

# Усиление угловой дисперсии лазерных гармоник высокого порядка при взаимодействии с плотными плазменными кластерами

Л.А. Литвинов<sup>1</sup>, А.А. Андреев<sup>1, 2</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург

<sup>2</sup>Физико-технический институт имени А.Ф.Иоффе, Санкт-Петербург

## Аннотация

Периодические поверхностные решетки и фотонные кристаллы являются отличными инструментами для дифракции и направления света. Однако этот метод менее эффективен в случае экстремального ультрафиолетового света из-за высокого поглощения любого материала в этом диапазоне частот. В работе исследуется возможность усиления угловой дисперсии излучения XUV-диапазона за счет рассеяния на подходящих сферических кластерах. В рамках работы была разработана аналитическая модель с использованием диэлектрической функции Друде плазмы и теории рассеяния Ми. Модель построена в квазистатическом приближении, так как время ионизации меньше длительности импульса, что значительно меньше времени разлета плазмы. В рамках модели мы используем предельные формы функций Бесселя, поскольку нас интересуют только частицы, размеры которых меньше длины волны падающего излучения. Оценены резонансные параметры мишени для десятой гармоники Ti:Sa лазер, найдено усиление рассеянного поля в резонансном случае по сравнению с лазерной гармоникой. Используя те же условия резонанса для одного кластера, мы моделируем дифракцию на массиве таких кластеров с помощью кода CELES. Полученные результаты показывают значительное усиление рассеянного поля в резонансном случае для больших углов и соответствуют теории дифракции Брэгга-Вульфа. При помощи particle-in-cell моделирования была подтверждена квазистационарность плотности плазменных кластеров, что дает возможность значительно упростить расчет структур, подходящих для управления высокими гармониками лазерного излучения в XUV-диапазоне с помощью ионизированного кластерного газа.

## 1 Введение

## 2 Аналитическая модель

## 3 Стационарные вычисления

### 3.1 Одиночный кластер

### 3.2 Оправдание стационарной модели

В общем случае расчет взаимодействия высокоинтенсивного импульса лазерного излучения с группой плотных сферических кластеров, расположенных в трехмерном пространстве, требует длительных и сложных нестационарных вычислений ввиду того, что распределение электронной плотности кластеров в результате взаимодействия с лазерным импульсом изменяется с течением времени.

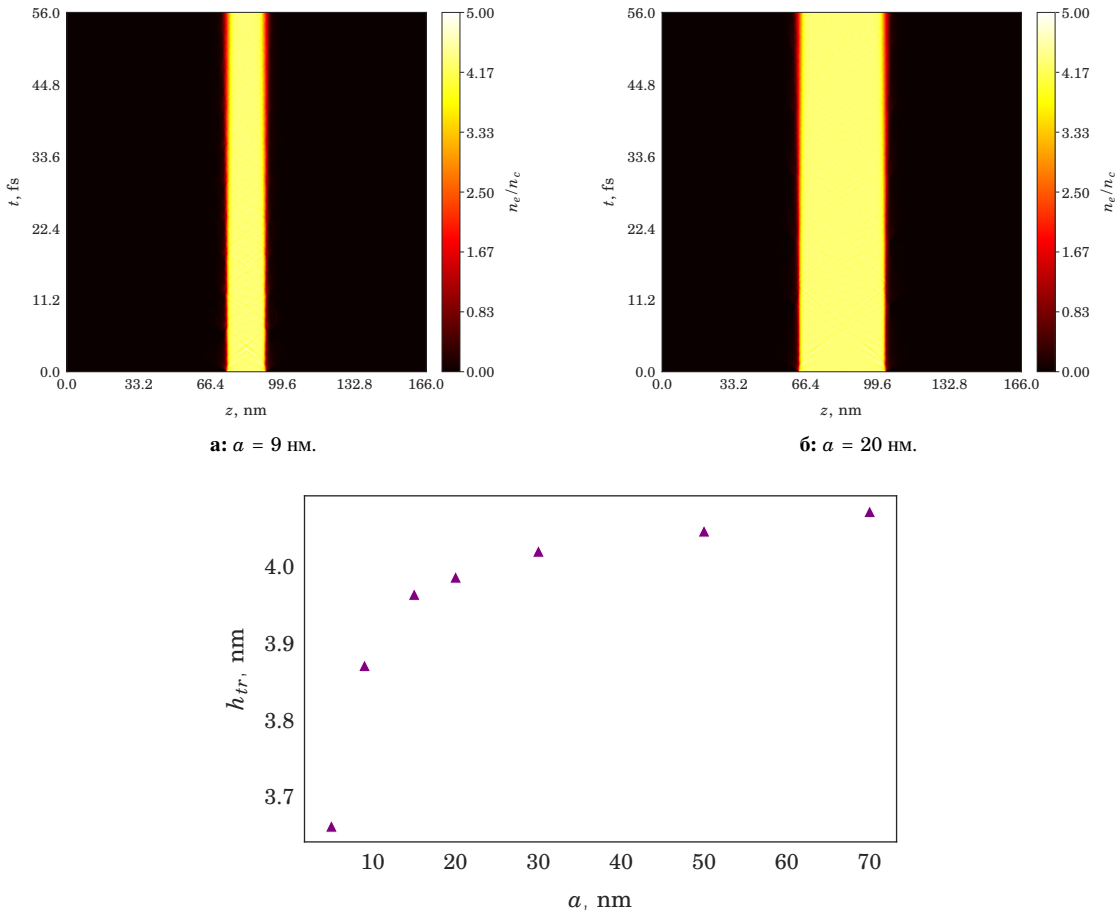
Для проверки масштабов изменения электронной плотности в рассматриваемом случае было проведено моделирование эволюции распределения электронной плотности в одномерном пространстве отдельного кластера. Для моделирования был взят код LPIC++ [1].

В качестве источника был задан фронтальный линейно поляризованный лазерный импульс с длиной волны  $\lambda_{10} = 83$  нм и длительностью  $\tau$ . Период лазерного излучения, соответствующий лазерной гармонике, равен  $T = \lambda_{10}c^{-1} \approx 2.8$  фс, поэтому длина импульса в моделировании была взята  $\tau = 10T = 28$  фс, время моделирования  $t = 20T = 56$  фс. Плазма представлена 2000 частицами в каждой ячейке, занятой мишенью, расположенной в центре бокса шириной  $w_{box} \approx 2\lambda_{10}$ ; электронная плотность мишени в критических единицах равна  $n_{el} = 4.4n_c$ . Относительная амплитуда импульса  $a_0$  равна:

$$I_h \lambda_{10}^2 = a_0^2 \times 1.37 \cdot 10^{14} \text{ Вт} \cdot \text{мкм}^2 / \text{см}^2 \quad (1)$$

$$a_0 = \frac{\lambda_{10}}{\sqrt{1.37 \cdot 1 \text{ мкм}}} \approx 7 \cdot 10^{-4}$$

В качестве мишеней были взяты одиночные кластеры радиуса  $a$  от 9 до 50 нм (рис. 1).



в: Зависимость средней суммарной толщины переходного слоя при  $0 \leq t \leq 10T$  в зависимости от радиуса мишени.

Рис. 1: Взаимодействие одномерной мишени с 10-ой гармоникой,  $\lambda_{10} = 83$  нм.

По полученным результатам моделирования была рассчитана средняя суммарная толщина переходного слоя в процессе взаимодействия со внешним импульсом  $h_{tr}$  в зависимости от радиуса мишени  $a$  (рис. 1в). Условие квазистационарности в таком случае принимает вид  $h_{tr} \ll 2a$ , что соблюдается при  $a \geq 20$  нм. Для ближайших по порядку гармоник величины  $h_{tr}$  при аналогичных радиусах слабо отличаются.

### 3.3 Множество кластеров

В рамках в рамках стационарной теории рассеяния Ми было рассмотрено множество кластеров в виде протяженного газового слоя с регулярной и квазирегулярной пространственной конфигурацией для исследования возможности рассеяния такими структурами на большие углы жёсткого ультрафиолетового излучения, в частности соответствующего гармоникам высокого порядка.

В качестве регулярного распределения была выбрана примитивная кубическая решетка с расстоянием между соседними узлами  $d$ . Квазирегулярное распределение было построено при помощи внесения случайных сдвигов координат узлов с произвольной нормой сдвига в диапазоне  $0 \leq |\Delta d| \leq \eta d$ , где  $0 \leq \eta < 0.5$  — степень нерегулярности. При  $d = 2\lambda$ :

$$2(1-\eta)\lambda \leq d_{\text{irreg}} \leq 2(1+\eta)\lambda \quad (2)$$

В квазирегулярном случае моделирование было проведено несколько раз с целью усреднения и получения обобщенной картины рассеянного поля. Для вычислений был использован программный код CELES [2].

#### 3.3.1 Условие дифракции для решетки в пространстве

Условие дифракции в случае трехмерной регулярной решетки при упругом рассеянии принимает вид [3]:

$$\begin{cases} (\mathbf{D}_x, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = h\lambda \\ (\mathbf{D}_y, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = k\lambda \\ (\mathbf{D}_z, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = l\lambda \end{cases} \quad (3)$$

где  $h, k, l$  — индексы Миллера представленные целыми числами,  $\mathbf{D}_i$  — вектор, соединяющий соседние узлы решетки вдоль направления  $i$ ,  $\mathbf{e}_{\text{in}}$  — единичный вектор направления падающего излучения,  $\mathbf{e}_{\text{out}}$  — единичный вектор направления прошедшего излучения. Переходя к сферическим координатам, связанными с  $\mathbf{e}_{\text{in}}$  так, что в декартовом представлении  $\mathbf{e}_{\text{in}} = \mathbf{e}_z$ , выр. 3 можно преобразовать следующим образом, учитывая, что  $|\mathbf{D}_x| = |\mathbf{D}_y| = |\mathbf{D}_z| = d$  для рассматриваемой кубической решетки:

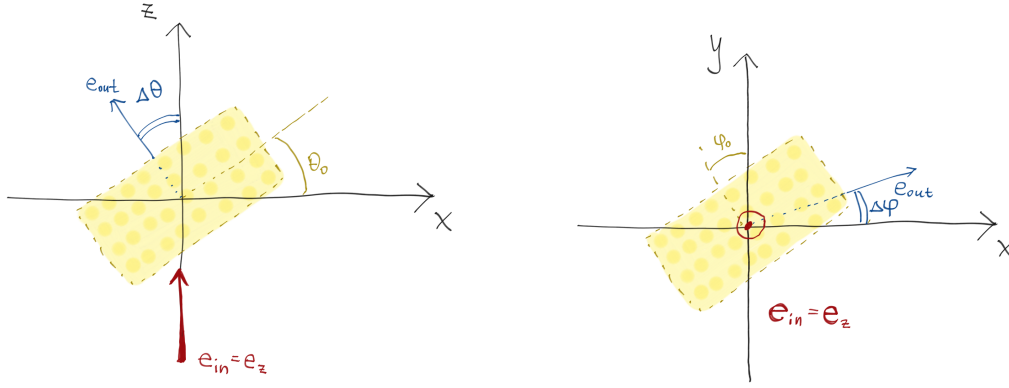
$$\begin{cases} \cos\theta_0 \sin\Delta\theta \cos(\Delta\varphi - \varphi_0) - \sin\theta_0 (\cos\Delta\theta - 1) = \frac{h'\lambda}{d} \\ \sin\Delta\theta \sin(\Delta\varphi - \varphi_0) = \frac{k'\lambda}{d} \\ \sin\theta_0 \sin\Delta\theta \cos\Delta\varphi + \cos\theta_0 (\cos\Delta\theta - 1) = \frac{l'\lambda}{d} \end{cases} \quad (4)$$

где  $\Delta\theta, \Delta\varphi$  — углы, характеризующие отклонение направления прошедшего излучения относительно падающего,  $\theta_0, \varphi_0$  — углы, характеризующие поворот мишени (решётки) в пространстве,  $h', k', l'$  — новые индексы Миллера (рис. 2).

Используя выр. 4, можем получить угловое распределение дифрагировавшего излучения. Наиболее интенсивные направления дифракции будут соответствовать минимальным по модулю индексам Миллера, тогда пусть  $k' = 0$ :

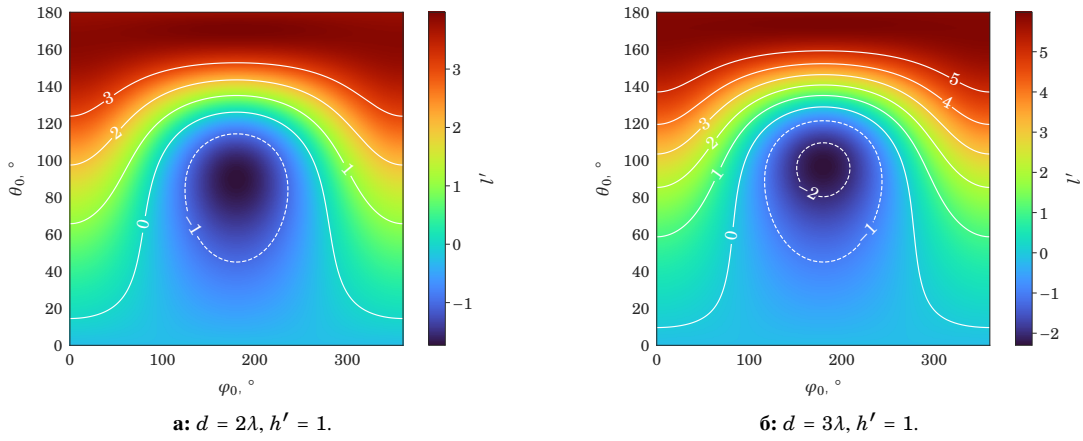
$$\begin{cases} \Delta\varphi_1 = \varphi_0, & \Delta\varphi_2 = \pi + \varphi_0, \\ \Delta\theta_1 = \theta_0 + \arcsin\left(\frac{h'\lambda}{d} - \sin\theta_0\right), \\ \Delta\theta_2 = \arcsin\left(\frac{h'\lambda}{d} - \sin\theta_0\right) - \theta_0, \\ l'_{1,2} = \frac{\lambda}{d}(\sin\theta_0 \sin\Delta\theta_{1,2} \cos\Delta\varphi_{1,2} + \cos\theta_0 (\cos\Delta\theta_{1,2} - 1)) \end{cases} \quad (5)$$

Используя выр. 5, можно построить решения, соответствующие целым значениям  $l'$ , которые отвечают различным порядкам прошедшего и отраженного излучения (рис. 3).


 а: Проекция на плоскость  $xz$ .

 б: Проекция на плоскость  $xy$ .

**Рис. 2:** Общая схема взаимодействия падающего излучения с решеткой.  $\Delta\theta$  отсчитывается от положительного направления оси  $z$ ,  $\Delta\varphi$  — от положительного направления оси  $x$ , против часовой стрелки.


 а:  $d = 2\lambda, h' = 1$ .

 б:  $d = 3\lambda, h' = 1$ .

**Рис. 3:** Кривые, отвечающие различным дифракционным порядкам по  $l'$  при  $k' = 0$ ,  $\Delta\varphi = \varphi_0$ .

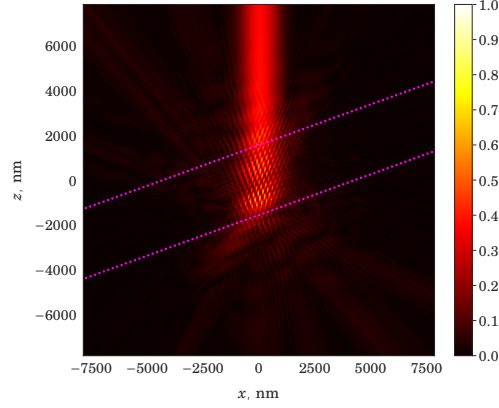
### 3.3.2 Резонансное рассеяние лазерной гармоники

Для того, чтобы найти оптимальные углы рассеяния при помощи численного моделирования, введена следующая интегральная характеристика:

$$E_{\text{int}}(\theta, \varphi, w, b, \eta) = \int_{V(\theta, \varphi, w, b)} (|\mathbf{E}_s|_{\eta=\eta}^2) dV, \quad (6)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}(x, y, z, \theta, \varphi) = \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{pmatrix} = M_y(\theta) M_z(\varphi) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (7)$$

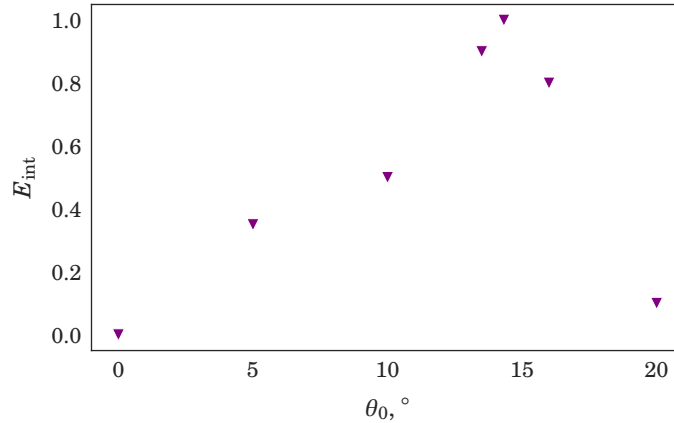
$$V(\theta, \varphi, w, b) = \{x, y, z : C_x^2 + C_y^2 \leq w, 0 < z \leq b\}, \quad (8)$$



**Рис. 4:** Рассеяние гауссова пучка ширины  $w = 1700$  нм на слое регулярной решетке кластеров размера  $a = 20$  нм,  $\theta_0 = 20^\circ$ . Границы газового слоя обозначены пурпурным цветом. Амплитуда  $|\mathbf{E}_s|^2$  построена в плоскости поляризации падающей волны, нормированная на собственный максимум.

где  $M_y(\theta)$  — матрица поворота вокруг декартовой оси  $y$  на угол  $\theta$  против часовой стрелки,  $M_z(\varphi)$  — матрица поворота вокруг декартовой оси  $z$  на угол  $\varphi$  против часовой стрелки,  $b$  — граница области моделирования по  $z$ ,  $\eta$  — коэффициент нерегулярности решетки. В таком случае выр. 8 представляет собой область внутри цилиндра с радиусом  $w$ , наклоненного в соответствии с углами  $\theta$ ,  $\varphi$  и ограниченного плоскостями  $z = 0$ ,  $z = b$ , что описывает дифрагировавший пучок ширины  $w$ , отклоненный в направлении, заданном углами  $\theta$ ,  $\varphi$ .

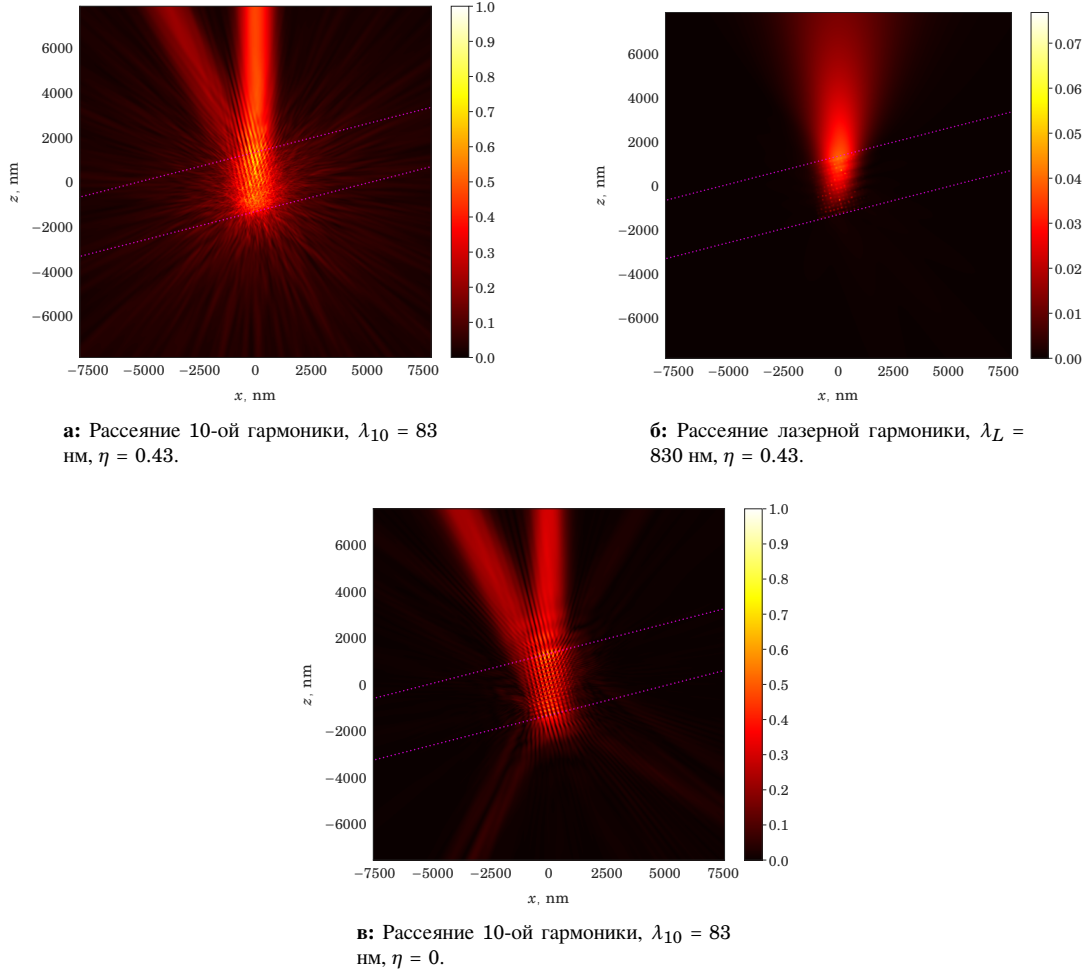
Варьируя  $\theta_0$ , был обнаружен оптимальный для резонансного рассеяния угол  $\theta_0 = 14.32^\circ$ , соответствующий наиболее интенсивному рассеянию в направлении дифракционного максимума 100 по  $h'k'l'$  при  $d = 2\lambda_{10}$ ,  $w = 1700$  нм (рис. 5).



**Рис. 5:** Зависимость относительной характеристики выр. 9 от угла падения  $\theta_0$  при  $\eta = 0$ ,  $w = 1700$  нм.

Рассеянные поля, полученные при моделировании, представлены на рис. 6. В этом случае мишень более реалистична, так как состоит из материала с реалистичной электронной плотностью  $n_{el} = 5.7 \cdot 10^{23} \text{ см}^{-3} \approx 4.4 n_c$  для  $\lambda_{10} = 83$  нм. В качестве падающего поля был использован гауссов пучок с той же интенсивностью, что и в случае с одиночным кластером  $I_L \approx 10^{18} \text{ Вт/см}^2$ ,  $I_h = I_{10} \approx 10^{14} \text{ Вт/см}^2$ , параметром ширины  $w = 1700$  нм, направленный вдоль оси  $z$  и поляризованный вдоль оси  $x$ .

На ба, бб видна значительная разница между резонансным и нерезонансным случаем — рассеяное поле 10-ой гармоники четко ограничено, хорошо видно рассеяние в двух направлениях, соответствующих порядкам дифракции 000 и 100 по  $h'k'l'$  (выр. 5), амплитуда поля превышает таковую в отсутствии резонанса более, чем в 10 раз при найденном угле  $\Delta\theta$ , что соответствует описанной ранее теории дифракции.

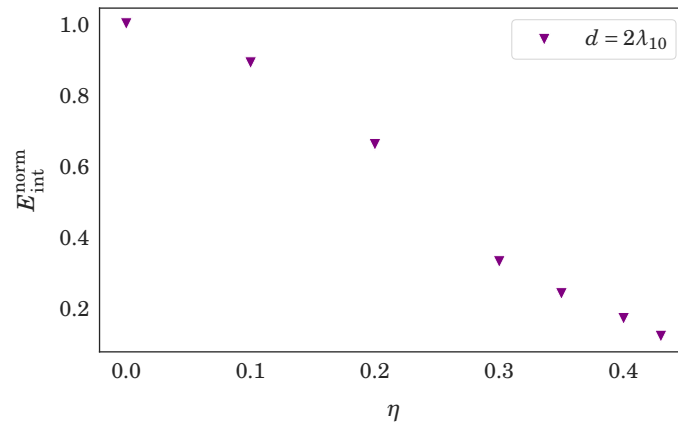


**Рис. 6:** Рассеяние гауссового пучка ширины  $w = 1700$  нм на слое квазирегулярно расположенных кластеров размера  $ka = 0.7$  ( $a \approx 8.9$  нм),  $\theta_0 = 14.32^\circ$ . Границы газового слоя обозначены пурпурным цветом. Амплитуда  $|\mathbf{E}_s|^2$  построена в плоскости поляризации падающей волны, нормирована на максимальную амплитуду в случае рассеяния 10 гармоники.

### 3.3.3 Направленная энергия в зависимости от нерегулярности расположения кластеров

Для того, чтобы определить, как нерегулярность расположения кластеров в слое влияет на количество излучения, отклоненного от направления падения, было смоделировано рассеяние на множествах кластеров с различным показателем нерегулярности  $\eta$  в соответствии с ?? и посчитана нормированная характеристика выр. 6 на прямоугольной области с шириной  $w$ , соответствующей ширине падающего пучка, вне газового слоя в направлении дифракционного максимума  $\Delta\theta = 2\theta_0$  (рис. 7):

$$E_{\text{int}}^{\text{norm}}(2\theta_0, 0, w, \eta) = \frac{E_{\text{int}}(2\theta_0, 0, w, \eta)}{E_{\text{int}}(2\theta_0, 0, w, 0)} \quad (9)$$



**Рис. 7:** Зависимость относительной характеристики вып. 9 от нерегулярности  $\eta$  при  $w = 1700$  нм,  $\theta_0 = 14.32^\circ$ .

## Список литературы

- [1] R. E. W. Pfund, R. Lichters, and J. M. ter Vehn, “LPIC++ a parallel one-dimensional relativistic electromagnetic particle-in-cell code for simulating laser-plasma-interaction,” in *AIP Conference Proceedings*, AIP, 1998.
- [2] A. Egel, L. Pattelli, G. Mazzamuto, D. Wiersma, and U. Lemmer, “CELES: CUDA-accelerated simulation of electromagnetic scattering by large ensembles of spheres,” *J Quant Spectrosc Radiat*, vol. 199C, pp. 103–110, 2017.
- [3] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*. Wiley, New York, 1986.