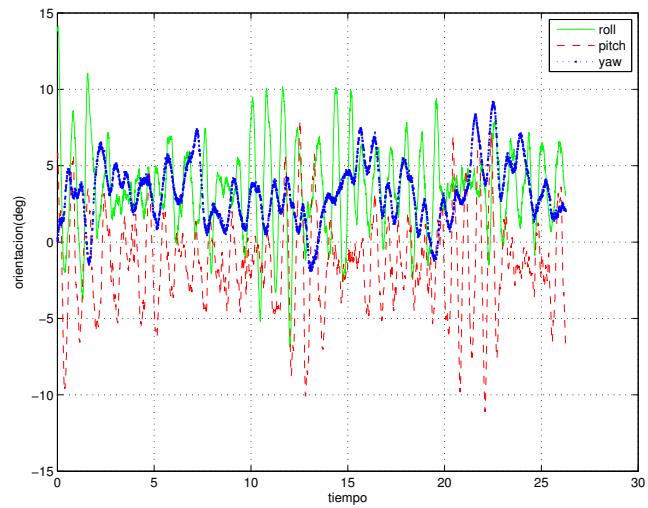


Figura 4.45: Regulación por modos deslizantes: Orientación.

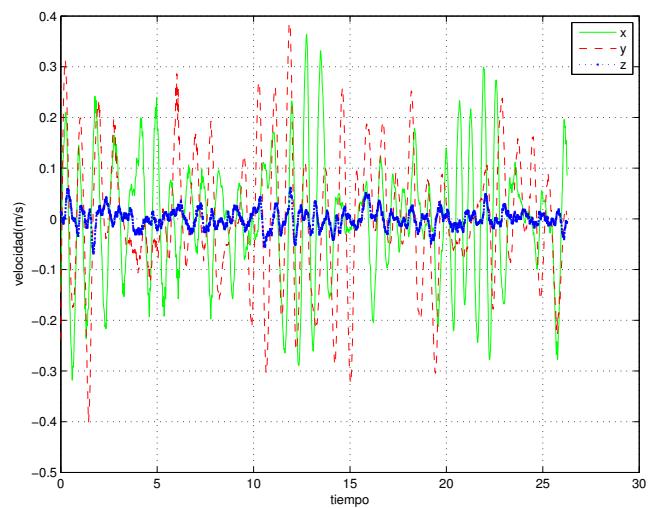


Figura 4.46: Regulación por modos deslizantes: Velocidad.

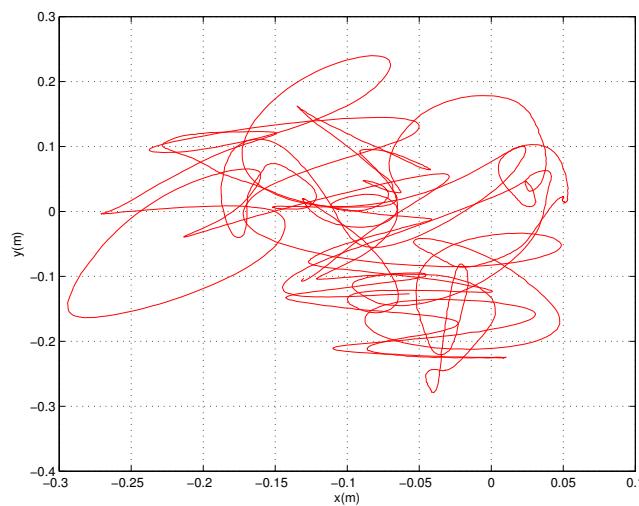


Figura 4.47: Regulación por modos deslizantes: Vista aérea.

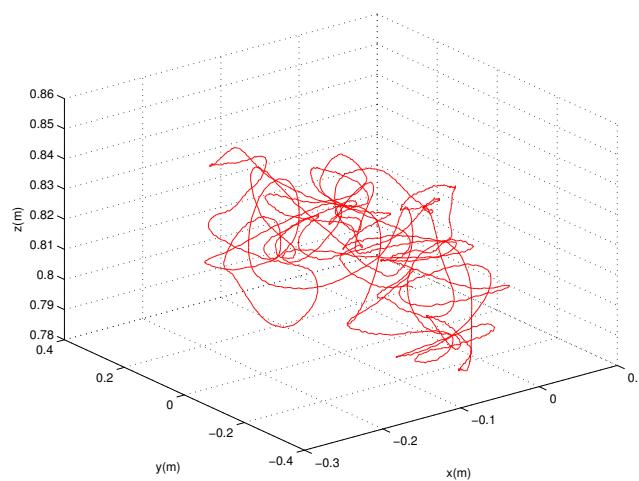


Figura 4.48: Regulación por modos deslizantes: Espacio.

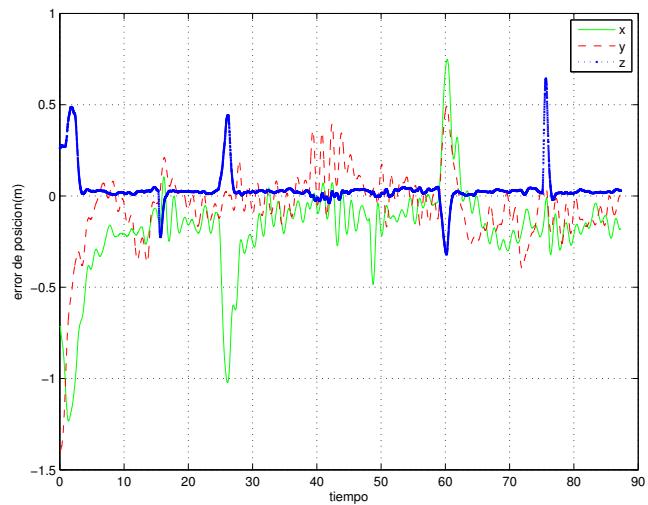


Figura 4.49: Regulación por modos deslizantes: Error de posición con perturbaciones.

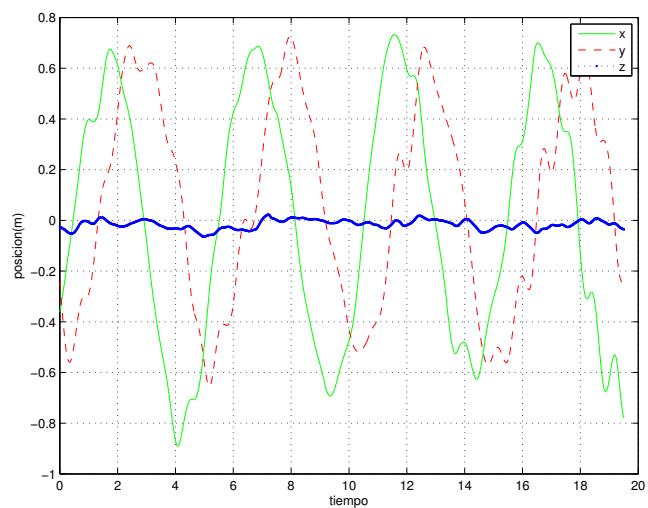


Figura 4.50: Seguimiento de trayectoria circular con modos deslizantes: Posición.

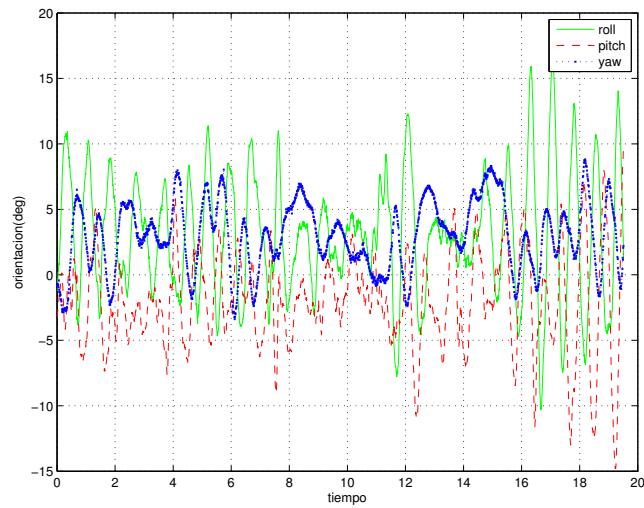


Figura 4.51: Seguimiento de trayectoria circular con modos deslizantes: Orientación.

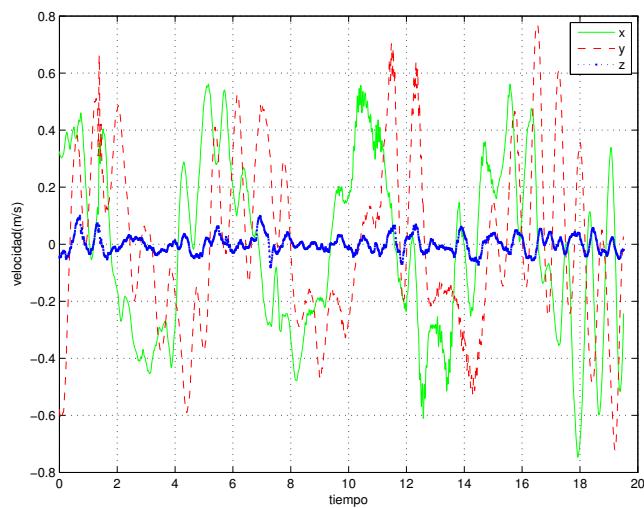


Figura 4.52: Seguimiento de trayectoria circular con modos deslizantes: Velocidad.

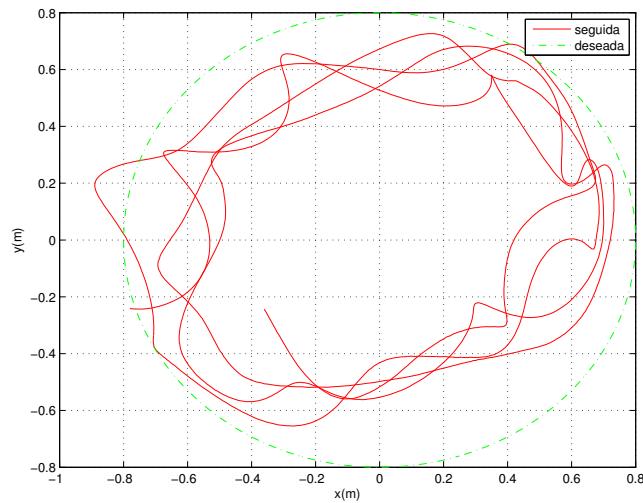


Figura 4.53: Seguimiento de trayectoria circular con modos deslizantes: Vista aérea.

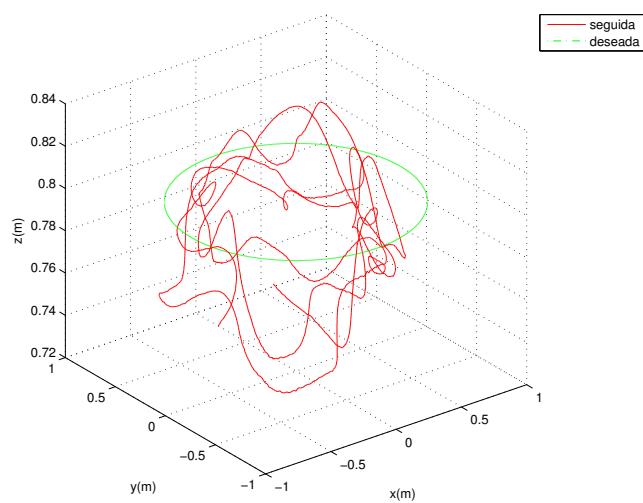


Figura 4.54: Seguimiento de trayectoria circular con modos deslizantes: Espacio.

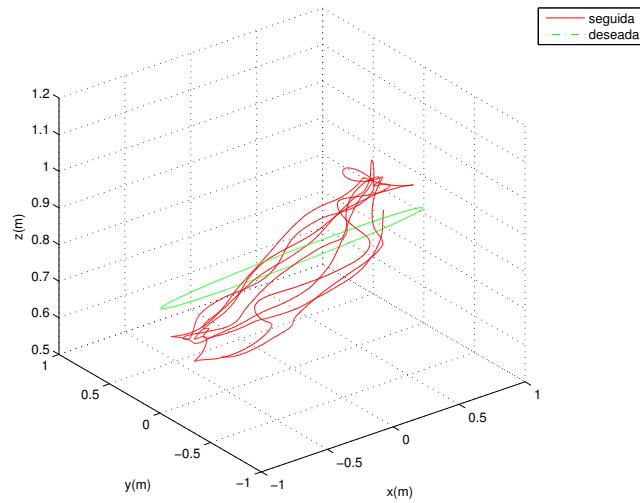


Figura 4.55: Seguimiento de trayectoria circular en un plano inclinado con modos deslizantes: Espacio.

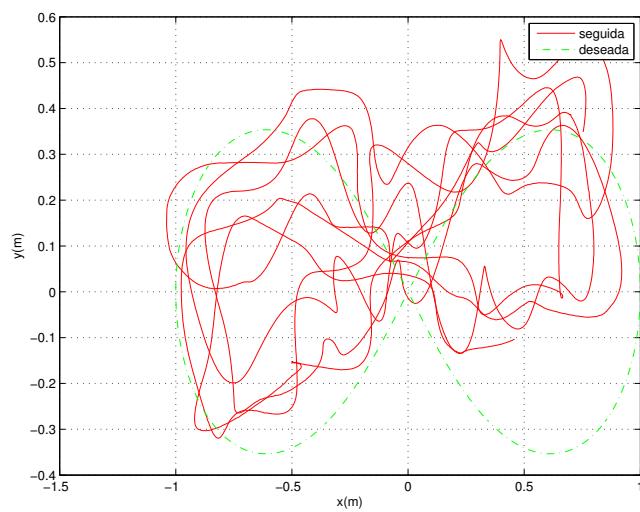


Figura 4.56: Seguimiento de trayectoria tipo lemniscata con modos deslizantes: Vista aérea.

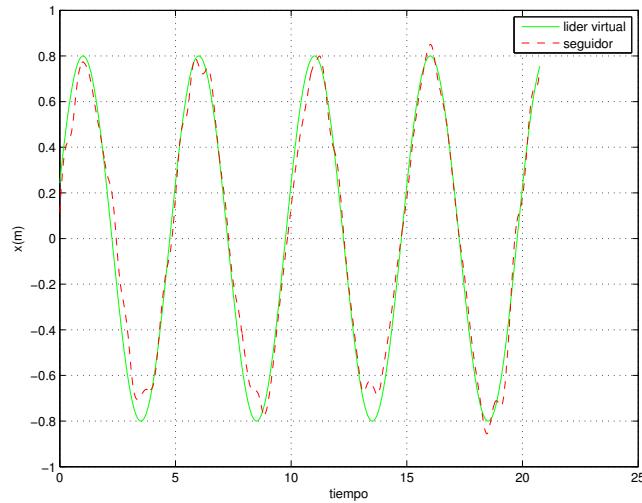


Figura 4.57: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en  $x$ .

es evaluado con ayuda de las figuras 4.57-4.64. La posición en las coordenadas  $x$ ,  $y$  y  $z$  es presentada en las figuras 4.57, 4.58 y 4.59, y es fácil ver que el desempeño en la coordenada  $x$  es excelente, no así en la coordenada  $y$  donde la amplitud se ve considerablemente disminuida, lo que se confirma con los errores de posición mostrados en la Fig. 4.60. También se tienen ilustradas la orientación (Fig. 4.61) y el error de velocidad (Fig. 4.62), al igual que la vista aérea (Fig. 4.63) y en el espacio (Fig. 4.64). Esta vez sí se percibe una notable mejoría respecto al control por linealización, con valores en la coordenada  $x$  más cercanos a lo deseado.

Ahora, se trata de mantener al helicóptero seguidor a una distancia de 1m y un ángulo de 45° de un líder real manipulado manualmente, empleando de nuevo el control por modos deslizantes de primer orden (figuras 4.65-4.74). Se tienen gráficas de la posición en los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$  en las figuras 4.65, 4.66 y 4.59, así como del error de posición en Fig. 4.60, a partir de los cuales se puede apreciar un comportamiento bastante adecuado, una vez más superando el observado con el control por linealización al tener errores más acotados tanto en el eje  $x$  como en  $y$  y con menos oscilaciones. La orientación aparece en la figura 4.69, la velocidad en el eje  $x$  en Fig. 4.70 y en el eje  $y$  en Fig. 4.71, el error de velocidad en Fig. 4.72 y las figuras 4.73 y 4.74 contienen la vista aérea y del espacio.

#### 4.3.3.2. Modo deslizante de segundo orden

Se repiten ambos ejercicios de formación, pero esta vez empleando una estrategia de control de formación por modos deslizantes de segundo orden, buscando cierto grado de suavidad en el controlador. Para la formación respecto a un líder virtual en trayectoria circular se muestran las imágenes 4.75-4.82. Se observa la posición en las coordenadas  $x$ ,  $y$  y  $z$  mediante las figuras 4.75, 4.76 y 4.77 respectivamente,

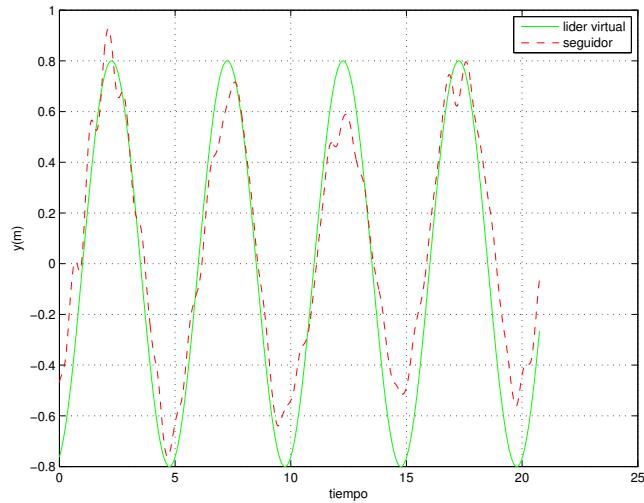


Figura 4.58: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en  $y$ .

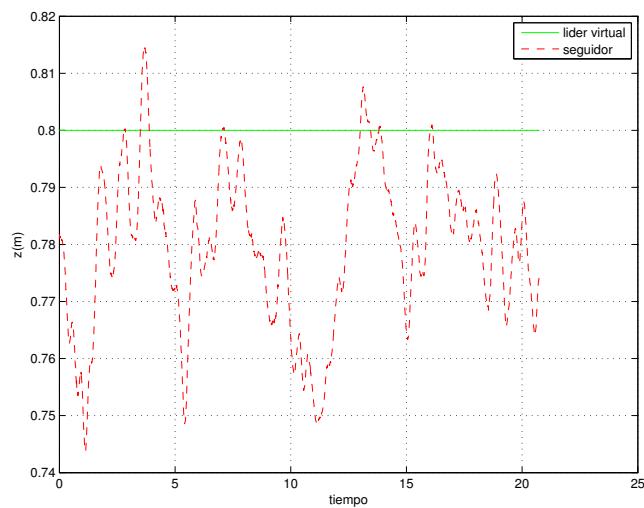


Figura 4.59: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en  $z$ .

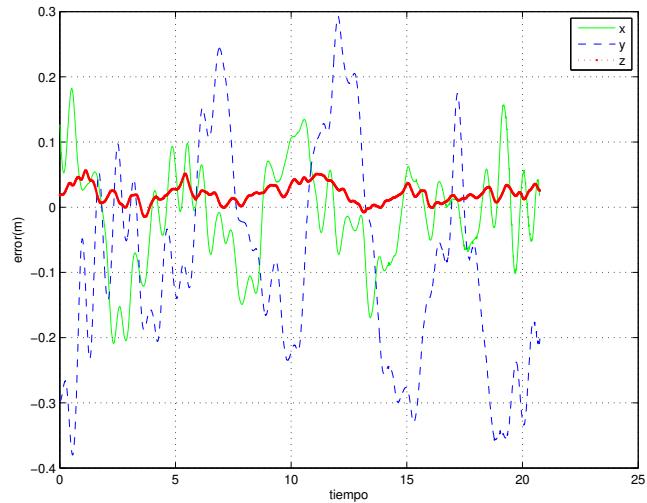


Figura 4.60: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Error de posición.

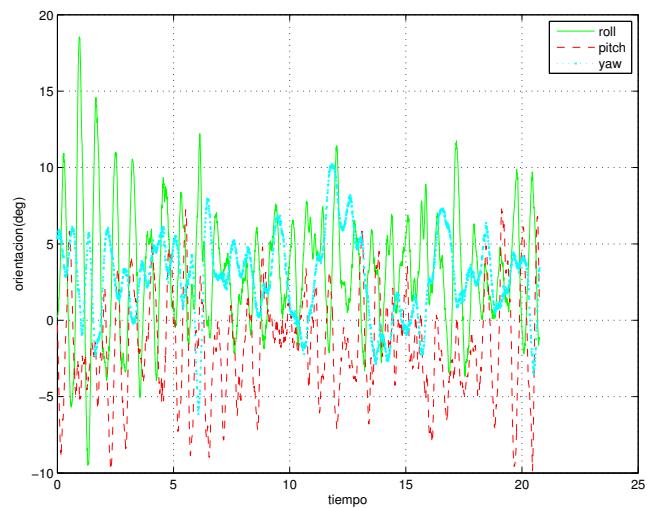


Figura 4.61: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Orientación.

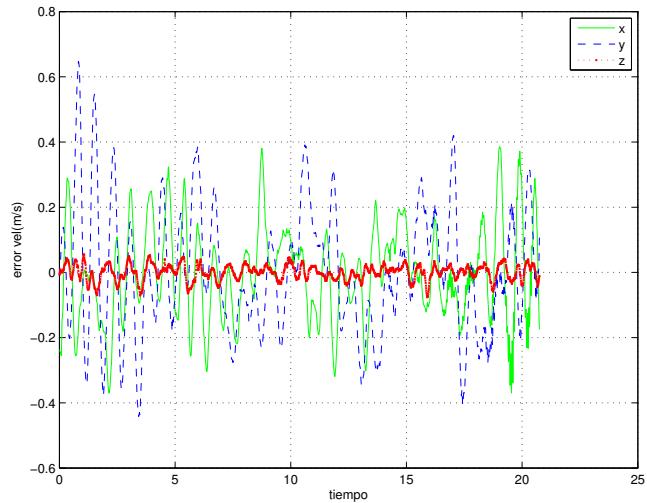


Figura 4.62: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Velocidad.

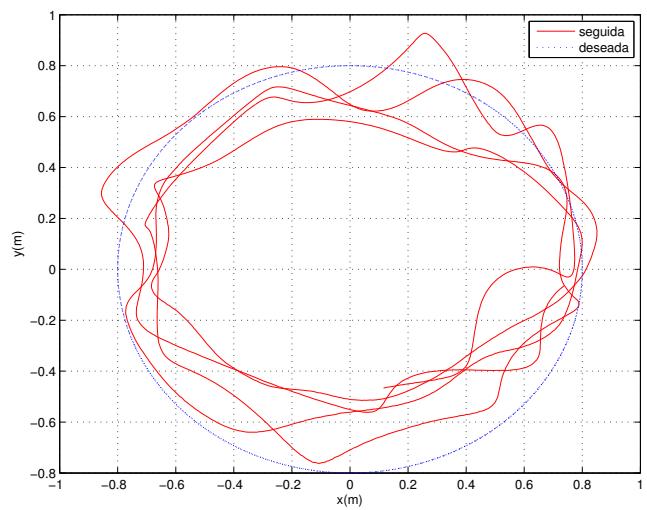


Figura 4.63: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Vista aérea.

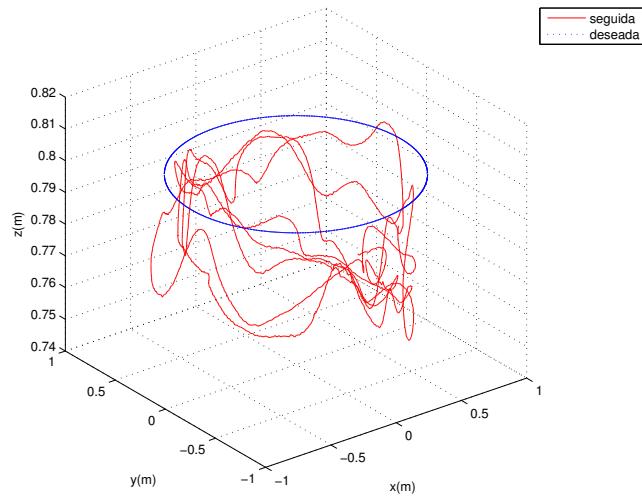


Figura 4.64: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Espacio.

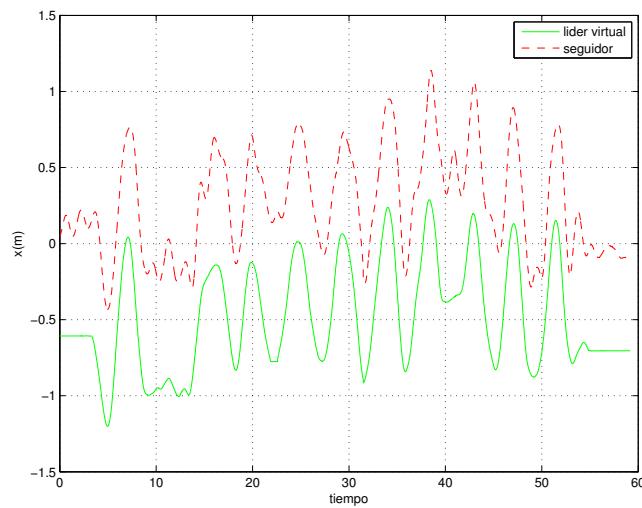


Figura 4.65: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en  $x$ .

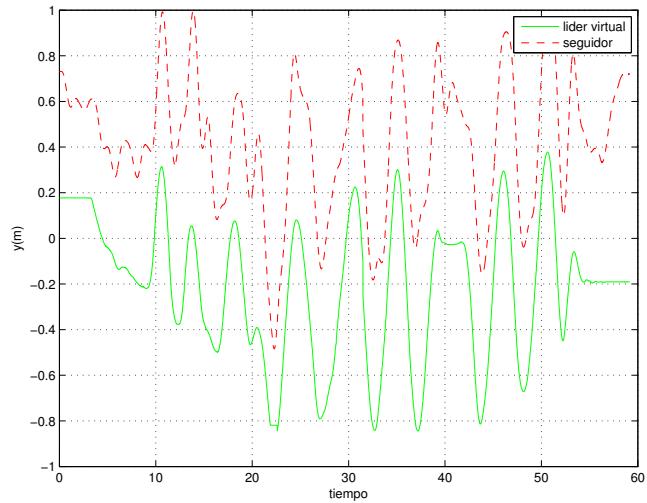


Figura 4.66: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en  $y$ .

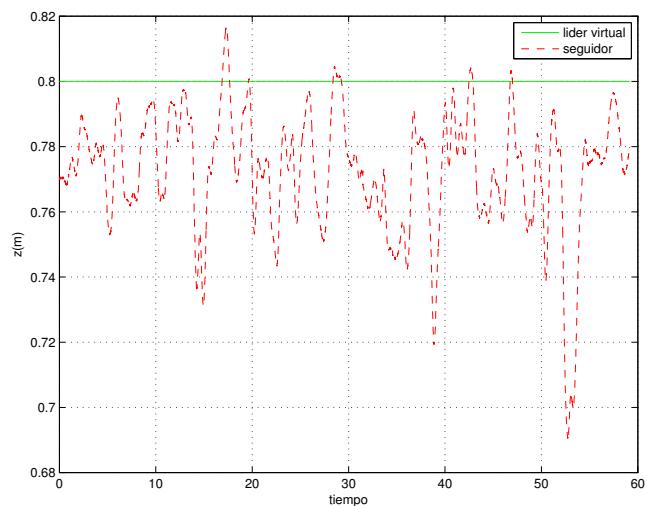


Figura 4.67: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en  $z$ .

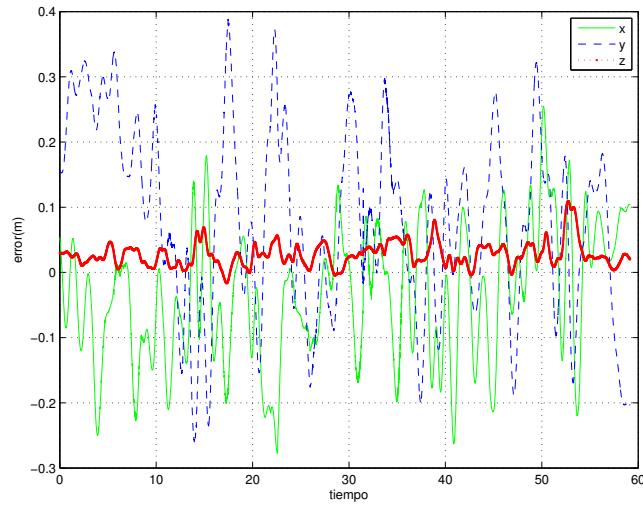


Figura 4.68: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Error de posición.

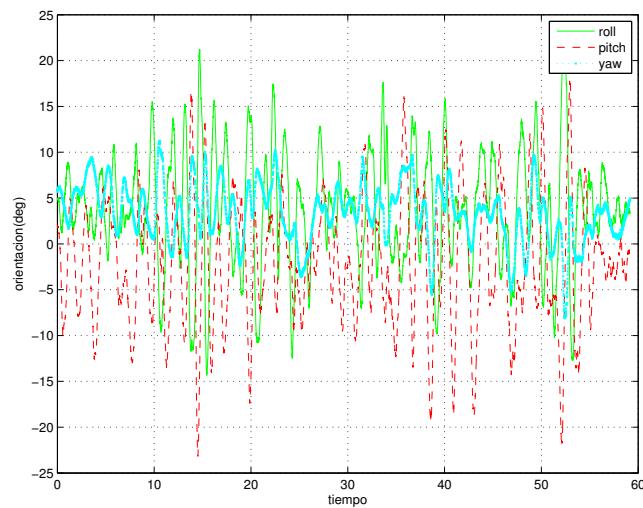


Figura 4.69: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Orientación.

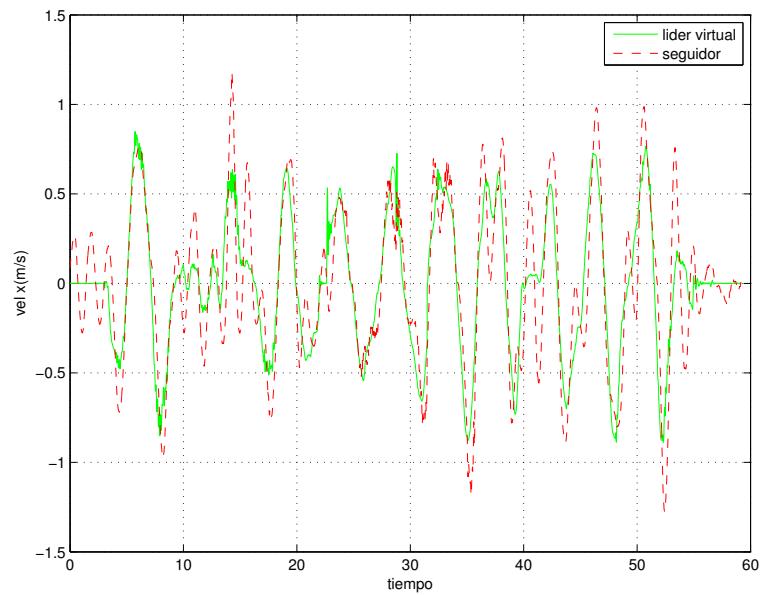


Figura 4.70: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Velocidad en  $x$ .

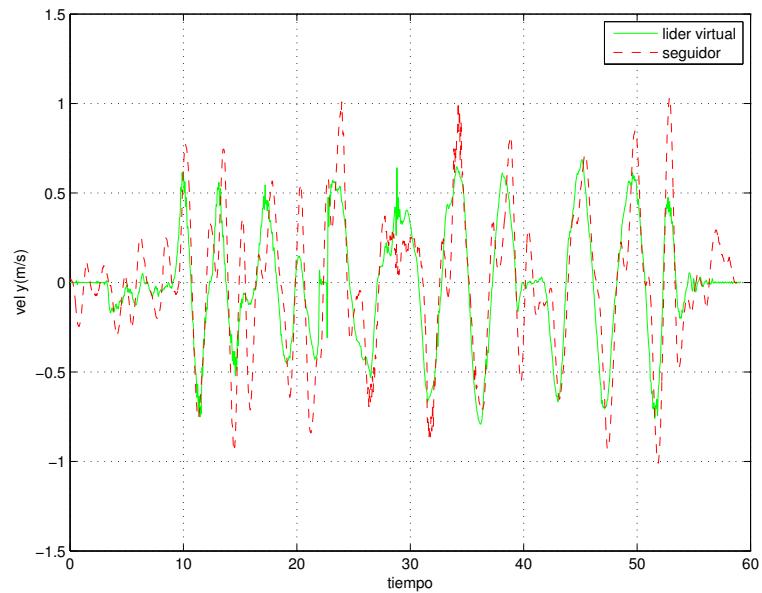


Figura 4.71: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Velocidad en  $y$ .

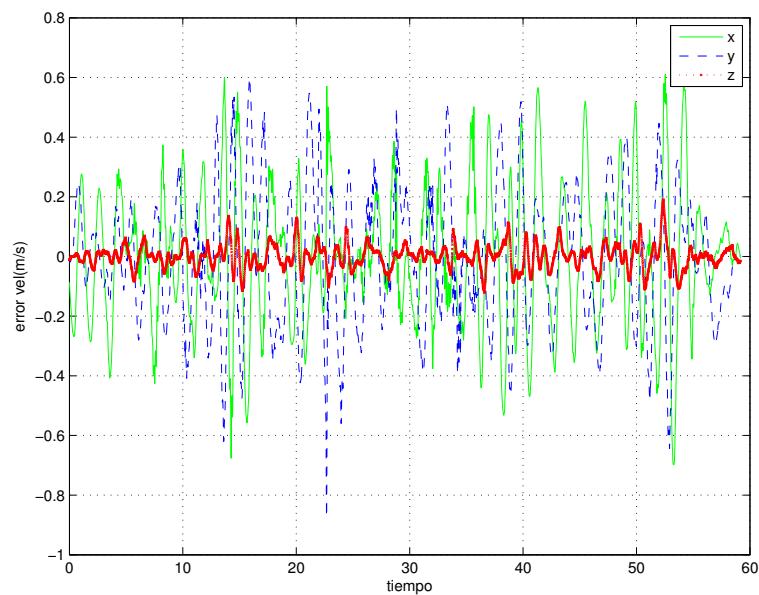


Figura 4.72: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Error de velocidad.

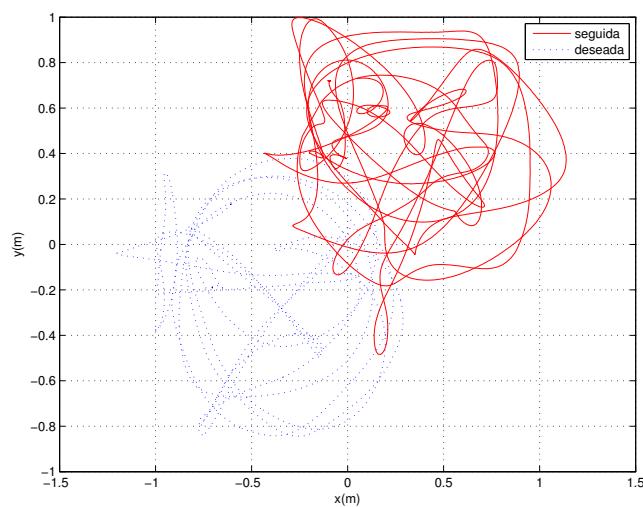


Figura 4.73: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Vista aérea.

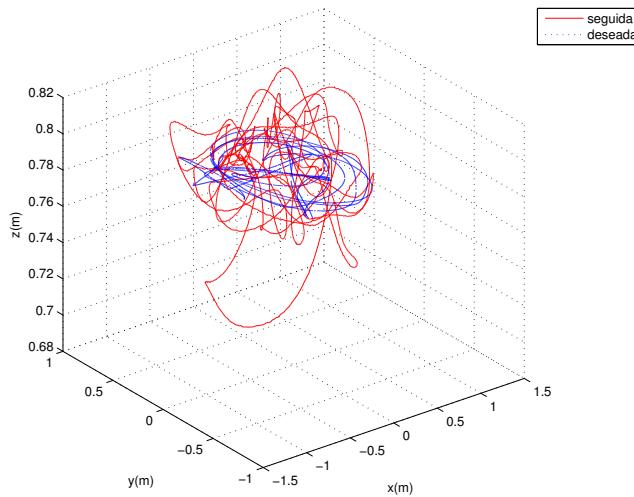


Figura 4.74: Control de formación por modos deslizantes de primer orden respecto a un líder manipulado manualmente: Espacio.

así como el error de posición en Fig. 4.78, donde se distingue un comportamiento muy similar al obtenido por el control de modos deslizantes de primer orden. Para completar el análisis se tienen la orientación (Fig. 4.79), el error de velocidad (Fig. 4.80) y las vistas aérea (Fig. 4.81) y en el espacio (Fig. 4.82).

Ante el buen desempeño del control de formación, se probó con una trayectoria más complicada para el líder virtual, como lo es una lemniscata. Esta vez sólo se exponen los errores de posición en la figura 4.83 y la vista aérea, en la figura 4.84 de la trayectoria recorrida tanto por el líder como por el seguidor. Se aprecia nuevamente un excelente resultado en la coordenada  $x$  y un poco deficiente en la coordenada  $y$ , muy parecido a lo obtenido en la trayectoria circular.

Ahora bien, para el experimento de formación respecto a un líder manipulado manualmente se exponen las figuras 4.85-4.94. Se presenta la posición en  $x$ ,  $y$  y  $z$ , el error de posición, la orientación, la velocidad en  $x$  y en  $y$ , el error de velocidad y las vistas aérea y del espacio por medio, respectivamente, de las figuras 4.85, 4.86, 4.87, 4.88, 4.89, 4.90, 4.91, 4.92, 4.93 y 4.94, observándose un buen comportamiento. Haciendo una comparación con los resultados obtenidos por el control de formación por modos deslizantes de primer orden, lo que se encuentra es que el control por modos deslizantes de segundo orden presenta una apreciable mejoría en el comportamiento del sistema, disminuyendo ligeramente la magnitud de los errores.

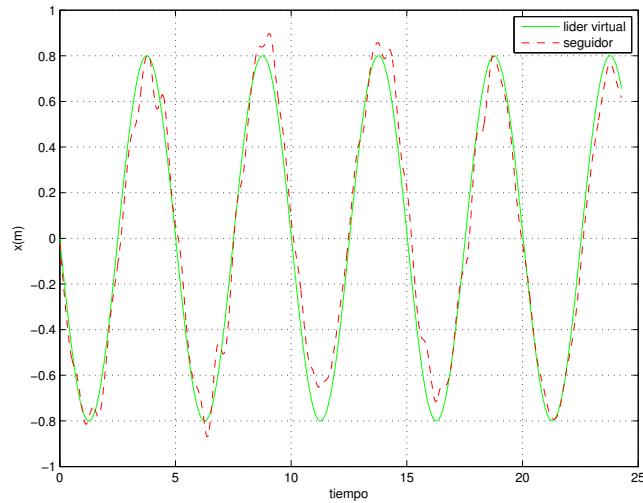


Figura 4.75: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en  $x$ .

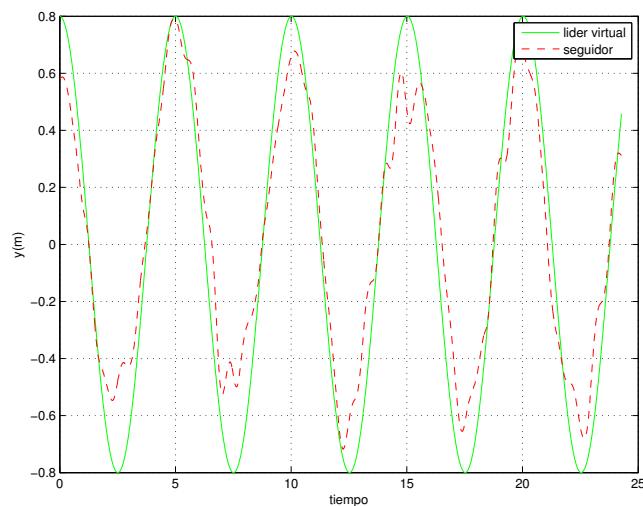


Figura 4.76: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en  $y$ .

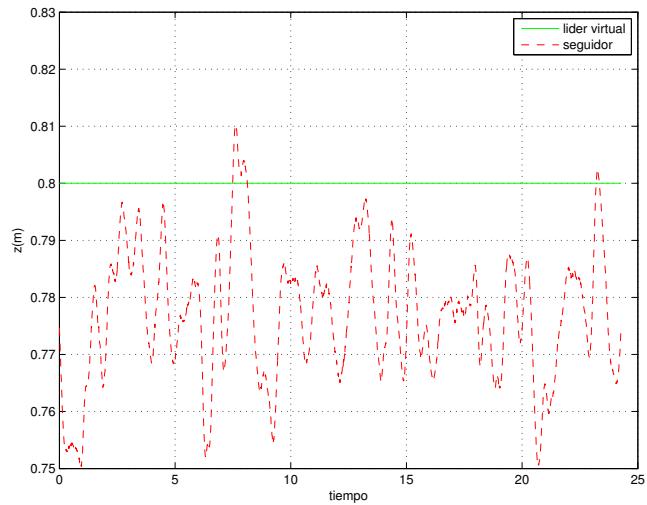


Figura 4.77: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Posición en  $z$ .

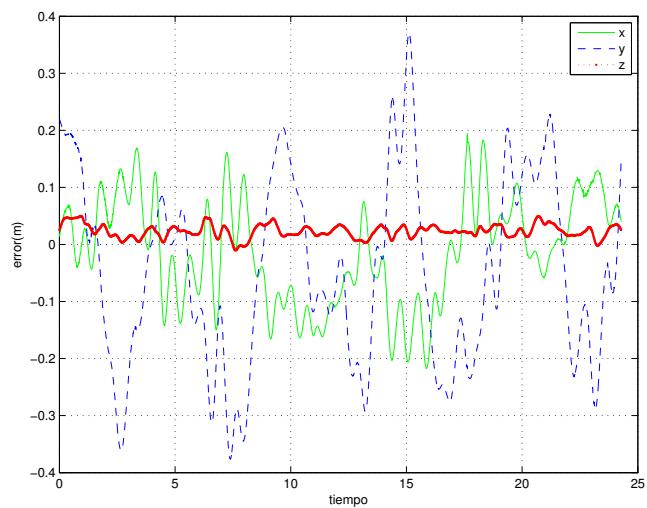


Figura 4.78: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Error de posición.

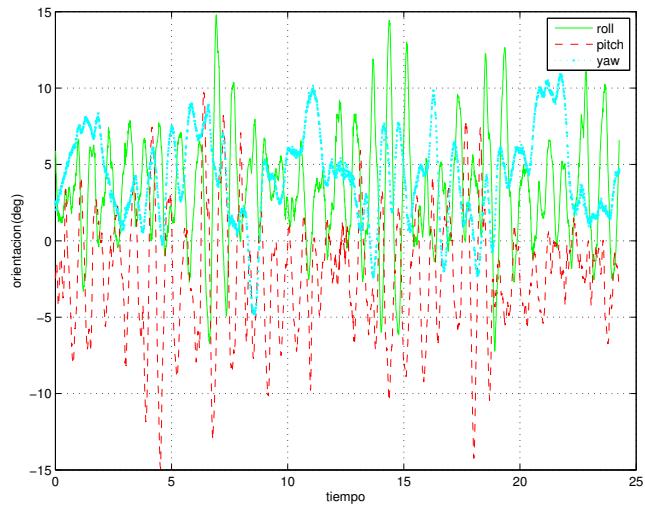


Figura 4.79: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Orientación.

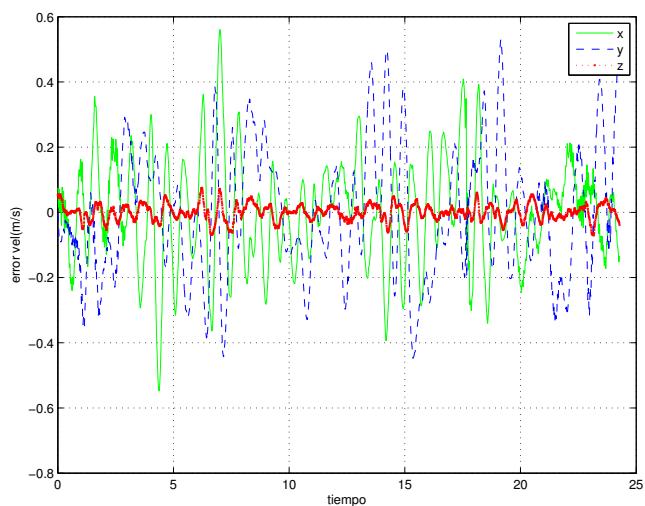


Figura 4.80: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Velocidad.

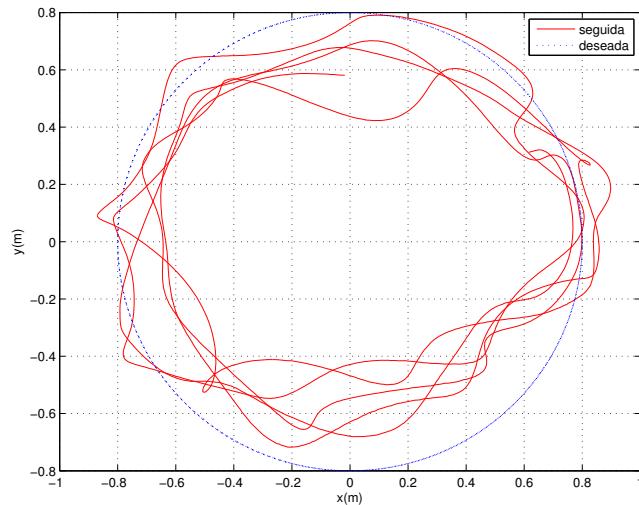


Figura 4.81: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Vista aérea.

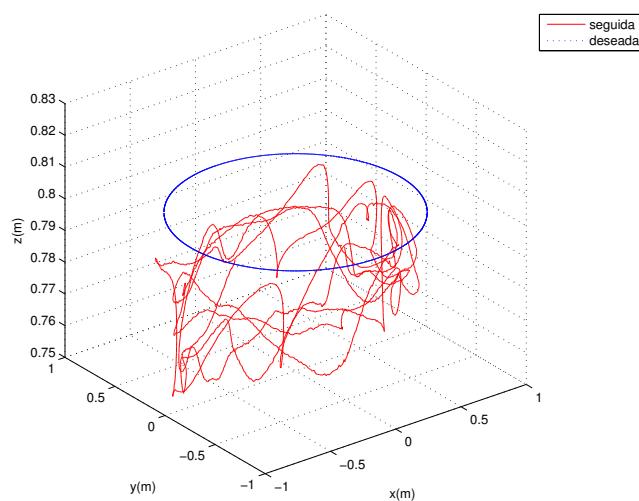


Figura 4.82: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria circular: Espacio.

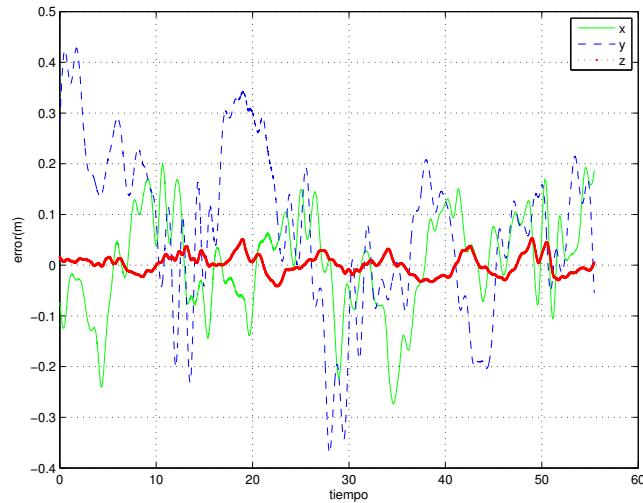


Figura 4.83: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria tipo lemniscata: Error de posición.

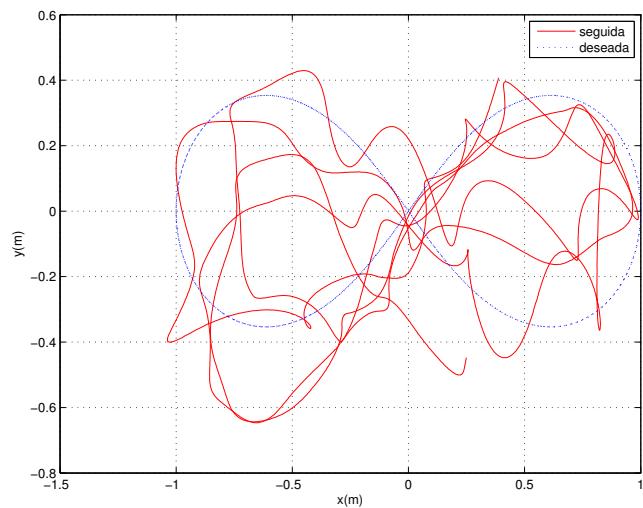


Figura 4.84: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder virtual en trayectoria tipo lemniscata: Espacio.

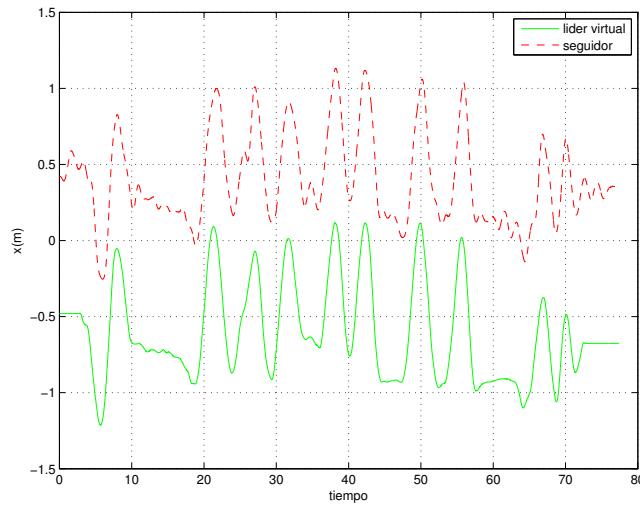


Figura 4.85: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en  $x$ .

#### 4.4. Regulación simultanea de dos quadri-rotores

Hasta ahora, sólo se han presentado experimentos con un quadri-rotor en vuelo. Esto se debe a la dificultad de tener más de un helicóptero volando en un espacio cerrado tan reducido, puesto que cada quadri-rotor en vuelo produce importantes corrientes de aire que perturban significativamente el comportamiento del resto. Para ayudar a disminuir esto en trabajos futuros, se recomienda buscar UAV's más pequeños, para aprovechar mejor el espacio y producir corrientes de aire más ligeras. Para ilustrar estos efectos de interacción entre quadri-rotores en vuelo, se efectuó un experimento de vuelo simultaneo de dos quadri-rotores, que deben permanecer en una posición deseada, a 1,8m de distancia entre sí. Se emplea una estrategia de control por modos deslizantes tratando de aprovechar su propiedad de robustez. Para cada UAV, la posición aparece en las figuras 4.95 y 4.96, la orientación esta dada en Fig. 4.97 y Fig. 4.98, mientras que las figuras 4.99, 4.100 contienen la velocidad y, por último, las vistas aérea y del espacio en la Fig. 4.101 y Fig. 4.102. Resulta sencillo observar, a partir de estas gráficas, que el desempeño de los quadri-rotores tratando de mantenerse en una posición se ve severamente afectado por las ráfagas de viento procedentes del otro quadri-rotor, incrementando significativamente los errores y provocando importantes oscilaciones, todo esto a pesar de que se encuentran bastante alejados uno del otro. Cabe hacer notar que los helicópteros se encuentran alineados sobre el eje  $x$ , por lo que es esta coordenada la que se ve mayormente afectada, cuando en experimentos previos esta presentaba mejor desempeño que la coordenada  $y$ .

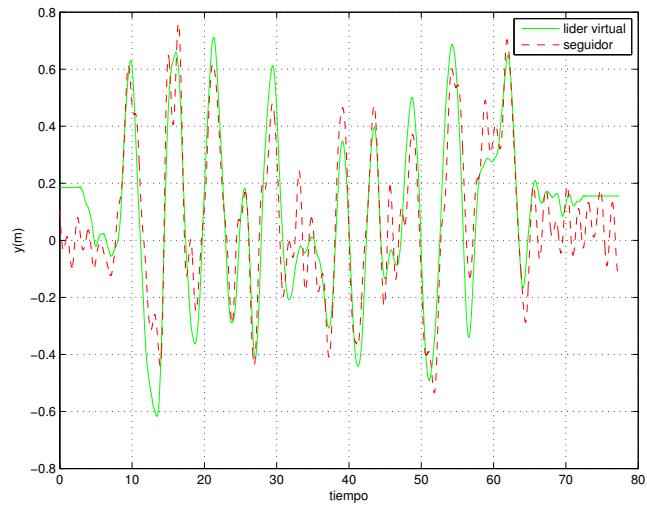


Figura 4.86: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en  $y$ .

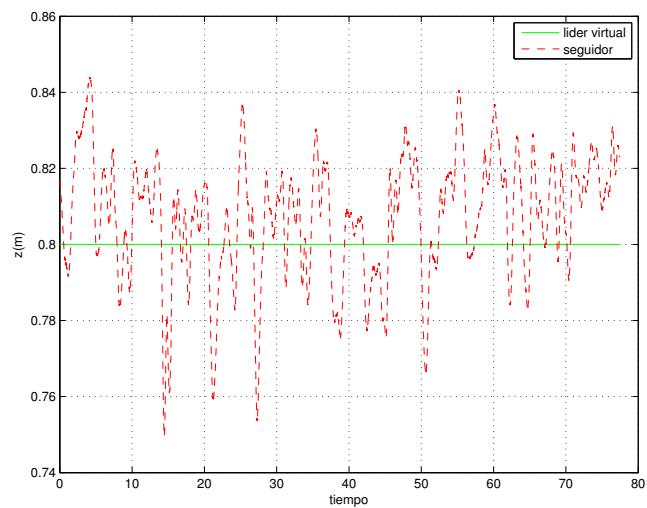


Figura 4.87: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Posición en  $z$ .

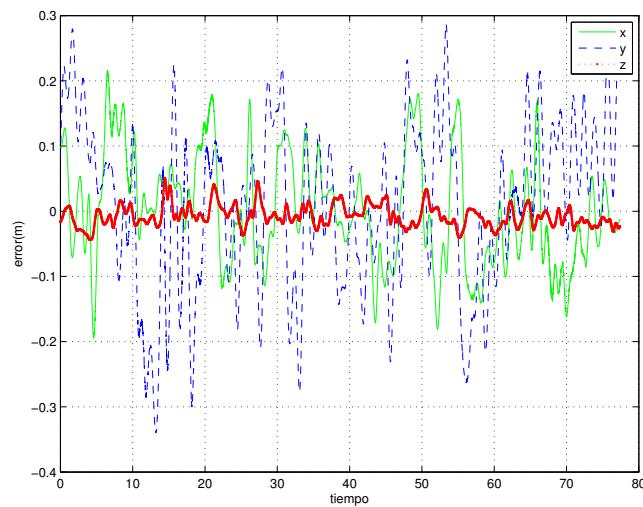


Figura 4.88: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Error de posición.

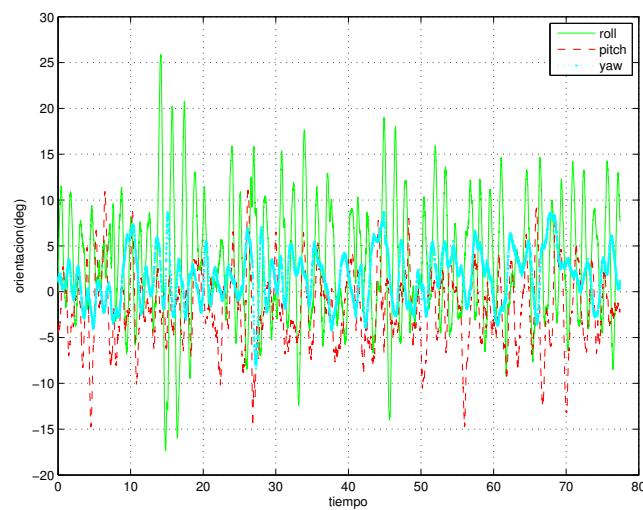


Figura 4.89: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Orientación.

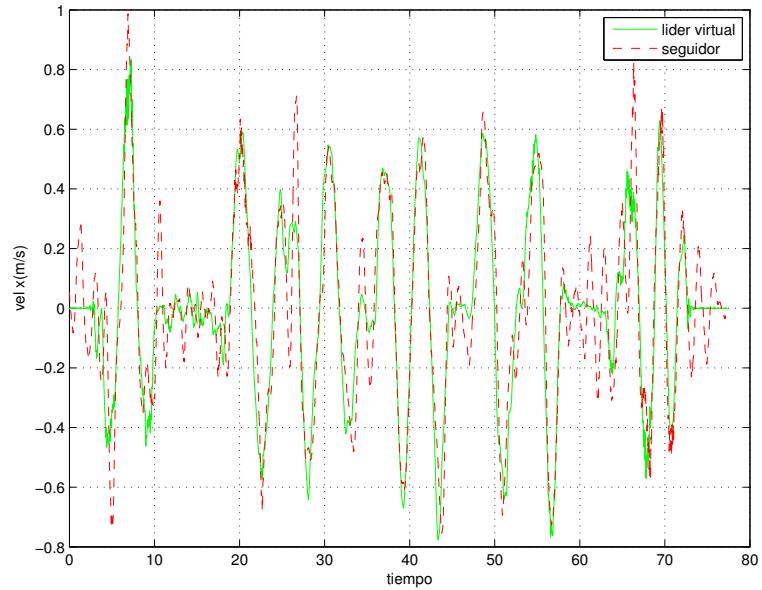


Figura 4.90: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Velocidad en  $x$ .

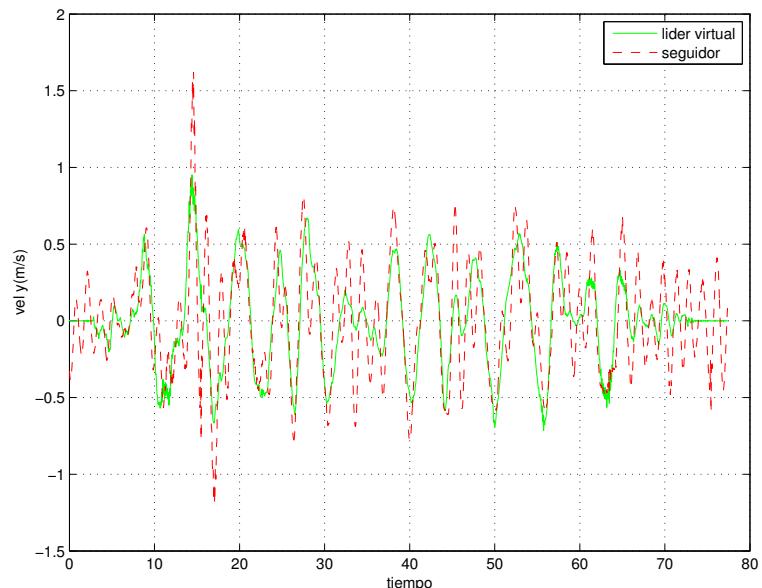


Figura 4.91: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Velocidad en  $y$ .

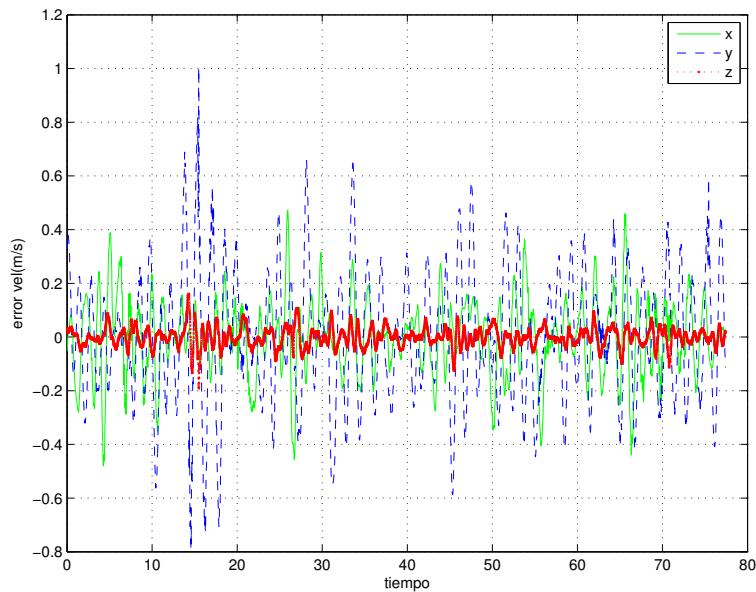


Figura 4.92: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Error de velocidad.

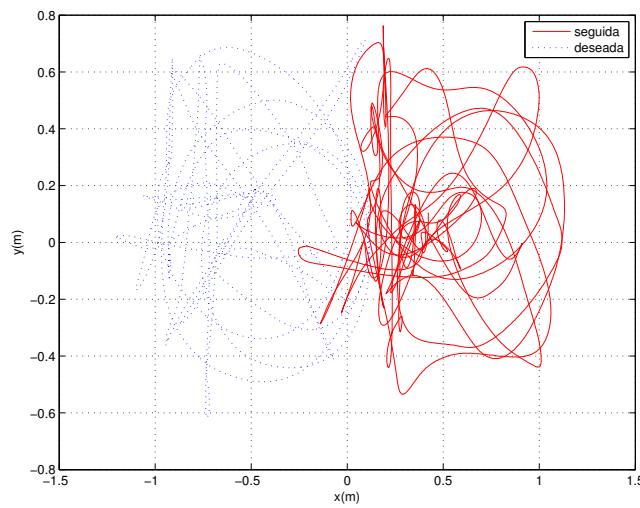


Figura 4.93: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Vista aérea.

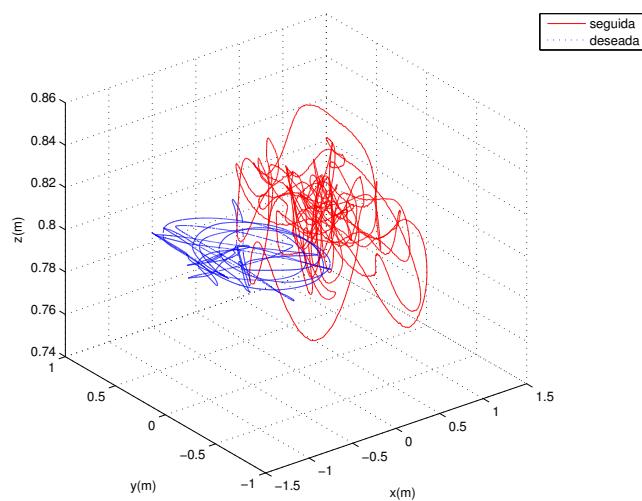


Figura 4.94: Control de formación por modos deslizantes de segundo orden respecto a un líder manipulado manualmente: Espacio.

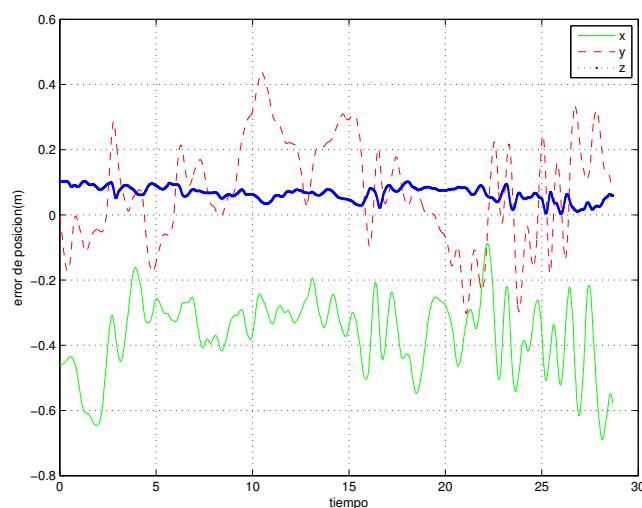


Figura 4.95: Regulación simultánea de dos quadri-rotores: Error de posición 1.

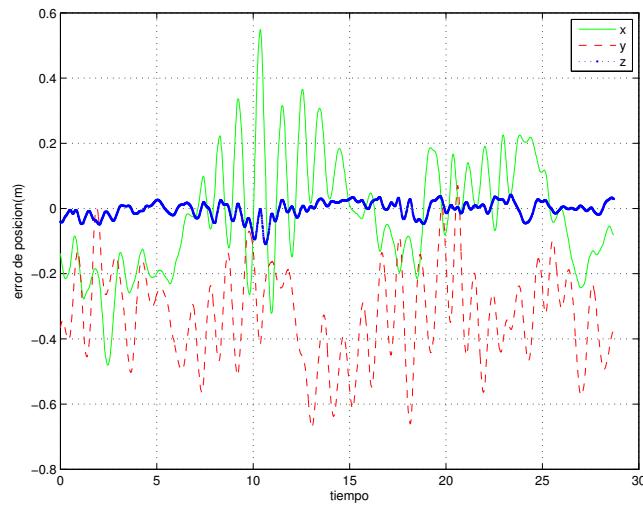


Figura 4.96: Regulación simultanea de dos quadri-rotores: Error de posición 2.

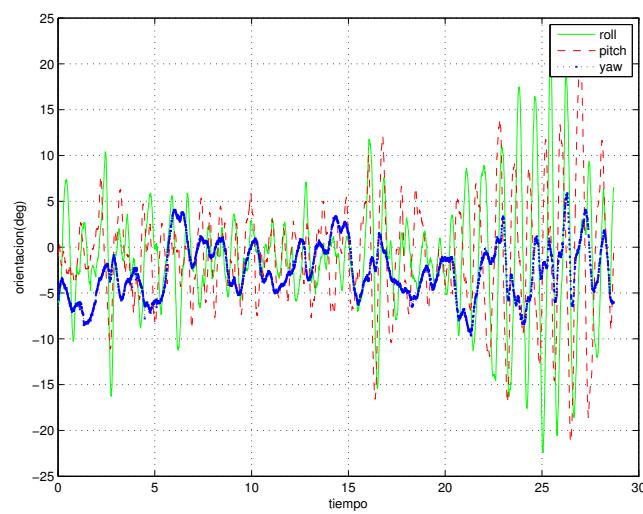


Figura 4.97: Regulación simultanea de dos quadri-rotores: Orientación.

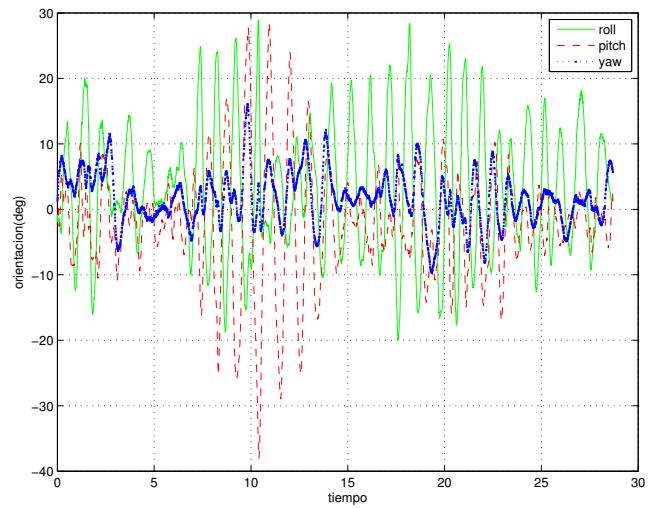


Figura 4.98: Regulación simultánea de dos quadri-rotores: Orientación 2.

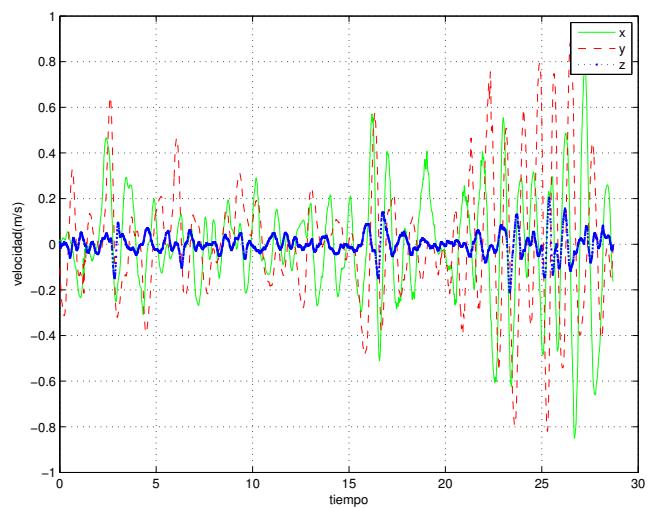


Figura 4.99: Regulación simultánea de dos quadri-rotores: Velocidad 1.

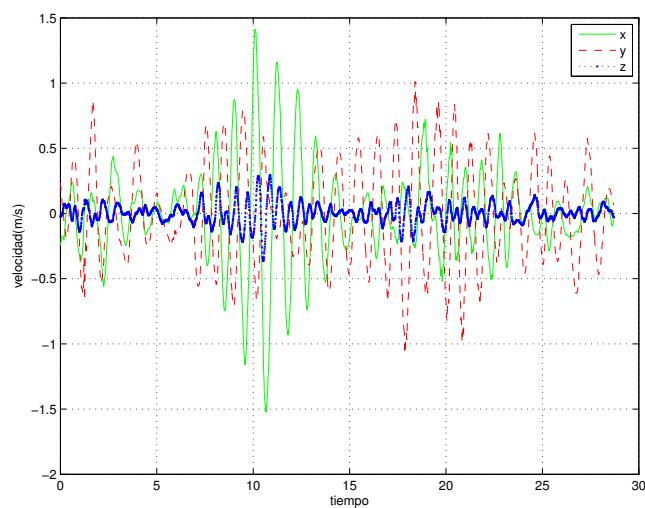


Figura 4.100: Regulación simultánea de dos quadri-rotos: Velocidad 2.

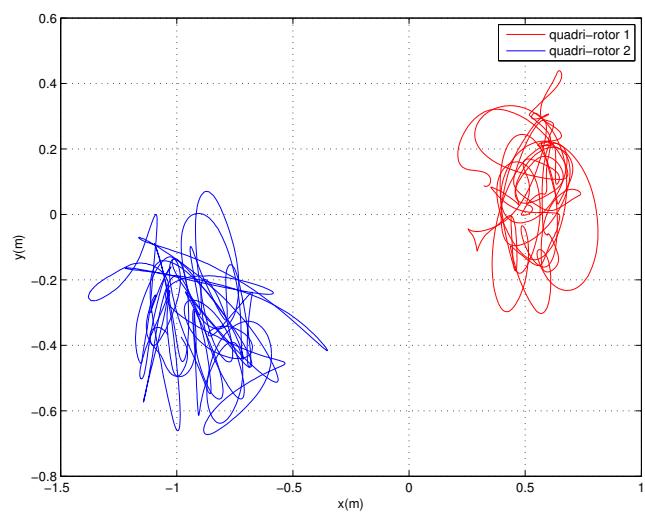


Figura 4.101: Regulación simultánea de dos quadri-rotos: Vista aérea.

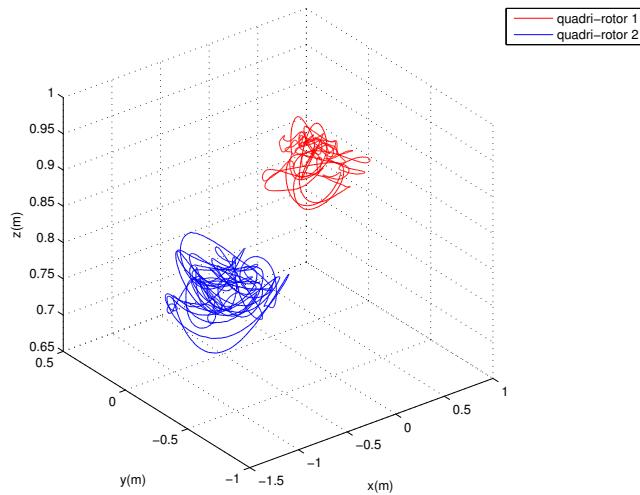


Figura 4.102: Regulación simultánea de dos quadri-rotores: Espacio.

## 4.5. Control de formación con dos quadri-rotores

El último experimento consiste en probar la estrategia de formación con dos quadri-rotores en vuelo, a pesar de las turbulencias generadas durante su interacción, para poder ilustrar (figuras 4.103-4.115) la dificultad que esto representa y así buscar soluciones a este problema en trabajos futuros. Se consideró el control de formación por modos deslizantes de segundo orden. Primero, se tiene de un UAV líder que trata de mantenerse en la posición deseada constante [1 0 0,8], como se muestra en las figuras 4.103, 4.104 y 4.105 donde aparecen la posición, orientación y velocidad del mencionado líder durante el experimento. Además, un UAV seguidor debe mantenerse en una formación en el plano XY a una distancia de 2m a 180° del líder. Del seguidor se tienen la posición en  $x$ ,  $y$  y  $z$ , el error de posición, la orientación, la velocidad en  $x$  y en  $y$ , y el error de velocidad en las gráficas 4.106, 4.107, 4.108, 4.109, 4.110, 4.111, 4.112 y 4.113, respectivamente, mientras que el desarrollo de la formación se presenta en la vista aérea y del espacio con las figuras 4.114 y 4.115.

Las oscilaciones del robot aéreo líder alrededor de la posición deseada son amplificadas por el robot seguidor al intentar mantener la formación. Esto aunado a las perturbaciones producidas por las corrientes de aire generadas por ambos helicópteros generan inestabilidad en el sistema, principalmente en el seguidor, presentando grandes errores en la formación y oscilaciones fuertes que pueden provocar que el quadri-rotor salga del área de trabajo de las cámaras y se pierda el control sobre el mismo, por lo que se debe extremar precauciones en este tipo de experimentos.

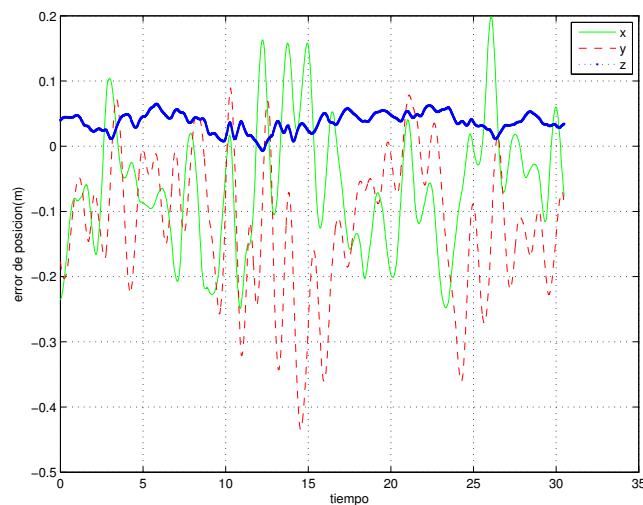


Figura 4.103: Control de formación con dos quadri-rotores: Error de posición del líder.

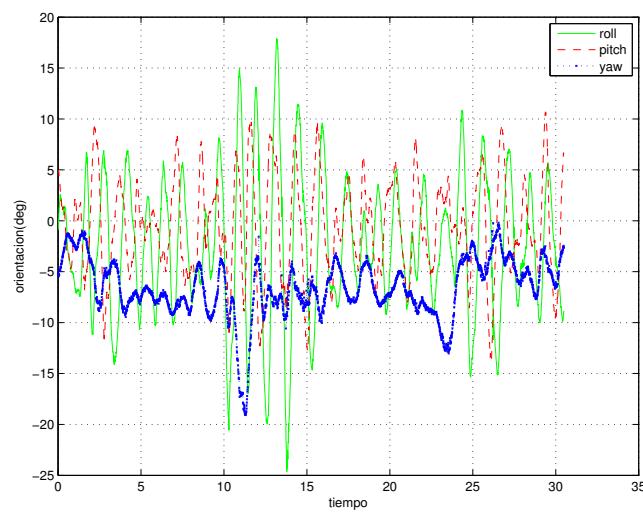


Figura 4.104: Control de formación con dos quadri-rotores: Orientación del líder.

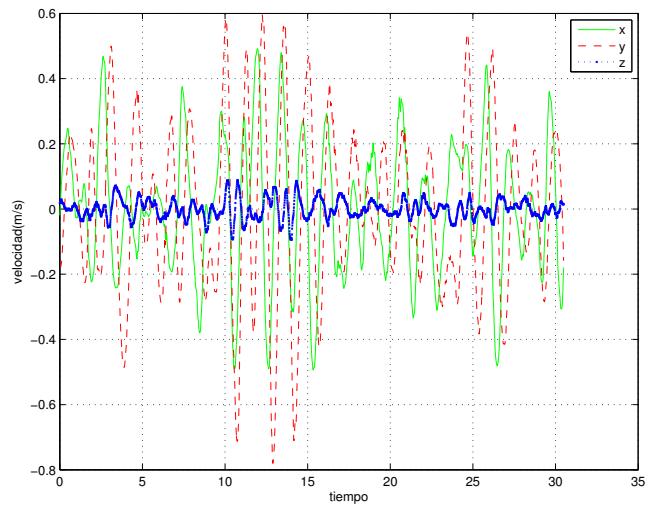


Figura 4.105: Control de formación con dos quadri-rotores: Velocidad del líder.

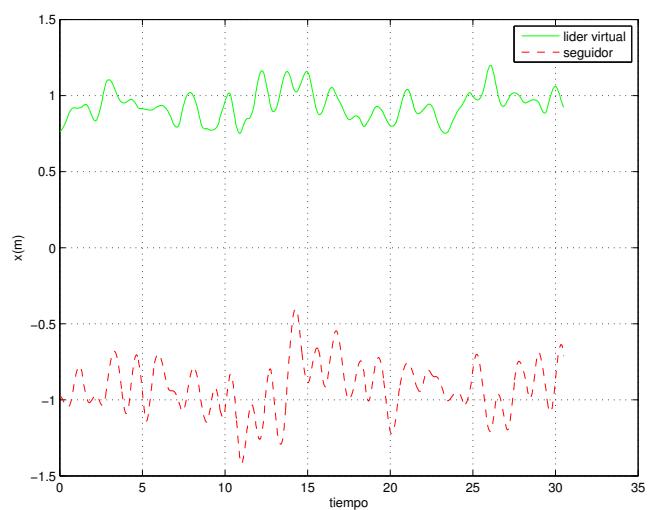


Figura 4.106: Control de formación con dos quadri-rotores: Posición en  $x$ .

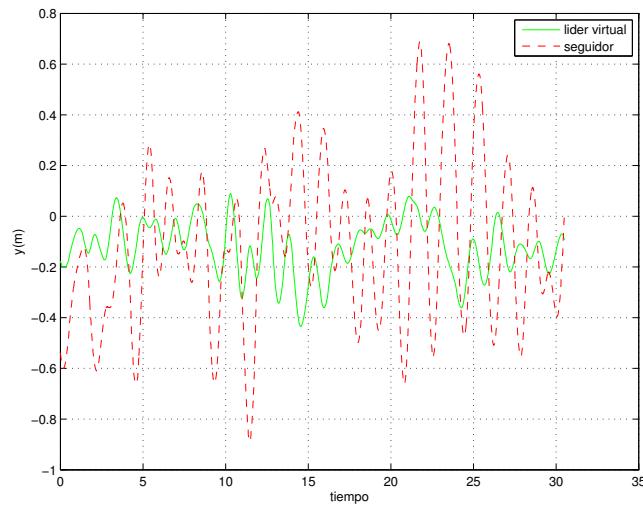


Figura 4.107: Control de formación con dos quadri-rotores: Posición en  $y$ .

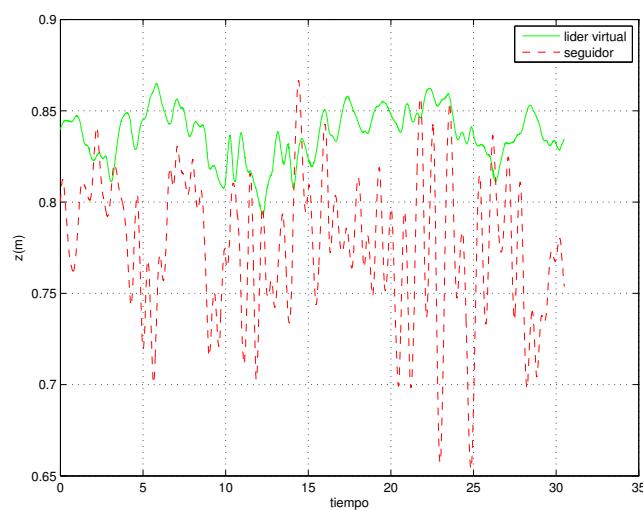


Figura 4.108: Control de formación con dos quadri-rotores: Posición en  $z$ .

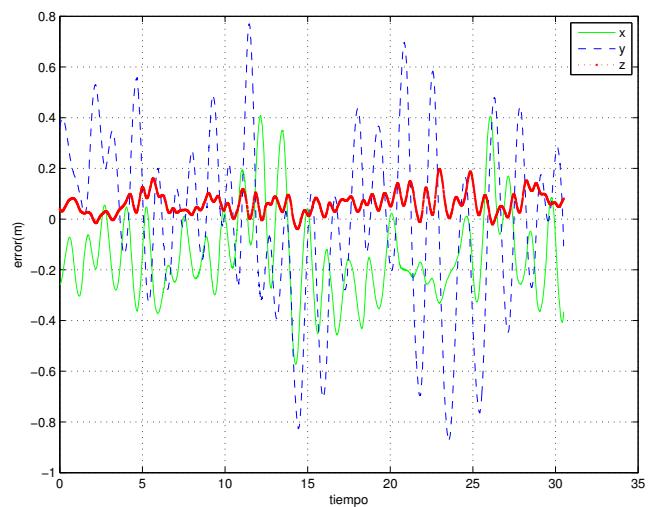


Figura 4.109: Control de formación con dos quadri-rotores: Error de posición del seguidor.

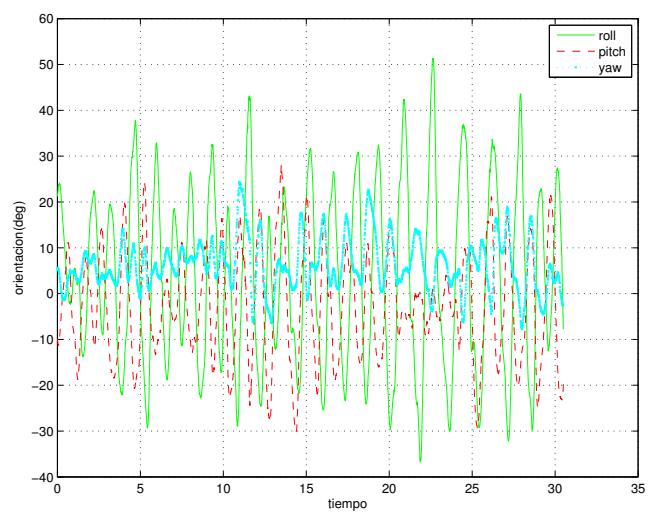


Figura 4.110: Control de formación con dos quadri-rotores: Orientación del seguidor.

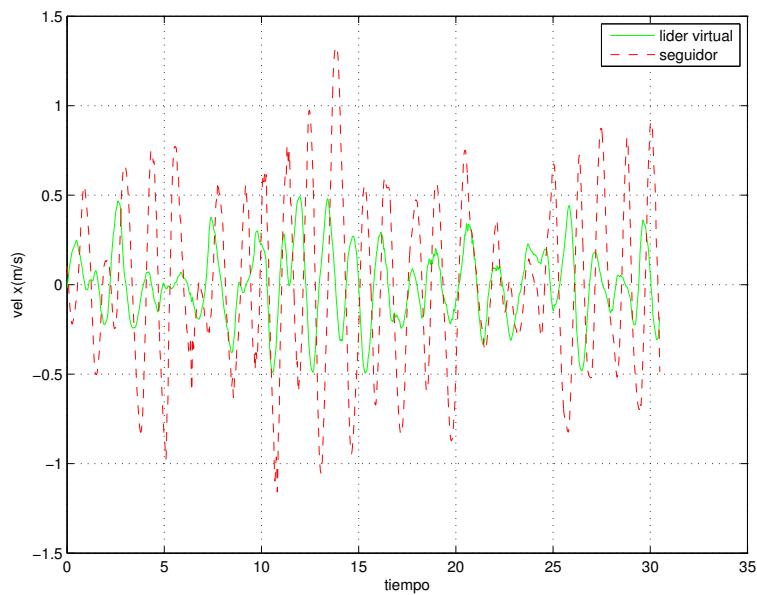


Figura 4.111: Control de formación con dos quadri-rotores: Velocidad en  $x$ .

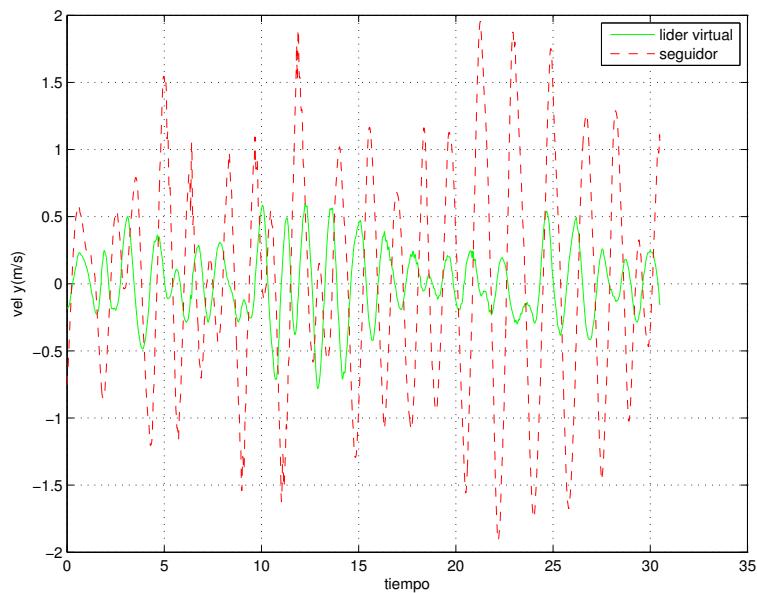


Figura 4.112: Control de formación con dos quadri-rotores: Velocidad en  $y$ .

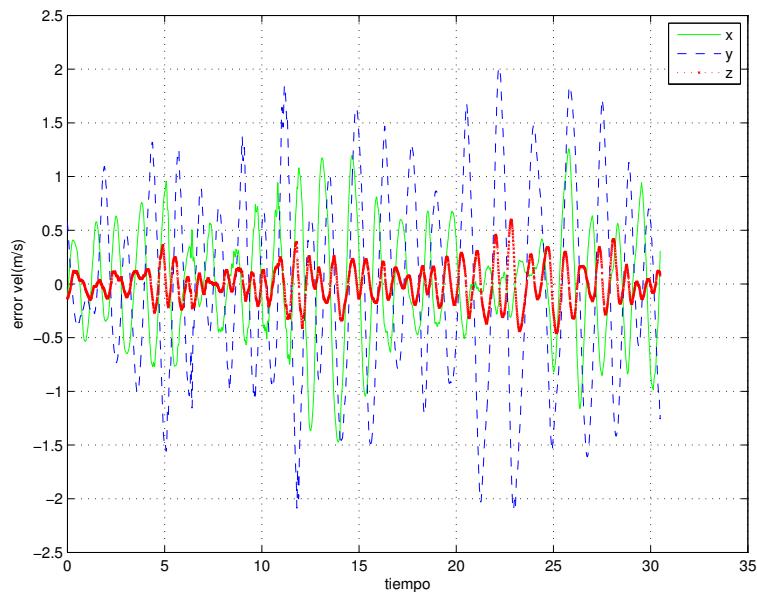


Figura 4.113: Control de formación con dos quadri-rotores: Error de velocidad del seguidor.

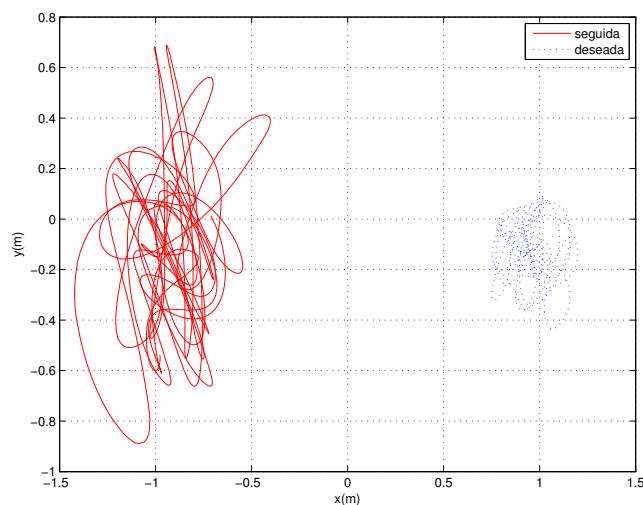


Figura 4.114: Control de formación con dos quadri-rotores: Vista aérea.

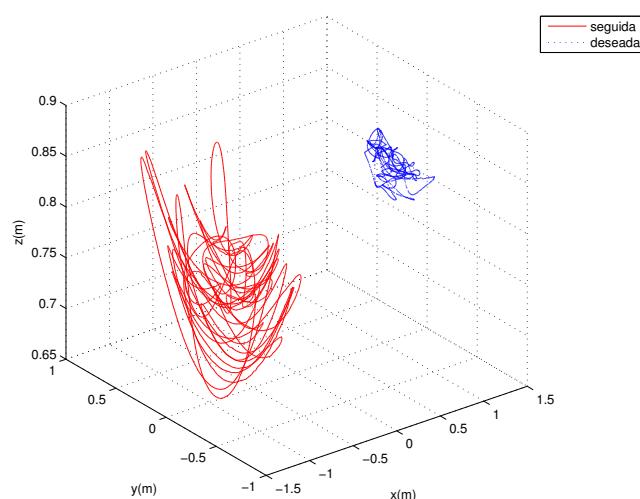


Figura 4.115: Control de formación con dos quadri-rotores: Espacio.



# **Capítulo 5**

## **Conclusiones y Trabajo Futuro**

### **5.1. Conclusiones**

Se diseñaron e implementaron varias estrategias de formación para quadri-rotores, empleando un esquema líder-seguidor basado en técnicas de robótica móvil terrestre, satisfaciendo el objetivo principal de este trabajo. Dichas estrategias fueron validadas por medio de simulaciones numéricas e implementadas en una plataforma experimental para poder comparar su desempeño, obteniendo resultados bastante aceptables e interesantes que podría ser aplicados en un futuro no muy lejano a labores de supervisión y vigilancia. Sin embargo, se encontraron serias dificultades al momento de realizar experimentos con más de un UAV, debido a las corrientes de aire generadas en su accionar, mismas que perturban notablemente a otros UAV's volando cerca.

Se desarrollo además, una plataforma experimental completa, flexible y fácil de utilizar que permite la implementación de distintas estrategias de control de formación y seguimiento de trayectorias, así como el ajuste de parámetros en tiempo de ejecución. Esto último, resulta por demás conveniente, debido a que la selección de tantas ganancias de control resulta ser bastante tediosa y complicada, más aún cuando las condiciones de operación pueden cambiar de un experimento a otro, principalmente producto del desgaste de las hélices. La buena calibración de las ganancias de control, especialmente las propias del control de orientación, es indispensable para un buen funcionamiento del sistema.

Antes de implementar las estrategias de control en la plataforma experimental, éstas fueron probadas por medio de simulaciones numéricas, con la ayuda de MATLAB/Simulink, lo cual permitió validar la teoría y tener un aproximado de los valores de los parámetros de control para su sintonización una vez implementados. Se descubrió además, que lo obtenido en simulación se acerca bastante a lo visto experimentalmente, empleando ganancias similares.

El hecho de estudiar varias estrategias de control a la vez, ha permitido hacer una comparación entre las mismas y seleccionar la que muestre mejores resultados. De las pruebas realizadas, se pudo observar que es posible hacer control de posición, de

manera aceptable, empleando un simple control lineal tipo PID independiente del modelo, pero una vez que se le pide a dicho control efectuar seguimiento de trayectorias, este empieza a presentar algunas deficiencias. El empleo de controladores por linealización exacta y por modos deslizantes resultó ser más efectivo tanto en ejercicios de regulación como en seguimiento de trayectorias y formación, presentando ambas acciones de control resultados satisfactorios. Sin embargo, en el caso particular del control de formación, las estrategias de control por modos deslizantes parecen mostrar una ligera mejora respecto al desempeño del control por linealización, más aún, el control por modos deslizantes de segundo orden muestra aparentemente un mejor comportamiento que aquel por modos deslizantes de primer orden.

Es importante, hacer notar que los quadri-rotores que fueron empleados en este trabajo, son solo prototipos de prueba, por lo que están sujetos a fallos ocasionales que pueden provocar accidentes donde los quadri-rotores caen o se golpean, averiándose frecuentemente. Esto representa una seria dificultad, puesto que el funcionamiento de los helicópteros se va deteriorando y es menester arreglarlos constantemente. Todo esto, sin mencionar el enorme riesgo que estos sistemas pueden representar cuando salen de control, por lo que se recomienda extremar precauciones durante los experimentos.

Al implementar los algoritmos de control en la plataforma experimental se obtuvieron resultados satisfactorios, principalmente en las estrategias de control de formación. No obstante, los errores observados en todos los experimentos siguen siendo considerables, tomando en cuenta la precisión del sistema de posicionamiento.

## 5.2. Trabajo Futuro

El desarrollo de este trabajo ha sentado buenas bases para continuar trabajando desde distintos enfoques, además de proporcionar una plataforma experimental completa que permite realizar pruebas de distintas índoles. A continuación se enlistan algunas asignaturas que quedaron pendientes en este trabajo, así como ideas para continuar con investigaciones relacionadas al mismo:

- Se recomienda construir quadri-rotores más pequeños que permitan aprovechar de mejor manera el espacio de trabajo de las cámaras, a la vez que produzcan corrientes de aire más pequeñas para poder efectuar experimentos satisfactorios empleando múltiples maquinas voladoras simultáneamente.
- Se debe seguir trabajando para buscar reducir los errores observados en los experimentos, así como obtener comportamientos más suaves. Esto se puede hacer mejorando la plataforma experimental, drivers de mayor resolución, una central inercial mas precisa y rápida y una calibración más fina podrían ayudar a tal propósito.

- El siguiente paso lógico a los experimentos aquí presentados sería efectuar el control de formación de un seguidor respecto a un líder que a su vez siga una trayectoria determinada.
- Es conveniente aprovechar la plataforma experimental desarrollada para probar otras estrategias de control de seguimiento de trayectorias y formación, así como otros enfoques de cooperación.
- Sería deseable extender la estrategia expuesta, a más seguidores, con formaciones no sólo en el plano, si no también en el espacio tridimensional, e implementarlo experimentalmente.
- Este trabajo sólo contempla maniobras suaves, lo que limita los movimientos de los quadri-rotores por la presencia de singularidades en las ecuaciones que rigen el comportamiento del sistema. Es por esto, que sería interesante desarrollar leyes de control para vuelo agresivo que eviten estas singularidades, así como probarlas experimentalmente. El uso de cuaterniones para representar las ecuaciones puede ser una opción viable.
- Si bien se obtuvieron resultados interesantes producto de este trabajo, lo cierto es que su aplicación real es limitada puesto que se está sujeto a un sistema de posicionamiento costoso y fijo en un sitio determinado. Por esta razón resulta de vital importancia implementar las estrategias presentadas, esta vez en exteriores, por medio del GPS, visión artificial, o algún otro método de posicionamiento.



# **Apendice A**

Artículo publicado en el XV Congreso Latinoamericano de Control Automático  
2012, Lima Perú.

# Control de Quadri-rotores en un Esquema de Formación Líder-Seguidor

D. A. Mercado-Ravell \* R. Castro-Linares \* R. Lozano-Leal \*\*

\* Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (CINVESTAV-IPN), Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección Mecatrónica; AV. IPN, No. 2508, Z.C. 07630, ciudad de México  
(dmercado@cinvestav.mx, rcastro@cinvestav.mx)

\*\* Heudiasyc, UTC UMR-CNRS 6599, BP 60205 Compiègne, France  
(rlozano@hds.utc.fr)

**Abstract:** En este artículo se presenta una estrategia de control para el problema de seguimiento de trayectorias y formación, en el plano horizontal, de múltiples vehículos aéreos no tripulados (UAV's por sus siglas en inglés) tipo quadri-rotor, mediante un esquema líder-seguidor. El seguimiento de trayectorias se consigue mediante una separación en escala de tiempo de las dinámicas traslacional y rotacional de los robots aéreos. Una linealización exacta de la dinámica traslacional proporciona la orientación deseada del vehículo, que a su vez es controlada por un PD. Por ultimo, a partir de la dinámica del error de seguimiento, se obtienen la velocidad y posición deseada de los seguidores, las cuales son alimentadas al control de seguimiento de trayectorias. El desempeño del sistema en lazo cerrado es presentado en simulación.

**Palabras clave:** Quadri-rotor, formación en vuelo, líder-seguidor, control jerárquico.

## 1. INTRODUCCIÓN

Gracias a su enorme potencial como herramientas de exploración, vigilancia, supervisión, búsqueda y rescate, el estudio de vehículos aéreos no tripulados ha cobrado gran relevancia en los últimos años.

En particular, los quadri-rotors se han convertido en uno de los tipos de vehículo aéreo más populares para su estudio y control, pues gracias a la configuración de sus rotores, los torques reactivos tienden a cancelarse simplificando considerablemente su análisis y control. Además, son adecuados para realizar despegue y aterrizaje vertical, así como para permanecer en vuelo estacionario, permitiéndoles maniobrar en espacios reducidos, por ejemplo al interior de edificios.

Es posible encontrar en la literatura una gran variedad de trabajos acerca de este tipo de robots aéreos donde se exponen y comparan varios tipos de controladores. En (Castillo et al. [2005]) se presenta una estrategia de control de orientación en vuelo estacionario utilizando saturaciones anidadas. En (Salazar-Cruz et al. [2005]) se muestra el diseño de un control de seguimiento de trayectoria de un quadri-rotor mediante análisis de Lyapunov. En (Guerrero et al. [2011]) se discute el control de formación y seguimiento de trayectorias de múltiples robots aéreos mediante consenso, en (Guilietti et al. [2000]) se expone el control de formación en vuelo en un esquema líder seguidor, mientras que en (Leonard & Fiorelli. [2001]) se emplean potenciales artificiales para este propósito. La contribución de este trabajo consiste en el diseño de una estrategia de control de formación sencilla y fácil de implementar, para su futura utilización en una plataforma experimental. Para este propósito, se utiliza el esquema líder seguidor, basado en trabajos previos de formación para robots móviles terrestres (Castro et al. [2010]). Se

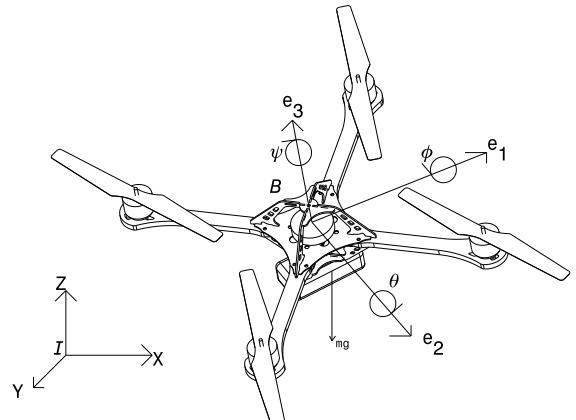


Fig. 1. Quadri-rotor en un marco inercial.

presentan simulaciones numéricas para validar la estrategia expuesta.

## 2. MODELO DE UN QUADRI-ROTOR

El quadri-rotor puede representarse como un cuerpo rígido en el espacio, con masa  $m$  y matriz de inercia  $\mathbf{I}$  (véase la Fig. 1). Considérese un marco de coordenadas inercial  $I = \{X\ Y\ Z\}$ , fijo al piso, y un marco de coordenadas  $B = \{e_1, e_2, e_3\}$  fijo al cuerpo del UAV. Sea  $R \in SO(3) : B \rightarrow I$  la matriz de rotación de ejes cuerpo a ejes iniciales dada por

$$R = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi s\theta c\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\psi & -c\psi s\phi + s\psi s\theta c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (1)$$

donde se usa la notación simplificada  $s\alpha = \sin(\alpha)$ ,  $c\alpha = \cos(\alpha)$ ,  $\tan(\alpha) = \tan(\alpha)$ . Por otro lado, sean los vectores

$$\xi = [x \ y \ z]^T \quad (2)$$

$$\Phi = [\phi \ \theta \ \psi]^T \quad (3)$$

que representan respectivamente la posición lineal y los ángulos de Euler: alabeo, cabeceo y guinada (en inglés roll, pitch y yaw), mientras que

$$\Omega = [p \ q \ r]^T \quad (4)$$

representa la velocidad angular en el marco de coordenadas  $B$ .

Entonces el modelo dinámico puede expresarse como (Hamel et al. [2002])

$$m\ddot{\xi} = TRe_3 - mge_3 \quad (5)$$

$$\dot{\Omega} = -\Omega_x \mathbf{I}\Omega + \Gamma \quad (6)$$

$$\Omega = Q\dot{\Phi} \quad (7)$$

donde  $T \in \mathbb{R}^+$  es el empuje total de los motores y  $\Gamma \in \mathbb{R}^3$  el torque de control definido en el marco de coordenadas  $B$ .  $\Omega_x$  representa la matriz anti simétrica tal que  $\Omega_x = \Omega x v$ , es decir, el producto cruz entre dos vectores. La ecuación (7) sustituye por simplicidad la expresión

$$\dot{R} = R\Omega_x \quad (8)$$

del modelo expuesto en (Hamel et al. [2002]), para expresar la relación entre velocidades angulares, en ejes cuerpo ( $\Omega$ ) y en ángulos de Euler ( $\Phi$ ), con

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & c\theta s\phi \\ 0 & -s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (9)$$

### 3. ESTRATEGIA DE CONTROL

Asumiendo que la dinámica de orientación en lazo cerrado converge mucho más rápido que la translacional, es posible separar el modelo en dos subsistemas (Bertrand et al. [2011]) a controlar por separado. La estrategia, como se muestra en el diagrama de bloques de la Fig. 2, consiste en diseñar un controlador para la dinámica translacional, que garantice el seguimiento de trayectorias, de tal manera que arroje como salida la orientación deseada a ser alimentada como entrada al controlador de orientación. Dicho control de seguimiento de trayectoria es utilizado tanto en el UAV líder como en el seguidor para llevarlos a una posición deseada.

Un tercer control se diseña para el UAV seguidor. Se considera el problema de formación en el plano XY, con altura z constante e igual para el líder y seguidor, de manera que se mantengan en todo momento a una distancia  $\lambda$  y una cierta orientación  $\varphi$ , ambas constantes.

#### 3.1 Control de Seguimiento de Trayectorias

Definiendo el error de posición  $\bar{\xi} = \xi - \xi_d$  y sustituyendo en (5) se obtiene:

$$m\ddot{\bar{\xi}} = (TRe_3)_d - mge_3 - m\ddot{\xi}_d \quad (10)$$

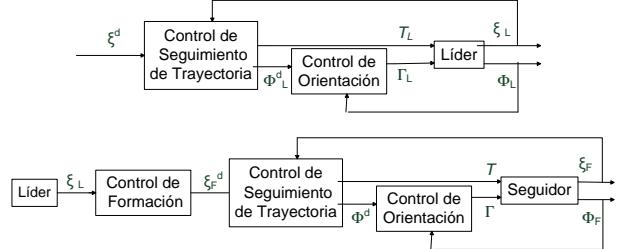


Fig. 2. Diagrama de bloques de la estrategia de control.

Tomando la orientación deseada  $(TRe_3)_d$  como entrada de control, se emplea una linealización exacta como ley de control, es decir

$$(TRe_3)_d = m(ge_3 + \ddot{\xi}_d - k_{dt}\dot{\bar{\xi}} - k_{pt}\bar{\xi}) \quad (11)$$

donde

$$T_d = \|(TRe_3)_d\| \quad (12)$$

$$R_{de3} = \begin{bmatrix} R_{dx} \\ R_{dy} \\ R_{dz} \end{bmatrix} = \frac{(TRe_3)_d}{T_d} \quad (13)$$

con  $k_{dt}, k_{pt} \in \mathbb{R}^+$ . Puede llegarse a la misma ley de control utilizando un diseño por backstepping (Hamel et al. [2002]).

A partir de (1), con  $\psi_d$  constante, es posible resolver para  $\phi_d$  y  $\theta_d$

$$R_{de3} = \begin{bmatrix} s\psi_d s\phi_d + c\psi_d s\theta_d c\phi_d \\ -c\psi_d s\phi_d + s\psi_d s\theta_d c\phi_d \\ c\theta_d c\phi_d \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\phi_d = \arcsin\left(-\frac{R_{dy} - R_{dx} \tan(\psi_d)}{\sin(\psi_d) \tan(\psi_d) + \cos(\psi_d)}\right) \quad (15)$$

$$\theta_d = \arcsin\left(\frac{R_{dx} - \sin(\phi_d) \sin(\psi_d)}{\cos(\phi_d) \cos(\psi_d)}\right) \quad (16)$$

Para el control de orientación, se propone un control lineal tipo PD que actúa sobre el error de orientación  $\bar{\Phi} = \Phi - \Phi_d$ , con  $k_{do}, k_{po} \in \mathbb{R}^+$ .

$$\Gamma = -k_{do}\dot{\bar{\Phi}} - k_{po}\bar{\Phi} \quad (17)$$

#### 3.2 Control de Formación

La dinámica de translación de un UAV líder en el plano XY puede describirse como

$$\dot{x}_L = v_{Lx} \cos(\psi_L) - v_{Ly} \sin(\psi_L) \quad (18)$$

$$\dot{y}_L = v_{Lx} \sin(\psi_L) + v_{Ly} \cos(\psi_L) \quad (19)$$

$$\dot{\psi}_L = \omega_L \quad (20)$$

donde  $v_{Lx}, v_{Ly}$  son las componentes x,y de la velocidad en ejes cuerpo ( $B$ ).  $\omega_L$  es la velocidad angular de la guinada. De manera similar para el seguidor se tiene que

$$\dot{x}_F = v_{Fx} \cos(\psi_F) - v_{Fy} \sin(\psi_F) \quad (21)$$

$$\dot{y}_F = v_{Fx} \sin(\psi_F) + v_{Fy} \cos(\psi_F) \quad (22)$$

$$\dot{\psi}_F = \omega_F \quad (23)$$

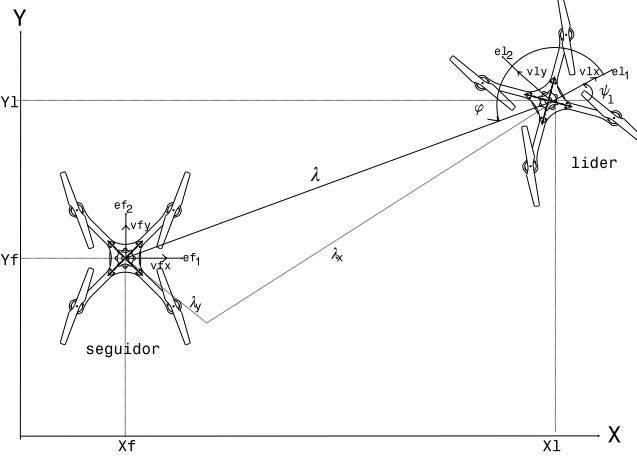


Fig. 3. Formación de quadri-rotores en el plano XY.

Se desea mantener el UAV seguidor a una distancia  $\lambda$  y un ángulo  $\varphi$  respecto al líder (Fig. 3). Sean  $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$  las componentes en x, y del vector que va del centro de masa del líder al del seguidor en el marco de coordenadas cuerpo del líder ( $B_L$ ). Entonces

$$\lambda_x = -(x_L - x_F)\cos(\psi_L) - (y_L - y_F)\sin(\psi_L) \quad (24)$$

$$\lambda_y = (x_L - x_F)\sin(\psi_L) - (y_L - y_F)\cos(\psi_L) \quad (25)$$

ademas

$$\lambda_x = \lambda\cos(\varphi) \quad (26)$$

$$\lambda_y = \lambda\sin(\varphi) \quad (27)$$

derivando (24) con respecto al tiempo y utilizando (18),(19),(20) y (25)

$$\dot{\lambda}_x = \lambda_y\omega_L + \dot{x}_F\cos(\psi_L) + \dot{y}_F\sin(\psi_L) - v_{Lx} \quad (28)$$

Se introduce el error de orientación  $e_\psi = \psi_F - \psi_L$  y empleando las identidades trigonométricas para seno y coseno de la diferencia de ángulos, así como las ecuaciones (21) y (22) se tiene que

$$\dot{\lambda}_x = \lambda_y\omega_L + v_{Fx}\cos(e_\psi) - v_{Fy}\sin(e_\psi) - v_{Lx} \quad (29)$$

En forma equivalente se obtiene

$$\dot{\lambda}_y = -\lambda_x\omega_L + v_{Fx}\sin(e_\psi) + v_{Fy}\cos(e_\psi) - v_{Ly} \quad (30)$$

Considerando los errores de formación  $e_x = \lambda_x^d - \lambda_x$ ,  $e_y = \lambda_y^d - \lambda_y$ , con  $\lambda^d$ ,  $\varphi^d$  constantes ( $\dot{\lambda}_x^d = \dot{\lambda}_y^d = 0$ )

$$\dot{e}_x = -\lambda_y\omega_L - v_{Fx}\cos(e_\psi) + v_{Fy}\sin(e_\psi) + v_{Lx} \quad (31)$$

$$\dot{e}_y = \lambda_x\omega_L - v_{Fx}\sin(e_\psi) - v_{Fy}\cos(e_\psi) + v_{Ly} \quad (32)$$

o bien

$$\dot{e}_x = -(\lambda_y^d - e_y)\omega_L - v_{Fx}\cos(e_\psi) + v_{Fy}\sin(e_\psi) + v_{Lx} \quad (33)$$

$$\dot{e}_y = (\lambda_x^d - e_x)\omega_L - v_{Fx}\sin(e_\psi) - v_{Fy}\cos(e_\psi) + v_{Ly} \quad (34)$$

$$\dot{e}_\psi = \omega_F - \omega_L \quad (35)$$

A partir de la dinámica del error de seguimiento (33),(34) y (35), se diseña un control que garantice que dicho error tienda a cero, para esto se consideran las velocidades del

seguidor como entradas de control. La dinámica del error de seguimiento se puede escribir como

$$\dot{\chi} = F(\chi) + G(\chi)v \quad (36)$$

donde

$$\chi = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\psi \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$v = \begin{bmatrix} v_{Fx} \\ v_{Fy} \\ \omega_F \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$F(\chi) = \begin{bmatrix} e_y\omega_L + \gamma_1 \\ -e_x\omega_L + \gamma_2 \\ e_\psi \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$G(\chi) = \begin{bmatrix} -ce_\psi & se_\psi & 0 \\ -se_\psi & -ce_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (40)$$

con

$$\gamma_1 = v_{Lx} - \omega_L\lambda_y^d \quad (41)$$

$$\gamma_2 = v_{Ly} + \omega_L\lambda_x^d \quad (42)$$

Es posible observar que la matriz  $G(\chi)$  es siempre de rango completo.

Considérese la ley de control linealizante donde

$$v = G^{-1}(\chi)(-F(\chi) + \nu) \quad (43)$$

la nueva entrada de control  $\nu$  puede elegirse como

$$\nu = -k_f\chi \quad (44)$$

para  $k_f \in \mathbb{R}^+$ . Entonces

$$\dot{\chi} = -k_f\chi \quad (45)$$

que es asintóticamente estable.

Del análisis anterior se obtiene la velocidad deseada a ser alimentada como entrada del control de seguimiento de trayectoria del UAV seguidor. Por otra parte, a partir de (24), (25) se tiene que

$$x_F = x_L + \lambda_x\cos(\psi_L) - \lambda_y\sin(\psi_L) \quad (46)$$

$$y_F = y_L + \lambda_x\sin(\psi_L) + \lambda_y\cos(\psi_L) \quad (47)$$

#### 4. SIMULACIONES

En esta sección se muestran los resultados obtenidos en simulación de la estrategia de control antes mencionada. El UAV líder debe seguir una trayectoria deseada que consiste en un círculo de radio unitario en el plano  $X, Y$ , con una frecuencia de 0.05Hz, a una altura constante de 1.5 metros. La Fig. 4 muestra dicha trayectoria en el espacio, así como la evolución del líder. La Fig. 5 presenta el desempeño de la ley de control de seguimiento de trayectoria en cada coordenada espacial, partiendo de condiciones iniciales arbitrarias.

En la Fig. 6 y Fig. 7 se observan los errores en orientación y posición del líder respectivamente, se puede apreciar que el control de seguimiento de trayectoria es satisfactorio.

Por otra parte, se desea que el UAV seguidor permanezca en todo momento a una distancia  $\lambda_d = 2m$ , y una orientación  $\varphi_d = 225^\circ$  respecto al líder, mientras mantiene la misma altura. La Fig. 8 muestra la posición del seguidor

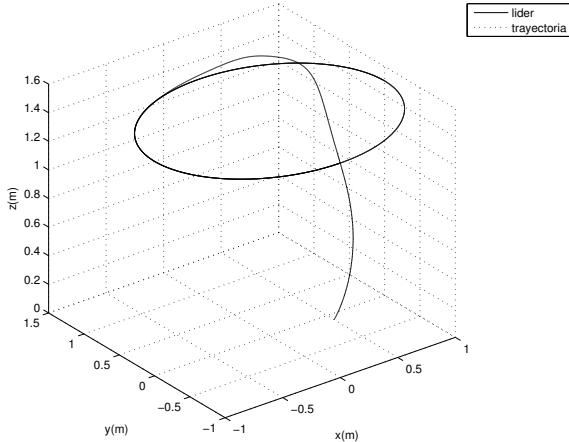


Fig. 4. Seguimiento de trayectoria del UAV líder.

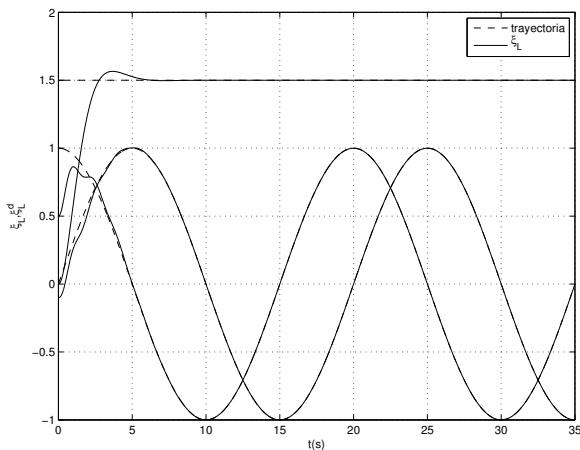


Fig. 5. Trayectoria deseada vs posición del líder.

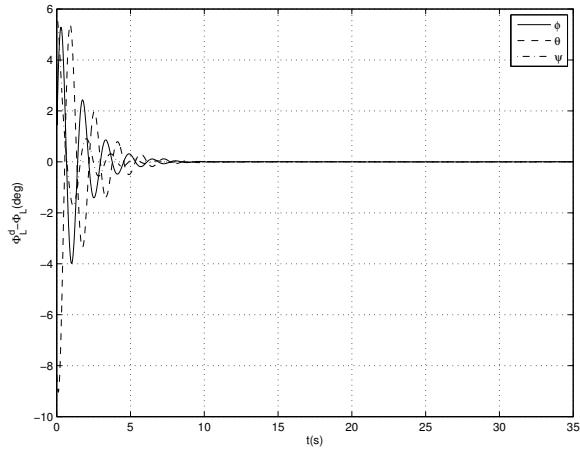


Fig. 6. Error de orientación del líder.

al intentar mantener la formación. Las Fig. 9 y 10 ilustran los errores de posición y orientación del seguidor respectivamente, se puede observar que, dichos errores oscilan alrededor de una vecindad del punto de equilibrio. Finalmente, en la Fig. 11 y 12 se observa la evolución de la formación desde una vista aérea así como en el espacio.

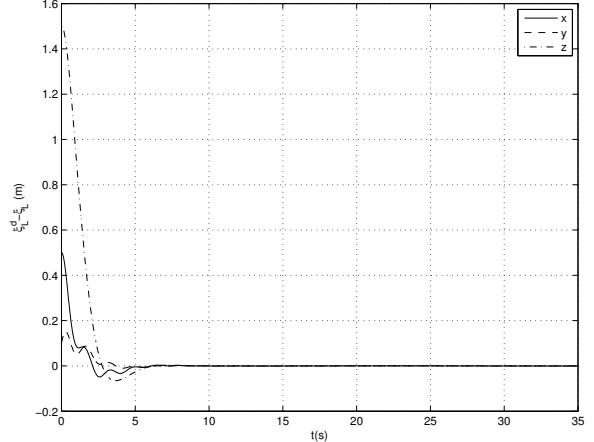


Fig. 7. Error de posición del líder.

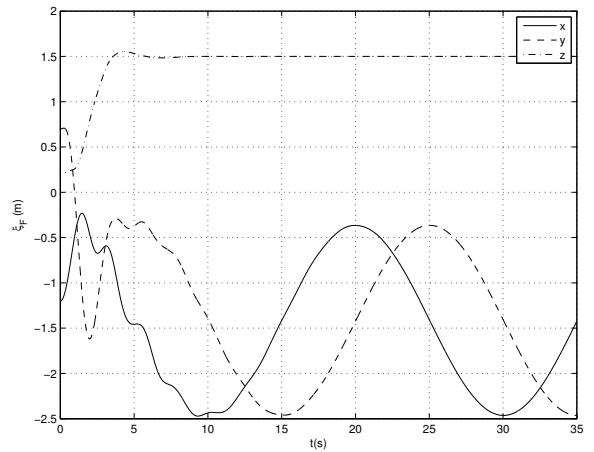


Fig. 8. Posición del UAV seguidor.

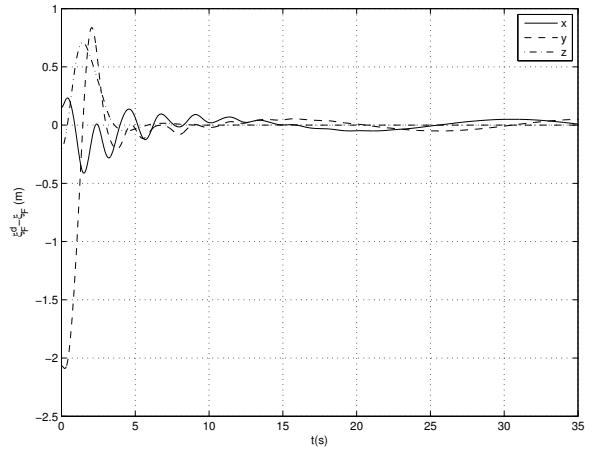


Fig. 9. Error de posición del seguidor.

## 5. CONCLUSIONES

Fue presentada y validada, con simulaciones numéricas, una estrategia de control para resolver el problema de formación en un esquema líder seguidor con resultados bastante aceptables.

El trabajo futuro incluye explorar otras estrategias de control de formación así como la implementación de las mismas en una plataforma experimental que consta de

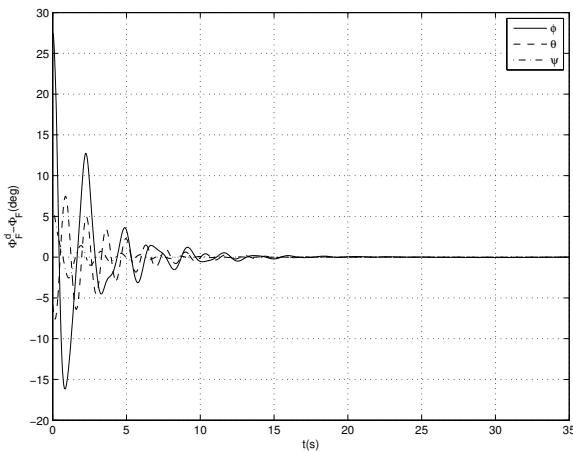


Fig. 10. Error de orientación del seguidor.

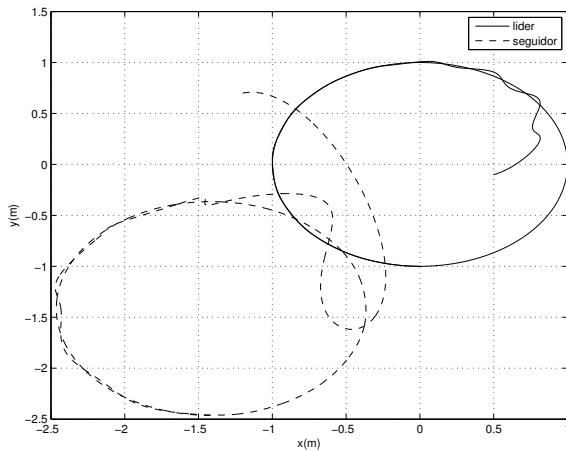


Fig. 11. Formación en vista aerea.

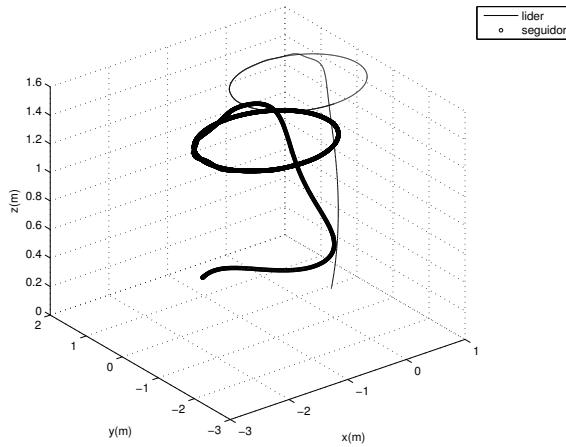


Fig. 12. Formación en el espacio.

dos o mas quadri-rotores equipados con centrales iniciales para llevar a cabo el control de orientación de manera integrada, mientras que un sistema de captura de movimiento formado por doce cámaras infrarrojas será utilizado para sensar la posición de cada robot aéreo.

## REFERENCES

- Bertrand, S., Guénard, N., Hamel, T., Piet-Lahanier, H. & Eck, L. (2011). A hierachical controller for minia-

ture VTOL UAVs: Desing and stability analysis using singular perturbation theory. En *Control Engineering Practice*, 19, 1099-1108.

Castillo, P., Lozano, R. & Dzul, A. (2005). *Modelling and control of mini-flying machines*. Springer-Verlag, Londres.

Castro, R., Álvarez, J. & Martínez, J. (2010). Robust formation control using backstepping and sliding mode techniques. En *Proceedings of the 6th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control, CCE 2009*, Toluca, México, 298-301.

Guerrero, J. A., Castillo, P., Salazar, S. & Lozano, R. (2011). Mini rotorcraft flight formation. control using bounded inputs. En *Journal of intelligent & robotic systems*, 65, 175-186.

Guilietti, F., Pollini, L. & Innocenti, M. (2000). Autonomous formation flight. En *IEEE Control Syst. Mag.*, 20, 34-44.

Hamel, T., Mahony, R., Lozano, R. & Ostrowsky, J. (2002). Dynamic modeling and configuration stabilization for a X4-Flyer. En *15th Triennial IFAC world congress*. Barcelona, España.

Leonard, N.E. & Fiorelli, E. (2001). Virtual leaders, artificial potentials and coordinated control of groups. En *Proceedings of the 40th IEEE Conf. on Decision and Control*.

Salazar-Cruz, S., Palomino, A. & Lozano, R. (2005). Trajectory tracking for a four rotor mini-aircraft. En *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference*, Sevilla, España.

# Bibliografía

- [1] A. Benallegue, T. Madani. “Control of a quadrotor mini-helicopter via full state backstepping technique”. *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, 2006.
- [2] A. Benallegue, T. Madani. “Backstepping control for a quadrotor helicopter”. *Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ Interbacional Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2006.
- [3] S. Bertrand, N. Guénard, T. Hamel, H. Piet-Lahanier & L. Eck. “A hierachical controller for miniature VTOL UAVs: Desing and stability analysis using singular perturbation theory”. En *Control Engineering Practice*, 19, 1099-1108. 2011.
- [4] S. Bouabdallah and R. Siegwart. “Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor”. In *Proc. IEEE Internacionnal Conference on Intelligent Robot and Automation*, 2005.
- [5] S. Bouabdallah, R. Siegwart. “Design and Control of a Miniature Quadrotor”, Advances in Unmanned Aerial Vehicles, Springer Press, 171-210, 2007.
- [6] S. Bouabdallah. “Design and control of quadrotors with application to autonomous flying”. *PhD thesis , Ècole Polytechnique Fèdèrale de Lausanne*, 2007.
- [7] P. Castillo, A. Dzul y R. Lozano. “Real-time stabilization and tracking of a four-rotor minirotorcraf”, En *IEEE Transactions on Control System Technology*, 12, 2004.
- [8] R. Castro,J. Álvarez & J. Martinez. “Robust formation control using backstepping and sliding mode techniques”. En *Proceedings of the 6th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control, CCE 2009, Toluca, México*, 298-301. 2010.
- [9] F. Diaz and N.K. MóSirdi. L. Mederrerg. “Nonlinear backstepping control with observer design for a 4 rotors helicopter”. In *Proc. of IFAC Internacionnal Conference on Advances in Vehicle Control and Safety*, 2004.
- [10] B. Erginer y E. Altuğ. “Modeling and PD Control of a Quadrotor VTOL Vehicule”. En *Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, 2007.

- [11] B. Etkin. *Dynamics of flight*, John Wiley & Sons, Ed., New York, USA, 1959.
- [12] J. A. Guerrero y R. Lozano. “Flight Formation of Multiple Mini Rotorcraft based on Nested Saturations”. En IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2010.
- [13] J. A. Guerrero, P. Castillo, S. Salazar & R. Lozano. “Mini rotorcraft flight formation. control using bounded inputs”. En Journal of intelligent & robotic systems, 65, 175-186. 2011.
- [14] F. Giulietti, L. Pollini & M. Innocenti. “Autonomous formation flight”. En IEEE Control Syst. Mag., 20, 34-44. 2000.
- [15] M. Guisser, H. Medromi, J. Saadi & H. Ifassiouen. “Stabilization and trajectory tracking in discrete-time of an autonomous four rotor mini-rotorcraft”. En Proceedings of the 2th International Symposium on Communications, Control and Signal Processing, 2006.
- [16] W. Haiwei Y. yali, J. changhong. “Backstepping control of each channel for quadrotor aerial robot”. 2010 Internacional Conference on Computer, Mechatronics, Control and Electronic Engineering (CMCE), 2010.
- [17] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano y J. Ostrowski. “Dynamic modeling and configuration stabilization for a X4-flyer”, En IFAC 15th Triennial World Congres, 2002.
- [18] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems*, Springer, 3 ed., 1995.
- [19] T. Hamel y F. Derkx N. Metni. “Visual tracking control for aerial robotic systems with adaptative depth estimation”. In Proc. of the CDC/ECC, 2005.
- [20] F. Kendoul, D. Lara, I. Fantoni & R. Lozano. “Nonlinear control for systems with bounded inputs: real-time embedded control applied to UAVs”. En Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control, 2006.
- [21] K. Kondak, M. Bernard, N. Meyer & G. Hommel. “Autonomously flying VTOL-robots: modeling and control”. En IEEE Internacional Conference on Robotics and Automation, 2007.
- [22] N. E. Leonard & E. Fiorelli. “Virtual leaders, artificial potentials and coordinated control of groups”. En Proceedings of the 40th IEEE Conf. on Decision and Control. 2001.
- [23] A. Levant. “Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control”. En Int. J. Control, vol 76, pp924-941. 2003.

- [24] P. Lindefelzer, A. DiCesare & K. Gustafson. “Design optimization of a quadrotor capable of autonomous flight”. Technical report, Worcester Polytechnic Institute.
- [25] X. Liu, X. Zhao, H. Gu & A. Sanchez. “Application and design of real-time control system for the quad-rotor helicopter”. En International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation, 2009.
- [26] R. Lozano, P. Castillo and A. E. Dzul. Modelling and Control of Mini-Flying Machines. Springer, 2005.
- [27] R. Lozano, P. Albertos, P. Castillo, P. García. “Modelado y estabilización de un helicóptero con cuatro motores”. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial, 2007.
- [28] R. Mahony y T. Hamel. Robust trajectory tracking for a scale model autonomous helicopter”. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2004.
- [29] D. A. Mercado-Ravell, R. Castro-Linares, R. Lozano-Leal. “Control de Quadrirotores en un Esquema de Formación Líder-Seguidor”. En XV Congreso Latinoamericano de Control Automático, 2012, Lima, Perú.
- [30] H. A. F. Mohamed, S. S. Yang y M. Moghavvemi. “Sliding Mode Controller Design for a Flying Quadrotor with Simplified Action Planner”. En ICROS-SICE International Joint Conference , 2009.
- [31] K. Ogata. Ingeniería de Control Moderna, Pearson, 4 ed., 2003.
- [32] P. Pounds, R. Mahony, P. Hynes y J. Roberts. ”Design of a four-rotor aerial robot”, En Australasian Conference on Robotics and Automation, 2002.
- [33] J. Roskam. Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls, Part I, Roskam Aviation and Engineering Corporation, USA, 1982.
- [34] S. Salazar-Cruz, A. Palomino & R. Lozano. “Trajectory tracking for a four rotor mini-aircraft”. En Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference, Sevilla, España. 2005.
- [35] R. Siewart S. Bouabdallah, A. Noth. “PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor”. In Proc. IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, 3, 2004.
- [36] Steven W. Smith. The Scientist and Engineer’s Guide to Digital Signal Processing, California Technical Publishing, 1997.
- [37] A. Tayebi & S. McGilvray. ”Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft”. En IEEE Transactions on Control Systems Technology, 14, 2006.

- [38] V. Utkin. *Sliding Modes in Control and Optimization*, Springer-Verlag, 1992.
- [39] K. P. Valavanis, M. Kontitsis. "A Historical Perspective on Unmanned Aerial Vehicles", *Advances in Unmanned Aerial Vehicles*, Springer Press, 171-210, 2007.
- [40] R. Xu & Ü. Özgüner. "Sliding mode control of a quadrotor helicopter". En Proc. 45th IEEE Conference on Decision & Control, 2006.
- [41] B. Zhu & W. Huo. "Trajectory linearization control for a quadrotor helicopter". En 8th IEEE International Conference on Control and Automation, 2010.
- [42] A. S. I. Zinober A. J. Koshkouie, R. E. Mills. "Adaptive backstepping control". Department of applied mathematics.
- [43] Texas Instrument, TMS320F2809, TMS320F2808, TMS320F2806, TMS320F2802, TMS320F2801, TMS320C2802, TMS320C2801, TMS320F28016, TMS320F28015 Digital Signal Processors, Data Manual, octubre 2003.
- [44] Texas Instrument, TMS320x280x, 2801x, 2804x Enhanced Capture (eCAP) Module, Reference Guide, noviembre 2004.
- [45] Texas Instrument, TMS320x280x, 2801x, 2804x Inter-Integrated Circuit (I2C) Module, Reference Guide, noviembre 2004.
- [46] Texas Instrument, TMS320x281x Serial Communications Interface (SCI), Reference Guide, agosto 2008.