Усиление угловой дисперсии лазерных гармоник высокого порядка при взаимодействии с плотными плазменными кластерами

А.А. Андреев[1, 2], Л.А. Литвинов[1]

[1] *Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург*
[2] *Физико-технический институт имени А.Ф.Иоффе, Санкт-Петербург*

Аннотация

Дифракционные решетки и фотонные кристаллы являются широко используются для управления светом. Однако их возможности менее эффективны в случае экстремального ультрафиолетового (XUV) излучения из-за высокого поглощения оптического материала в этом диапазоне частот. В настоящей работе исследуется возможность усиления угловой дисперсии излучения XUV-диапазона за счет рассеяния на плазменных кластерах размеры которых меньше длины волны падающего излучения. В рамках работы разработана аналитическая модель с использованием диэлектрической функции Друде плазмы и теории рассеяния Ми, в квазистатическом приближении, поскольку время ионизации меньше длительности импульса, а также численное моделирования подтвердило квазистационарность кластеров для наших параметров. Определены резонансные параметры мишени для десятой гармоники Ti:Sa лазер и показано значительное усиление рассеянного поля в этом случае по сравнению с лазерным. Используя условия резонанса для одного кластера, промоделирована дифракция излучения на массиве таких кластеров с помощью кода CELES. Полученные результаты показывают значительное усиление рассеянного поля в резонансном случае для больших углов (соответствующего теории дифракции Брэгга-Вульфа), что дает возможность управления высокими гармониками лазерного излучения в XUVдиапазоне с помощью ионизированного кластерного газа.

1 Введение

Как известно [1, 2], периодические поверхностные решетки и фотонные кристаллы являются эффективными инструментами для дифракции и направления света. Однако этот метод менее эффективен в случае экстремального ультрафиолетового света из-за высокого поглощения любого материала в этом диапазоне частот. Взаимодействие интенсивного когерентного излучения с мишенями конечного размера представляет собой достаточно изученное явление, в том числе с учетом линейно возбуждаемых, поверхностных плазмонных колебаний. Поглощение и рассеяние падающего света в таком случае с хорошей точностью могут быть описаны при помощи теории Ми, которая предсказывает существование резонанса, соответствующего мультипольным колебаниям части свободных электронов мишени относительно положительно заряженных ионов. В режиме резонанса эффективное возбуждение поверхностных плазмонов может привести к значительному усилению поля кластера, а также поля, рассеянного на большие углы относительно исходного направления падающей волны.

Для пространственного управления электромагнитными волнами видимого и инфракрасного диапазонов могут быть использованы фотонные кристаллы и дифракционные решетки [1], в то время как для подобных манипуляций с рентгеновским излучением могут быть использованы кристаллы с атомами, регулярно расположенными на расстоянии нескольких нанометров, в качестве рассеивающих центров [2]. При этом значительный промежуток между этими диапазонами длин волн, называющийся диапазоном жесткого ультрафиолета (EUV, extreme ultra-violet range), оказывается трудно манипулируемым. В данной работе предлагается использование массивов сферических нано-кластеров для направленного рассеяния жесткого ультрафиолетового излучения.

Аналогичная задача в случае цилиндрической симметрии для массивов нано-цилиндров в качестве рассеивателей была исследована ранее [3]. Полученные результаты показали эффективность подхода, что делает рассмотрение сферической конфигурации многообещающим. Однако, изготовление набора цилиндров с оптимальными радиусами, длинами и дистанциями между ними достаточно сложная технологическая задача, тогда как массивы сферических кластеров формируемых из газовой струи достаточно просто сформировать [4] и они могут позволить оперировать направлением излучением в трехмерном пространстве, а также могут быть собраны в более оптимальную пространственную конфигурацию, нежели цилиндры.

2 Аналитическая модель

Рассмотрим взаимодействие интенсивного короткого лазерного импульса с одиночным сферическим твёрдотельным кластером. Первоначально мы имеем импульс длительностью $\tau = 28$ fs, интенсивностью $I_L = 1.2 \cdot 10^{18}$, близкой к релятивистской, обладающий длиной волны $\lambda_L = 830$ nm. Этот импульс подвергается конверсии в 10-ую гармонику с длиной волны $\lambda_h = \lambda_{10} = 83$ nm с коэффициентом конверсии 10^{-4}, в результате чего имеем импульс гармоники с интенсивностью $I_h = 1.2 \cdot 10^{14}$. Длительность первоначального импульса достаточно коротка, чтобы пренебречь изменением его длительности при преобразовании. Общее излучение 10-ой и лазерной гармоники мы направляем на кластер радиуса a.

В результате взаимодействия из твердотельного кластера возникает плазменный, представление которого в рамках диэлектрической функции плазмы даёт Модель Друде:

$$\varepsilon(\omega_h) = 1 - \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_h}\right)^2 \frac{1}{1 + i\beta_e}, \qquad \omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_e}{m_e}}, \tag{1}$$

где ω_h — рассмариваемая гармоническая частота, ω_{pe} — электронная плазменная частота, e и m_e — заряд и масса электрона, $n_e = Z n_i$ — электронная плотность, где Z — средняя степень ионизации, n_i — ионная плотность. $\beta_e = \nu_e / \omega_h$ и ν_e — частота электрон-ионных столкновений в приближении Спитцера. В условиях твердотельной плазмы ионная плотность кластера порядка $n_i = 6 \cdot 10^{22}$ cm^{-3}, при этом нам необходима электронная плотность кластера выше критической для заданной частоты $n_c = \omega_h^2 m_e / 4\pi e^2$, так как в противном случае кластер будет прозрачен для излучения этой частоты. Для 10-ой гармоники лазерного излучения $\lambda_h = 83$ nm мы получаем условие $n_e > n_c = 1.3 \cdot 10^{23}$ cm^{-3}, что согласуется с условием на ионную плотность при средней степени ионизации $Z > 2$.

Мы используем Теория Ми для описания упругого рассеяния электромагнитных волн частицами произвольного размера в случае линейных взаимодействий, а также позволяет получить описание рассеянного поля и поля внутри рассеивающего объекта [3, 5]. Пользуясь разложением плоской волны по векторным сферическим гармоникам, в случае x-поляризованной падающей волны, распространяющейся вдоль оси z, получаем:

$$\mathbf{E}_i = E_0 \, e^{i\omega t - ikz} \, \mathbf{e}_x = \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left[\mathbf{M}_{o1n}^{(1)} - i \mathbf{N}_{e1n}^{(1)} \right], \tag{2}$$

$$\mathbf{E}_s = \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left[i a_n(ka, m) \mathbf{N}_{e1n}^{(3)} - b_n(ka, m) \mathbf{M}_{o1n}^{(3)} \right], \qquad E_n = i^n E_0 \frac{2n+1}{n(n+1)}, \tag{3}$$

где $\mathbf{M}_{o1n}^{(1)}$, $\mathbf{M}_{o1n}^{(3)}$ — магнитные векторные сферические гармоники, $\mathbf{N}_{e1n}^{(1)}$, $\mathbf{N}_{e1n}^{(3)}$ — электрические векторные сферические гармоники из [5], верхний индекс указывает на вид сферических функций в радиальной части, нижний индекс o или e соответствует синусоидальной или косинусоидальной зависимости от азимутального угла.

Коэффициенты разложения Фурье рассеянного электрического поля по векторным сферическим гармоникам в случае изотропной среды являются коэффициентами рассеянного поля:

$$a_n(\chi, m) = \frac{m \psi_n'(\chi) \psi_n(m\chi) - \psi_n'(m\chi) \psi_n(\chi)}{m \xi_n'(x) \psi_n(m\chi) - \psi_n'(m\chi) \xi_n(\chi)}, \tag{4}$$

$$b_n(\chi, m) = \frac{\psi_n'(\chi) \psi_n(m\chi) - m \psi_n'(m\chi) \psi_n(\chi)}{\xi_n'(\chi) \psi_n(m\chi) - m \psi_n'(m\chi) \xi_n(\chi)}, \tag{5}$$

где $\psi_n(\rho) = z j_n(\rho)$, $\xi_n(\rho) = z h_n(\rho)$ — функции Риккати-Бесселя, $h_n = j_n + i\gamma_n$ — сферические функции Ханкеля первого рода, $\chi = ka$ — безразмерный радиус кластера, $m = \sqrt{\varepsilon}$ — комплексный коэффициент преломления (1).

Особенность коэффициентов рассеянного поля (равенство знаменателя нулю) даёт набор резонансных электронных плотностей и соответствующих им комплексных коэффициентов рассеяния. Для $\chi \ll 1$ при помощи асимптотического приближения [3] можно получить точное аналитическое выражение для коэффициентов a_n, резонансный набор при этом принимает вид $m^2 = -(n+1)/n$, $n_e = n_c(2n+1)/n$ для любого натурального n. Для $\chi \sim 1$ асимптотическое приближение уже не подходит, так как вклад безразмерного радиуса χ в положение резонанса перестает быть пренебрежимо мал и необходим его учет в соответствующей зависимости (Приложение А). В таком случае необходимо использовать разложения в ряд функций Ханкеля и Бесселя [5].

В результате мы можем оценить резонансные параметры кластера, в частности электронную плотность и радиус. Резонансное значение a_n соответствует нулю знаменателя соответствующего выражения, что отвечает $|a_n| = 1$, откуда можем переписать выражение для квадрата резонансного коэффициента преломления, что в свою очередь дает выражение на резонансную электронную плотность в критических единицах при помощи (1):

$$m^2(\chi, n) = \frac{8n^2(n+1) - (6n+3)\chi^2 - 6n}{2n\chi^2(2n-1)} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{4n(n-3+4n^2(n+2))(\chi^2+4n-2)\chi^2}{\left(8n^2(n+1) - (6n+3)\chi^2 - 6n\right)^2}} \right] \tag{6}$$

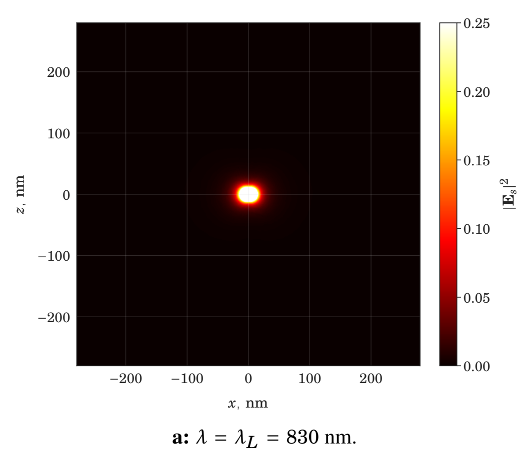
$$\frac{n_e}{n_c} = (1 - m^2)(1 + i\beta_e) \tag{7}$$

В соответствии с (6, 7) резонанс рассеянного поля при $\lambda_{10} = 83$ нм отвечает резонансной электронной плотности $n_{el} \approx 5.7 \cdot 10^{23}$ cm^{-3} для $ka = 0.7$ и $n_{el} \approx 3.9 \cdot 10^{23}$ cm^{-3} для $ka = 0.3$.

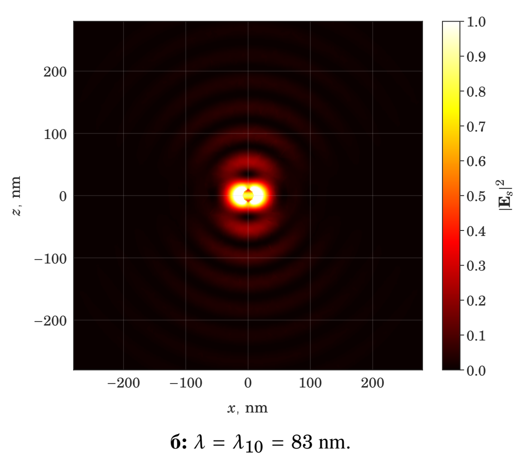
3 Численное моделирование

3.1 Одиночный кластер

В рамках теории рассеяния Ми известно, что амплитуду поля вблизи поверхности мишени можно значительно усилить. Мы рассматриваем случай, когда частота электрон-ионных столкновений ν_e много меньше частоты гармоники, поэтому взаимодействие можно считать бесстолкновительным [3]. Для этого случая было посчитано рассеянное электрическое поле (3) при $\lambda = \lambda_L$ и $\lambda = \lambda_h = \lambda_{10}$ с целью сравнения между собой резонансного и нерезонансного случая, значение n_{el} вычислено при помощи (6, 7) при $\lambda_{10} = 83$ nm, $\chi = 0.7$. Видно, что в резонансном случае (рис. 1б) рассеянное поле представляет собой расходящуюся сферическую волну, амплитуда поля в окрестности кластера значительно выше, чем в отсутствии резонанса (рис. 1а), где рассеяние рэлеевское.

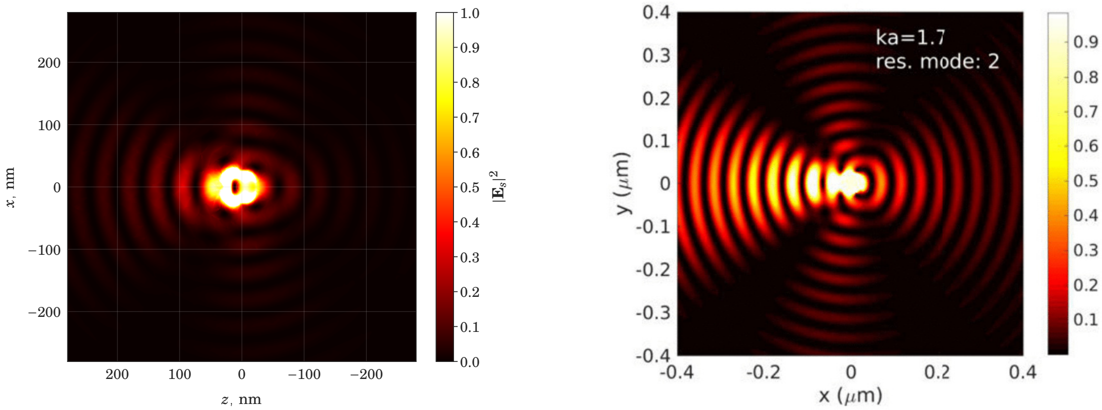


а: $\lambda = \lambda_L = 830$ nm.



б: $\lambda = \lambda_{10} = 83$ nm.

Рис. 1: $a = 8.9$ nm; $|\mathbf{E}_s|^2$ в плоскости поляризации падающей волны.



а: Рассеяние кластером. **б:** Рассеяние наноцилиндром [3].

Рис. 2: $\chi = 1.7$ ($a = 22.5$ nm), $\lambda = \lambda_{10} = 83$ нм; $|\mathbf{E}_s|^2$ построено в плоскости поляризации падающей волны. Качественное сравнение для такого же значения ka в случае цилиндров (б) — падающая волна распространяется справа налево (противоположно направлению оси x), y-поляризована.

Дополнительно был смоделирован случай $\chi = 1.7$ (рис. 2а) и сравнён с аналогичной ситуацией для одиночного наноцилиндра [3] (рис. 2б). Видно, что общие направления рассеянного поля сохраняются, видны слабые боковые порядки с углами отклонения, близкими к $90°$ относительно направления падающей волны, что сходно с случаем цилиндрической симметрии. Различия в амплитуде рассеянных волн связаны с принципиальными отличиями в геометрии цилиндра и кластера. Наиболее интенсивное рассеяние наблюдается для направления, соответствующего направлению падающей волны в силу конструктивной интерференции, эффективность рассеяния в этом направлении около 5%.

3.2 Множество кластеров

В рамках в рамках стационарной теории рассеяния Ми было рассмотрено множество кластеров в виде протяженной цилиндрической газовой струи (в дальнейшем мишень) с регулярной и квазирегулярной пространственной конфигурацией для исследования возможности рассеяния такими структурами на большие углы жёсткого ультрафиолетового излучения, в частности соответствующего гармоникам высокого порядка.

В качестве регулярного распределения была выбрана примитивная кубическая решетка с расстоянием между соседними узлами d. Квазирегулярное распределение было построено при помощи внесения случайных сдвигов координат узлов с произвольной нормой сдвига в диапазоне $0 \leq |\Delta d| \leq \eta d$, где $0 \leq \eta < 0.5$ — степень нерегулярности. В квазирегулярном случае моделирование было проведено несколько раз с целью усреднения и получения обобщенной картины рассеянного поля. Для вычислений был использован программный код CELES [6].

3.2.1 Условие дифракции для решетки в пространстве

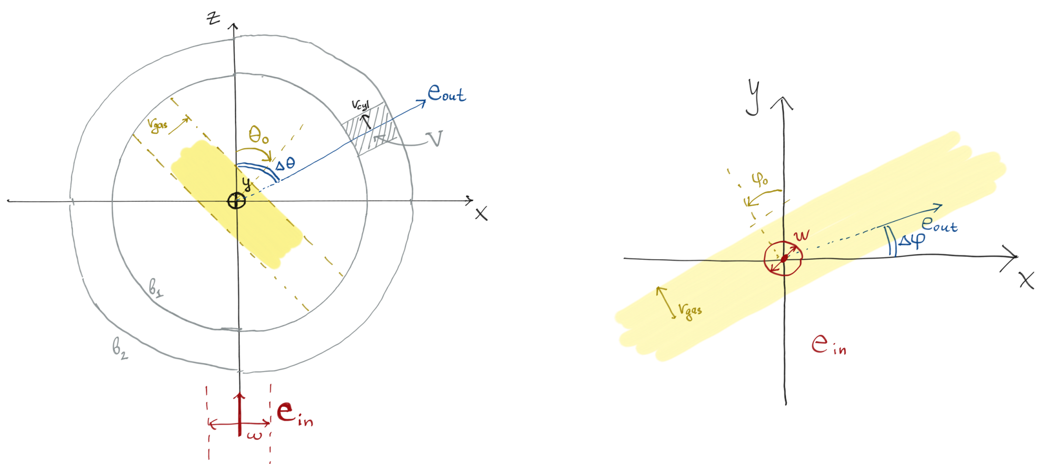
Условие дифракции в случае трехмерной регулярной решетки при упругом рассеянии в системе координат, связанной с направлением падающего излучения, принимает вид [7]:

$$\begin{cases} (\mathbf{D}_x, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = h\lambda \\ (\mathbf{D}_y, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = k\lambda \\ (\mathbf{D}_z, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = l\lambda \end{cases} \tag{8}$$

где h, k, l — индексы Миллера представленные целыми числами, $\mathbf{D}_i$ — вектор, соединяющий соседние узлы решетки вдоль направления i, $\mathbf{e}_{\text{in}}$ — единичный вектор направления падающего излучения, $\mathbf{e}_{\text{out}}$ — единичный вектор направления прошедшего излучения. Переходя к сферическим координатам, связанными с $\mathbf{e}_{\text{in}}$ так, что в декартовом представлении $\mathbf{e}_{\text{in}} = \mathbf{e}_z$, (8) можно преобразовать следующим образом, учитывая, что $|\mathbf{D}_x| = |\mathbf{D}_y| = |\mathbf{D}_z| = d$ для рассматриваемой кубической решетки:

$$
\begin{cases}
\cos\theta_0 \sin\Delta\theta \cos\left(\Delta\varphi - \varphi_0\right) - \sin\theta_0 (\cos\Delta\theta - 1) = \dfrac{h'\lambda}{d} \\
\sin\Delta\theta \sin\left(\Delta\varphi - \varphi_0\right) = \dfrac{k'\lambda}{d} \\
\sin\theta_0 \sin\Delta\theta \cos\left(\Delta\varphi - \varphi_0\right) + \cos\theta_0 (\cos\Delta\theta - 1) = \dfrac{l'\lambda}{d}
\end{cases}
\tag{9}
$$

где $\Delta\theta, \Delta\varphi$ — углы, характеризующие отклонение направления дифрагировавшего излучения относительно падающего, θ_0, φ_0 — углы, характеризующие поворот мишени (решётки) в пространстве, h', k', l' — новые индексы Миллера (рис. 3). Используя (9), можем получить угловое распределение дифрагировавшего излучения при заданных начальных параметрах d, λ, θ_0, φ_0.



а: Проекция на плоскость xz. **б:** Проекция на плоскость xy.

Рис. 3: Общая схема взаимодействия падающего излучения с решеткой. θ_0, φ_0 — характеризуют углы покорота мишени в пространстве, $\Delta\theta$, $\Delta\varphi$ — углы отклонения направления дифрагировавшего излучения относительно падающего, r_{gas} — радиус газовой струи, представляюшей мишень, w — диаметр гауссова пучка падающего излучения. $\Delta\theta$ отсчитывается вокруг y против часовой стрелки, $\Delta\varphi$ — вокруг z против часовой стрелки.

3.2.2 Рассеяние монохроматического излучения

Для того, чтобы проверить достоверность полученной теории, смоделируем стационарное взаимодействие в регулярном случае при различных параметрах решётки и ширине гауссова пучка $w = 800$ nm, радиусе цилиндра, ограничивающего решетку (радиус газовой струи) $r_{\text{gas}} = a + 12d \approx 2$ µm, где множитель при d — количество узлов решетки между центральной осью и границей цилиндра. Несмотря на то, что в реальных условиях гауссов пучок 10-ой гармоники Ti:Sa лазера с шириной 800 nm получить практически невозможно, в силу стационарности вычислений отношение w/r_{gas} может быть корректно масштабировано при $w \ll 2r_{\text{gas}}$. Использованное малое значение w в таком случае ускоряет вычисления, но принципиально не изменяет их результат.

Различие рассеяния в резонансном и нерезонансном случае показано на рис. 4 — квадрат амплитуды рассеянного поля превышает в резонансном случае выше более, чем в 10 раз такового в отсутствии резонанса. Также в отсутствии резонанса нет порядков дифракции, кроме нулевого, что напрямую следует из ограничения на максимальный индекс Миллера в (9).

Определим наиболее интенсивные направления рассеяния при помощи следующей интегральной характеристики:

$$
E_{\text{int}}\left(\eta, \lambda, V\left(\Delta\theta, \Delta\varphi\right), E_0, \varphi_0, \theta_0\right) = \int\limits_{V(\Delta\theta, \Delta\varphi)} \left|\mathbf{E}_s\left(\eta, \lambda, E_0, \varphi_0, \theta_0\right)\right|^2 dV. \tag{10}
$$

В данном случае выр. 10 представляет собой интегрирование интенсивности рассеянного поля, вычисленного как квадрат модуля напряженности рассеянного поля (без учета нормирующего множителя) в области пространства V для решётки, обладающей нерегулярностью η, то есть является энергией, рассеянной решёткой в область V, λ представляет собой длину волны падающего поля, E_0 — амплитуду, углы φ_0, θ_0 — задают положение мишени в пространстве в соответствии с рис. 3. Область V должна быть задана так, чтобы характеризовать некоторое направление в пространстве, и, как правило, для этой цели используется область в виде конуса, образованного некоторым раствором телесного угла $\delta\Omega$ и направлением при помощи углов $\Delta\theta$, $\Delta\varphi$. Для рассматриваемой задачи необходимо исключить из вычисления ближнее поле, ввиду чего накладывается дополнительное ограничение V внутренностью сферического слоя пространства с границами b_1 и b_2, где b_2 — граница области численного моделирования, b_1 — больше радиуса сферы, описанной вокруг мишени. Хотя газовая струя является протяженным объектом, в моделировании используется только её сегмент, так как падающий пучок ограничен и рассеяное поле слабо зависит от частей струи, удаленных от области падения пучка, что позволяет описать вокруг такого сегмента соответствующую окружность.

Пересечение конической области и сферического слоя вдали от мишени можно приблизить цилиндром, считая $r_{\text{cyl}} \approx 0.5 b_2 \cdot \delta\Omega$, где r_{cyl} — радиус цилиндра. В таком случае, при помощи вспомогательного вектора $\mathbf{c}$ (выр. 11) получаем область V (рис. 3а).

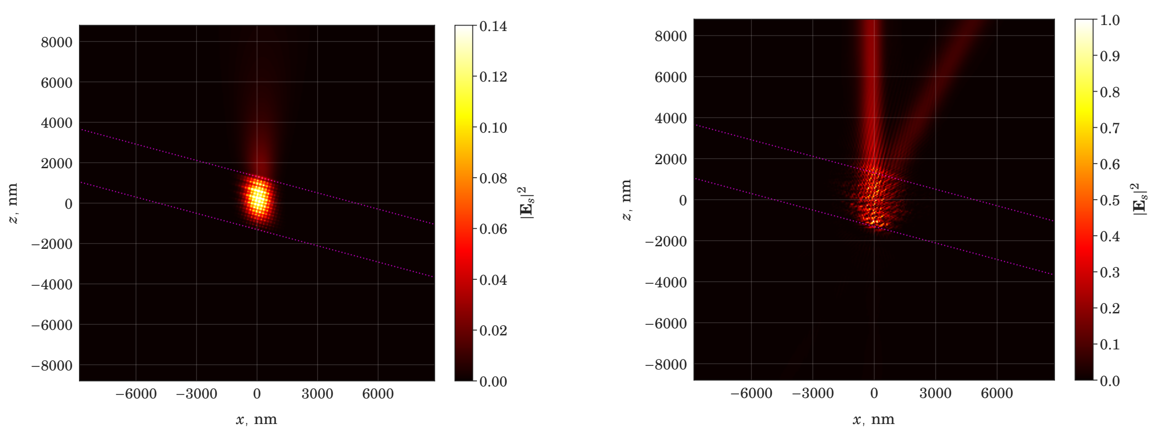
$$\mathbf{c} = \mathbf{c}\big(\mathbf{x}, \Delta\theta, \Delta\varphi\big) = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{pmatrix} = M_y(\Delta\theta) M_z(\Delta\varphi)\,\mathbf{x}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \tag{11}$$

$$V\big(\Delta\theta, \Delta\varphi\big) = \Big\{\mathbf{x} \in b_1^2 \le |\mathbf{x}|^2 \le b_2^2 : c_x^2 + c_y^2 \le r_{\text{cyl}}^2, \Big\}, \tag{12}$$

где $M_y(\Delta\theta)$ — матрица поворота вокруг декартовой оси y на угол $\Delta\theta$ против часовой стрелки, $M_z(\Delta\varphi)$ — матрица поворота вокруг декартовой оси z на угол $\Delta\varphi$ против часовой стрелки. Долю отклоненного в конкретном направлении излучения E_{frac} можно определить, используя следующее выражение:

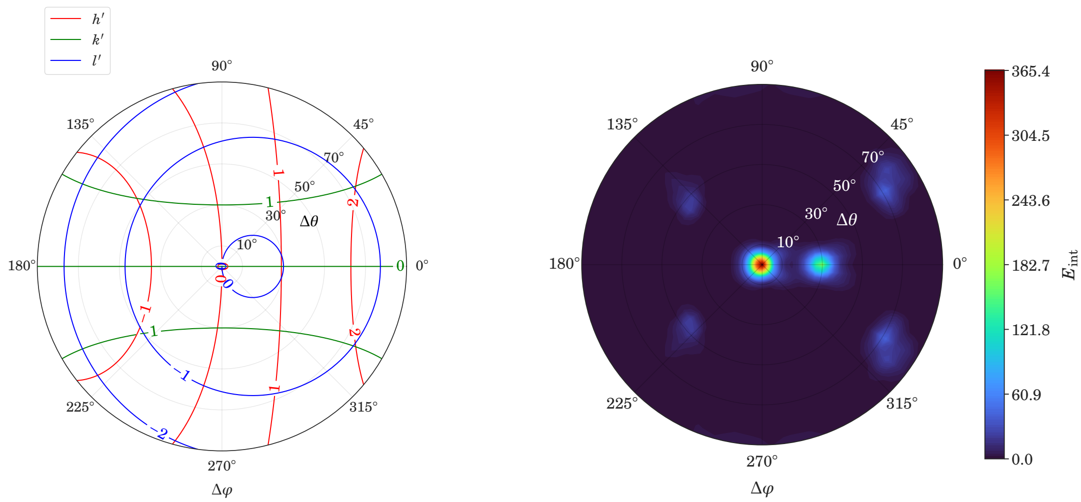
$$E_{\text{frac}}\big(\eta, \lambda, V, E_0, \varphi_0, \theta_0\big) = \frac{E_{\text{int}}\big(\eta, \lambda, V, E_0, \varphi_0, \theta_0\big)}{\int\limits_{V_0} |\mathbf{E}_i(\lambda, E_0, w)|^2 dV} \tag{13}$$

где $V_0 = \big\{\mathbf{x} \in b_1^2 \le |\mathbf{x}|^2 \le b_2^2\big\}$ — дальняя зона области моделирования.



а: $\lambda = \lambda_L = 830$ nm. **б:** $\lambda = \lambda_{10} = 83$ nm.

Рис. 4: $|\mathbf{E}_s|^2$ в плоскости поляризации, сечение $\Delta\varphi = 0°$ — рассеяние гауссового пучка на слое квазирегулярно расположенных кластеров радиуса $a = 20$ nm, $\theta_0 = 15°$, $\varphi_0 = 0°$. Границы газового слоя обозначены пурпурным цветом. Амплитуда рассеянного поля нормирована на максимальное значение в случае 10-ой гармоники.



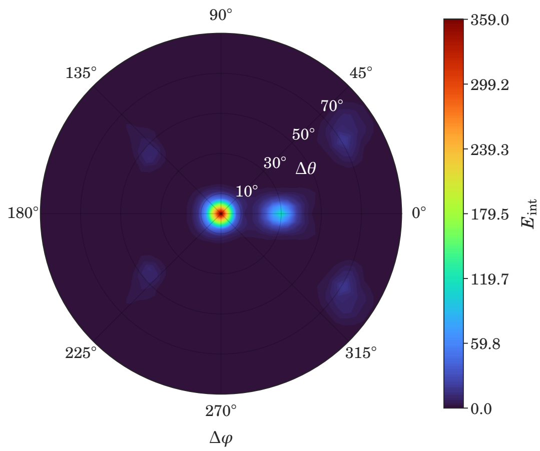
а: Решение выр. 9 в целых индексах Миллера.

б: E_{int} по (10).

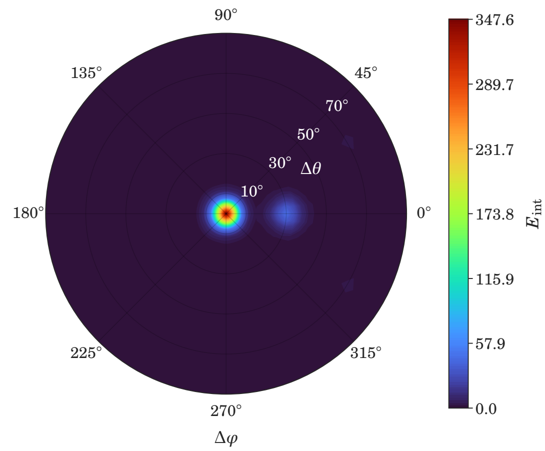
Рис. 5: Рассеяние 10-ой гармоники при параметрах решетки $a = 20$ nm и $d = 2\lambda_{10}$, $\varphi_0 = 0°$, $\theta_0 = 15°$, $\lambda = \lambda_{10} = 83$ nm, диапазон построения $\Delta\theta \in [0, \pi/2]$.

Также построим целочисленные решения для h', k', l' с заданными θ_0, φ_0 в осях $\Delta\varphi$, $\Delta\theta$ при помощи (9) (рис. 5а). Графики на рис. 5 представляют собой диаграммы в полярных координатах $(\Delta\theta, \Delta\varphi)$, то есть проекции поверхности сферы, ограниченной некоторым диапазоном угла $\Delta\theta$, на плоскость. Такой метод построения более удобный для изображения пространственного распределения рассеянного излучения, а также более естественный для отображения целочисленных решений на индексы Миллера (9), так как они в таком случае представляют собой наборы колец на сфере. По полученным результатам можно заметить, что наиболее интенсивные направления дифракции по E_{int} отвечают наиболее близкому раположению кривых, соответствующих целочисленным значениям индексов Миллера. При этом эффективность рассеяния в наиболее интенсивных направлениях по отношению к падающему полю достигает $E_{\text{frac}} = 0.2$ ($\Delta\varphi = 0°, \Delta\theta = 30°$), что соответствует 20%.

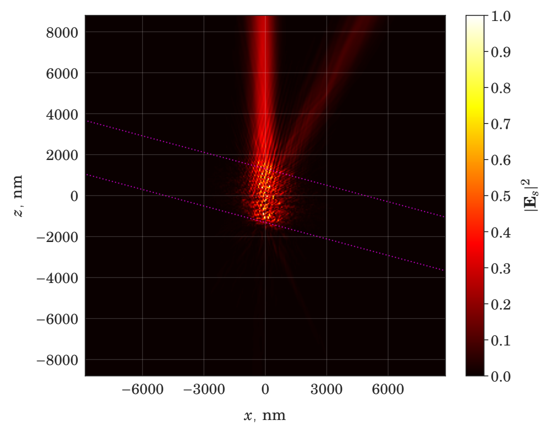
Рассмотрим влияние нерегулярности на наиболее интенсивные направления рассеянного поля, то есть зависимость (10) от нерегулярности решётки η. Для этого смоделировано рассеяние в случае квазирегулярной решётки при различных параметрах и нерегулярностью η от 0 до 0.5 (рис. 6).



а: $\eta = 0.1$.



б: $\eta = 0.3$.



в: $|\mathbf{E}_s|^2$ в плоскости поляризации, сечение $\Delta\varphi = 0$, $\eta = 0.1$.

Рис. 6: Рассеяние гауссового пучка на слое квазирегулярно расположенных кластеров радиуса $a = 20$ nm, $\theta_0 = 15°$, $\varphi_0 = 0°$.

При помощи нормированного варианта E_{int} (14) была построена соответствующая зависимость от нерегулярности (рис. 7). С ростом нерегулярности наиболее интенсивные направления, кроме нулевого, значительно ослабляются, вплоть до 80% по отношению к регулярному случаю, при этом общая картина рассеяния в различных направлениях выравнивается вплоть до практически однородной при $\eta \to 0.5$ (рис. 6).

$$E_{\text{int}}^{\text{norm}}(\eta, \lambda, V, E_0) = \frac{E_{\text{int}}(\eta, \lambda, V, E_0)}{E_{\text{int}}(0, \lambda, V, E_0)} \tag{14}$$

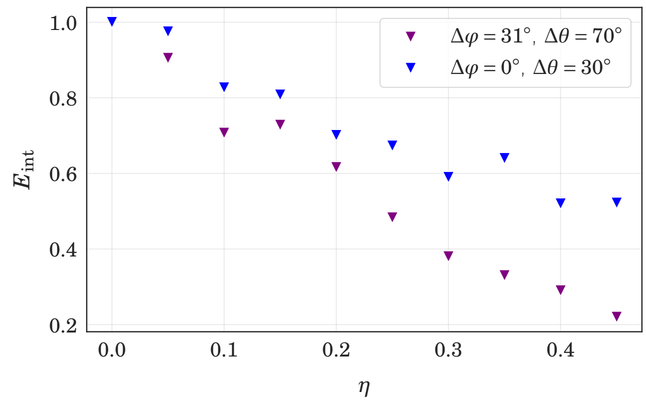
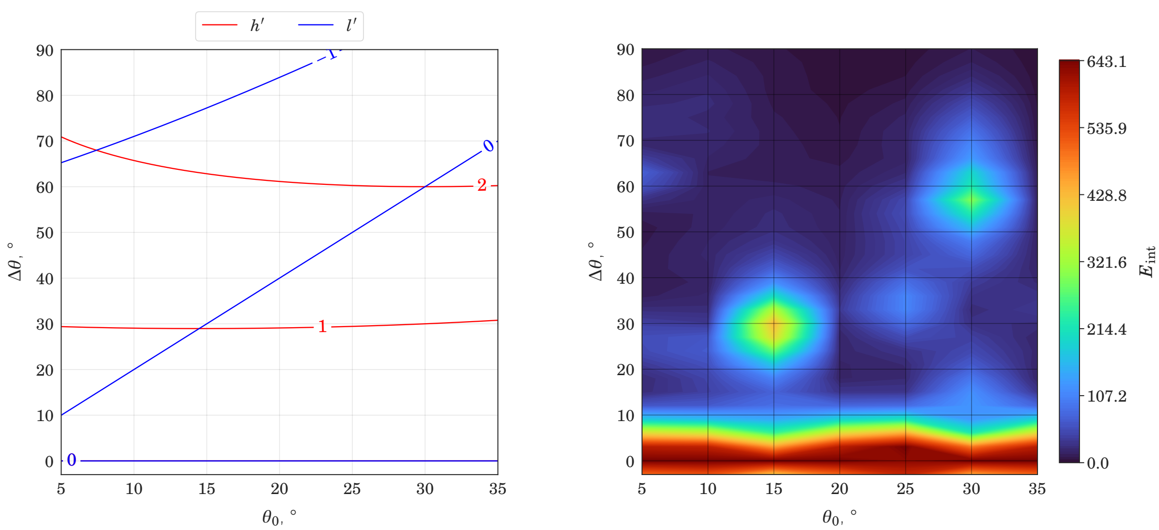


Рис. 7: Ослабление рассеяния в зависимости от нерегулярности решётки.

Была рассмотрена завивимость интенсивных направлений рассеяния по $\Delta\theta$ в зависимости от θ_0 в сечении $\Delta\varphi = 0$. При этом было взято значение $\varphi_0 = 0$, так как любое ненулевое значение этого угла в сути поворачивает угловое распределение на тот же угол, что следует из (9). Полученный результат полностью соотносится с описанной ранее теорией дифракции (9) — положение пятен, отвечающих наиболее интенсивным направлениям рассеянного поля, отличным от нулевого, на рис. 8б соответствуют пересечениям линий целочисленных значений индексов Миллера на рис. 8а.



а: Решение выр. 9 в целых индексах Миллера.

б: E_{int} по выр. 10.

Рис. 8: Рассеяние 10-ой гармоники при различном угле θ_0, $\varphi_0 = 0$, $\Delta\varphi = 0$, $a = 20$ nm, $d = 2\lambda_{10}$. На (а) $k' = 0$ для любых θ_0 и $\Delta\theta$.

Было выбрано наиболее интенсивное направление рассеяния, отвечающее $\theta_0 = 15°$, $\Delta\theta = 30°$, для него рассмотрена зависимость величины ранее построенной интегральной характеристики (10) от радиуса кластеров (рис. 9). Видно наличие глобального максимума у построенной зависимости, что позволяет говорить о существовании наиболее оптимального значения радиуса для соответствующего направления.

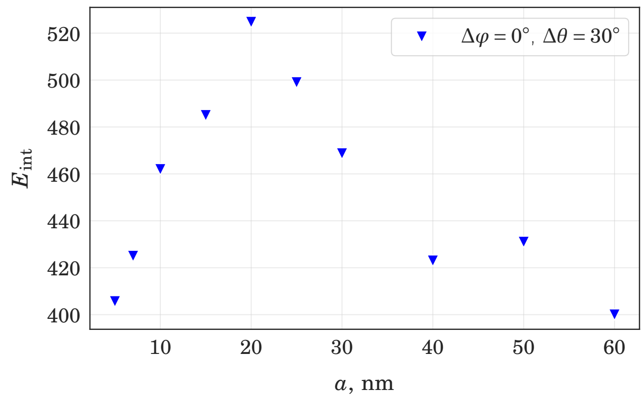


Рис. 9: Ослабление рассеяния в зависимости от радиуса кластеров, значения нормированы на E_{int} при $a = 20$ nm.

3.2.3 Рассеяние волнового пакета

Рассмотрим рассеяние волнового пакета, образующегося в результате порождения из лазерного импульса первой гармоники. Амплитуда волнового пакета во времени описывается гауссовой функцией (15), при этом исходный импульс первой гармоники достаточно короткий, чтобы пренебречь изменением его временной ширины (длительности) при преобразовании. В рамках периодического продолжения промежутка $[-\tau, \tau]$ этого импульса, где τ — полуширина импульса, можем построить ряд Фурье (16), откуда имеем коэффициенты Фурье (17), представляющие собой вклад каждой из гармоник в общий импульс.

$$A_0(t) = E_0 \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right) \tag{15}$$

$$A_0(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} A_j \cos(\omega_j t), \quad \omega_j = \frac{2\pi j}{\tau} = \frac{c}{\lambda_j}, \quad \lambda_j = \frac{\lambda_L}{j}, \tag{16}$$

$$A_j = \frac{1}{\tau} \int_{-\tau}^{\tau} E_0 \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right) \cos(\omega_j t) dt. \tag{17}$$

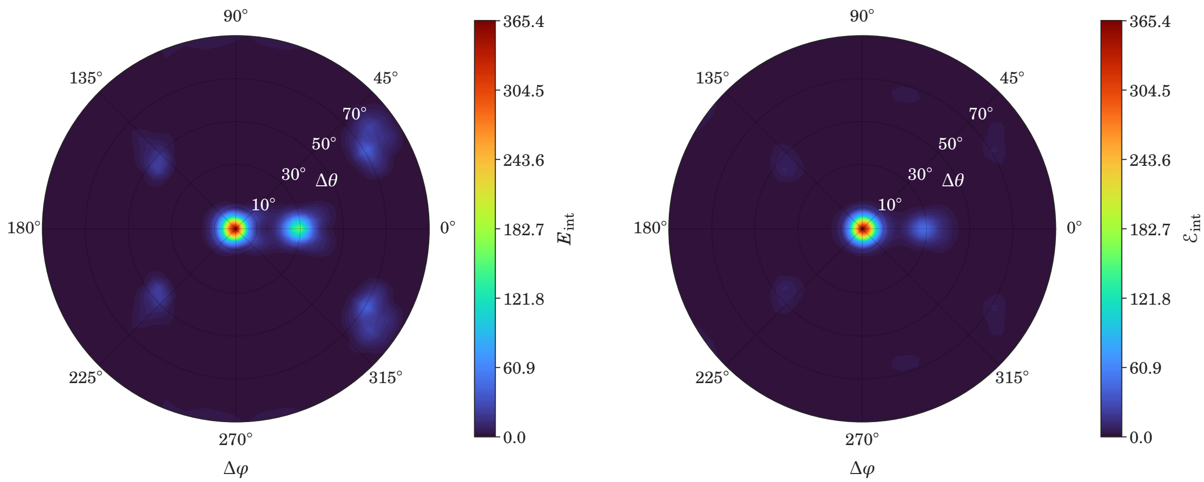
Для того, чтобы построить диаграмму рассеяния волнового пакета, была использована новая интегральная характеристика, определенная с учетом коэффициентов разложения в ряд Фурье волнового пакета (18). Такая характеристика разумна для описания направлений рассеяния в силу аддитивности энергии как количественной характеристики. Область V в данном случае представляет собой аналогичную той, что была использована для предыдущей интегральной характеристики (12, **??**).

$$\mathcal{E}_{\text{int}}(V, \eta, \varphi_0, \theta_0) = \sum_{j=N_1>0}^{N_2} E_{\text{int}}(\eta, \lambda_j, V, A_j, \varphi_0, \theta_0). \tag{18}$$

Определим наиболее интенсивные направления рассеянного поля для решётки с $d = 2\lambda_{10}$, радиусом кластеров $a = 20$ nm, $\theta_0 = 15°$, $\varphi_0 = 0°$, гармоники в волновом пакете с 8-ой по 12-ую, то есть $N_1 = 8$, $N_2 = 12$ в (18), гауссов импульс имеет полуширину $\tau \approx 17$ fs.

Сравнивая полученный результат с аналогичной диаграммой, вычисленной при помощи (10) для 10-ой гармоники, можно заметить аналогичное значение для дифракционного максимума ($h' = k' = l' = 0$), отвечающего за прошедшее излучение, и ослабление и расплывание остальных, что полностью соответствует (9). В частности, относительная эффективность E_{frac} первого дифракционного максимума ($\Delta\varphi = 0°$, $\Delta\theta = 30°$) ослабляется с 0.3 до 0.1.

Это происходит в силу того, что индексы Миллера, отвечающие дифракционным уравнениям для разных длин волн, будут связаны между собой коэффициентами пропорциональности, имеем масштабирование кривых, отвечающих целочисленным значениям индексов Миллера, что и приводит к размытию дифракционной картины (рис. 10а и 10б).



а: Рассеяние 10-ой гармоники.

б: Рассеяние волнового пакета.

Рис. 10: Угловая диаграмма рассеяния гауссового волнового пакета и 10-ой гармоники. $\theta_0 = 15°$, $\varphi_0 = 0°$, $d = 2\lambda_{10}$, радиус кластеров $a = 20$ nm.

3.2.4 Условия оптимального рассеяния XUV излучения в заданном направлении

Как было отмечено ранее, основной задачей данной работы является направленного рассеяние излучения в XUV диапазоне. Для этой цели мы предлагаем кластерную мишень с квазирегулярной структурой в общем случае, параметры которой необходимо выбирать исходя из условий, то есть длины волны наиболее интенсивной спектральной составляющей волнового пакета или монохроматического излучения λ, а также нужных углов отклонения $\Delta\varphi$, $\Delta\theta$ относительно направления падающего излучения.

В первую очередь необходимо оценить радиус кластеров a при помощи аналитической модели (6). Полученное значение будет начальной оценкой резонансного значения радиуса кластера при заранее известном материале. Далее необходимо выбрать расстояние между кластерами d. Задавая большие d для решетки (кратные длине волны падающего поля в случае монохроматического излучения или длине волны наиболее интенсивной спектральной составляющей в случае волнового пакета), мы увеличиваем количество реализуемых дифракционных максимумов, снижая эффективность (отношение диаметра кластера к расстоянию между кластерами уменьшается), но при этом увеличивая диапазон углов, куда можно потенциально отклонить излучение. Малые d обеспечивают наиболее интенсивное рассеяние в ближние порядки дифракции, но имеет ограниченный набор углов, расположенный вблизи пересечений кривых целочисленных решений системы уравнений Лауэ, как это хорошо видно на рис. 8б.

Описанная теория дифракции (9) позволяет оценить положение таких пересечений и подобрать наиболее подходящее значение d в зависимости от необходимого угла отклонения $\Delta\varphi$, $\Delta\theta$. После этого, необходимо вычислить рассеянное поле, при помощи которого посчитать интегральную характеристику E_{int} (10) для заданной геометрии и диапазона радиуса кластеров $a \pm 20\%$ с целью уточнить первоначальную оценку, учесть эффекты дифракции в ближней и средней зоне.

Наличие нерегулярности η в решетке неизбежно заставляет дифракционные максимумы расплываться и ослабляться, что необходимо учесть при оценке эффективности рассеяния при помощи (13).

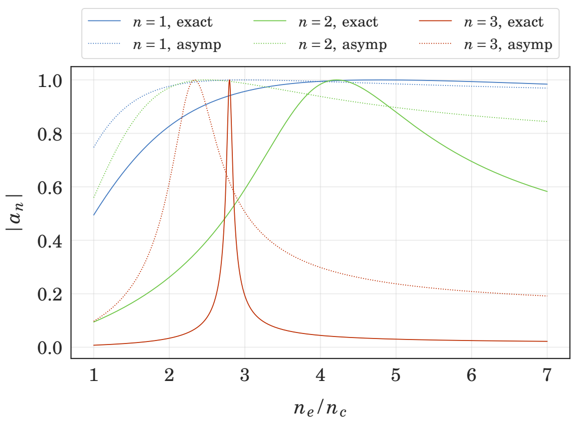
4 Заключение

Мы обнаружили, что периодическая структура из плотных плазменных кластеров оказалась подходящим элементом для направленного эффективного рассеяния излучения в XUV диапазоне. Так как множество сферических рассеивателей требует вычислений в трёхмерном пространстве, была предложена стационарная модель и определен диапазон радиусов кластеров, в пределах которого электронная плотность квазистационарна во время взаимодействия с внешним полем. Когда ионизация такова, что концентрация электронов близка к резонансной для заданных начальных параметров, эффективность рассеяния значительно увеличивается и достигает нескольких процентов в случае одиночного кластера. Для множества кластеров эффективность угловой дисперсии растет с увеличением количества рядов кластеров и может достигать порядка нескольких десятков процентов в случае определенных направлений.

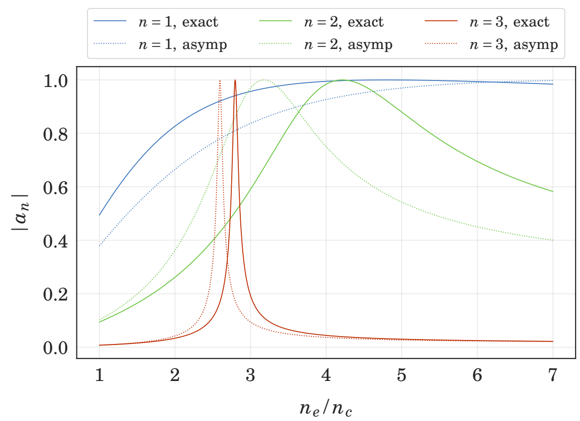
Полученные угловые распределения дифракционных максимумов для рассеяния при помощи множества регулярно расположенных кластеров хорошо описываются при помощи теории Лауэ, при этом внесение небольшой нерегулярности в распределение кластеров ослабляет наиболее интенсивные направления дифракции, отличные от направления прошедшего излучения, не более чем на 25%. В случае немонохроматического излучения эффективность усиления угловой дисперсии падает в соответствии с спетральным распределением амплитуды поля, ослабление может достигать порядка трёх раз.

Приложение

A Асимптотическое приближение коэффициентов рассеянного поля и приближение разложением в ряд



а: Асимптотическое приближение.



б: Разложение в ряд до первого члена.

Рис. 11: Коэффициенты сферических гармоник в асимптотическом приближении и приближении разложением функций Ханкеля и Бесселя в ряд при $\beta_e = 0$, $\chi = 1.5$. Кривые "exact" соответствуют точным значениям коэффициентов рассеянного поля.

На рис. 11 представлена зависимость коэффициента рассеяния от электронной плотности для $\chi = 1.5$ в рамках асимптотического приближения и приближения разложением в ряд функций Ханкеля и Бесселя. Чётко видно значительное расхождение формы и положения кривых для разных n при использовании асимптотического приближения, при этом приближение разложением в ряд обладает лишь неточностью в виде сдвига, который с ростом порядка n стремится к нулю.

B Оправдание стационарной модели

В общем случае расчет взаимодействия высокоинтенсивного импульса лазерного излучения с группой плотных сферических кластеров, расположенных в трехмерном пространстве, требует длительных и сложных нестационарных вычислений ввиду того, что распределение электронной плотности кластеров в результате взаимодействия с лазерным импульсом изменяется с течением времени.

Для проверки масштабов изменения электронной плотности в рассматриваемом случае было проведено моделирование эволюции распределения электронной плотности в одномерном пространстве отдельного кластера.

Для моделирования был взят код LPIC++ [8]. В качестве источников были рассмотрены два импульса: первичный фронтальный линейно поляризованный лазерный импульс с длиной волны $\lambda_L = 830$ nm, длительностью τ, формой огибающей амплитуды импульса во времени $\sin^2(t)$, интенсивностью $I_L = 10^{18}$ W/cm^2 и преобразованный с длиной волны $\lambda_{10} = 83$ nm, длительностью τ и интенсивностью $I_h = 10^{14}$ W/cm^2. Период лазерного излучения, соответствующий лазерной гармонике, равен $T = \lambda_L / c \approx 2.8$ fs, поэтому длина импульса в моделировании была взята $\tau = 10T = 28$ fs, время моделирования $t = 20T = 56$ fs. Плазма представлена 2000 частицами в каждой ячейке, занятой мишенью, расположенной в центре бокса шириной $w_{box} \approx 3\lambda_{10}$; электронная плотность мишени в критических единицах равна $n_{el} = 4.2n_c$. Также было рассмотрено взаимодействие с первой гармоникой, для которой $\lambda_L = 830$ nm, $I_L = 10^{18}$ W/cm^2. В качестве мишеней были взяты одиночные кластеры радиуса a от 9 до 60 nm.

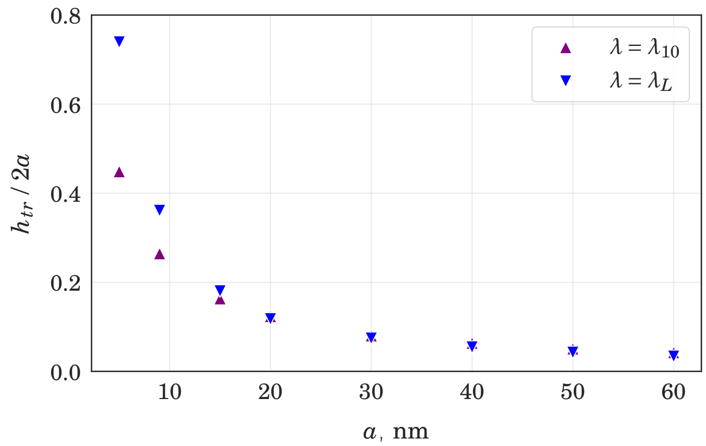


Рис. 12: Асимптотика средней суммарной толщины переходного слоя при $0 \le t \le 10T$ относительно радиуса мишени. n_c, использованное при построении, соответствует критической плотности для длины волны $\lambda = \lambda_{10}$.

По полученным результатам моделирования была расчитана средняя суммарная толщина переходного слоя в процессе взаимодействия со внешним импульсом h_{tr} в зависимости от радиуса мишени a (рис. 12). Условие квазистационарности в таком случае принимает вид $h_{tr} \ll 2a$, что соблюдается при $a \ge 20$ nm. Таким образом, при использовании стационарных вычислений для оценки углового рассеяния допустимо использовать только кластеры с радиусом 20 nm и больше.

Список литературы

[1] X. Lin, X. Zhang, K. Yao, and X. Jiang, “Wide-range and tunable diffraction management using 2D rectangular lattice photonic crystals”, *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 31(5), pp. 1145–1149, 2014.

[2] B. W. Batterman and H. Cole, “Dynamical Diffraction of X Rays by Perfect Crystals”, *Rev. Mod. Phys.*, vol. 36(3), pp. 681–717, 1964.

[3] Z. Lécz and A. A. Andreev, “Angular dispersion boost of high order laser harmonics with carbon nano-rods”, *Optics Express*, vol. 28(4), pp. 5355–5366, 2020.

[4] В. П. Крайнов и М. Б. Смирнов, “Эволюция больших кластеров в сверхсильном лазерном поле”, *Успехи Физических Наук*, т. 170, № 9, с. 969, 2000.

[5] К. Борен и Д. Хафмен, *Поглощение и рассеяние света малыми частицами*. Мир, 1986.

[6] A. Egel, L. Pattelli, G. Mazzamuto, D. Wiersma, and U. Lemmer, “CELES: CUDA-accelerated simulation of electromagnetic scattering by large ensembles of spheres”, *J Quant Spectrosc Radiat*, vol. 199C, pp. 103–110, 2017.

[7] Ч. Киттель, *Введение в физику твёрдого тела*. М.: Наука, 1978.

[8] R. E. W. Pfund, R. Lichters, and J. Meyer-ter-Vehn, “LPIC++ a parallel one-dimensional relativistic electromagnetic particle-in-cell code for simulating laser-plasma-interaction”, in *AIP Conference Proceedings*, AIP, 1998.