

Задания к курсу «ПОДЗЕМНАЯ ГИДРОМЕХАНИКА»

(бакалавры, 8-й семестр)

Общие указания

Решение каждой задачи предполагает

- самостоятельное составление расчетной программы для ЭВМ,
- выполнение необходимых расчетов,
- краткий отчет и/или выступление о полученных результатах.

Язык программирования и метод решения СЛАУ выбирается студентами.

Распределение баллов по задачам

Задача 1.1	Задача 1.1с	Задача 1.2	Задача 2.1	Задача 2.1с	Задача 2.2
3	4	3	5	3	4
Задача 3.1	Задачи 3.2, 3.3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Задача 7
2	2	3	4	4	3

Итого 40 баллов + 10 баллов за посещения и ответы во время занятий = 50 баллов

Задача-1.1 – прямолинейно параллельный поток, однородный пласт

Решение одномерной задачи о стационарном распределении давления в однородном пласте (с абсолютной проницаемостью k и пористостью m) при прямолинейно параллельной фильтрации однофазной однородной жидкости с вязкостью μ между галереями скважин (на расстоянии L с давлением $p(x=0)=p_0$ и $p(x=L)=p_1$, $p_0 > p_1$) в пренебрежении сжимаемостью пласта и фильтрующейся жидкости.

Решение следует строить в безразмерных переменных:

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{p} = \frac{p - p_1}{\Delta p}, \quad \bar{u} = \frac{u}{u^0}, \quad u^0 = \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{L}, \quad \Delta p = p_0 - p_1 > 0.$$

Тогда закон Дарси и уравнение неразрывности с граничными условиями записываются в виде

$$u = -\nabla p, \quad (1)$$

$$\nabla(\nabla p) = 0; \quad x=0: p=1; \quad x=1: p=0. \quad (2)$$

Необходимо

- 1) построить численное решение задачи (2) на заданной расчетной сетке;
- 2) вычислить невязку E полученного численного решения p_n с аналитическим решением p_a (и убедиться, что она равна нулю):

$$E = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \left(p_n^j - p_a(x^j) \right)^2},$$

где p_n^j – значение сеточной функции давления в узле j ; N – число узлов сетки;

- 3) построить профиль удельной объемной диссипации энергии вдоль области фильтрации;
- 4) построить графики зависимости полной диссипации энергии от $\Delta p, L, k$;
- 5) определить скорость (истинную и фильтрации) и время прохождения частиц между галереями при $L=100$ м, $k=10^{-12}$ м², $m=0.2$, $\Delta p=10^6$ Па, $\mu=10^{-3}$ Па·с.

Варианты расчетных сеток

- 1) регулярная сетка;
- 2) произвольная сетка (координаты узлов задаются в текстовом файле).

Задача-1.1.с – конвективно-дисперсионный перенос примеси прямолинейно-параллельным потоком

В условиях задачи 1.1 решить численно задачу о переносе пассивной примеси с учетом гидродисперсии:

$$m \frac{\partial c}{\partial t} + \operatorname{div}(c \mathbf{u}) + \operatorname{div} \mathbf{u}_d = 0, \quad \mathbf{u}_d = -D \operatorname{grad} c, \quad t > 0, x > 0;$$

$$x > 0, t = 0 : c(x) = 0;$$

$$t > 0, x = 0 : c(t) = 1; \quad x \rightarrow \infty : c(t) = 0.$$

Построить профили концентрации $c(x)$ на различные моменты времени.

Исследовать влияние коэффициента дисперсии D на решение.

Сравнить с точным решением фундаментальной задачи миграции.

Рассмотреть частный случай переноса нейтрального мигранта при $D = 0$.

Задача-1.2 – прямолинейно параллельный поток, неоднородный пласт

Решение одномерной задачи о стационарном распределении давления в **неоднородном** пласте с пористостью и проницаемостью

$$m(x) = m^0 = \text{const}, \quad k(x) = k^0 f(x), \quad k^0 = \text{const}$$

при прямолинейно параллельной фильтрации однофазной однородной жидкости с вязкостью μ между галереями скважин (на расстоянии L с давлением $p(x=0) = p_0$ и $p(x=L) = p_1$, $p_0 > p_1$) в пренебрежении сжимаемостью пласта и фильтрующейся жидкости.

Решение строится в безразмерных переменных: $\bar{x} = \frac{x}{L}$, $\bar{p} = \frac{p - p_0}{\Delta p}$, $\bar{u} = \frac{u}{u^0}$, $u^0 = \frac{k^0 \Delta p}{\mu L}$, $\Delta p = p_1 - p_0$.

Тогда закон Дарси и уравнение неразрывности с граничными условиями записываются в виде

$$u = -f(x) \nabla p, \quad (1)$$

$$\nabla(f(x) \nabla p) = 0; \quad x=0: p=1; \quad x=1: p=0. \quad (2)$$

Необходимо

1) построить численное решение задачи (2) на заданной расчетной сетке;

2) вычислить невязку E численного решения p_n с аналитическим решением p_a (и убедиться, что она равна нулю):

$$E = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \left(p_n^j - p_a(x^j) \right)^2},$$

где p_n^j – значение сеточной функции давления в узле j ; N – число узлов сетки; пп. 3), 4) аналогичны задаче 1.1;

5) определить скорость (истинную и фильтрации) и время прохождения частиц между галереями при $L = 100$ м, $k^0 = 10^{-12} \text{ м}^2$, $m = 0.2$, $\Delta p = 10^6 \text{ Па}$, $\mu = 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$.

Варианты поля проницаемости

1) $f(x) \equiv 1$, – однородный пласт (сравнить с задачей 1.1); 2) $f(x) = \begin{cases} 1.0, & 0 \leq x < 0.5, \\ 0.1, & 0.5 \leq x \leq 1, \end{cases}$ – зонально неоднородный пласт;

3) $f(x) = \begin{cases} 1.0, & 0 \leq x < 0.75, \\ K, & 0.75 \leq x \leq 1, \end{cases}$ – вычислить аналитически такое K , при котором скорость фильтрации совпадет со скоростью в случае п.2); проверить совпадение скоростей по численному решению.

Задача-2.1 – плоскорадиальный поток, однородный пласт

Решение одномерной стационарной задачи о распределении давления в однородном пласте при плоскорадиальной однофазной фильтрации к скважине в пренебрежении сжимаемостью пласта и фильтрующей жидкости.

Решение следует строить в безразмерных переменных:

$$\bar{r} = \frac{r}{R}, \quad \bar{p} = \frac{p - p_w}{p_R - p_w}.$$

Уравнение неразрывности и граничные условия в безразмерных переменных записываются в виде

$$\nabla(\nabla p) = 0; \quad r = r_w : p = 0; \quad r = 1 : p = 1; \quad (1)$$

$$\nabla(\nabla p) = 0; \quad r = r_w : u = U; \quad r = 1 : p = 1. \quad (2)$$

Необходимо

- 1) построить **численное решение задачи (1)** на заданной расчетной сетке;
- 2) построить график зависимости невязки E полученного численного решения p_n с аналитическим решением p_a от числа N узлов расчетной сетки; p_n^j – значение сеточной функции давления в узле j :

$$E = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \left(p_n^j - p_a(r^j) \right)^2};$$

- 3) построить график распределения скорости $u(r)$;
- 4) построить зависимость дебита скважины $q_n = u(r = r_w)$ от N и сравнить его с аналитическим значением q_a ;
- 5) построить профиль удельной объемной диссипации энергии вдоль области фильтрации;
- 6) построить графики зависимости полной диссипации энергии от $\Delta p, L, k$; сравнить с задачей 1.1;
- 7) построить **численное решение задачи (2)** на заданной расчетной сетке с $U = q_a$, вычисленным для условий задачи (1); оценить точность вычисления забойного давления $p_n(r_w)$;
- 8) определить размерное время прохождения частиц от контура питания до скважины при $R = 100$ м, $r_w = 0.1$ м, $k^0 = 10^{-12}$ м², $m = 0.2$, $\Delta p = 10^6$ Па, $\mu = 10^{-3}$ Па·с.

Варианты расчетных сеток

- 1) регулярная сетка;
- 2) логарифмическая сетка: $x_n = r_w (R/r_w)^{n/N}$;
- 3) сетка пп.1), 2) с поправочным коэффициентом.

Задача-2.1.с – конвективно-дисперсионный перенос примеси плоско-радиальным потоком

В условиях задачи 2.1 решить численно задачу о переносе пассивной примеси с учетом гидродисперсии:

$$m \frac{\partial c}{\partial t} + \operatorname{div}(c \mathbf{u}) + \operatorname{div} \mathbf{u}_d = 0, \quad \mathbf{u}_d = -D \operatorname{grad} c, \quad t > 0, r > r_w;$$

$$r > r_w, t = 0 : c(r) = 0;$$

$$t > 0, r_w = 0 : c(t) = 1; \quad r \rightarrow \infty : c(t) = 0.$$

Построить профили концентрации $c(r)$ на различные моменты времени.

Исследовать влияние коэффициента дисперсии D на решение.

~~Сравнить с точным решением.~~

Рассмотреть частный случай переноса нейтрального мигранта при $D = 0$.

Задача-2.2 – плоскорадиальный поток, неоднородный пласт

Решение одномерной задачи о стационарном распределении давления в **неоднородном** пласте с пористостью и проницаемостью $m(r) = m^0 = \text{const}$, $k(r) = k^0 f(r)$, $k^0 = \text{const}$ при плоскорадиальной фильтрации однофазной однородной жидкости с вязкостью μ к скважине радиуса r_w от контура питания радиуса R в пренебрежении сжимаемостью пласта и фильтрующей жидкости. Решение следует строить в безразмерных переменных:

$$\bar{r} = \frac{r}{R}, \quad \bar{p} = \frac{p - p_w}{\Delta p}, \quad \bar{u} = \frac{u}{u^0}; \quad u^0 = \frac{k^0}{\mu} \frac{\Delta p}{L}, \quad \Delta p = p_R - p_w.$$

Тогда закон Дарси, уравнение неразрывности и граничные условия в безразмерных переменных запишутся в виде

$$u = -f(r) \frac{dp}{dr}, \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r f(r) \frac{dp}{dr} \right) = 0, \quad p(r = r_w) = 0; \quad p(r = 1) = 1.$$

Необходимо

- 1) построить численное решение задачи на заданной расчетной сетке;
- 2) построить график зависимости невязки E численного решения p_n с аналитическим решением p_a от числа N узлов;
- 3) построить графики распределения давления $p(r)$ и скорости $u(r)$;
- 4) определить численно и аналитически размерное время прохождения частиц от контура питания до скважины при $R = 100$ м, $r_w = 0.1$ м, $k^0 = 10^{-12}$ м², $m = 0.2$, $\Delta p = 10^6$ Па, $\mu = 10^{-3}$ Па·с;
- 5) построить зависимость расхода скважины q от радиуса $\rho = \{0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 0.75\}$ и проницаемости $K = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9\}$ низкопроницаемой зоны.

Варианты поля проницаемости

- 1) $f(r) = 1$, – однородный пласт (сравнить с задачей 2.1); 2) $f(r) = \begin{cases} 1.0, & r_w \leq r < \rho, \\ K, & \rho \leq r \leq 1, \end{cases} \quad \rho = 0.5; K = 0.1$ – зонально

неоднородный пласт;

- 3) $f(r) = \begin{cases} 1.0, & 0 \leq r < 0.75, \\ K, & 0.75 \leq r \leq 1, \end{cases}$ – вычислить аналитически такое K , при котором расход $q = u(r = r_w)$ скважины совпадет с

расходом из п. 2); проверить совпадение скоростей фильтрации обоих численных решений.

Задача-3.1 – потенциал

Решение двумерной стационарной задачи о распределении давления и фильтрационных потоков в однородном пласте с заданными граничными условиями и расстановкой скважин методом потенциалов.

Необходимо

- 1) определить функцию потенциала фильтрационного течения;
- 2) построить семейство изобар (линий постоянного потенциала) и линий тока (линий постоянства функции тока);
- 3) исследовать влияние основных параметров задачи на структуру фильтрационного потока.

Варианты граничных условий и расстановки скважин

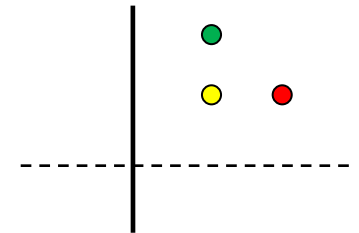
- 1) одиночная добывающая скважина в круговом пласте;
- 2) одиночная добывающая скважина вблизи прямолинейного контура питания;
- 3) одиночная добывающая скважина вблизи прямолинейной непроницаемой границы;
- 4) произвольная система скважин в пласте с удаленным контуром питания.

Задача 3.2:

3 скважины $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$

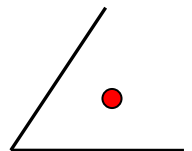
границы: $x=-1$ непроницаемая, $y=-1$ постоянное давление

Вопрос: можно ли смоделировать случай полностью замкнутого прямоугольного контура?



Задача 3.3:

1 скважина на биссектрисе угла 45 градусов с непроницаемыми границами



Задача-4 – дебит несовершенных и горизонтальных скважин

Необходимо с помощью эмпирических формул выполнить следующее

1) Проанализировать соотношение дебитов несовершенной скважины, вычисленных по формулам

- Н.К.Гиринского: $Q_1 = \frac{2\pi kb}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\ln(1.66b/r_c)},$

- М.Маскета: $Q_2 = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\xi}, \quad \xi = \frac{1}{2\bar{h}} \left[2 \ln \frac{4h}{r_c} - \phi(\bar{h}) \right] - \ln \frac{4h}{R_k}, \quad \bar{h} = \frac{b}{h}, \quad \phi(x) = \ln \frac{\Gamma(0.875x)\Gamma(0.125x)}{\Gamma(1-0.875x)\Gamma(1-0.125x)}$

- Козени: $Q = \frac{2\pi kh\bar{h}}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\ln R_k/r_c} \left(1 + 7 \sqrt{\frac{r_c}{2h\bar{h}}} \cos \frac{\pi\bar{h}}{2} \right).$

- И.А.Чарного: $Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\ln R_k/R_0 + h/r_c - h/R_0}$

2) Проанализировать соотношение дебитов горизонтальной скважины, вычисленных по формулам

- Ю.П.Борисова: $Q_4 = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta p}{\ln \frac{2R_k}{l} + \frac{h}{2l} \ln \frac{h}{2\pi r_c}},$

- С.Д.Джоши: $Q_5 = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta p}{\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - l^2}}{l} + \frac{h}{2l} \ln \frac{h}{2r_c}}, \quad a = l \sqrt{0.5 + \sqrt{0.25 + (R_k/l)^4}}.$

Построить дополнительно графики отношения r'_c/r_c , где r'_c – эффективный радиус скважины, при котором дебит совершенной скважины совпал бы с дебитом рассчитываемой скважины.

Задача-5 – глобальная динамика энергетического состояния залежи

1. Из уравнения пьезопроводности $\beta^* \frac{\partial p}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{u} = 0$, $\beta^* = m\beta_{\text{ж}} + \beta_c$

составить обыкновенное ДУ относительно среднего давления залежи нефти, разрабатываемой системой скважин.

Следует сформулировать модель для **трех вариантов** граничных условий:

- I. все границы непроницаемы;
- II. все границы непроницаемы, кроме подошвы, на которой задано давление p_{Γ} ;
- III. кровля и подошва непроницаемы, на боковых границах задано давление p_{Γ} .

2. Построить динамику среднего пластового давления по заданным ФЕС

$$p_0 = p_{\Gamma} = 100 \text{ атм}, \quad H = 50 \text{ м}, \quad F = 10 \text{ млн.м}^2,$$

$$m = 0.2, \quad k = 50 \text{ мД}, \quad \mu = 0.05 \text{ Па с},$$

$$\beta_{\text{ж}} = 5 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}, \quad \beta_c = 2 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}.$$

Предполагать, что месторождение разрабатывается 50 скважинами с постоянными дебитами $q_o = 10 \text{ м}^3/\text{сут}$.

Для каждого варианта граничных условий следует ответить на следующие вопросы:

- а) через какое время среднее давление в пласте снизится до давления насыщения $p_s = 20 \text{ атм}$?
- б) сколько нагнетательных скважин с постоянной приемистостью $q_i = 50 \text{ м}^3/\text{сут}$ необходимо ввести в эксплуатацию для компенсации отборов так, чтобы давление не опускалось ниже давления насыщения?

Задача-6 – одномерные течения совершенного газа

Решить задачи 1.1, 1.2, 2.1, 2.2 для случая совершенного газа.

Сравнить результаты:

6.1 профили давления,

6.2 профили скорости фильтрации,

6.3 сходимость численного решения,

6.4 профили удельной диссипации энергии,

для совершенного газа и для несжимаемой жидкости.

Задача-7 – распределение температуры вблизи нагнетательной скважины

Исследовать влияние теплофизических свойств и времени нагнетания на распределение температуры вблизи нагнетательной скважины.