

Лабораторная работа 1.2.1

"Определение скорости полёта пули при помощи баллистического маятника"

Белов Михаил Б01-302

15 декабря 2023 г.

Аннотация:

Цель лабораторной работы: определить скорость полёта пули, применяя законы сохранения и используя баллистические маятники.

Теоретические сведения:

Скорость вылета пули ≈ 200 м/с, что значительно превышает скорость большинства предметов вокруг.

Для измерения переданного импульса и, следовательно, её скорости используют баллистический маятник. Баллистическим называется маятник, колебания которого вызываются кратковременным начальным импульсом. Кратковременным можно считать импульс, если время действия сил значительно меньше периода колебаний маятника. При этом отклонение маятника за время соударения значительно меньше амплитуды колебаний – максимального отклонения маятника. В случае гармонических колебаний:

$$\frac{\Delta\phi}{\phi_m} \approx \frac{2\pi \cdot \tau}{T},$$

где τ – время соударения, T – период колебаний, $\Delta\phi$ – отклонение за время соударения, ϕ_m – амплитуда.

Работа состоит из двух экспериментов с различными видами маятников: поступательного и крутильного.

Метод баллистического маятника, совершающего поступательное движение

Используемый в этой части работы баллистический маятник представляет собой тяжёлый цилиндр, подвешенный на четырёх нитях одинаковой длины. Любая точка цилиндра при колебаниях движется по дуге окружности, радиус которой равен расстоянию по вертикали между уровнями верхнего и нижнего концов нитей подвеса. Внешними для системы пуля-цилиндр являются сила тяжести, которая не имеет горизонтальной компоненты при отклонении маятника, и силы натяжения нитей, у которых появляются горизонтальные компоненты при отклонении маятника. Однако если отклонения малы, то и эти компоненты малы. Тем более мал по сравнению с импульсом пули их импульс за время соударения. Поэтому закон сохранения импульса при соударении пули с цилиндром имеет вид:

$$m \cdot u = (M + m) \cdot V, \quad (1)$$

где m – масса пули, M – масса цилиндра, u – скорость пули перед ударом, V – скорость цилиндра и пули после неупругого соударения.

Учитывая, что масса маятника значительно больше массы пули, можно написать:

$$u = \frac{M}{m} \cdot V \quad (2)$$

Тогда по закону сохранения механической энергии высота h подъёма маятника над его начальным положением связана с начальной скоростью маятника V следующим образом:

$$V^2 = 2gh \quad (3)$$

Высота подъёма маятника выражается через угол ϕ отклонения маятника от вертикали:

$$h = L(1 - \cos(\phi) = 2L \cdot \sin^2(\frac{\phi}{2})) , \text{ где } \phi \approx \frac{\Delta x}{L} \quad (4)$$

Из (2), (3) и (4) получаем окончательную формулу для определения скорости пули:

$$u = \frac{M}{m} \cdot \sqrt{\frac{g}{L}} \cdot x \quad (5)$$

Справедливость соотношения (3) и следовательно, окончательный формулы (5) обусловлена возможностью пренебречь потерями энергии при колебаниях.

Метод крутильного баллистического маятника

Считая удар пули о мишень неупругим, для определения скорости u полёта пули непосредственно перед ударом воспользуемся законом сохранения момента импульса в виде:

$$mur = I \cdot \Omega , \quad (6)$$

где r – расстояние от линии полёта пули до оси вращения маятника, I – момент инерции маятника, Ω – его угловая скорость непосредственно после удара.

Начальная кинетическая энергия вращения маятника переходит в потенциальную – упругую энергию закручивания проволоки и расходуется на необратимые потери – в первую очередь на трения о воздух. Роль потерь можно оценить по изменению амплитуда колебаний за 10 периодов. Если амплитуда уменьшается менее чем наполовину, то затухание колебаний считаем малым, то есть потери энергии за период колебаний значительно меньше энергии колебаний. Пренебрегая потерями, закон сохранения энергии при колебаниях записываем следующим образом:

$$k \frac{\phi^2}{2} = I \frac{\Omega^2}{2} \quad (7)$$

Здесь k – модуль кручения проволоки П. а ϕ – максимальный угол поворота маятника.

Из (6) и (7) получаем:

$$u = \phi \frac{\sqrt{kI}}{mr} \quad (8)$$

Угол максимального закручивания маятника в данных опытах всегда мал и легко находится по смещению x изображения нити осветителя на измерительной шкале. Из схем следует:

$$\phi \approx \frac{x}{2d} , \quad (9)$$

где d – расстояние от шкалы Ш до оси вращения маятника.

В формулу (8) входит произведение kI , которое можно найти по измерениям периодов колебаний маятника с грузами M и без них. В первом случае период колебаний равен:

$$T_1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I}{k}} \quad (10)$$

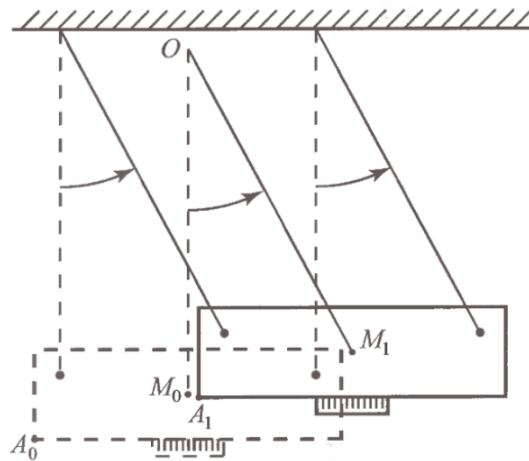
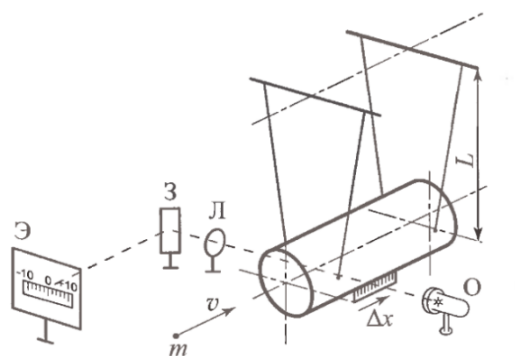
Во втором случае:

$$T_2 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I - 2MR^2}{k}} \quad (11)$$

Из (10) и (11) следует:

$$\sqrt{kI} = \frac{4\pi \cdot MR^2 T_1}{T_1^2 - T_2^2} \quad (12)$$

Здесь R – расстояние от центров масс грузов M до проволоки.



Методика измерений:

В работе используются: духовое ружьё на штативе, осветитель, оптическая система для измерения отклонений маятника, измерительная линейка, пули и весы для их взвешивания, а также баллистические маятники.

Результаты измерений:

Для начала измерим массы всех пулек:

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m, g	0,510	0,507	0,507	0,510	0,503	0,509	0,511	0,505	0,506	0,486

Проведём первый эксперимент, стреляя из духового ружья по цилиндрическому баллистическому маятнику и измеряя его отклонения:

N	1	2	3	4	5
x макс, мм	8,5	9,5	9,25	9,75	8,0

По формуле (5) вычислим скорость пули, погрешности можно рассчитать по формуле:

$$\delta u = u \cdot \sqrt{\left(\frac{\delta M}{M}\right)^2 + \left(\frac{\delta m}{m}\right)^2 + 0.5 \cdot \left(\frac{\delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\delta x}{x}\right)^2}$$

U, м/с	103	116	113	118	98
ΔU, м/с	3	3	3	3	3

Проведём второй эксперимент стреляя из духового пистолета по одной из мишеней на крутильном баллистическом маятнике. Проведём три выстрела по маятнику с грузами и два без грузов, измеряя амплитуду и период колебаний маятника:

N	X макс, м	T, с
1	0,058	7,1
2	0,061	7,2
3	0,057	6,8
4	0,059	6,2
5	0,056	6,3

По формуле (12) определим величину \sqrt{kL} и подставим это значение в формулу (8) чтобы вычислить скорость пули:

$\Delta\phi$	0,022	0,023	0,021	0,022	0,021
\sqrt{kI}	0,7	0,7	0,7	0,7ъ	0,7
U, м/с	144,4	151,3	143,1	147,8	146,1

Погрешность можно рассчитать по формуле:

$$\delta u = u \cdot \sqrt{\epsilon_M^2 + 2 \cdot \epsilon_R^2 + \epsilon_{T_1}^2 + \epsilon_{T_1^2+T_2^2}^2 + \epsilon_x^2 + \epsilon_d^2 + \epsilon_m^2 + \epsilon_r^2}$$

U, м/с	144	151	143	147	146
δU , м/с	4	4	4	4	4

Обсуждение результатов и вывод:

Таким образом мы провели эксперимент по определению скорости полёта пули после выстрел аиз духового ружья и пистолета двумя способами: методом маятника, двужущегося поступательно, и движущегося вращательно.

При этом в среднем мы получили скорость $u \approx 109 \frac{m}{c}$ с погрешностью около 2,5% и отклонением от среднего до 6,5% для ружья. И скорость $u \approx 146 \frac{m}{c}$ с погрешностью около 2,5% и отклонением от среднего до 3,5% для пистолета.