



Бизнис статистика

Аудиторски вежби 14

Линеарна регресија



Задача 1

За податоците од табелата во која е прикажан дванаесетдневен преглед на каматните стапки и индексите на фјучерсите, да се пресмета коефициентот на корелација меѓу двете обележја.

Ден	Каматна стапка	Индекс
1	7,43	221
2	7,48	222
3	8,00	226
4	7,75	225
5	7,60	224
6	7,63	223
7	7,68	223
8	7,67	226
9	7,59	226
10	8,07	235
11	8,03	233
12	8,00	241



Задача 1: решение

Ден	Каматна стапка x_i	Индекс y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
1	7,43	221	55,205	48841	1642,03
2	7,48	222	55,950	49284	1660,56
3	8,00	226	64,000	51076	1808,00
4	7,75	225	60,063	50625	1743,75
5	7,60	224	57,760	50176	1702,40
6	7,63	223	58,217	49729	1701,49
7	7,68	223	58,982	49729	1712,64
8	7,67	226	58,829	51076	1733,42
9	7,59	226	57,608	51076	1715,34
10	8,07	235	65,125	55225	1896,45
11	8,03	233	64,481	54289	1870,99
12	8,00	241	64,000	58081	1928,00
Вкупно	92,93	2725	720,220	619207	21115,07



Задача 1: решение

$$\bar{x} = \frac{92.93}{12} = 7.74417 \quad \bar{y} = \frac{2725}{12} = 227.08333$$

$$\bar{s}_X^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 = \frac{1}{12} \cdot 720.220 - 7.74^2 = 0.04616, \quad \bar{s}_X = \sqrt{\bar{s}_X^2} = 0.21485$$

$$\bar{s}_Y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - \bar{y}^2 = \frac{1}{12} \cdot 619207 - 227.08^2 = 33.7446, \quad \bar{s}_Y = \sqrt{\bar{s}_Y^2} = 5.80814$$

$$s_{XY} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{x} \bar{y} = \frac{1}{12} \cdot 21115.07 - 7.74417 \cdot 227.08333 = 1.01725$$

$$r = \frac{s_{XY}}{\bar{s}_X \bar{s}_Y} = \frac{1.01725}{0.215 \cdot 5.81} = 0.815$$

Бидејќи коефициентот на корелација е $r = 0.815$ констатираме дека помеѓу двете обележја постои силна корелација.



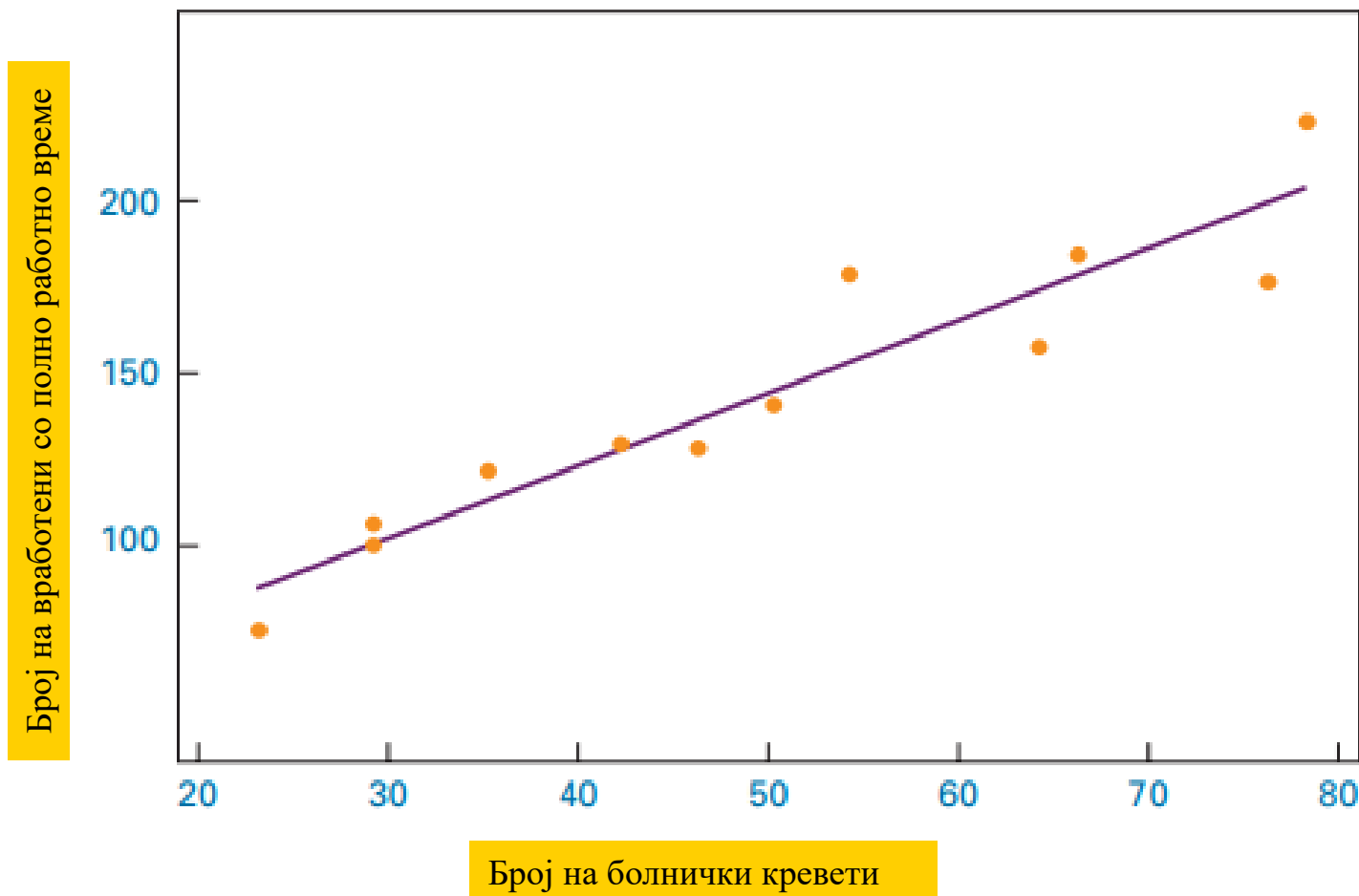
Задача 2

Специјалист во болничката администрација тврди дека бројот на вработени со полно работно време во болницата може да се пресмета со броење на бројот на кревети во болницата (мерка за големината на болницата). Истражувачите за економска оправданост на здравствена заштита одлучиле да развијат модел на регресија со цел да го предвиди бројот на вработени со полно работно време во болницата преку бројот на болнички кревети. Тие истражиле 12 болници и ги добиле податоците за број на вработени со полно работно време и број на кревети за секоја од разгледуваните болници. Да се определи правата на регресија до која дошле истражувачите. Колку треба да биде бројот на вработени, ако бројот на кревети во болниците е 60.

Број на кревети	ВПРВ
23	69
29	95
29	102
35	118
42	126
46	125
50	138
54	178
64	156
66	184
76	176
78	225



Задача 2: Дијаграм на расејување на податоците





Задача 2: Решение

x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
23	69	529	1587
29	95	841	2755
29	102	841	2958
35	118	1225	4130
42	126	1764	5292
46	125	2116	5750
50	138	2500	6900
54	178	2916	9612
64	156	4096	9984
66	184	4356	12144
76	176	5776	13376
78	225	6084	17550
592	1692	33044	92038

$$\bar{x} = \frac{592}{12} = 49.33$$

$$\bar{y} = \frac{1692}{12} = 141$$

$$\begin{aligned} ss_X &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \\ &= 33.044 - 12 \cdot 49.33^2 = 3838.67 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ss_{XY} &= \sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y} \\ &= 92038 - 12 \cdot 49.33 \cdot 141 = 8566 \end{aligned}$$



Задача 2: Решение

- За коефициентите на правата на регресија, се добива:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{ss_{XY}}{ss_X} = \frac{8566}{3838.667} = 2.232$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \frac{ss_{XY}}{ss_X} \bar{x} = 141 - \frac{8566}{3838.667} \cdot 49.33 = 30.888$$

- Оттука, бараната права на регресија е

$$y = 30.888 + 2.232x.$$

- Ако треба да се оцени вредноста на y за $x = 60$, тогаш се добива:

$$y(60) = 30.888 + 2.232 \cdot 60 = 164.808.$$

- Ова покажува дека при 60 полни кревети, бројот на специјалисти би требало да е 165.



Задача 2: решение

- Наклонот на правата е $\beta_1 = 2.232$, што значи дека за секоја единица зголемување на x (секој кревет), y (број на вработени со полно работно време) се очекува да се зголеми за 2.232.
- Која е интерпретацијата на пресекот на правата со y -оската ($x = 0$, $y = 30.888$)? Болницата мора да има барем 31 вработени со полно работно време за да работи дури и без пациенти што претставува “фиксен трошок” за ангажирање персонал.