

## Занятие 4. Формула полной вероятности. Формула Байеса

Изучаемый материал: формула полной вероятности, формула Байеса.

1. Формула полной вероятности	4.1 – 4.34	4.9 – 4.12	4.17 – 4.34
2. Формула Байеса	4.5 – 4.8	4.13 – 4.16	

4.1. В урне 8 белых и 4 красных шара. Найти вероятность того, что второй извлеченный по порядку шар будет: а) белым; б) красным.

4.2. В первой урне 4 белых и 8 красных шаров, а во второй – 3 белых и 6 красных. Из первой урны перекладывают во вторую один шар. После этого из второй урны извлекают один шар. Найти вероятность того, что он белый.

4.3. Брак продукции завода вследствие первого дефекта составляет 8%, причем среди бракованной продукции по первому дефекту второй дефект составляет 4%, а в свободной от первого дефекта продукции второй дефект встречается в 2% случаев. Каков процент второго дефекта во всей продукции?

4.4. Имеются две пачки купюр по 10 и 8 в каждой. Известно, что в каждой пачке одна купюра фальшивая. Наудачу взятая купюра из первой пачки переложена во вторую, после чего купюры во второй пачке перемешаны. Из второй пачки взята одна купюра. Найти вероятность того, что она а) фальшивая; б) не фальшивая.

4.5. В цехе работает 20 станков: 10 марки "А", 6 марки "В" и 4 марки "С". Вероятность изготовления детали высокого качества на станке марки "А" равна 0,9, марки "В" - 0,8, марки "С" - 0,7. а) Какой процент деталей высокого качества выпускает цех? б) Произвольно взятая деталь оказалась высокого качества. Какова вероятность того, что она выполнена на станке марки "С"?

4.6. Первая фабрика производит 30% продукции, вторая - 50%, третья - 20%. Все фабрики работают на общий склад. Первая фабрика дает 7% брака, вторая - 5%, третья - 4%. Наугад берут одно изделие. Оно оказалось бракованным. Найти вероятность того, что оно выпущено третьей фабрикой.

4.7. В магазин поступают изделия трех заводов. Изделия первого завода составляют 20%, второго - 40%, третьего - 40%. Известно, что средний процент брака для первого завода составляет 3%, для второго - 2%, для третьего - 4%. Найти вероятность того, что а) изделие, оказавшееся бракованным, поступило со второго завода; б) изделие, оказавшееся годным, поступило со второго завода.

4.8. В студенческой группе 15 девушек и 10 юношей. Все имеют мобильный телефон. Девушки теряют мобильник с вероятностью 0,05, а юноши с вероятностью 0,02. После занятий в аудитории был найден мобильник. Какова вероятность того, что он принадлежит а) девушке; б) юноше?

#### *Домашнее задание 4*

4.9. В первой урне 3 белых и 6 красных шаров, а во второй - 4 белых и 8 красных. Из первой урны перекладывают во вторую один шар. После этого из второй урны извлекают два шара. Найти вероятность того, что а) оба шара белые; б) оба шара красные.

4.10. В первой урне 3 белых и 6 красных шаров, а во второй - 4 белых и 8 красных. Из первой урны вынули один шар и оставшиеся шары переложили во вторую урну. Найти вероятность того, что шар, вынутый после этого из второй урны, окажется а) белым; б) красным.

4.11. В группе из 9 стрелков 5 отличных, 2 хороших и 2 удовлетворительных. Вероятность попадания в цель отличным стрелком равна 0,9, хорошим - 0,7, удовлетворительным - 0,6. Наугад вызывают одного стрелка. Определить вероятность того, что наугад вызванный стрелок попадет в цель.

4.12. Имеются две пачки купюр по 10 и 8 в каждой. Известно, что в каждой пачке одна купюра фальшивая. Наудачу взятая купюра из первой пачки переложена во вторую, после чего купюры во второй пачке перемешаны. Затем из второй пачки взяты две купюры. Найти вероятность того, что среди них: а) одна фальшивая; б) обе фальшивые. в) обе не фальшивые.

4.13. Установлено, что девушки успешно справляются с контрольной работой по математике с вероятностью 0,8, а юноши - с вероятностью 0,7. В группе девушек в три раза больше, чем юношей. Одна работа, выполненная неудовлетворительно, оказалась без подписанной фамилии. Найти вероятность того, что работа принадлежала а) девушке; б) юноше.



4.14. На фабрике, изготавливающей болты, первый станок производит 25%, второй – 35%, третий – 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5%, 4%, 2%. Какова вероятность того, что а) случайно выбранный болт будет дефектным; б) и этот болт произведен первым, вторым и третьим станком?

4.15. Первая фабрика производит в три раза больше чулок, чем вторая. Брак на первой фабрике составляет 10%, а на второй – 8%. Фабрики работают на один склад. а) Купленная пара чулок оказалась с браком. Какова вероятность того, что она произведена на второй фабрике? б) Купленная пара чулок оказалась кондиционной. Какова вероятность того, что она произведена на второй фабрике?

4.16. С первого автомата на сборку поступает 20%, со второго – 30%, с третьего – 50% деталей. Первый автомат дает в среднем 0,2% брака, второй – 0,3%, третий – 0,1%. а) Случайно взятая деталь оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она изготовлена на первом автомате? б) Случайно взятая деталь оказалась годной. Какова вероятность того, что она изготовлена на первом автомате?

#### *Дополнительное задание 4*

4.17. Соединение с абонентом может быть в условиях малой, средней или большой нагрузки в сети. Вероятности этих состояний сети соответственно равны 0,1; 0,4; 0,5. Вероятности соединений при этих нагрузках соответственно равны 0,9; 0,8; 0,6. а) Какова вероятность соединения? б) Соединение произошло. Вычислить вероятность того, что оно было в условиях малой, средней и большой нагрузки в сети.

4.18. Из полного набора костей домино (28 штук) выбирают две. Какова вероятность того, что их можно приставить друг к другу?

4.19. Студент, выйдя из дома за 30 минут до начала занятий, может приехать в институт автобусом, троллейбусом или трамваем. Все эти варианты равновероятны. Вероятность приехать на занятия вовремя для этих видов транспорта соответственно равна 0,99; 0,98 и 0,9. Какова вероятность, что студент приедет на учебу вовремя?

4.20. Преподаватель проверяет контрольную по теории вероятностей, которую писали студенты трех групп. В первой группе неудовлетворительно написанные контрольные составляют 10%, во второй – 15%, в третьей – 20%. Определить вероятность попадания на проверку неудовлетворительно написанной работы, если всего было сдано 18 работ из первой группы, 20 – из второй и 24 из третьей группы.

4.21. Врач-терапевт принял 20 пациентов, из которых 5 были здоровы, а 15 больны гриппом. Найти вероятность того, что после этого приема врач будет здоров, если вероятность заразиться от больного пациента равна 0,05.



4.22. Студент может сдавать экзамен любому из трех экзаменаторов. Вероятность успешно сдать экзамен первому из них составляет 0,4, остальным двум по 0,1. Студент не знает, кто из экзаменаторов «добрый». Он выбрал наугад одного из них и успешно сдал экзамен. Какова вероятность того, что студент сдавал экзамен «доброму» преподавателю?

4.23. Вероятность того, что студент выполняет домашние задания, равна 0,96. На экзамене такой студент получает положительную оценку с вероятностью 0,98, а студент, не делавший домашних заданий – с вероятностью 0,05. Какова вероятность, что студент, хорошо сдавший экзамен, не выполнял домашних работ?

4.24. Перед экзаменом студент с равной вероятностью может спрятать шпаргалку в одно из трех мест: в ботинок, в карман или в рукав. Вероятность вытащить на экзамене шпаргалку незаметно для преподавателя в первом случае составляет 0,4, во втором – 0,6, в третьем – 0,55. Студент, придя на экзамен, благополучно достал шпаргалку и списал ответ. Какова вероятность, что он достал шпаргалку из ботинка.

4.25. Студенческая группа из 24 человек состоит из отличников, хорошистов, троечников и разгильдяев, при этом число студентов каждого типа одно и то же. Вероятность сдать экзамен (то есть не завалить) для отличника составляет 1,0, для хорошиста – 0,95, для троечника – 0,4, для разгильдяя – 0,05. Из аудитории, где проводится экзамен, вышел студент, сдавший экзамен. Какова вероятность того, что он разгильдяй?

4.26. На факультете 10% отличников, 20% хорошистов, 30% троечников, а остальные – двоечники. Деканом факультета назначили людоеда, который отличников съедает с вероятностью 0,1, хорошистов – с вероятностью 0,2, троечников – с вероятностью 0,6, двоечников – с вероятностью 0,9. а) Из кабинета декана вышел сияющий студент. Найти вероятность того, что он двоечник. б) Один студент оказался съеденным. Найти вероятность того, что он отличник.

4.27. По наблюдениям трехлетней давности было установлено, что 10% студентов на занятиях жуют жвачку. Из этих студентов только 20% успешно сдают экзамен по теории вероятностей, в то время как студенты, не подверженные этому пороку, сдают этот экзамен на 90%. Найти вероятность того, что студент, успешно сдавший экзамен, а) является жвачкожующим; б) не является таковым; студент, провалившийся на экзамене, в) является жвачкожующим; г) не является таковым.

*Примечание.* После решения задачи сделать выводы о пагубности привычки жвачкожевания на занятиях по теории вероятностей.

4.28. Грибник заблудился в лесу и вышел на поляну, откуда вело 5 одинаковых дорог. Вероятности выхода из леса за 1 час для различных дорог равны соответственно: 0,6; 0,3; 0,2; 0,1; 0,1. Какова вероятность того, что человек пошел по первой дороге, если в течение часа он вышел из леса?



4.29. У рыбака есть три любимых места для ловли, которые он посещает с равной вероятностью. На первом месте рыба клюет с вероятностью 0,5, на втором – с вероятностью 0,6, на третьем – с вероятностью 0,55. Рыбак, выйдя на ловлю, закинул удочку и поймал рыбу. Какова вероятность, что он удил рыбу на третьем месте.

4.30. В секретном отделе ЦРУ работают сотрудники четырех рангов. При этом сотрудники первого ранга (руководители) составляют 3% от общего количества работающих, второго ранга (агенты) – 55%, третьего ранга (секретари) – 22%, четвертого (обслуживающий персонал) – 20%. Из отдела периодически происходит утечка сверхсекретной информации. Вероятность того, что шпион внедрился в руководители, составляет 0,05, вероятность, что шпион находится среди агентов – 0,25, среди секретариата – 0,4, среди обслуживающего персонала – 0,3. Найти вероятность того, что взятый наугад сотрудник отдела окажется шпионом.

4.31. Молодой человек рассматривает три возможности уклониться от службы в армии. Во-первых, он может поступить учиться в ВУЗ, во-вторых, он может быть освобожден от армии по состоянию здоровья, и в третьих, он может жениться и к моменту призыва обзавестись двумя детьми. Вероятности этих событий для него соответственно равны 0,6; 0,39 и 0,01. В свою очередь, поступление в ВУЗ не дает 100 % гарантии освобождения от армии – надо хорошо учиться, чтобы не быть отчисленным. Вероятность этого составляет 0,7. Соответственно, второй и третий варианты дают полную гарантию освобождения от службы. Считая эти события несовместными, найти вероятность того, что молодой человек не попадет в ряды призывников.

4.32. В специализированной клинике проводят лечение от ожирения. В среднем 70% больных используют специальную диету, а остальные – комплекс физических тренировок. Вероятность стать стройным для больных, сидящих на диете, равна 0,8, а для занимающихся спортом – 0,9. Женщина поступила в больницу и через какое-то время была выписана с параметрами 90-60-90. Какова вероятность, что она сидела на диете?

4.33. По статистике 70% курильщиков выкуривают более одной пачки сигарет в день. Для них вероятность умереть от рака легких составляет 0,4, а для остальных курильщиков она равна 0,2. Каков процент заядлых курильщиков среди умерших от рака легких? (В расчет берутся только умершие курильщики).

4.34. У котенка есть три любимых места для отдыха: на хозяйской подушке, в дедушкином тапке и в кресле хозяина дома, в которых его можно найти с равной вероятностью. Вероятность того, что котенка в течение 30 минут выгонят с первого места составляет 0,7, со второго – 0,8, с третьего – 0,5. Котенок успел проспать всего 10 минут и его прогнали с любимого места. Какова вероятность, что он устроился спать на хозяйской подушке?

**Ответы к занятию 4**

- 4.1. а)  $2/3$ ; б)  $1/3$ . 4.2.  $1/3$ . 4.3. 2,16%. 4.4. а) 0,122; б) 0,878.  
4.5. а) 83%; б) 0,169. 4.6. 0,148. 4.7. а) 0,267; б) 404. 4.8. а) 0,789; б) 0,211.  
4.9. а) 0,094; б) 0,427. 4.10. а)  $1/3$ ; б)  $2/3$ . 4.11. 0,789.  
4.12. а) 0,239; б) 0,0028; в) 0,758. 4.13. а)  $2/3$ ; б)  $1/3$ .  
4.14. а) 0,0345; б) 0,362; 0,406; 0,232. 4.15. а) 0,211; б) 0,254.  
4.16. а) 0,222; б) 0,200. 4.17. а) 0,71; б) 0,127; 0,451; 0,422.  
4.18. 0,389. 4.19. 0,957. 4.20. 0,155. 4.21. 0,96. 4.22.  $2/3$ . 4.23. 0,0021.  
4.24. 0,258. 4.25. 0,021. 4.26. а) 0,098; б) 0,017.  
4.27. а) 0,024; б) 0,976; в) 0,471; г) 0,529. 4.28. 0,462. 4.29.  $1/3$ . 4.30. 0,287.  
4.31. 0,82. 4.32. 0,675. 4.33. 82,4%. 4.34. 0,35.