

# Усиление угловой дисперсии лазерных гармоник высокого порядка при взаимодействии с плотными плазменными кластерами

Л.А. Литвинов<sup>1</sup>, А.А. Андреев<sup>1, 2</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург

<sup>2</sup>Физико-технический институт имени А.Ф.Иоффе, Санкт-Петербург

## Аннотация

Периодические поверхностные решетки и фотонные кристаллы являются отличными инструментами для дифракции и направления света. Однако этот метод менее эффективен в случае экстремального ультрафиолетового света из-за высокого поглощения любого материала в этом диапазоне частот. В работе исследуется возможность усиления угловой дисперсии излучения XUV-диапазона за счет рассеяния на подходящих сферических кластерах. В рамках работы была разработана аналитическая модель с использованием диэлектрической функции Друде плазмы и теории рассеяния Ми. Модель построена в квазистатическом приближении, так как время ионизации меньше длительности импульса, что значительно меньше времени разлета плазмы. В рамках модели мы используем предельные формы функций Бесселя, поскольку нас интересуют только частицы, размеры которых меньше длины волны падающего излучения. Оценены резонансные параметры мишени для десятой гармоники Ti:Sa лазер, найдено усиление рассеянного поля в резонансном случае по сравнению с лазерной гармоникой. Используя те же условия резонанса для одного кластера, мы моделируем дифракцию на массиве таких кластеров с помощью кода CELES. Полученные результаты показывают значительное усиление рассеянного поля в резонансном случае для больших углов и соответствуют теории дифракции Брэгга-Вульфа. При помощи particle-in-cell моделирования была подтверждена квазистационарность плотности плазменных кластеров, что дает возможность значительно упростить расчет структур, подходящих для управления высокими гармониками лазерного излучения в XUV-диапазоне с помощью ионизированного кластерного газа.

## 1 Введение

## 2 Аналитическая модель

## 3 Стационарные вычисления

### 3.1 Одиночный кластер

### 3.2 Оправдание стационарной модели

В общем случае расчет взаимодействия высокоинтенсивного импульса лазерного излучения с группой плотных сферических кластеров, расположенных в трехмерном пространстве, требует длительных и сложных нестационарных вычислений ввиду того, что распределение электронной плотности кластеров в результате взаимодействия с лазерным импульсом изменяется с течением времени.

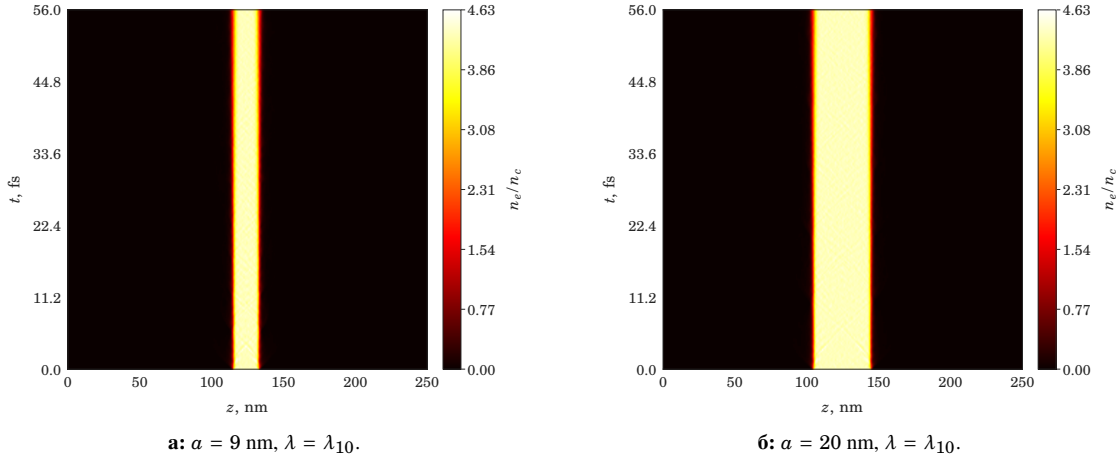
Для проверки масштабов изменения электронной плотности в рассматриваемом случае было проведено моделирование эволюции распределения электронной плотности в одномерном пространстве отдельного кластера. Для моделирования был взят код LPIC++ [1].

В качестве источника был задан фронтальный линейно поляризованный лазерный импульс с длиной волны  $\lambda_{10} = 83$  nm, длительностью  $\tau$  и интенсивностью  $I_{10} = 10^{14}$  W/cm<sup>2</sup>. Период лазерного излучения, соответствующий лазерной гармонике, равен  $T = \lambda_L / c \approx 2.8$  fs, поэтому длина импульса в моделировании была взята  $\tau = 10T = 28$  fs, время моделирования  $t = 20T = 56$  fs. Плазма представлена 2000 частицами в каждой ячейке, занятой мишенью, расположенной в центре бокса шириной  $w_{box} \approx 3\lambda_{10}$ ; электронная плотность мишени в критических единицах равна  $n_{el} = 4.4n_c$ . Относительная амплитуда импульса  $\alpha_h$  равна:

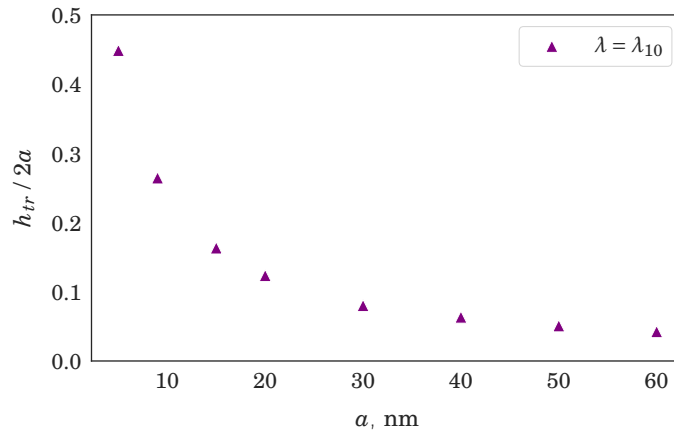
$$I_{10}\lambda_{10}^2 = \alpha_h^2 \times 1.37 \cdot 10^{18} \text{ W} \cdot \mu\text{m}^2/\text{cm}^2 \quad (1)$$

$$\alpha_h = \frac{\lambda_{10}}{\sqrt{1.37} \cdot 1 \mu\text{m}} \approx 7.1 \cdot 10^{-4}$$

Также было рассмотрено взаимодействие с первой гармоникой, для которой  $\lambda_L = 830$  nm,  $I_L = 10^{18}$  W/cm<sup>2</sup>, что дает относительную амплитуду импульса  $\alpha_L \approx 0.71$ . В качестве мишеней были взяты одиночные кластеры радиуса  $a$  от 9 до 60 nm.



**Рис. 1:** Взаимодействие одномерной мишени с 10-ой гармоникой,  $\lambda_{10} = 83$  nm.



**Рис. 2:** Асимптотика средней суммарной толщины переходного слоя при  $0 \leq t \leq 10T$  относительно радиуса мишени.

По полученным результатам моделирования была рассчитана средняя суммарная толщина переходного слоя в процессе взаимодействия со внешним импульсом  $h_{tr}$  в зависимости от радиуса мишени  $a$  (рис. 2). Условие

квазистационарности в таком случае принимает вид  $h_{tr} \ll 2a$ , что соблюдается при  $a \geq 20$  nm. Для ближайших по порядку гармоник величины  $h_{tr}$  при аналогичных радиусах слабо отличаются.

### 3.3 Множество кластеров

В рамках в рамках стационарной теории рассеяния Ми было рассмотрено множество кластеров в виде протяженной цилиндрической газовой струи (в дальнейшем мишень) с регулярной и квазирегулярной пространственной конфигурацией для исследования возможности рассеяния такими структурами на большие углы жёсткого ультрафиолетового излучения, в частности соответствующего гармоникам высокого порядка.

В качестве регулярного распределения была выбрана примитивная кубическая решетка с расстоянием между соседними узлами  $d$ . Квазирегулярное распределение было построено при помощи внесения случайных сдвигов координат узлов с произвольной нормой сдвига в диапазоне  $0 \leq |\Delta d| \leq \eta d$ , где  $0 \leq \eta < 0.5$  — степень нерегулярности. Тогда при кратном  $d = b\lambda$ ,  $b \in \mathcal{N}$  расстояние между соседними узлами после внесения сдвигов:

$$b(1-\eta)\lambda \leq d_{\text{irreg}} \leq b(1+\eta)\lambda \quad (2)$$

В квазирегулярном случае моделирование было проведено несколько раз с целью усреднения и получения обобщенной картины рассеянного поля. Для вычислений был использован программный код CELES [2].

#### 3.3.1 Условие дифракции для решетки в пространстве

Условие дифракции в случае трехмерной регулярной решетки при упругом рассеянии принимает вид [3]:

$$\begin{cases} (\mathbf{D}_x, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = h\lambda \\ (\mathbf{D}_y, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = k\lambda \\ (\mathbf{D}_z, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = l\lambda \end{cases} \quad (3)$$

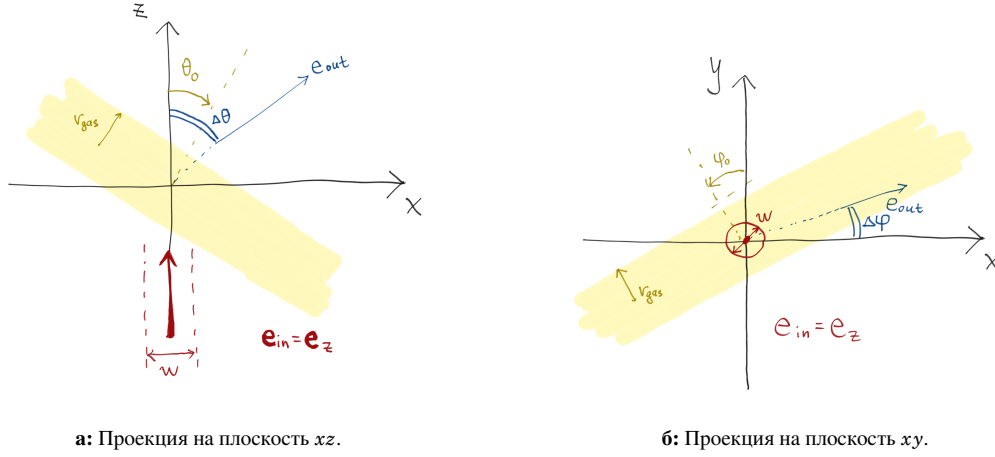
где  $h, k, l$  — индексы Миллера представленные целыми числами,  $\mathbf{D}_i$  — вектор, соединяющий соседние узлы решетки вдоль направления  $i$ ,  $\mathbf{e}_{\text{in}}$  — единичный вектор направления падающего излучения,  $\mathbf{e}_{\text{out}}$  — единичный вектор направления прошедшего излучения. Переходя к сферическим координатам, связанными с  $\mathbf{e}_{\text{in}}$  так, что в декартовом представлении  $\mathbf{e}_{\text{in}} = \mathbf{e}_z$ , выр. 3 можно преобразовать следующим образом, учитывая, что  $|\mathbf{D}_x| = |\mathbf{D}_y| = |\mathbf{D}_z| = d$  для рассматриваемой кубической решетки:

$$\begin{cases} \cos\theta_0 \sin\Delta\theta \cos(\Delta\varphi - \varphi_0) - \sin\theta_0 (\cos\Delta\theta - 1) = \frac{h'\lambda}{d} \\ \sin\Delta\theta \sin(\Delta\varphi - \varphi_0) = \frac{k'\lambda}{d} \\ \sin\theta_0 \sin\Delta\theta \cos\Delta\varphi + \cos\theta_0 (\cos\Delta\theta - 1) = \frac{l'\lambda}{d} \end{cases} \quad (4)$$

где  $\Delta\theta, \Delta\varphi$  — углы, характеризующие отклонение направления дифрагировавшего излучения относительно падающего,  $\theta_0, \varphi_0$  — углы, характеризующие поворот мишени (решетки) в пространстве,  $h', k', l'$  — новые индексы Миллера (рис. 3). Используя выр. 4, можем получить угловое распределение дифрагировавшего излучения при заданных начальных параметрах  $d, \lambda, \theta_0, \varphi_0$ .

Для того, чтобы проверить достоверность полученной теории, смоделируем стационарное взаимодействие в случае регулярной решетки с радиусом кластеров  $a = 50$  nm и  $d = 3\lambda_{10}$  при  $\varphi_0 = 0^\circ$ ,  $\theta_0 = 15^\circ$ ,  $\lambda = \lambda_{10} = 83$  nm, ширина гауссова пучка  $w = 800$  nm, радиус цилиндра, ограничивающего решетку (радиус газовой струи)  $r_{\text{gas}} = a + 12d \approx 2$   $\mu\text{m}$ , где множитель при  $d$  — количество узлов решетки между центральной осью и границей цилиндра. Несмотря на то, что в реальных условиях гауссов пучок 10-ой гармоники Ti:Sa лазера с шириной 800 nm получить практически невозможно, в силу стационарности вычислений отношение  $w/r_{\text{gas}}$  может быть корректно масштабировано при  $w \ll 2r_{\text{gas}}$ . Использованное малое значение  $w$  в таком случае ускоряет вычисления, но принципиально не изменяет их результат.

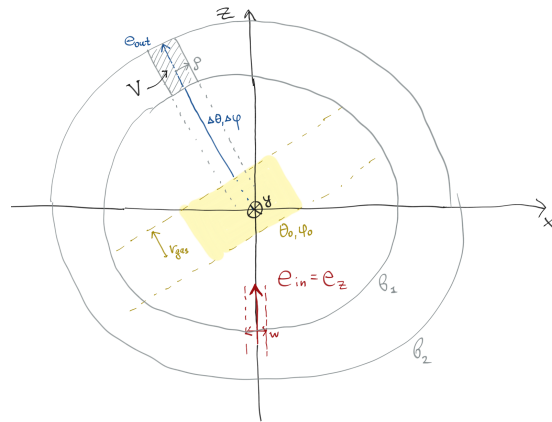
Определим наиболее интенсивные направления рассеяния при помощи следующей интегральной характеристики:

а: Проекция на плоскость  $xz$ .б: Проекция на плоскость  $xy$ .

**Рис. 3:** Общая схема взаимодействия падающего излучения с решеткой.  $\theta_0, \varphi_0$  — характеризуют углы поворота мишени в пространстве,  $\Delta\theta, \Delta\varphi$  — углы отклонения направления дифрагировавшего излучения относительно падающего,  $r_{\text{gas}}$  — радиус газовой струи, представляющей мишень,  $w$  — диаметр гауссова пучка падающего излучения.  $\Delta\theta$  отсчитывается вокруг  $y$  против часовой стрелки,  $\Delta\varphi$  — вокруг  $z$  против часовой стрелки.

$$E_{\text{int}}(V, \eta) = \int_V (|E_s|_{\eta=\eta}^2) dV, \quad (5)$$

В данном случае выр. 5 представляет собой интегрирование интенсивности рассеянного поля, вычисленного как квадрат модуля напряженности рассеянного поля (без учета нормирующего множителя) в области пространства  $V$  для решетки, обладающей нерегулярностью  $\eta$ , то есть является энергией, рассеянной решеткой в область  $V$ . Эта область должна быть задана так, чтобы характеризовать некоторое направление в пространстве, и, как правило, для этой цели используется область в виде конуса, образованного некоторым раствором телесного угла  $\delta\Omega$  и направлением при помощи углов  $\Delta\theta, \Delta\varphi$ . Для рассматриваемой задачи необходимо исключить из вычисления ближнее поле, ввиду чего накладывается дополнительное ограничение  $V$  внутренностью сферического слоя пространства с границами  $b_1$  и  $b_2$ , где  $b_2$  — граница области численного моделирования,  $b_1$  — больше радиуса сферы, описанной вокруг мишени. Хотя газовая струя является протяженным объектом,



**Рис. 4:** Схематическое изображение области  $V$  (выр. 7).

в моделировании используется только её сегмент, так как падающий пучок ограничен и рассеяное поле слабо зависит от частей струи, удаленных от области падения пучка, что позволяет описать вокруг такого сегмента соответствующую окружность.

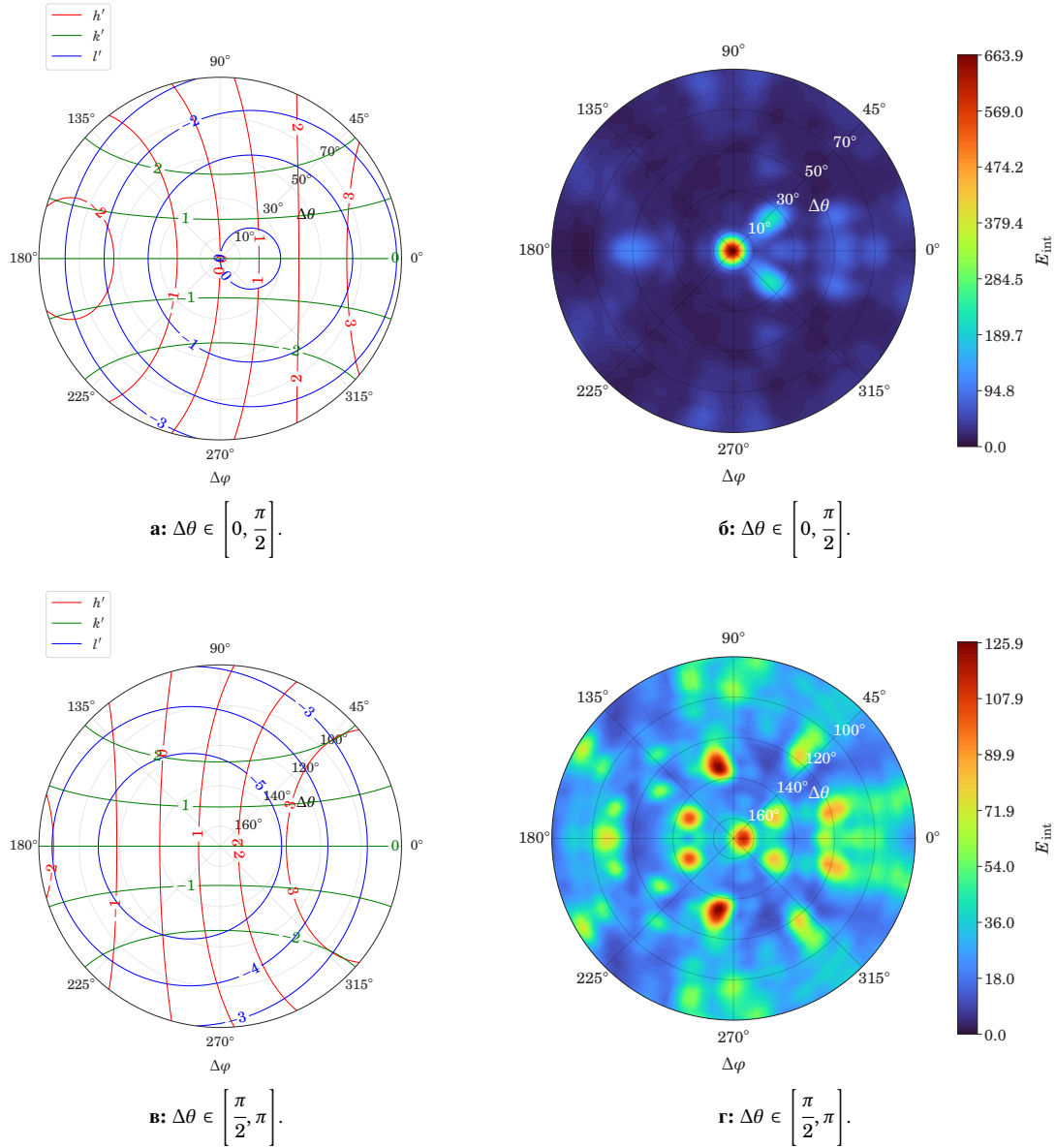
Пересечение конической области и сферического слоя вдали от мишени можно приблизить цилиндром, считая  $\rho \approx 0.5b_2 \cdot \delta\Omega$ , где  $\rho$  — радиус цилиндра. В таком случае, при помощи вспомогательного вектора  $\mathbf{c}$  (выр. 6) получаем область  $V$  (рис. 4):

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}(x, y, z, \Delta\theta, \Delta\varphi) = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{pmatrix} = M_y(\Delta\theta)M_z(\Delta\varphi) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$V(\rho, b_1, b_2, \mathbf{c}) = \{x, y, z : c_x^2 + c_y^2 \leq \rho^2, b_1^2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq b_2^2\}, \quad (7)$$

где  $M_y(\Delta\theta)$  — матрица поворота вокруг декартовой оси  $y$  на угол  $\Delta\theta$  против часовой стрелки,  $M_z(\Delta\varphi)$  — матрица поворота вокруг декартовой оси  $z$  на угол  $\Delta\varphi$  против часовой стрелки. В дальнейшем взяты значения  $\rho = w/4$ ,  $b_1 = 4r_{\text{gas}}$  где  $w$  — ширина гауссова пучка падающего поля,  $r_{\text{gas}}$  — радиус газовой струи, формирующей мишень.

Также построим пересечения целочисленных решений для  $h', k', l'$  с заданными  $\theta_0, \varphi_0$  в осях  $\Delta\varphi, \Delta\theta$  при помощи выр. 4 (рис. 5а и 5в). Сравнивая полученные результаты можно заметить, что наиболее интенсивные направления дифракции по  $E_{\text{int}}$  отвечают наиболее близкому расположению кривых, соответствующих целочисленным значениям индексов Миллера.



**Рис. 5:** Вычисление  $E_{\text{int}}$  по выр. 5 (а, в) и решение выр. 4 в целых индексах Миллера для  $a = 50 \text{ nm}$  и  $d = 3\lambda_{10}$  при  $\varphi_0 = 0^\circ$ ,  $\theta_0 = 15^\circ$ ,  $\lambda = \lambda_{10} = 83 \text{ nm}$ , радиус цилиндрической области  $\rho = 200 \text{ nm}$  (б, г). Для наглядности построение было поделено на две проекции полусферических областей по  $\Delta\theta$  с полюсами в 0 и  $\pi$  соответственно.

## Список литературы

- [1] R. E. W. Pfund, R. Lichters, and J. M. ter Vehn, “LPIC++ a parallel one-dimensional relativistic electromagnetic particle-in-cell code for simulating laser-plasma-interaction,” in *AIP Conference Proceedings*, AIP, 1998.
- [2] A. Egel, L. Pattelli, G. Mazzamuto, D. Wiersma, and U. Lemmer, “CELES: CUDA-accelerated simulation of electromagnetic scattering by large ensembles of spheres,” *J Quant Spectrosc Radiat*, vol. 199C, pp. 103–110, 2017.
- [3] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*. Wiley, New York, 1986.