

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет»**

Электротехнический факультет  
Кафедра «Информационные технологии и автоматизированные системы»  
направление подготовки: 09.03.01– «Информатика и вычислительная техника»

**Лабораторная работа  
по дисциплине  
«Дискретная математика и математическая логика»  
на тему  
«Полнота системы логической функции»**

Выполнил студент гр. ИВТ-23-16  
Попонин Михаил Александрович

Проверил:

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
(оценка)

\_\_\_\_\_  
(подпись)

\_\_\_\_\_  
(дата)

г. Пермь, 2024

## Цель работы

Целью данной работы является исследование свойств булевых функций, таких как самодвойственность, монотонность, линейность, сохранение нуля и единицы, а также определение полноты системы функций. Для анализа используется полином Жегалкина и проверяются различные свойства булевых функций.

## Задачи

1. Построить таблицу истинности для заданных булевых функций.
2. Вычислить полином Жегалкина для каждой функции.
3. Вывести на экран таблицу классов.
4. Проверить полноту системы функций на основе анализа их свойств.

## Код программы

Программа анализирует заданные булевы функции, проверяя их свойства, такие как самодвойственность, монотонность, линейность, сохранение нуля и единицы. Результаты представлены в виде таблицы и используются для проверки полноты системы функций. Полный код программы доступен по следующей ссылке: [Completeness of the logical function system.ipynb](https://github.com/ivanovskiy/Completeness_of_the_logical_function_system.ipynb).

## Описание функций

1. **\_\_init\_\_**: Конструктор класса Minimization. Инициализирует основные переменные, используемые для хранения вектора функции, термов, импликантов и промежуточных данных.
2. **read\_vector\_from\_file(filename)**: считывает вектор булевой функции из файла. Проверяет корректность данных (длина вектора, символы '0' и '1'). Вычисляет количество переменных на основе длины вектора.
3. **create\_truth\_table()**: Создаёт таблицу истинности на основе числа переменных и значений функции. Разделяет термы на те, которые используются для построения СКНФ (значения 0), и СДНФ (значения 1).
4. **show\_truth\_table()**: Выводит таблицу истинности в удобочитаемом виде.
5. **term\_to\_function(term, is\_cnf=False)**: Преобразует терм в строковое представление логического выражения. Используется для генерации СКНФ и СДНФ.
6. **show\_nf()**: Выводит совершенные нормальные формы (СКНФ и СДНФ) в текстовом виде на основе данных таблицы истинности.
7. **can\_combine(a, b)**: Проверяет возможность склеивания двух термов. Возвращает результат склеивания или индикатор невозможности склеивания.
8. **combine\_terms(terms)**: выполняет склеивание термов для одной итерации. Возвращает новый список термов, учитывая использованные и неиспользованные термы.

9. **gluing()**: Основной метод для выполнения склеивания термов. Итеративно объединяет термы, пока новые термы не перестанут образовываться. Хранит результаты промежуточных этапов.
10. **build\_implicant\_matrix()**: Строит импликантную матрицу, показывающую покрытие исходных термов результирующими импликантами. Возвращает матрицу в виде DataFrame.
11. **minimize\_cover(matrix)**: реализует процесс выбора минимального покрытия для термов. Находит минимальный набор импликантов, полностью покрывающих функцию, и возвращает минимизированную функцию в виде строки.
12. **term\_to\_function\_string(term)**: преобразует терм в строку, представляющую логическое выражение, без учёта отрицаний.
13. **print\_all\_combined\_terms()**: Выводит на экран все этапы склеивания термов.
14. **print\_implicants()**: Выводит итоговые импликанты после завершения процесса склеивания.

## Пример работы программы

Функция 1:

Вектор истинности: 1100

Таблица истинности:

x1	x2	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

Полином Жегалкина:  $1 \oplus x_1$

Таблица классов:

Самодвойственная: +

Монотонная: -

Линейная: +

Сохраняет ноль: -

Сохраняет единицу: -

Функция 2:

Вектор истинности: 0111

Таблица истинности:

x1	x2	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Полином Жегалкина:  $x_2 \oplus x_1 \oplus x_1x_2$

Таблица классов:

Самодвойственная: -

Монотонная: +

Линейная: -

Сохраняет ноль: +

Сохраняет единицу: +

Функция 3:

Вектор истинности: 1110

Таблица истинности:

x1	x2	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Полином Жегалкина:  $1 \oplus x_1x_2$

Таблица классов:

Самодвойственная: -

Монотонная: -

Линейная: -

Сохраняет ноль: -

Сохраняет единицу: -

Функция 4:

Вектор истинности: 10101010

Таблица истинности:

x1	x2	x3	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Полином Жегалкина:  $1 \oplus x_3$

Таблица классов:

Самодвойственная: +

Монотонная: -

Линейная: +

Сохраняет ноль: -

Сохраняет единицу: -

Итоговая таблица:

Вектор	Самодвойственная	Монотонная	Линейная	Сохраняет ноль	Сохраняет единицу	Полином Жегалкина
1100	+	-	+	-	-	$1 \oplus x_1$
0111	-	+	-	+	+	$x_2 \oplus x_1 \oplus x_1x_2$
1110	-	-	-	-	-	$1 \oplus x_1x_2$
10101010	+	-	+	-	-	$1 \oplus x_3$

Система функций полна.

Рисунок 1 – пример работы программы