Бизнис статистика

Аудиториски вежби 4

Техники на броење.

Комбинаторика

Задача 1

На една циркуска претстава магионичар на случаен начин извлекува по едно зајаче од три шешири пред него. Во првиот шешир има 4 бели зајачиња, означени со броевите: 1, 2, 3 и 4. Во вториот шешир има 3 црни зајачиња, означени со буквите A, B и C, а во третиот шешир има 2 шарени зајачиња, означени со буквите z и v.

На колку различни начини може да бидат извлечени трите зајачиња од трите шешири?

Решение: Оваа задача се решава со примена на правилото за производ, при што $n_1 = 4$, $n_2 = 3$, $n_3 = 2$, па вкупниот број на различни тројки од зајачиња е

$$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24.$$

Задача 2

Во едно основно училиште учителката побарала 10 првачиња да се наредат во колона, еден зад друг. На колку различни начини можат да бидат наредени првачињата ?

Решение: Вкупниот број на начини на кои можат да бидат наредени првачињата е број на пермутации на 10 елементи, т.е. $P_{10} = 10!$

$$P_{10} = 10! = 10 \cdot 9 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1 = 3628800$$

Задача 3

Колку цели броеви помеѓу 4000 и 7000, што имаат различни цифри може да се формираат од цифрите: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7 ?
Решение: Ако броевите се помеѓу 4000 и 7000, тогаш тие се четирицифрени и започнуваат со 4, 5 или 6. Со цифрата 4 започнуваат V_7^3 броеви. Исто толку броеви започнуваат со 5, како и со 6.

Решение:

$$3\cdot V_7^3 = 3\cdot\frac{7!}{(7-3)!} = 630$$

Значи може да се формираат вкупно $3\cdot V_7^3 = 630$ броеви.

Задача 4

Колку зборови со должина најмногу 4, може да се формираат со помош на основните Морзеови симболи: „·“ и „ - “?

***Решение*:** Бројот на зборови составени од еден основен Морзеов симбол е 2, зборови составени од два основни симболи се вкупно $\overline{V}_2^2 = 2^2 = 4$, од три основни симболи се $\overline{V}_2^3 = 2^3 = 8$, од четири основни симболи се $\overline{V}_2^4 = 2^4 = 16$. Значи, може да се формираат вкупно 30 Морзеови зборови чија должина е најмногу 4.

Задача 5

Колку различни осумцифрени броеви можат да се состават од две 4-ки, три 5- ки и три 6-ки?

***Решение*:** Треба да формираме осумцифрени броеви од цифрите: 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6. Се работи за пермутации со повторување:

$$P_8(2,3,3) = \frac{8!}{2! \cdot 3! \cdot 3!} = 560$$

Задача 6

Колку седумцифрени броеви може да се образуваат од цифрите: 0, 0, 0, 0, 1, 2 и 3?

***Решение*:** Од сите пермутации образувани од цифрите: 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3 ги одземаме пермутациите кои започнуваат со 0:

$$P_7(4,1,1,1) - P_6(3,1,1,1) =$$

$$\frac{7!}{4!\cdot 1!\cdot 1!1!} - \frac{6!}{3!\cdot 1!\cdot 1!1!} = 210 - 120 = 90.$$

Задача 7

На колку начини може да се избере 4 - члена делегација од множество од 15 кандидати, без оглед на редоследот?

Решение: Се работи за комбинации без повторување:

$$C_{15}^{4} = \frac{15!}{4!(15-4)!} = \frac{15\cdot 14\cdot 13\cdot 12}{4!} = 15\cdot 7\cdot 13 = 1365.$$

Задача 8

Во еден спортски клуб членуваат 11 девојки и 7 момчиња. Потребно е да се изврши избор на 9 од активните кандидати.

а) На колку начини може да се изврши изборот?

б)На колку начини може да се изврши изборот во кој има точно 3 момчиња?

в) На колку начини може да се изврши изборот во кој има барем 3 момчиња?

***Решение*:** а) (Комбинации без повторување) Изборот на 9 од предложените 18 кандидати може да се изврши на 48620 начини.

$$C_{18}^{9} = 48620.$$

Задача 8 -продолжение

Во еден спортски клуб членуваат 11 девојки и 7 момчиња. Потребно е да се изврши избор на 9 од активните членови.

б)На колку начини може да се изврши изборот во кој има точно 3 момчиња?

***Решение*:** а) (Комбинации без повторување) Изборот на 3 од 7 момчиња може да се изврши на C_7^3 начини, а изборот на 6 од 11 девојки на C_{11}^6 начини. Според тоа, добиваме: 16170 начини.

$$C_7^3 \cdot C_{11}^6 = 35 \cdot 462 = 16170.$$

Задача 8-продолжение 2

Во еден спортски клуб членуваат 11 девојки и 7 момчиња. Потребно е да се изврши избор на 9 од активните кандидати.

в) На колку начини може да се изврши изборот т. ш. во него да има барем 3 момчиња?

Решение: в) (Комбинации без повторување) Во изборот од 9 члена треба да има барем 3 момчиња, односно 3, 4, 5, 6 или 7 момчиња. Аналогно како во б), се добива дека изборот може да се изврши на 40480 начини.

$$C_7^3 \cdot C_{11}^6 + C_7^4 \cdot C_{11}^5 + C_7^5 \cdot C_{11}^4 + C_7^6 \cdot C_{11}^3 + C_7^7 \cdot C_{11}^2 =$$

$$= 35 \cdot 462 + 35 \cdot 462 + 21 \cdot 330 + 7 \cdot 165 + 1 \cdot 55 = 40480.$$

Задача 9

Во една продавница има 10 различни видови на чоколади. Еден муштерија сака да купи 3 чоколади, меѓу кои може да има чоколади од ист вид. На колку начини може да ги избере чоколадите?

Решение: (Комбинации со повторување)

$$\overline{C}_{10}^{3} = C_{10+3-1}^{3} = 220.$$