# Усиление угловой дисперсии лазерных гармоник высокого порядка при взаимодействии с плотными плазменными кластерами

Л.А. Литвинов $^{1}$ , А.А. Андреев $^{1,2}$ 

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург <sup>2</sup>Физико-технический институт имени А.Ф.Иоффе, Санкт-Петербург

#### Аннотация

Периодические поверхностные решетки и фотонные кристаллы являются отличными инструментами для дифракции и направления света. Однако этот метод менее эффективен в случае экстремального ультрафиолетового света из-за высокого поглощения любого материала в этом диапазоне частот. В работе исследуется возможность усиления угловой дисперсии излучения XUV-диапазона за счет рассеяния на подходящих сферических кластерах. В рамках работы была разработана аналитическая модель с использованием диэлектрической функции Друде плазмы и теории рассеяния Ми. Модель построена в квазистатическом приближении, так как время ионизации меньше длительности импульса, что значительно меньше времени разлета плазмы. В рамках модели мы используем предельные формы функций Бесселя, поскольку нас интересуют только частицы, размеры которых меньше длины волны падающего излучения. Оценены резонансные параметры мишени для десятой гармоники Ті:Sa лазер, найдено усиление рассеянного поля в резонансном случае по сравнению с лазерной гармоникой. Используя те же условия резонанса для одного кластера, мы моделируем дифракцию на массиве таких кластеров с помощью кода CELES. Полученные результаты показывают значительное усиление рассеянного поля в резонансном случае для больших углов и соответствуют теории дифракции Брэгга-Вульфа. При помощи particle-in-cell моделирования была подтвеждена квазистационарность плотности плазменных кластеров, что дает возможность значительно упростить расчет структур, подходящих для управления высокими гармониками лазерного излучения в XUV-диапазоне с помощью ионизированного кластерного газа.

- 1 Введение
- 2 Аналитическая модель
- 3 Стационарные вычисления
- 3.1 Одиночный кластер
- 3.2 Оправдание стационарной модели

В общем случае расчет взаимодействия высокоинтенсивного импульса лазерного излучения с группой плотных сферических кластеров, расположенных в трехмерном пространстве, требует длительных и сложных нестационарных вычислений ввиду того, что распределение электронной плотности кластеров в результате взаимодействия с лазерным импульсом изменяется с течением времени.

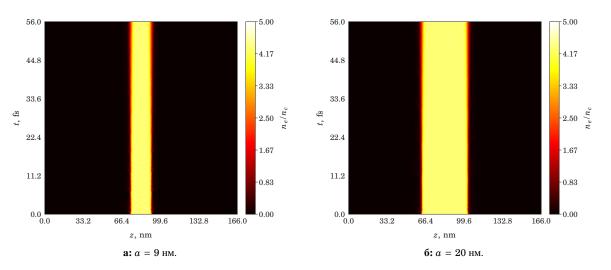
Для проверки масштабов изменения электронной плотности в рассматриваемом случае было проведено моделирование эволюции распределения электронной плотности в одномерном пространстве отдельного кластера. Для моделирования был взят код LPIC++ [1].

В качестве источника был задан фронтальный линейно поляризованный лазерный импульс с длиной волны  $\lambda_{10}=83$  нм и длительностью  $\tau$ . Период лазерного излучения, соответствующий лазерной гармонике, равен  $T=\lambda_L c^{-1}\approx 2.8$  фс, поэтому длина импульса в моделировании была взята  $\tau=10T=28$  фс, время моделирования t=20T=56 фс. Плазма представлена 2000 частицами в каждой ячейке, занятой мишенью, расположенной в центре бокса шириной  $w_{box}\approx 2\lambda_{10}$ ; электронная плотность мишени в критических единицах равна  $n_{el}=4.4n_c$ . Относительная амплитуда импульса  $a_0$  равна:

$$I_h \lambda_{10}^2 = a_0^2 \times 1.37 \cdot 10^{14} \text{Bt} \cdot \text{mkm}^2/\text{cm}^2$$

$$a_0 = \frac{\lambda_{10}}{\sqrt{1.37} \cdot 1 \text{mkm}} \approx 7 \cdot 10^{-4}$$
(1)

В качестве мишеней были взяты одиночные кластеры радиуса a = 9 и 20 нм (рис. 1).



**Рис. 1:** Взаимодействие одномерной мишени с 10-ой гармоникой,  $\lambda_{10}=83$  нм.

По полученным результатам была расчитана средняя суммарная толщина переходного слоя в процессе взаимодействия со внешним импульсом, которая оказалась одинаковой для обеих случаев и равна  $h_{tr} \approx 3$  нм. Таким образом  $h_{tr} \ll \lambda_{10}$ , что показывает квазистационарность электронной плотности мишени при взаимодействии с десятой гармоникой.

#### 3.3 Множество кластеров

В рамках в рамках стационарной теории рассеяния Ми было рассмотрено множество кластеров в виде протяженного газового слоя с регулярной и квазирегулярной пространственной конфигурацией для исследования возможности рассеяния такими структурами на большие углы жёсткого ультрафиолетового излучения, в частности соответствующего гармоникам высокого порядка.

В качестве регулярного распределения была выбрана примитивная кубическая решетка с расстоянием между соседними кластерами d. Квазирегулярное распределение было построено при помощи внесения случайных сдвигов координат центров кластеров с произвольной нормой сдвига в диапазоне  $0 \le |\Delta d| \le \eta d$ , где  $0 \le \eta < 0.5$  — степень нерегулярности. При  $d = 2\lambda_{10}$  расстояние между соседними кластерами:

$$2(1-\eta)\lambda_{10} \le d_{\text{irreg}} \le 2(1+\eta)\lambda_{10}$$
 (2)

В квазирегулярном случае моделирование было проведено несколько раз с целью усреднения и получения обобщенной картины рассеянного поля. Для вычислений был использован программный код CELES [2].

#### 3.3.1 Условие дифракции Брэгга-Вульфа

Условие дифракции в случае регулярной решетки:

$$2d\sin(\theta + \varphi) = 4\lambda_{10}\sin(\theta + \varphi) = n\lambda, \qquad n = \frac{4\lambda_{10}}{\lambda}\sin(\theta + \varphi), \tag{3}$$

где  $\theta$  — угол между направлением падающего излучения и нормалью к поверхности структуры  $\vec{n}$ ,  $\varphi$  — угол между нормалью к поверхности  $\vec{n}$  и вектором решетки структуры  $\vec{K}$ . Для квазирегулярного распределения в слое вместо точного d использовано усредненное расстояние между кластерами, которое за счет использования равномерного распределения (выр. 7) в построении сдвигов будет примерно равно d.

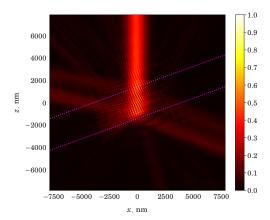


Рис. 2:

#### 3.3.2 Резонансное рассеяние лазерной гармоники

Для того, чтобы найти оптимальный угол рассеяния при помощи численного моделирования, введена следующая интегральная характеристика:

$$E_{\text{int}}(\eta, \theta, w) = \int_{S_{\theta, \text{tot}}} dS |\mathbf{E}_s|_{\eta = \eta}^2$$
(4)

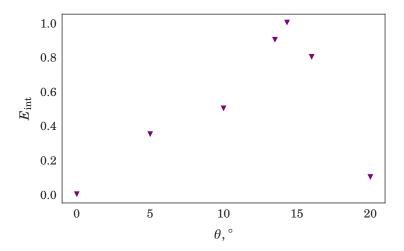
$$S_{\theta,w} = \left\{ x, y : x \tan \theta - \frac{w}{2 \cos \theta} \le y \le x \tan \theta + \frac{w}{2 \cos \theta}, \ y > x \tan(\theta + \frac{\pi}{2}) - \frac{F(a,d,e)}{2 \sin \theta} \right\}, \tag{5}$$

$$F(a,d,e) = 2a + d(e-1),$$

где интегрирование по сути представляет собой суммирование значений в указанной области  $S_{\theta,w}, F(a,d,e)$  — полная толщина газового слоя,  $\theta$  — угол падения излучения, w — параметр ширины гауссова пучка. Варьируя  $\theta$ , был обнаружен оптимальный для резонансного рассения угол  $\theta$  = 14.324°, соответствующий наиболее интенсивному рассеянию в направлении минус первого дифракционного максимума при d =  $2\lambda_{10}$ . При этом угол  $\varphi$  = 0° для простоты, а w = 1700 нм (рис. 3).

Рассеянные поля, полученные при моделировании, представлены на рис. 4. В этом случае мишень более реалистична, так как состоит из материала с реалистичной электронной плотностью  $n_{el}=5.7\cdot 10^{23}\,\mathrm{cm}^{-3}\approx 4.4n_c$  для  $\lambda_{10}=83$  нм. В качестве падающего поля был использован гауссов пучок с той же интенсивностью, что и в случае с одиночным кластером  $I_L\approx 10^{18}\,\mathrm{Bt/cm}^2,\,I_h=I_{10}\approx 10^{14}\,\mathrm{Bt/cm}^2,\,$  параметром ширины w=1700 нм, направленный вдоль оси z и поляризованный вдоль оси x.

На 4a, 4б видна значительная разница между резонансным и нерезонансным случаем — рассеяное поле 10-ой гармоники четко ограничено, хорошо видно рассеяние в двух направлениях, соответствующих минус первому и первому порядкам дифракции (выр. 3), амплитуда поля превышает таковую в отсутствии резонанса более, чем в 10 раз, что соответствует условию Брэгга-Вульфа при найденном угле.



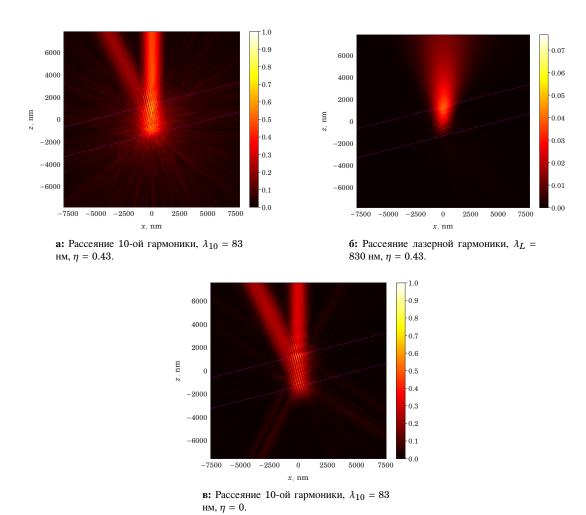
**Рис. 3:** Зависимость относительной характеристики выр. 6 от угла падения  $\theta$  при  $\eta=0$ .

#### 3.3.3 Направленная энергия в зависимости от нерегулярности расположения кластеров

Для того, чтобы определить, как нерегулярность расположения кластеров в слое влияет на количество излучения, отклоненного от направления падения, было смоделировано рассеяние на множествах кластеров с различными диапазонами нормы сдвига  $\Delta d$  в соответствии с выр. 7. Для получения энергетической характеристики, квадрат рассеянного поля был проинтегрирован на прямоугольной области с шириной w, соответствующей ширине падающего пучка, вне газового слоя в направлении минус первого дифракционного максимума  $\theta$  (выр. 6).

$$E_{\text{int}}^{\text{norm}}(\eta, \theta, w) = \frac{E_{\text{int}}(\eta, \theta, w)}{E_{\text{int}}(0, \theta, w)}$$
(6)

где a — радиус одиночного кластера, d — среднее расстояние между центрами соседних кластеров, e — ширина газового слоя (в количестве кластеров). Интегрирование было проведено при помощи подсчета интегральных сумм с единичным шагом, то есть суммированием значений в области интегрирования. Полученный результат был нормирован на соответствующую интегральную характеристику в случае регулярной структуры расположения кластеров (рис. 4в).



**Рис. 4:** Рассеяние гауссового пучка ширины w=1700 нм на слое квазирегулярно расположенных кластеров размера ka=0.7 ( $a\approx 8.9$  нм). Угол падения  $\theta=14.324^\circ$ . Границы газового слоя обозначены пурпурным цветом. Амплитуда  $|\mathbf{E}_s|^2$  построена в плоскости поляризации падающей волны, нормирована на максимальную амплитуду в случае рассеяния 10 гармоники.

# Приложение

## Случайный сдвиг кластера в пространственной решетке

Процесс вычисления сдвига для отдельного кластера описывается следующим образом:

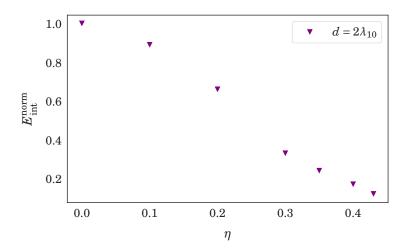
$$P_{0} = (x_{0}, y_{0}, z_{0})$$

$$\Delta_{xyz} = (\Delta_{x}, \Delta_{y}, \Delta_{z}) = \text{rand.uniform}(-1, 1)|_{size=3}$$

$$\Delta_{xyz} = \text{rand.uniform}(0, \eta d) \frac{\Delta_{xyz}}{|\Delta_{xyz}|}$$

$$P_{1} = P_{0} + \Delta_{xyz}$$

$$(7)$$



**Рис. 5:** Зависимость относительной характеристики выр. 6 от нерегулярности  $\eta$ .

## Резонансная электронная плотность в первом приближении

В зависимости от нормированного радиуса сферического кластера x = ka и порядка сферической гармоники n:

$$m^{2}(x,n) = \frac{8n^{2}(n+1) - (6n+3)x^{2} + 6n}{2nx^{2}(2n-1)} \left[ 1 + \sqrt{1 - \frac{4n(n-3+4n^{2}(n+2))(x^{2}+4n-2)x^{2}}{\left(8n^{2}(n+1) - (6n+3)x^{2} + 6n\right)^{2}}} \right]$$
(8)

$$\frac{n_e}{n_c} = (1 - m^2)(1 + i\beta_e) \tag{9}$$

## Список литературы

- [1] R. E. W. Pfund, R. Lichters, and J. M. ter Vehn, "LPIC++ a parallel one-dimensional relativistic electromagnetic particle-in-cell code for simulating laser-plasma-interaction," in *AIP Conference Proceedings*, AIP, 1998.
- [2] A. Egel, L. Pattelli, G. Mazzamuto, D. Wiersma, and U. Lemmer, "CELES: CUDA-accelerated simulation of electromagnetic scattering by large ensembles of spheres," *J Quant Spectrosc Radiat*, vol. 199C, pp. 103–110, 2017.