

Усиление угловой дисперсии лазерных гармоник высокого порядка при взаимодействии с плотными плазменными кластерами

Л.А. Литвинов¹, А.А. Андреев^{1, 2}

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург

²Физико-технический институт имени А.Ф.Иоффе, Санкт-Петербург

Аннотация

Периодические поверхностные решетки и фотонные кристаллы являются отличными инструментами для дифракции и направления света. Однако этот метод менее эффективен в случае экстремального ультрафиолетового света из-за высокого поглощения любого материала в этом диапазоне частот. В работе исследуется возможность усиления угловой дисперсии излучения XUV-диапазона за счет рассеяния на подходящих сферических кластерах. В рамках работы была разработана аналитическая модель с использованием диэлектрической функции Друде плазмы и теории рассеяния Ми. Модель построена в квазистатическом приближении, так как время ионизации меньше длительности импульса, что значительно меньше времени разлета плазмы. В рамках модели мы используем предельные формы функций Бесселя, поскольку нас интересуют только частицы, размеры которых меньше длины волны падающего излучения. Оценены резонансные параметры мишени для десятой гармоники Ti:Sa лазер, найдено усиление рассеянного поля в резонансном случае по сравнению с лазерной гармоникой. Используя те же условия резонанса для одного кластера, мы моделируем дифракцию на массиве таких кластеров с помощью кода CELES. Полученные результаты показывают значительное усиление рассеянного поля в резонансном случае для больших углов и соответствуют теории дифракции Брэгга-Вульфа. При помощи particle-in-cell моделирования была подтверждена квазистационарность плотности плазменных кластеров, что дает возможность значительно упростить расчет структур, подходящих для управления высокими гармониками лазерного излучения в XUV-диапазоне с помощью ионизированного кластерного газа.

1 Введение

2 Аналитическая модель

3 Стационарные вычисления

3.1 Множество кластеров

В рамках стационарной теории рассеяния Ми было рассмотрено множество кластеров в виде протяженной цилиндрической газовой струи (в дальнейшем мишень) с регулярной и квазирегулярной пространственной конфигурацией для исследования возможности рассеяния такими структурами на большие углы жёсткого ультрафиолетового излучения, в частности соответствующего гармоникам высокого порядка.

В качестве регулярного распределения была выбрана примитивная кубическая решетка с расстоянием между соседними узлами d . Квазирегулярное распределение было построено при помощи внесения случайных сдвигов координат узлов с произвольной нормой сдвига в диапазоне $0 \leq |\Delta d| \leq \eta d$, где $0 \leq \eta < 0.5$ — степень нерегулярности. Тогда при кратном $d = b\lambda$, $b \in \mathbb{N}$ расстояние между соседними узлами после внесения сдвигов:

$$b(1-\eta)\lambda \leq d_{\text{irreg}} \leq b(1+\eta)\lambda \quad (1)$$

В квазирегулярном случае моделирование было проведено несколько раз с целью усреднения и получения обобщенной картины рассеянного поля. Для вычислений был использован программный код CELES [1].

3.1.1 Условие дифракции для решетки в пространстве

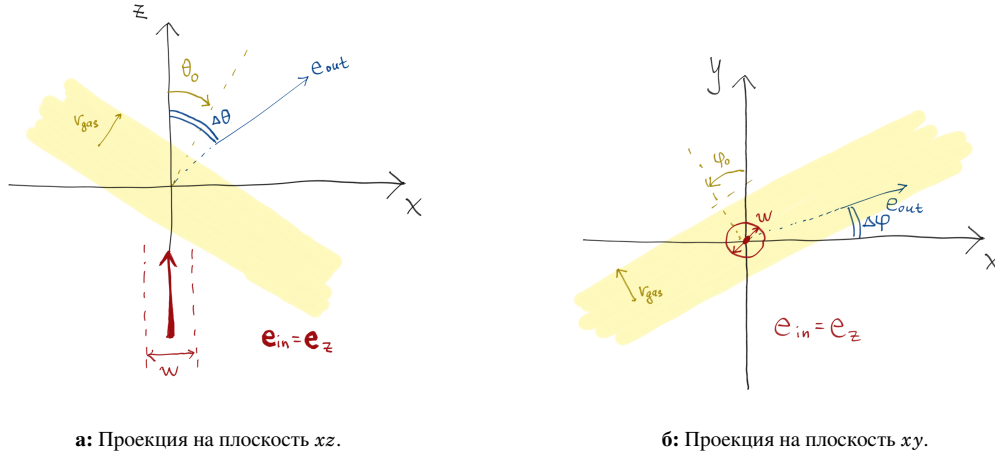
Условие дифракции в случае трехмерной регулярной решетки при упругом рассеянии принимает вид [2]:

$$\begin{cases} (\mathbf{D}_x, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = h\lambda \\ (\mathbf{D}_y, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = k\lambda \\ (\mathbf{D}_z, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = l\lambda \end{cases} \quad (2)$$

где h, k, l — индексы Миллера представленные целыми числами, \mathbf{D}_i — вектор, соединяющий соседние узлы решетки вдоль направления i , \mathbf{e}_{in} — единичный вектор направления падающего излучения, \mathbf{e}_{out} — единичный вектор направления прошедшего излучения. Переходя к сферическим координатам, связанными с \mathbf{e}_{in} так, что в декартовом представлении $\mathbf{e}_{\text{in}} = \mathbf{e}_z$, выр. 2 можно преобразовать следующим образом, учитывая, что $|\mathbf{D}_x| = |\mathbf{D}_y| = |\mathbf{D}_z| = d$ для рассматриваемой кубической решетки:

$$\begin{cases} \cos\theta_0 \sin\Delta\theta \cos(\Delta\varphi - \varphi_0) - \sin\theta_0 (\cos\Delta\theta - 1) = \frac{h'\lambda}{d} \\ \sin\Delta\theta \sin(\Delta\varphi - \varphi_0) = \frac{k'\lambda}{d} \\ \sin\theta_0 \sin\Delta\theta \cos(\Delta\varphi - \varphi_0) + \cos\theta_0 (\cos\Delta\theta - 1) = \frac{l'\lambda}{d} \end{cases} \quad (3)$$

где $\Delta\theta, \Delta\varphi$ — углы, характеризующие отклонение направления дифрагировавшего излучения относительно падающего, θ_0, φ_0 — углы, характеризующие поворот мишени (решетки) в пространстве, h', k', l' — новые индексы Миллера (рис. 1). Используя выр. 3, можем получить угловое распределение дифрагировавшего излучения при заданных начальных параметрах $d, \lambda, \theta_0, \varphi_0$.



а: Проекция на плоскость xz .

б: Проекция на плоскость xy .

Рис. 1: Общая схема взаимодействия падающего излучения с решеткой. θ_0, φ_0 — характеризуют углы поворота мишени в пространстве, $\Delta\theta, \Delta\varphi$ — углы отклонения направления дифрагировавшего излучения относительно падающего, r_{gas} — радиус газовой струи, представляющей мишень, w — диаметр гауссова пучка падающего излучения. $\Delta\theta$ отсчитывается вокруг y против часовой стрелки, $\Delta\varphi$ — вокруг z против часовой стрелки.

3.1.2 Рассеяние монохроматического излучения

Для того, чтобы проверить достоверность полученной теории, смоделируем стационарное взаимодействие в регулярном случае при различных параметрах решётки и ширине гауссова пучка $w = 800$ nm, радиусе цилиндра, ограничивающего решетку (радиус газовой струи) $r_{\text{gas}} = a + 12d \approx 2$ μm , где множитель при d — количество узлов решетки между центральной осью и границей цилиндра. Несмотря на то, что в реальных условиях гауссов пучок 10-ой гармоники Ti:Sa лазера с шириной 800 nm получить практически невозможно, в силу стационарности вычислений отношение w/r_{gas} может быть корректно масштабировано при $w \ll 2r_{\text{gas}}$. Используемое малое значение w в таком случае ускоряет вычисления, но принципиально не изменяет их результат.

Различие рассеяния в резонансном и нерезонансном случае показано на рис. 3: квадрат амплитуды рассеянного поля превышает таковой в отсутствии резонанса более, чем в 10 раз, а также в этом случае нет порядков дифракции, кроме нулевого, что напрямую следует из $\lambda/d = \lambda_L/2\lambda_{10} = 5$ в выр. 3.

Определим наиболее интенсивные направления рассеяния при помощи следующей интегральной характеристики:

$$E_{\text{int}}(\eta, \lambda, V, E_0) = \int_V |\mathbf{E}_s(\eta, \lambda, E_0)|^2 dV. \quad (4)$$

В данном случае выр. 4 представляет собой интегрирование интенсивности рассеянного поля, вычисленного как квадрат модуля напряженности рассеянного поля (без учета нормирующего множителя) в области пространства V для решётки, обладающей нерегулярностью η , то есть является энергией, рассеянной решёткой в область V , λ представляет собой длину волны падающего поля, E_0 — амплитуду. Область V должна быть задана так, чтобы характеризовать некоторое направление в пространстве, и, как правило, для этой цели используется область в виде конуса, образованного некоторым раствором телесного угла $\delta\Omega$ и направлением при помощи углов $\Delta\theta$, $\Delta\varphi$. Для рассматриваемой задачи необходимо исключить из вычисления ближнее поле, ввиду чего накладывается дополнительное ограничение V внутренностью сферического слоя пространства с границами b_1 и b_2 , где b_2 — граница области численного моделирования, b_1 — больше радиуса сферы, описанной вокруг мишени. Хотя газовая струя является протяженным объектом, в моделировании используется только её сегмент, так как падающий пучок ограничен и рассеяное поле слабо зависит от частей струи, удаленных от области падения пучка, что позволяет описать вокруг такого сегмента соответствующую окружность.

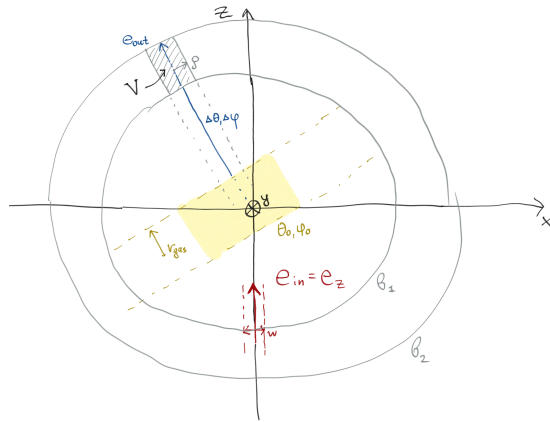


Рис. 2: Схематическое изображение области V (выр. 6).

Пересечение конической области и сферического слоя вдали от мишени можно приблизить цилиндром, считая $\rho \approx 0.5b_2 \cdot \delta\Omega$, где ρ — радиус цилиндра. В таком случае, при помощи вспомогательного вектора \mathbf{c} (выр. 5) получаем область V (рис. 2).

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}(x, y, z, \Delta\theta, \Delta\varphi) = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{pmatrix} = M_y(\Delta\theta)M_z(\Delta\varphi) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$V(\rho, b_1, b_2, \mathbf{c}) = \{x, y, z : c_x^2 + c_y^2 \leq \rho^2, b_1^2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq b_2^2\}, \quad (6)$$

где $M_y(\Delta\theta)$ — матрица поворота вокруг декартовой оси y на угол $\Delta\theta$ против часовой стрелки, $M_z(\Delta\varphi)$ — матрица поворота вокруг декартовой оси z на угол $\Delta\varphi$ против часовой стрелки. В дальнейшем взяты значения $\rho = w/4$, $b_1 = 4r_{\text{gas}}$ где w — ширина гауссова пучка падающего поля, r_{gas} — радиус газовой струи, формирующей мишень.

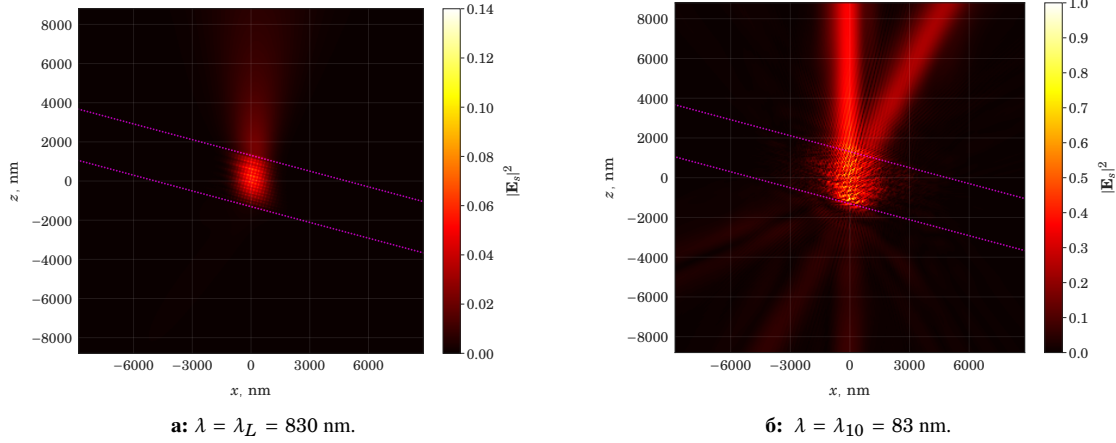


Рис. 3: $|\mathbf{E}_s|^2$ в плоскости поляризации, сечение $\Delta\varphi = 0$ — рассеяние гауссова пучка на слое квазирегулярно расположенных кластеров радиуса $a = 20 \text{ nm}$, $\theta_0 = 15^\circ$, $\varphi_0 = 0^\circ$. Границы газовой струи обозначены пурпурным цветом. Амплитуда рассеянного поля нормирована на максимальное значение в случае 10 гармоник.

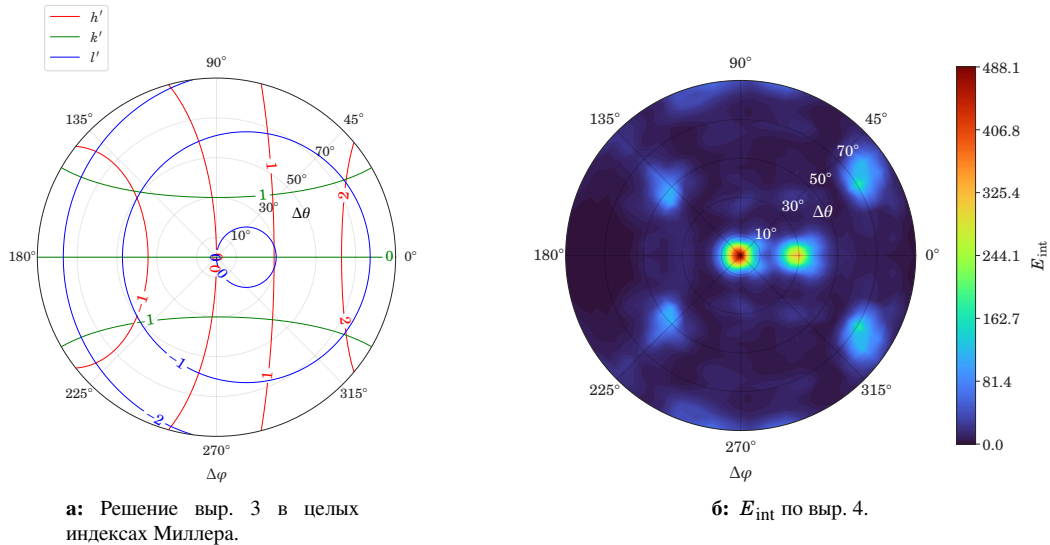


Рис. 4: Рассеяние 10-ой гармоники при параметрах решетки $a = 20 \text{ nm}$ и $d = 2\lambda_{10}$, $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 15^\circ$, $\lambda = \lambda_{10} = 83 \text{ nm}$, диапазон построения $\Delta\theta \in [0, \pi/2]$.

Также построим целочисленные решения для h', k', l' с заданными θ_0, φ_0 в осях $\Delta\varphi, \Delta\theta$ при помощи выр. 3 (рис. 4а). Графики на рис. 4 представляют собой диаграммы в полярных координатах $(\Delta\theta, \Delta\varphi)$, то есть проекции поверхности сферы, ограниченной некоторым диапазоном угла $\Delta\theta$, на плоскость. Такой метод построения более удобный для изображения пространственного распределения рассеянного излучения, а также более естественный для отображения целочисленных решений на индексы Миллера (выр. 3), так как они в таком случае представляют собой наборы колец на сфере. По полученным результатам можно заметить, что наиболее интенсивные направления дифракции по E_{int} отвечают наиболее близкому расположению кривых, соответствующих целочисленным значениям индексов Миллера.

Рассмотрим влияние нерегулярности решетки на наиболее интенсивные направления рассеянного поля, то есть зависимость выр. 4 от нерегулярности решётки η . Для этого смоделировано рассеяние в случае квазирегулярной решётки при различных параметрах и нерегулярностью η от 0 до 0.5 (рис. 5).

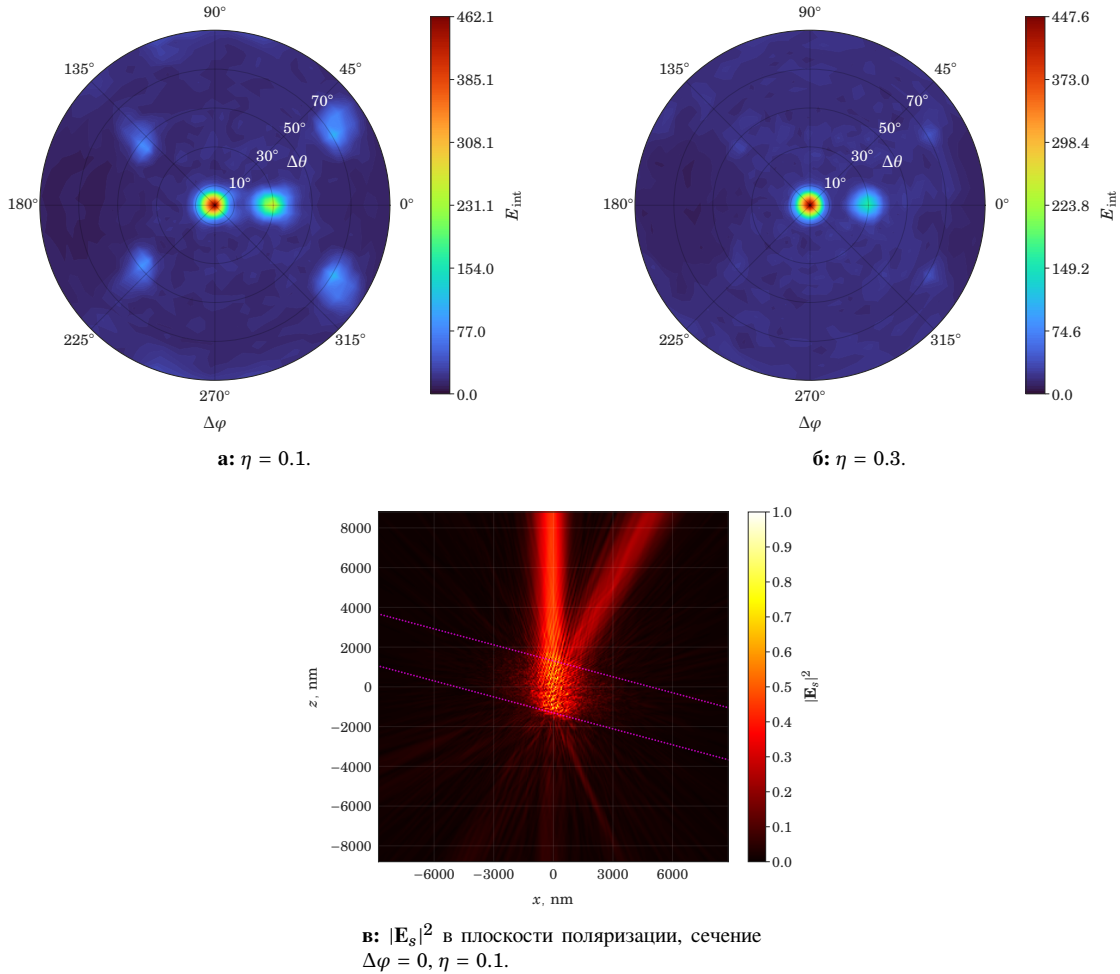


Рис. 5: Рассеяние гауссового пучка на слое квазирегулярно расположенных кластеров радиуса $a = 20 \text{ nm}$, $\theta_0 = 15^\circ$, $\varphi_0 = 0^\circ$.

При помощи нормированного варианта E_{int} (выр. 7) была построена зависимость изменения рассеяния от нерегулярности решетки (рис. 6). С ростом нерегулярности решётки наиболее интенсивные направления, кроме нулевого, значительно ослабляются, при этом общая картина рассеяния в различных направлениях выравнивается вплоть до практически однородной при $\eta \rightarrow 0.5$ (рис. 5).

$$E_{\text{int}}^{\text{norm}}(\eta, \lambda, V, E_0) = \frac{E_{\text{int}}(\eta, \lambda, V, E_0)}{E_{\text{int}}(0, \lambda, V, E_0)} \quad (7)$$

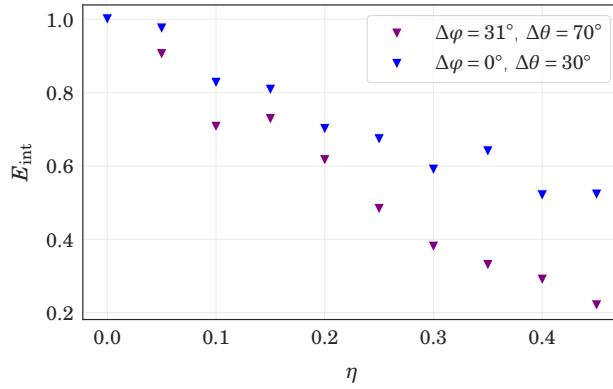


Рис. 6: Ослабление рассеяния в зависимости от нерегулярности решётки.

Также выявлено ослабление интенсивных направлений рассеяния в зависимости от радиуса кластеров в решётке (рис. 7 и 8). При увеличении радиуса кластеров происходит распределение энергии между большим числом направлений (рис. 7) в соответствии с расположением пересечений кривых, соответствующих целочисленным индексам Миллера (рис. 4а), то есть перераспределение в более высокие порядки дифракции по h', k', l' . Это связано с уменьшением свободного пространства между узлами решётки при неизменном периоде d — количество прошедшего излучения уменьшается, расходимость прошедшего через решётку излучения увеличивается, ввиду чего дифракционная картина расплывается, а дифракционные максимумы ослабевают [3].

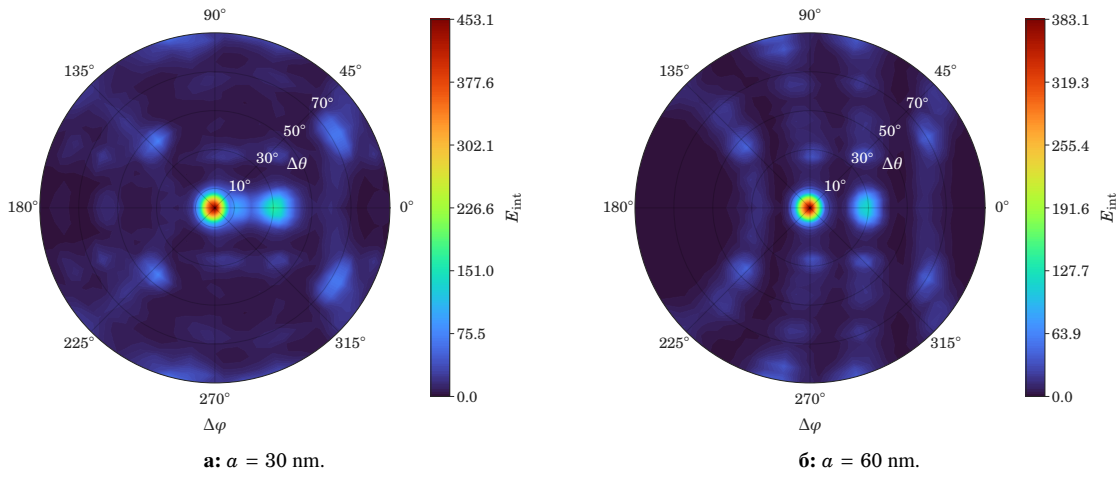


Рис. 7: Характеристика вып. 4 при радиусе кластеров $a = 30$ и 60 nm, $d = 2\lambda_{10}$, $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 15^\circ$, $\lambda = \lambda_{10} = 83$ nm, диапазон построения $\Delta\theta \in [0, \pi/2]$.

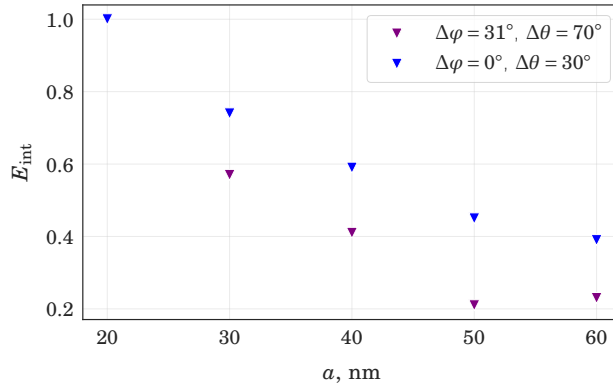
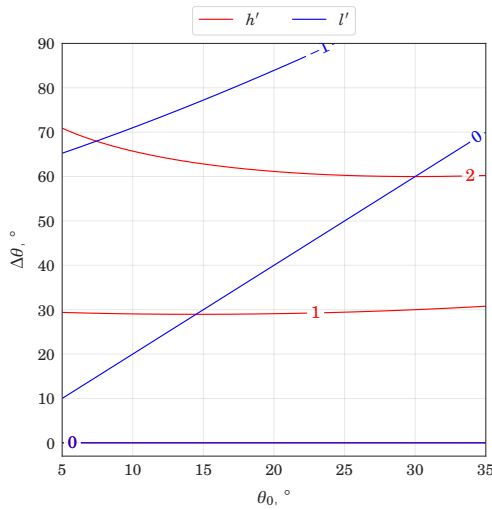
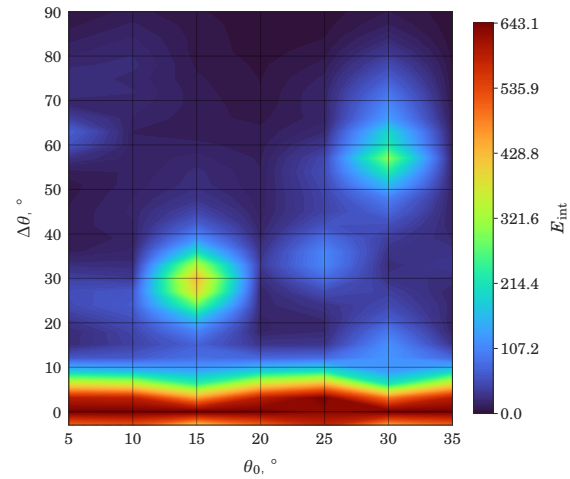


Рис. 8: Ослабление рассеяния в зависимости от радиуса кластеров, значения нормированы на E_{int} при $a = 20$ nm.

Была рассмотрена зависимость интенсивных направлений рассеяния по $\Delta\theta$ в сечении $\Delta\varphi = 0$. При этом было взято значение $\varphi_0 = 0$, так как любое ненулевое значение этого угла в сути поворачивает угловое распределение на тот же угол, что следует из выр. 3. Полученный результат полностью соотносится с описанной ранее теорией дифракции (выр. 3) — положение пятен, отвечающих наиболее интенсивным направлениям рассеянного поля, отличным от нулевого, на рис. 9б соответствуют пересечениям линий целочисленных значений индексов Миллера на рис. 9а.



а: Решение выр. 3 в целых индексах Миллера.



б: E_{int} по выр. 4.

Рис. 9: Рассеяние 10-ой гармоники при различном угле θ_0 , $\varphi_0 = 0$, $\Delta\varphi = 0$, $a = 20$ nm, $d = 2\lambda_{10}$. На (а) $k' = 0$ для любых θ_0 и $\Delta\theta$.

Список литературы

- [1] A. Egel, L. Pattelli, G. Mazzamuto, D. Wiersma, and U. Lemmer, “CELES: CUDA-accelerated simulation of electromagnetic scattering by large ensembles of spheres,” *J Quant Spectrosc Radiat*, vol. 199C, pp. 103–110, 2017.
- [2] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*. Wiley, New York, 1986.
- [3] M. Born and E. Wolf, *Principles of optics*. Cambridge University Press, 1999.