

Усиление угловой дисперсии лазерных гармоник высокого порядка при взаимодействии с плотными плазменными кластерами

Л.А. Литвинов¹, А.А. Андреев^{1, 2}

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург

²Физико-технический институт имени А.Ф.Иоффе, Санкт-Петербург

Аннотация

Периодические поверхностные решетки и фотонные кристаллы являются отличными инструментами для дифракции и направления света. Однако этот метод менее эффективен в случае экстремального ультрафиолетового света из-за высокого поглощения любого материала в этом диапазоне частот. В работе исследуется возможность усиления угловой дисперсии излучения XUV-диапазона за счет рассеяния на подходящих сферических кластерах. В рамках работы была разработана аналитическая модель с использованием диэлектрической функции Друде плазмы и теории рассеяния Ми. Модель построена в квазистатическом приближении, так как время ионизации меньше длительности импульса, что значительно меньше времени разлета плазмы. В рамках модели мы используем предельные формы функций Бесселя, поскольку нас интересуют только частицы, размеры которых меньше длины волны падающего излучения. Оценены резонансные параметры мишени для десятой гармоники Ti:Sa лазер, найдено усиление рассеянного поля в резонансном случае по сравнению с лазерной гармоникой. Используя те же условия резонанса для одного кластера, мы моделируем дифракцию на массиве таких кластеров с помощью кода CELES. Полученные результаты показывают значительное усиление рассеянного поля в резонансном случае для больших углов и соответствуют теории дифракции Брэгга-Вульфа. При помощи particle-in-cell моделирования была подтверждена квазистационарность плотности плазменных кластеров, что дает возможность значительно упростить расчет структур, подходящих для управления высокими гармониками лазерного излучения в XUV-диапазоне с помощью ионизированного кластерного газа.

1 Введение

2 Аналитическая модель

3 Стационарные вычисления

3.1 Одиночный кластер

3.2 Оправдание стационарной модели

В общем случае расчет взаимодействия высокоинтенсивного импульса лазерного излучения с группой плотных сферических кластеров, расположенных в трехмерном пространстве, требует длительных и сложных нестационарных вычислений ввиду того, что распределение электронной плотности кластеров в результате взаимодействия с лазерным импульсом изменяется с течением времени.

Для проверки масштабов изменения электронной плотности в рассматриваемом случае было проведено моделирование эволюции распределения электронной плотности в одномерном пространстве отдельного кластера. Для моделирования был взят код LPIC++ [1].

В качестве источника был задан фронтальный линейно поляризованный лазерный импульс с длиной волны $\lambda_{10} = 83$ nm, длительностью τ и интенсивностью $I_h = 10^{14}$ W/cm². Период лазерного излучения, соответствующий лазерной гармонике, равен $T = \lambda_L / c \approx 2.8$ fs, поэтому длина импульса в моделировании была взята $\tau = 10T = 28$ fs, время моделирования $t = 20T = 56$ fs. Плазма представлена 2000 частицами в каждой ячейке, занятой мишенью, расположенной в центре бокса шириной $w_{box} \approx 3\lambda_{10}$; электронная плотность мишени в критических единицах равна $n_{el} = 4.4n_c$. Относительная амплитуда импульса α_h равна:

$$I_h \lambda_{10}^2 = \alpha_h^2 \times 1.37 \cdot 10^{14} \text{ W} \cdot \mu\text{m}^2/\text{cm}^2 \quad (1)$$

$$\alpha_h = \frac{\lambda_{10}}{\sqrt{1.37 \cdot 1} \mu\text{m}} \approx 0.071$$

Также было рассмотрено взаимодействие с лазерной гармоникой, для которой $\lambda_L = 830$ nm, $I_L = 10^{18}$ W/cm², что дает относительную амплитуду импульса $\alpha_L \approx 71$. В качестве мишеней были взяты одиночные кластеры радиуса a от 9 до 60 nm.

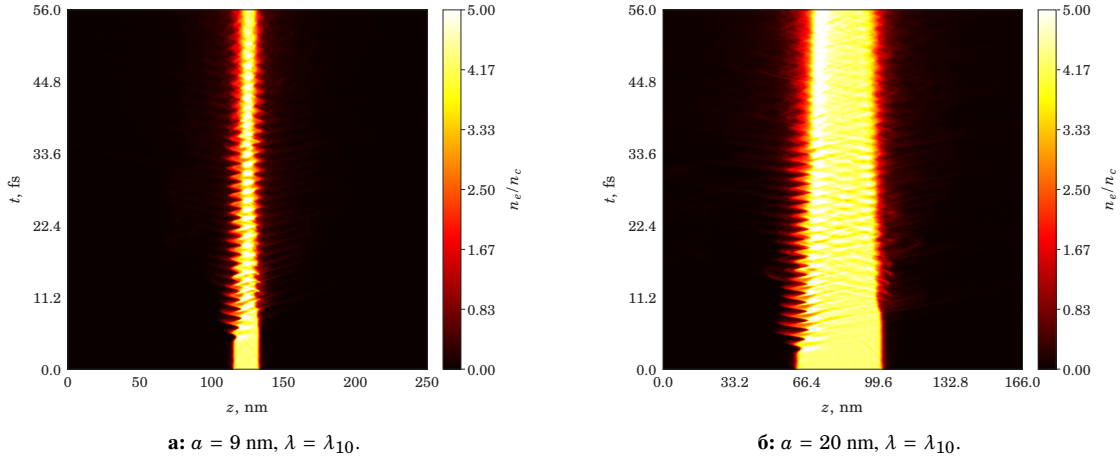


Рис. 1: Взаимодействие одномерной мишени с 10-ой гармоникой, $\lambda_{10} = 83$ nm.

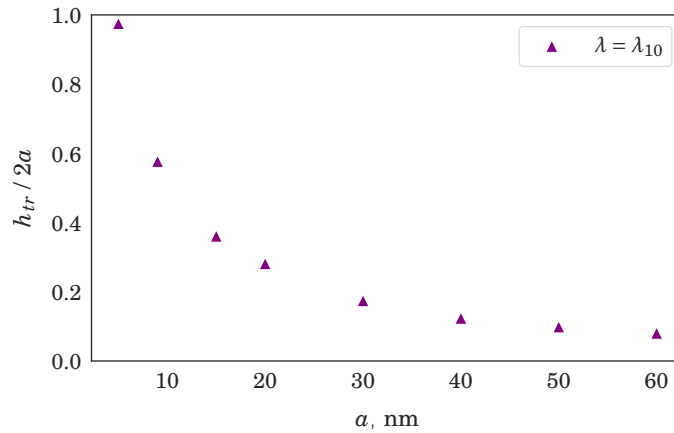


Рис. 2: Асимптотика средней суммарной толщины переходного слоя при $0 \leq t \leq 10T$ относительно радиуса мишени.

По полученным результатам моделирования была рассчитана средняя суммарная толщина переходного слоя в процессе взаимодействия со внешним импульсом h_{tr} в зависимости от радиуса мишени a (рис. 2). Условие

квазистационарности в таком случае принимает вид $h_{tr} \ll 2a$, что соблюдается при $a \geq 50$ nm. Для ближайших по порядку гармоник величины h_{tr} при аналогичных радиусах слабо отличаются.

3.3 Множество кластеров

В рамках в рамках стационарной теории рассеяния Ми было рассмотрено множество кластеров в виде протяженной цилиндрической газовой струи (в дальнейшем мишень) с регулярной и квазирегулярной пространственной конфигурацией для исследования возможности рассеяния такими структурами на большие углы жёсткого ультрафиолетового излучения, в частности соответствующего гармоникам высокого порядка.

В качестве регулярного распределения была выбрана примитивная кубическая решетка с расстоянием между соседними узлами d . Квазирегулярное распределение было построено при помощи внесения случайных сдвигов координат узлов с произвольной нормой сдвига в диапазоне $0 \leq |\Delta d| \leq \eta d$, где $0 \leq \eta < 0.5$ — степень нерегулярности. Тогда при кратном $d = b\lambda$, $b \in \mathcal{N}$ расстояние между соседними узлами после внесения сдвигов:

$$b(1-\eta)\lambda \leq d_{\text{irreg}} \leq b(1+\eta)\lambda \quad (2)$$

В квазирегулярном случае моделирование было проведено несколько раз с целью усреднения и получения обобщенной картины рассеянного поля. Для вычислений был использован программный код CELES [2].

3.3.1 Условие дифракции для решетки в пространстве

Условие дифракции в случае трехмерной регулярной решетки при упругом рассеянии принимает вид [3]:

$$\begin{cases} (\mathbf{D}_x, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = h\lambda \\ (\mathbf{D}_y, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = k\lambda \\ (\mathbf{D}_z, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = l\lambda \end{cases} \quad (3)$$

где h, k, l — индексы Миллера представленные целыми числами, \mathbf{D}_i — вектор, соединяющий соседние узлы решетки вдоль направления i , \mathbf{e}_{in} — единичный вектор направления падающего излучения, \mathbf{e}_{out} — единичный вектор направления прошедшего излучения. Переходя к сферическим координатам, связанными с \mathbf{e}_{in} так, что в декартовом представлении $\mathbf{e}_{\text{in}} = \mathbf{e}_z$, выр. 3 можно преобразовать следующим образом, учитывая, что $|\mathbf{D}_x| = |\mathbf{D}_y| = |\mathbf{D}_z| = d$ для рассматриваемой кубической решетки:

$$\begin{cases} \cos\theta_0 \sin\Delta\theta \cos(\Delta\varphi - \varphi_0) - \sin\theta_0 (\cos\Delta\theta - 1) = \frac{h'\lambda}{d} \\ \sin\Delta\theta \sin(\Delta\varphi - \varphi_0) = \frac{k'\lambda}{d} \\ \sin\theta_0 \sin\Delta\theta \cos\Delta\varphi + \cos\theta_0 (\cos\Delta\theta - 1) = \frac{l'\lambda}{d} \end{cases} \quad (4)$$

где $\Delta\theta, \Delta\varphi$ — углы, характеризующие отклонение направления дифрагировавшего излучения относительно падающего, θ_0, φ_0 — углы, характеризующие поворот мишени (решетки) в пространстве, h', k', l' — новые индексы Миллера (рис. 3). Используя выр. 4, можем получить угловое распределение дифрагировавшего излучения при заданных начальных параметрах $d, \lambda, \theta_0, \varphi_0$.

Для того, чтобы проверить достоверность полученной теории, смоделируем стационарное взаимодействие в случае регулярной решетки с радиусом кластеров $a = 50$ nm и $d = 3\lambda_{10}$ при $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 15^\circ$, $\lambda = \lambda_{10} = 83$ nm, ширина гауссова пучка $w = 800$ nm, радиус цилиндра, ограничивающего решетку (радиус газовой струи) $r_{\text{gas}} = a + 12d \approx 2$ μm , где множитель при d — количество узлов решетки между центральной осью и границей цилиндра. Несмотря на то, что в реальных условиях гауссов пучок 10-ой гармоники Ti:Sa лазера с шириной 800 nm получить практически невозможно, в силу стационарности вычислений отношение w/r_{gas} может быть корректно масштабировано при $w \ll 2r_{\text{gas}}$. Использованное малое значение w в таком случае ускоряет вычисления, но принципиально не изменяет их результат.

Определим наиболее интенсивные направления рассеяния при помощи следующей интегральной характеристики:

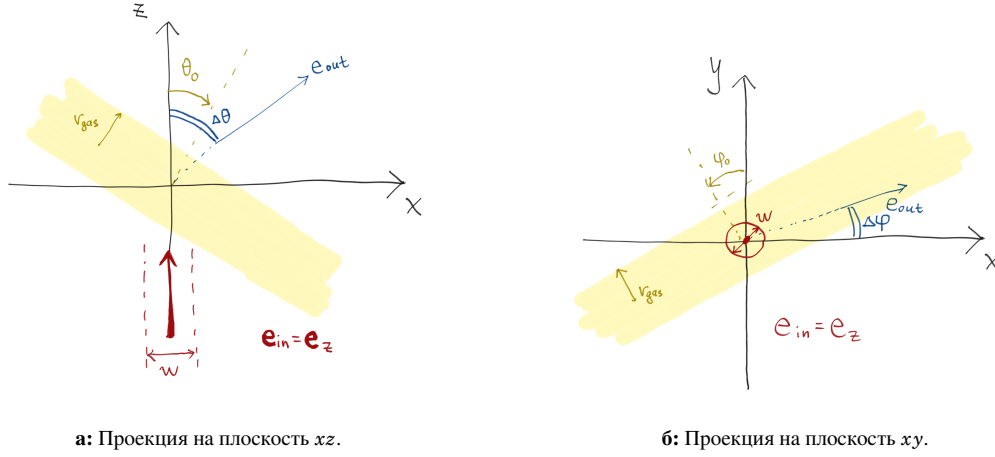
а: Проекция на плоскость xz .б: Проекция на плоскость xy .

Рис. 3: Общая схема взаимодействия падающего излучения с решеткой. θ_0, φ_0 — характеризуют углы поворота мишени в пространстве, $\Delta\theta, \Delta\varphi$ — углы отклонения направления дифрагировавшего излучения относительно падающего, r_{gas} — радиус газовой струи, представляющей мишень, w — диаметр гауссова пучка падающего излучения. $\Delta\theta$ отсчитывается вокруг y против часовой стрелки, $\Delta\varphi$ — вокруг z против часовой стрелки.

$$E_{int}(V, \eta) = \int_V (|E_s|_{\eta=\eta}^2) dV, \quad (5)$$

В данном случае выр. 5 представляет собой интегрирование интенсивности рассеянного поля, вычисленного как квадрат модуля напряженности рассеянного поля (без учета нормирующего множителя) в области пространства V для решётки, обладающей нерегулярностью η , то есть является энергией, рассеянной решёткой в область V . Эта область должна быть задана так, чтобы характеризовать некоторое направление в пространстве, и, как правило, для этой цели используется область в виде конуса, образованного некоторым раствором телесного угла $\delta\Omega$ и направлением при помощи углов $\Delta\theta, \Delta\varphi$. Для рассматриваемой задачи необходимо исключить из вычисления ближнее поле, ввиду чего накладывается дополнительное ограничение V внутренностью сферического слоя пространства с границами b_1 и b_2 , где b_2 — граница области численного моделирования, b_1 — больше радиуса сферы, описанной вокруг мишени. Хотя газовая струя является протяженным объектом,

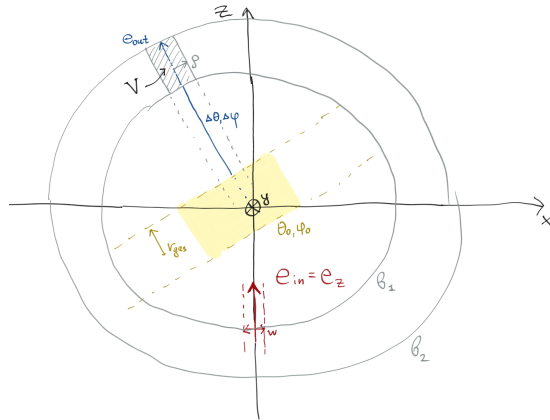


Рис. 4: Схематическое изображение области V (выр. 7).

в моделировании используется только её сегмент, так как падающий пучок ограничен и рассеяное поле слабо зависит от частей струи, удаленных от области падения пучка, что позволяет описать вокруг такого сегмента соответствующую окружность.

Пересечение конической области и сферического слоя вдали от мишени можно приблизить цилиндром, считая $\rho \approx 0.5b_2 \cdot \delta\Omega$, где ρ — радиус цилиндра. В таком случае, при помощи вспомогательного вектора \mathbf{c} (выр. 6) получаем область V (рис. 4):

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}(x, y, z, \Delta\theta, \Delta\varphi) = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{pmatrix} = M_y(\Delta\theta)M_z(\Delta\varphi) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$V(\rho, b_1, b_2, \mathbf{c}) = \{x, y, z : c_x^2 + c_y^2 \leq \rho^2, b_1^2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq b_2^2\}, \quad (7)$$

где $M_y(\Delta\theta)$ — матрица поворота вокруг декартовой оси y на угол $\Delta\theta$ против часовой стрелки, $M_z(\Delta\varphi)$ — матрица поворота вокруг декартовой оси z на угол $\Delta\varphi$ против часовой стрелки. В дальнейшем взяты значения $\rho = w/4$, $b_1 = 4r_{\text{gas}}$ где w — ширина гауссова пучка падающего поля, r_{gas} — радиус газовой струи, формирующей мишень.

Также построим пересечения целочисленных решений для h', k', l' с заданными θ_0, φ_0 в осях $\Delta\varphi, \Delta\theta$ при помощи выр. 4 (рис. 5а и 5в). Сравнивая полученные результаты можно заметить, что наиболее интенсивные направления дифракции по E_{int} отвечают наиболее близкому расположению кривых, соответствующих целочисленным значениям индексов Миллера.

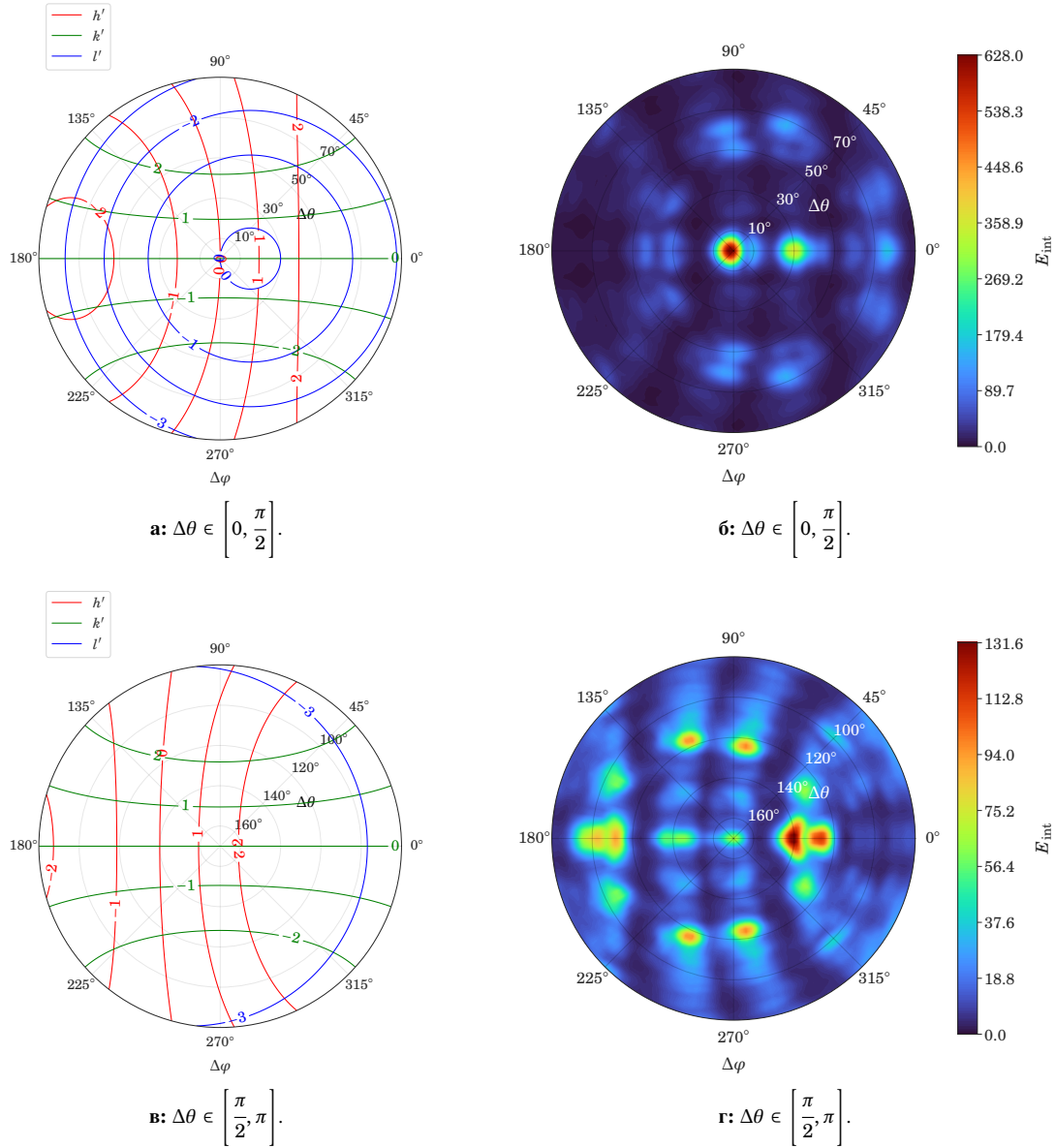


Рис. 5: Вычисление E_{int} по выр. 5 (а, в) и решение выр. 4 в целых индексах Миллера для $a = 20 \text{ nm}$ и $d = 3\lambda_{10}$ при $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 15^\circ$, $\lambda = \lambda_{10} = 83 \text{ nm}$, радиус цилиндрической области $\rho = 200 \text{ nm}$ (б, г). Для наглядности построение было поделено на две проекции полусферических областей по $\Delta\theta$ с полюсами в 0 и π соответственно.

Список литературы

- [1] R. E. W. Pfund, R. Lichters, and J. M. ter Vehn, “LPIC++ a parallel one-dimensional relativistic electromagnetic particle-in-cell code for simulating laser-plasma-interaction,” in *AIP Conference Proceedings*, AIP, 1998.
- [2] A. Egel, L. Pattelli, G. Mazzamuto, D. Wiersma, and U. Lemmer, “CELES: CUDA-accelerated simulation of electromagnetic scattering by large ensembles of spheres,” *J Quant Spectrosc Radiat*, vol. 199C, pp. 103–110, 2017.
- [3] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*. Wiley, New York, 1986.