

# Implementación del Descenso de Gradiente en una Función Cuadrática

ERIKA MISHELLE ARAPA CONDORI

DECEMBER 2024

**LINK SHINY:** <https://erikamishelle.shinyapps.io/EJEMPLODESCENSODEGRADIENTE/>  
PRESIONAR EN EJECUTAR PARA QUE MUESTRE LA GRAFICA

**LINK GITHUB:** <https://github.com/Mishell03/DESCENSOGRADIENTE.git>

## 1 Introducción

El descenso de gradiente es un método iterativo utilizado para optimizar funciones, es decir, encontrar el mínimo o el máximo de una función objetivo. En este ejercicio se aplica el descenso de gradiente para minimizar una **función cuadrática simple**:

$$f(x) = (x - 3)^2$$

La función tiene un **mínimo global** en  $x = 3$ , donde el valor de la función es  $f(x) = 0$ . El objetivo de este ejercicio es demostrar cómo el algoritmo de descenso de gradiente converge hacia este mínimo global.

## 2 Objetivo

### Objetivo general

Implementar el algoritmo de **descenso de gradiente** para minimizar la función cuadrática  $f(x) = (x - 3)^2$  y visualizar el proceso iterativo.

### Objetivos específicos

- Mostrar la actualización iterativa de  $x$  usando la derivada de la función.
- Permitir la manipulación de parámetros como el punto inicial, la tasa de aprendizaje ( $\alpha$ ) y el número máximo de iteraciones.
- Visualizar la convergencia del descenso de gradiente en una gráfica.

## 3 Desarrollo Teórico

### 3.1 Función objetivo

La función a minimizar es:

$$f(x) = (x - 3)^2$$

Es una función cuadrática convexa con un único mínimo global en  $x = 3$ .

### 3.2 Derivada de la función

La derivada de la función es:

$$f'(x) = 2(x - 3)$$

### 3.3 Regla de actualización

En cada iteración, el valor de  $x$  se actualiza usando la siguiente expresión:

$$x_{\text{nuevo}} = x_{\text{actual}} - \alpha \cdot f'(x_{\text{actual}})$$

Donde:

- $\alpha$ : Tasa de aprendizaje, que controla el tamaño del paso.
- $f'(x)$ : Derivada de la función en el punto actual.

### 3.4 Criterio de convergencia

El algoritmo se detiene si:

- La derivada es menor que un umbral de tolerancia ( $\text{tol}$ ).
- Se alcanza un número máximo de iteraciones.

## 4 Metodología

La implementación se realizó en el lenguaje de programación **R** utilizando **Shiny** para crear una aplicación interactiva. La aplicación permite:

- Ingresar un punto inicial ( $x$ ).
- Modificar la tasa de aprendizaje ( $\alpha$ ).
- Establecer un umbral de tolerancia y número máximo de iteraciones.
- Visualizar la trayectoria del descenso de gradiente en una gráfica.

## 5 Resultados

- **Mínimo encontrado:**  $x \approx 3$
- **Valor de la función:**  $f(x) = 0$
- **Número de iteraciones:** Dependiente del punto inicial y la tasa de aprendizaje.

### 5.1 Gráfica del resultado

En la Figura 1 se muestra la función cuadrática  $f(x) = (x - 3)^2$  (línea azul) y la trayectoria del descenso de gradiente (puntos rojos) desde el punto inicial hasta el mínimo global en  $x = 3$ .

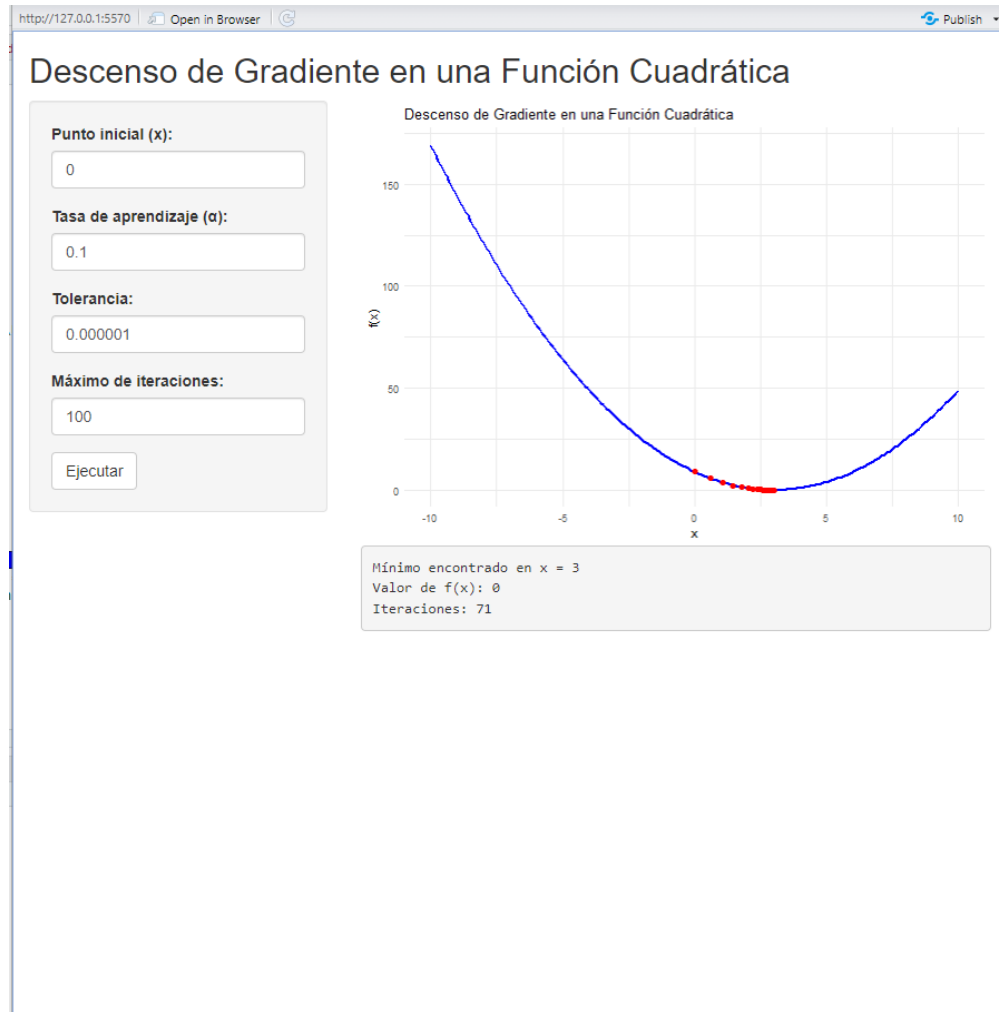


Figure 1: Trazo del descenso de gradiente en la función cuadrática  $f(x) = (x - 3)^2$ .

## 6 Conclusiones

- El descenso de gradiente es un método efectivo para encontrar el mínimo global de funciones convexas.
- La tasa de aprendizaje ( $\alpha$ ) influye directamente en la convergencia:
  - Si  $\alpha$  es muy grande, el algoritmo puede **divergir**.
  - Si  $\alpha$  es muy pequeño, la convergencia será **lenta**.
- El ejemplo demuestra la convergencia hacia el mínimo global  $x = 3$ , con visualización gráfica clara y control sobre los parámetros.