Усиление угловой дисперсии лазерных гармоник высокого порядка при взаимодействии с плотными плазменными кластерами

Л.А. Литвинов[1], А.А. Андреев[1, 2]

[1]Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург
[2]Физико-технический институт имени А.Ф.Иоффе, Санкт-Петербург

Аннотация

Периодические поверхностные решетки и фотонные кристаллы являются отличными инструментами для дифракции и направления света. Однако этот метод менее эффективен в случае экстремального ультрафиолетового света из-за высокого поглощения любого материала в этом диапазоне частот. В работе исследуется возможность усиления угловой дисперсии излучения XUV-диапазона за счет рассеяния на подходящих сферических кластерах. В рамках работы была разработана аналитическая модель с использованием диэлектрической функции Друде плазмы и теории рассеяния Ми. Модель построена в квазистатическом приближении, так как время ионизации меньше длительности импульса, что значительно меньше времени разлета плазмы. В рамках модели мы используем предельные формы функций Бесселя, поскольку нас интересуют только частицы, размеры которых меньше длины волны падающего излучения. Оценены резонансные параметры мишени для десятой гармоники Ti:Sa лазер, найдено усиление рассеянного поля в резонансном случае по сравнению с лазерной гармоникой. Используя те же условия резонанса для одного кластера, мы моделируем дифракцию на массиве таких кластеров с помощью кода CELES. Полученные результаты показывают значительное усиление рассеянного поля в резонансном случае для больших углов и соответствуют теории дифракции Брэгга-Вульфа. При помощи particle-in-cell моделирования была подтвеждена квазистационарность плотности плазменных кластеров, что дает возможность значительно упростить расчет структур, подходящих для управления высокими гармониками лазерного излучения в XUV-диапазоне с помощью ионизированного кластерного газа.

1 Введение

2 Аналитическая модель

3 Стационарные вычисления

3.1 Множество кластеров

В рамках в рамках стационарной теории рассеяния Ми было рассмотрено множество кластеров в виде протяженной цилиндрической газовой струи (в дальнейшем мишень) с регулярной и квазирегулярной пространственной конфигурацией для исследования возможности рассеяния такими структурами на большие углы жёсткого ультрафиолетового излучения, в частности соответствующего гармоникам высокого порядка.

В качестве регулярного распределения была выбрана примитивная кубическая решетка с расстоянием между соседними узлами d. Квазирегулярное распределение было построено при помощи внесения случайных сдвигов координат узлов с произвольной нормой сдвига в диапазоне $0 \leq |\Delta d| \leq \eta d$, где $0 \leq \eta < 0.5$ — степень нерегулярности. Тогда при кратном $d = b\lambda, b \in \mathbb{N}$ расстояние между соседними узлами после внесения сдвигов:

$$b(1-\eta)\lambda \le d_{\text{irreg}} \le b(1+\eta)\lambda \tag{1}$$

В квазирегулярном случае моделирование было проведено несколько раз с целью усреднения и получения обобщенной картины рассеянного поля. Для вычислений был использован программный код CELES [1].

3.1.1 Условие дифракции для решетки в пространстве

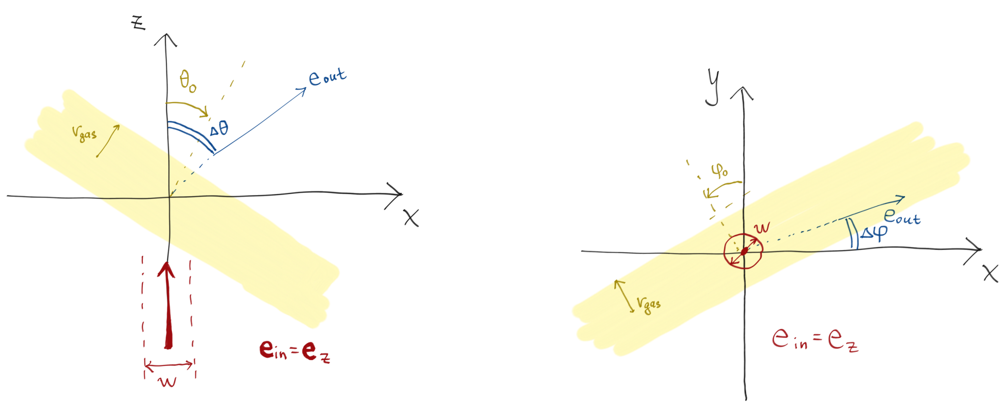
Условие дифракции в случае трехмерной регулярной решетки при упругом рассеянии принимает вид [2]:

$$\begin{cases} (\mathbf{D}_x, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = h\lambda \\ (\mathbf{D}_y, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = k\lambda \\ (\mathbf{D}_z, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = l\lambda \end{cases} \tag{2}$$

где h, k, l — индексы Миллера представленные целыми числами, $\mathbf{D}_i$ — вектор, соединяющий соседние узлы решетки вдоль направления i, $\mathbf{e}_{\text{in}}$ — единичный вектор направления падающего излучения, $\mathbf{e}_{\text{out}}$ — единичный вектор направления прошедшего излучения. Переходя к сферическим координатам, связанными с $\mathbf{e}_{\text{in}}$ так, что в декартовом представлении $\mathbf{e}_{\text{in}} = \mathbf{e}_z$, выр. 2 можно преобразовать следующим образом, учитывая, что $|\mathbf{D}_x| = |\mathbf{D}_y| = |\mathbf{D}_z| = d$ для рассматриваемой кубической решетки:

$$\begin{cases} \cos\theta_0 \sin\Delta\theta \cos(\Delta\varphi - \varphi_0) - \sin\theta_0(\cos\Delta\theta - 1) = \dfrac{h'\lambda}{d} \\ \sin\Delta\theta \sin(\Delta\varphi - \varphi_0) = \dfrac{k'\lambda}{d} \\ \sin\theta_0 \sin\Delta\theta \cos(\Delta\varphi - \varphi_0) + \cos\theta_0(\cos\Delta\theta - 1) = \dfrac{l'\lambda}{d} \end{cases} \tag{3}$$

где $\Delta\theta, \Delta\varphi$ — углы, характеризующие отклонение направления дифрагировавшего излучения относительно падающего, θ_0, φ_0 — углы, характеризующие поворот мишени (решётки) в пространстве, h', k', l' — новые индексы Миллера (рис. 1). Используя выр. 3, можем получить угловое распределение дифрагировавшего излучения при заданных начальных параметрах d, λ, θ_0, φ_0.



а: Проекция на плоскость xz.

б: Проекция на плоскость xy.

Рис. 1: Общая схема взаимодействия падающего излучения с решеткой. θ_0, φ_0 — характеризуют углы покорота мишени в пространстве, $\Delta\theta$, $\Delta\varphi$ — углы отклонения направления дифрагировавшего излучения относительно падающего, r_{gas} — радиус газовой струи, представляюшей мишень, w — диаметр гауссова пучка падающего излучения. $\Delta\theta$ отсчитывается вокруг y против часовой стрелки, $\Delta\varphi$ — вокруг z против часовой стрелки.

3.1.2 Рассеяние монохроматического излучения

Для того, чтобы проверить достоверность полученной теории, смоделируем стационарное взаимодействие в регулярном случае при различных параметрах решётки и ширине гауссова пучка $w = 800$ nm, радиусе цилиндра, ограничивающего решетку (радиус газовой струи) $r_{\text{gas}} = a + 12d \approx 2$ µm, где множитель при d — количество узлов решетки между центральной осью и границей цилиндра. Несмотря на то, что в реальных условиях гауссов пучок 10-ой гармоники Ti:Sa лазера с шириной 800 nm получить практически невозможно, в силу стационарности вычислений отношение w/r_{gas} может быть корректно масштабировано при $w \ll 2r_{\text{gas}}$. Использованное малое значение w в таком случае ускоряет вычисления, но принципиально не изменяет их результат.

Различие рассеяния в резонансном и нерезонансном случае показано на рис. 3: квадрат амплитуды рассеянного поля превышает таковой в отсутствии резонанса более, чем в 10 раз, а также в этом случае нет порядков дифракции, кроме нулевого, что напрямую следует из $\lambda/d = \lambda_L/2\lambda_{10} = 5$ в выр. 3.

Определим наиболее интенсивные направления рассеяния при помощи следующей интегральной характеристики:

$$E_{\text{int}}(\eta, \lambda, V, E_0) = \int_V |\mathbf{E}_s(\eta, \lambda, E_0)|^2 dV. \tag{4}$$

В данном случае выр. 4 представляет собой интегрирование интенсивности рассеянного поля, вычисленного как квадрат модуля напряженности рассеянного поля (без учета нормирующего множителя) в области пространства V для решётки, обладающей нерегулярностью η, то есть является энергией, рассеянной решёткой в область V, λ представляет собой длину волны падающего поля, E_0 — амплитуду. Область V должна быть задана так, чтобы характеризовать некоторое направление в пространстве, и, как правило, для этой цели используется область в виде конуса, образованного некоторым раствором телесного угла $\delta\Omega$ и направлением при помощи углов $\Delta\theta$, $\Delta\varphi$. Для рассматриваемой задачи необходимо исключить из вычисления ближнее поле, ввиду чего накладывается дополнительное ограничение V внутренностью сферического слоя пространства с границами b_1 и b_2, где b_2 — граница области численного моделирования, b_1 — больше радиуса сферы, описанной вокруг мишени. Хотя газовая струя является протяженным объектом, в моделировании используется только её сегмент, так как падающий пучок ограничен и рассеяное поле слабо зависит от частей струи, удаленных от области падения пучка, что позволяет описать вокруг такого сегмента соответствующую окружность.

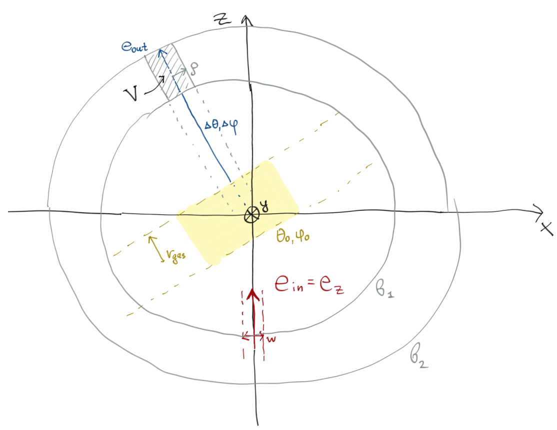


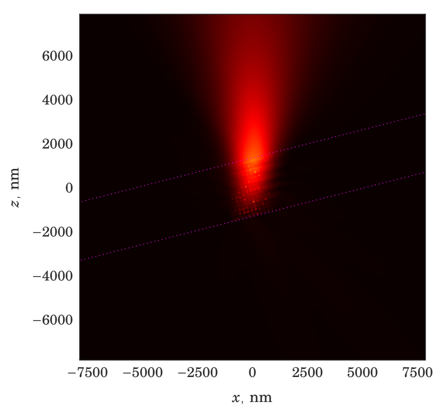
Рис. 2: Схематическое изображение области V (выр. 6).

Пересечение конической области и сферического слоя вдали от мишени можно приблизить цилиндром, считая $\rho \approx 0.5 b_2 \cdot \delta\Omega$, где ρ — радиус цилиндра. В таком случае, при помощи вспомогательного вектора $\mathbf{c}$ (выр. 5) получаем область V (рис. 2).

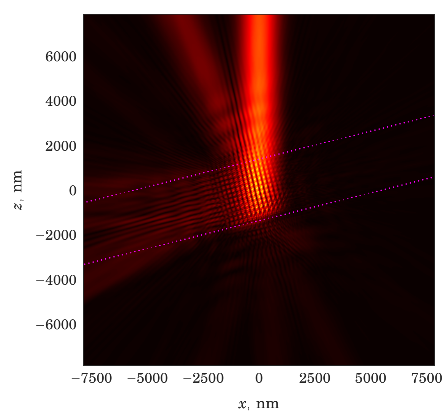
$$\mathbf{c} = \mathbf{c}\big(x, y, z, \Delta\theta, \Delta\varphi\big) = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{pmatrix} = M_y(\Delta\theta) M_z(\Delta\varphi) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \tag{5}$$

$$V\big(\rho, b_1, b_2, \mathbf{c}\big) = \Big\{x, y, z : c_x^2 + c_y^2 \le \rho^2,\ b_1^2 \le x^2 + y^2 + z^2 \le b_2^2\Big\}, \tag{6}$$

где $M_y(\Delta\theta)$ — матрица поворота вокруг декартовой оси y на угол $\Delta\theta$ против часовой стрелки, $M_z(\Delta\varphi)$ — матрица поворота вокруг декартовой оси z на угол $\Delta\varphi$ против часовой стрелки. В дальнейшем взяты значения $\rho = w/4$, $b_1 = 4r_{\text{gas}}$ где w — ширина гауссова пучка падающего поля, r_{gas} — радиус газовой струи, формирующей мишень.

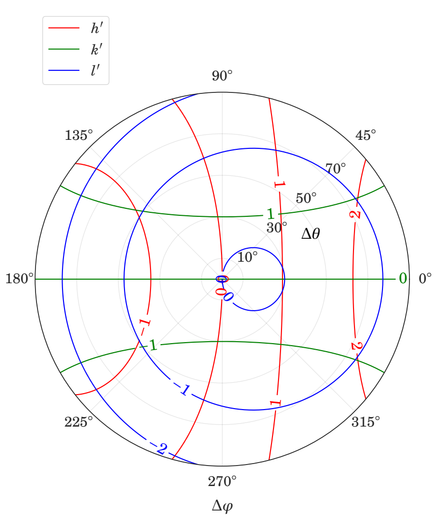


а: $\lambda = \lambda_L = 830$ nm.

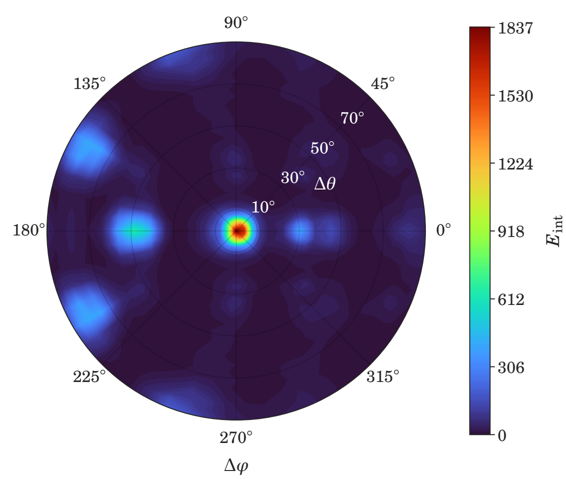


б: $\lambda = \lambda_{10} = 83$ nm.

Рис. 3: $|\mathbf{E}_s|^2$ в плоскости поляризации, сечение $\Delta\varphi = 0$ — рассеяние гауссового пучка на слое квазирегулярно расположенных кластеров радиуса $a = 20$ nm, $\theta_0 = 15°$, $\varphi_0 = 0°$. Границы газового слоя обозначены пурпурным цветом. Амплитуда рассеянного поля нормирована на максимальное значение в случае 10 гармоники.



а: Решение выр. 3 в целых индексах Миллера.

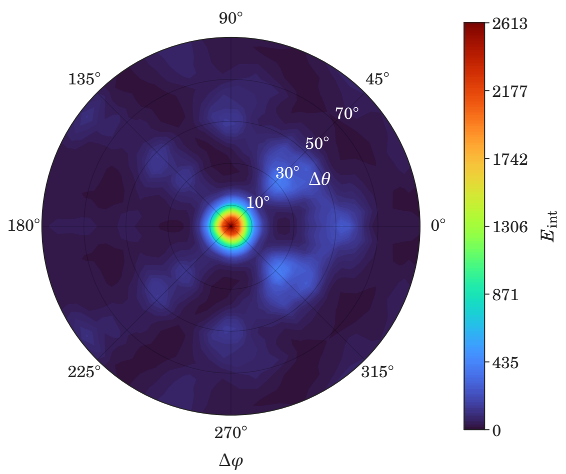


б: E_{int} по выр. 4.

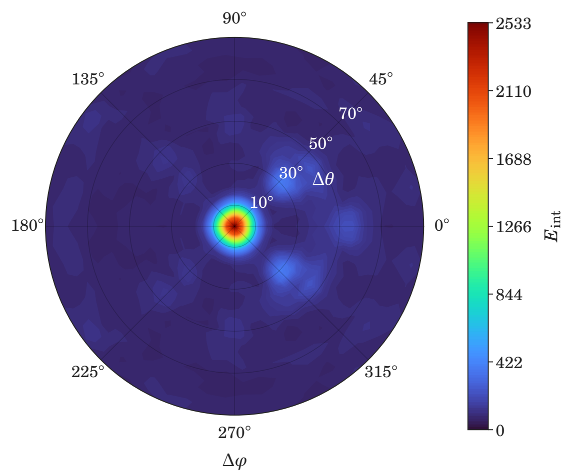
Рис. 4: Рассеяние 10-ой гармоники при параметрах решетки $a = 20$ nm и $d = 2\lambda_{10}$, $\varphi_0 = 0°$, $\theta_0 = 15°$, $\lambda = \lambda_{10} = 83$ nm, диапазон построения $\Delta\theta \in [0, \pi/2]$.

Также построим целочисленные решения для h', k', l' с заданными θ_0, φ_0 в осях $\Delta\varphi$, $\Delta\theta$ при помощи выр. 3 (рис. 4а). Графики на рис. 4 представляют собой диаграммы в полярных координатах $(\Delta\theta, \Delta\varphi)$, то есть проекции поверхности сферы, ограниченной некоторым диапазоном угла $\Delta\theta$, на плоскость. Такой метод построения более удобный для изображения пространственного распределения рассеянного излучения, а также более естественный для отображения целочисленных решений на индексы Миллера (выр. 3), так как они в таком случае представляют собой наборы колец на сфере. По полученным результатам можно заметить, что наиболее интенсивные направления дифракции по $\boldsymbol{E}_{\text{int}}$ отвечают наиболее близкому раположению кривых, соответствующих целочисленным значениям индексов Миллера.

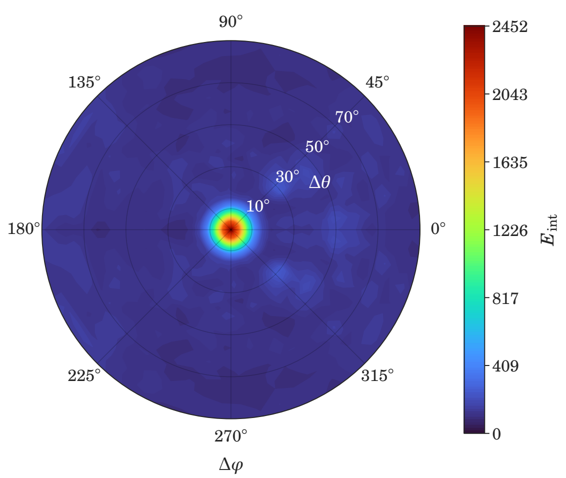
Рассмотрим влияние нерегулярности решетки на наиболее интенсивные направления рассеянного поля, то есть зависимость выр. 4 от нерегулярности решётки η. Для этого смоделировано рассеяние в случае квазирегулярной решётки при различных параметрах и нерегулярностью η от 0 до 0.5 (рис. 5 и 6).



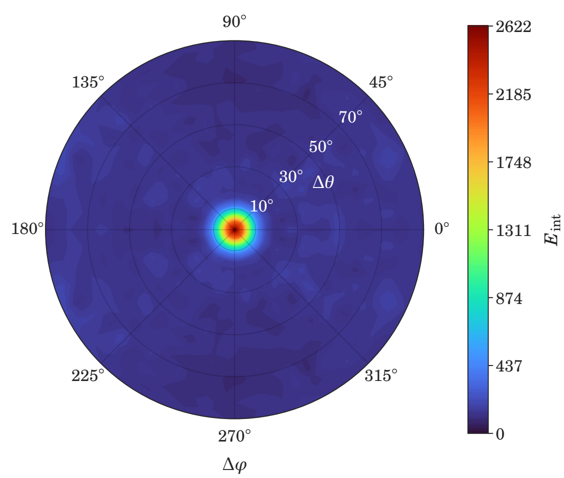
а: $\eta = 0.0$.



б: $\eta = 0.1$.

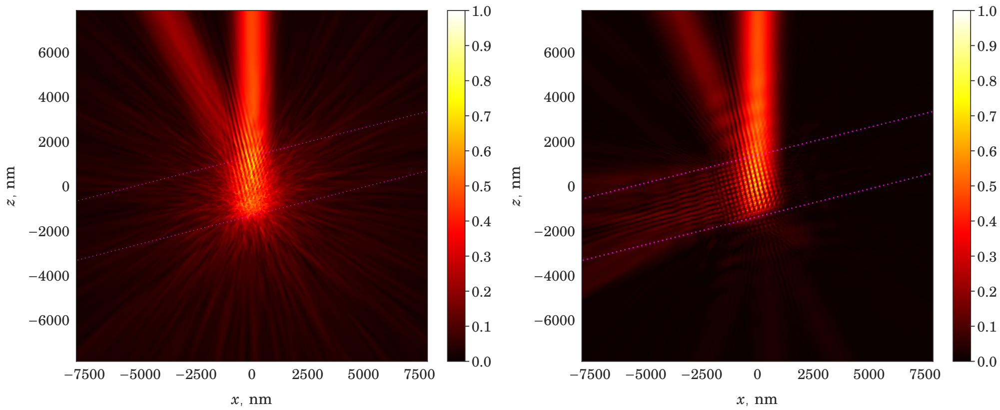


в: $\eta = 0.3$.



г: $\eta = 0.45$.

Рис. 5: Характеристика выр. 4 при различной нерегулярности решетки η, $a = 50$ nm, $d = 2\lambda_{10}$, $\varphi_0 = 0°$, $\theta_0 = 20°$, $\lambda = \lambda_{10} = 83$ nm, диапазон построения $\Delta\theta \in [0, \pi/2]$.



а: $\eta = 0.09$.

б: $\eta = 0$.

Рис. 6: $|\mathbf{E}_s|^2$ в плоскости поляризации, сечение $\Delta\varphi = 0$ — рассеяние гауссового пучка на слое квазирегулярно расположенных кластеров радиуса $a = 20$ nm, $\theta_0 = 15°$, $\varphi_0 = 0°$. Границы газового слоя обозначены пурпурным цветом. Амплитуда рассеянного поля нормирована на максимальное значение в случае $\eta = 0$.

При помощи нормированного варианта E_{int} (выр. 7) была построена зависимость изменения рассеяния от нерегулярности решетки (рис. 9).

$$E_{\text{int}}^{\text{norm}}(\eta, \lambda, V, E_0) = \frac{E_{\text{int}}(\eta, \lambda, V, E_0)}{E_{\text{int}}(0, \lambda, V, E_0)} \tag{7}$$

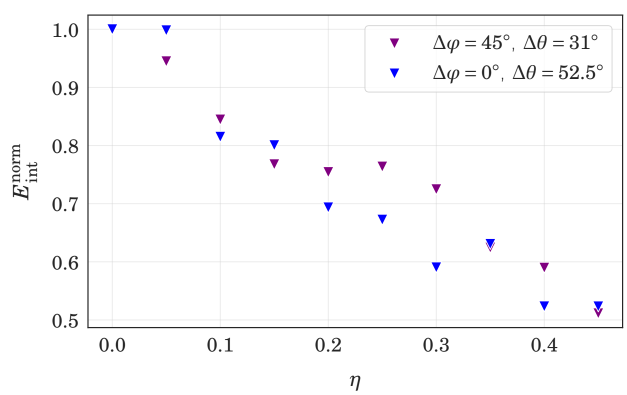
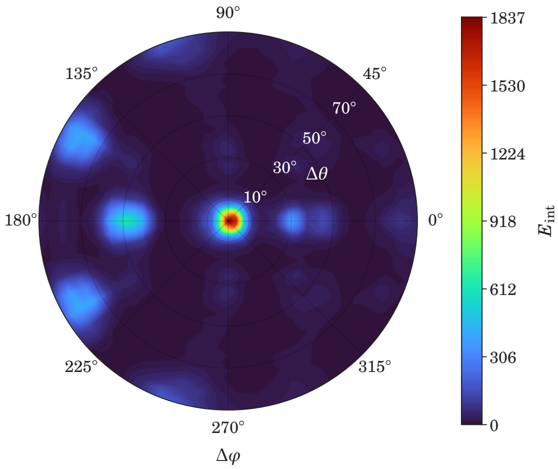
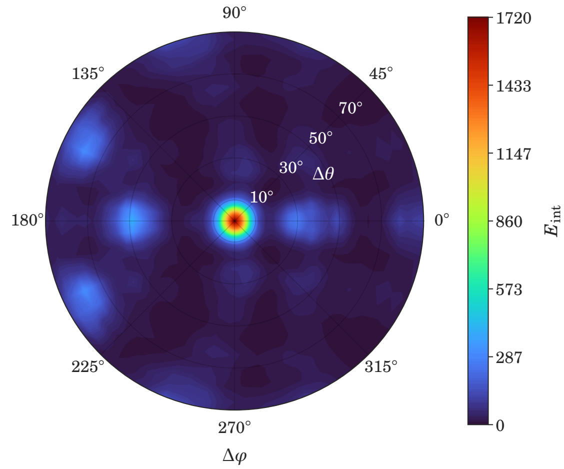


Рис. 7: Ослабление рассеяния в зависимости от нерегулярности решётки.

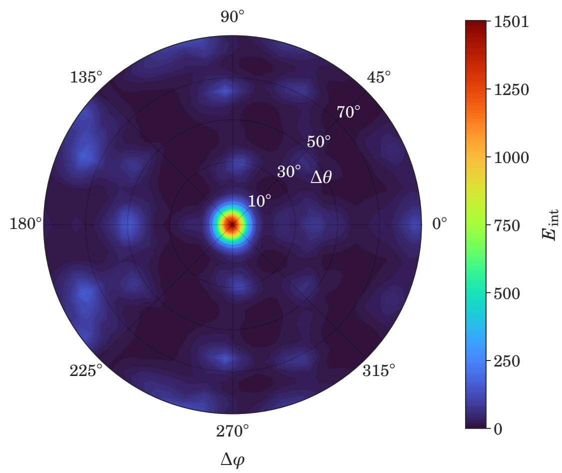
... про кластеры (рис. 8)



а: $a = 20$ nm.



б: $a = 30$ nm.



в: $a = 60$ nm.

Рис. 8: Характеристика выр. 4 при радиусе кластеров $a = 20, 30$ и 60 nm, $d = 2\lambda_{10}$, $\varphi_0 = 0°$, $\theta_0 = 15°$, $\lambda = \lambda_{10} = 83$ nm, диапазон построения $\Delta\theta \in [0, \pi/2]$.

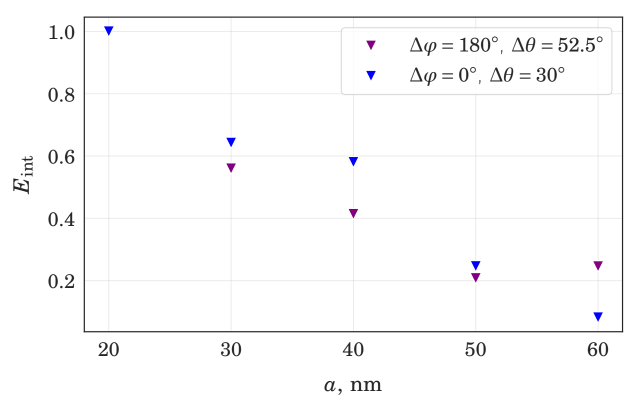


Рис. 9: Ослабление рассеяния в зависимости от радиуса кластеров, значения нормированы на E_{int} при $a = 20$ nm.

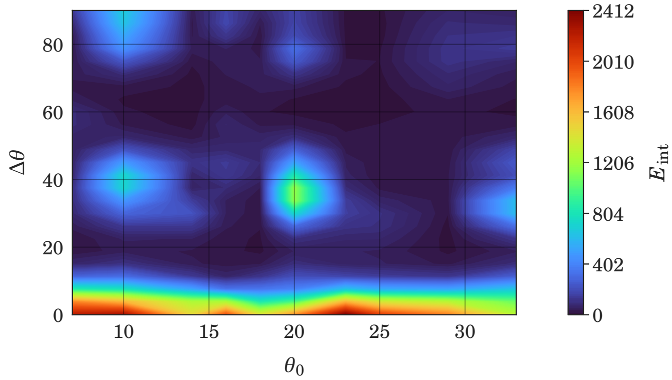


Рис. 10: Характеристика выр. 4 при различном угле θ_0, $\varphi_0 = 0$, $\Delta\varphi = 0$, $a = 20$ nm, $d = 2\lambda_{10}$.

Полученные результаты показывает, что с ростом нерегулярности решётки наиболее интенсивные направления, кроме нулевого, ослабляются, при этом общая картина рассеяния в различных направлениях выравнивается вплоть до практически однородной при $\eta \to 0.5$ (рис. 5г). При этом при увеличении радиуса кластеров происходит распредление энергии между большим числом направлений (рис. 8) в соответствии с расположением пересечений кривых индексов Миллера (рис. 4а)

Список литературы

[1] A. Egel, L. Pattelli, G. Mazzamuto, D. Wiersma, and U. Lemmer, "CELES: CUDA-accelerated simulation of electromagnetic scattering by large ensembles of spheres," *J Quant Spectrosc Radiat*, vol. 199C, pp. 103–110, 2017.

[2] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*. Wiley, New York, 1986.