Universidad Nacional del Altiplano
Facultad de Ingeniería Estadística e Informática
Docente: Fred Torres Cruz
Autor : Erika Mishelle Arapa Condori

GITHUB

https://github.com/Mishell03/trabajo-caso-2-y-caso-3.git

Trabajo Encargado - Caso 2

Ejercicio 2.1. Indica el máximo, mínimo, ínfimo y supremo (si existen) de cada uno de los siguientes conjuntos:

i) A = {8, 6, 7, 5, 3, 0, 9},

Este es un conjunto finito de números enteros, por lo que podemos identificar claramente los valores de máximo, mínimo, ínfimo y supremo.

- **Máximo:** El valor más grande en el conjunto es 9.
- **Mínimo:** El valor más pequeño en el conjunto es 0.
- **Ínfimo:** Para un conjunto finito, el ínfimo coincide con el mínimo, por lo tanto, el ínfimo es 0.
- **Supremo:** Para un conjunto finito, el supremo coincide con el máximo, por lo tanto, el supremo es 9.

ii) B = [a, b), donde $a, b \in R$,

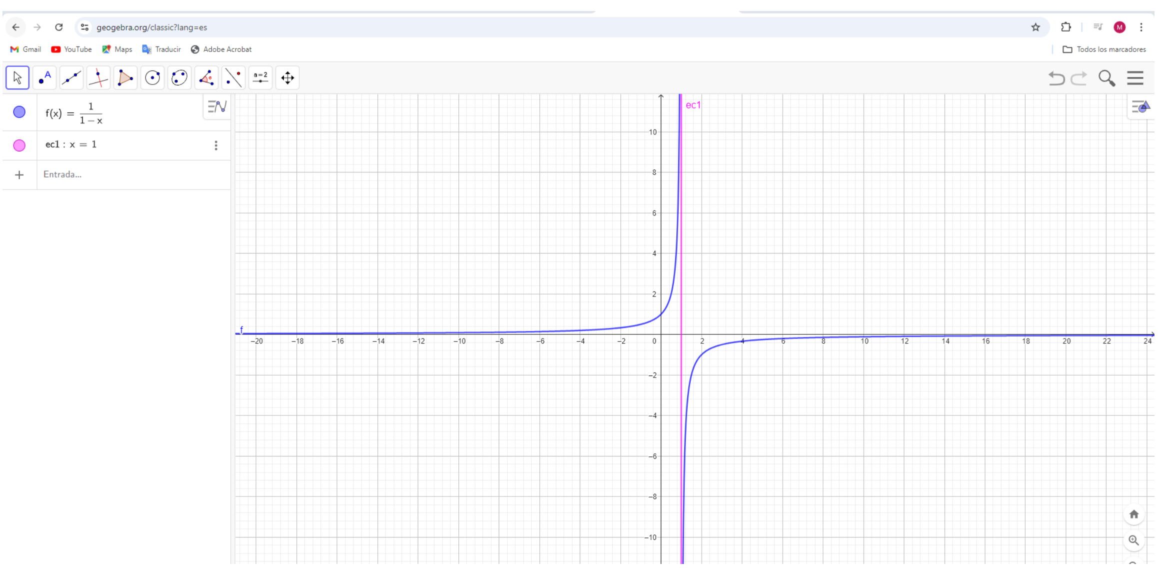
Este conjunto es un intervalo cerrado en los números reales, que incluye los extremos a y b.

- **Máximo:** El máximo es b, ya que es el extremo superior del intervalo cerrado.
- **Mínimo:** El mínimo es a, ya que es el extremo inferior del intervalo cerrado.
- **Ínfimo:** El ínfimo es a, ya que es el valor más bajo alcanzado por el intervalo.
- **Supremo:** El supremo es b, ya que es el valor más alto alcanzado por el intervalo.

iii) C = el rango de $f(x) = \frac{1}{1-x}$, donde $x \neq 1$,

Primero, analicemos la función $f(x) = \frac{1}{x}$. Tiene una asíntota vertical en $x = 1$, lo que significa que a medida que $x \to 1^-$, $f(x) \to \infty$ y cuando $x \to 1^+$, $f(x) \to -\infty$. La función es continua en todos los valores de x excepto en $x = 1$.

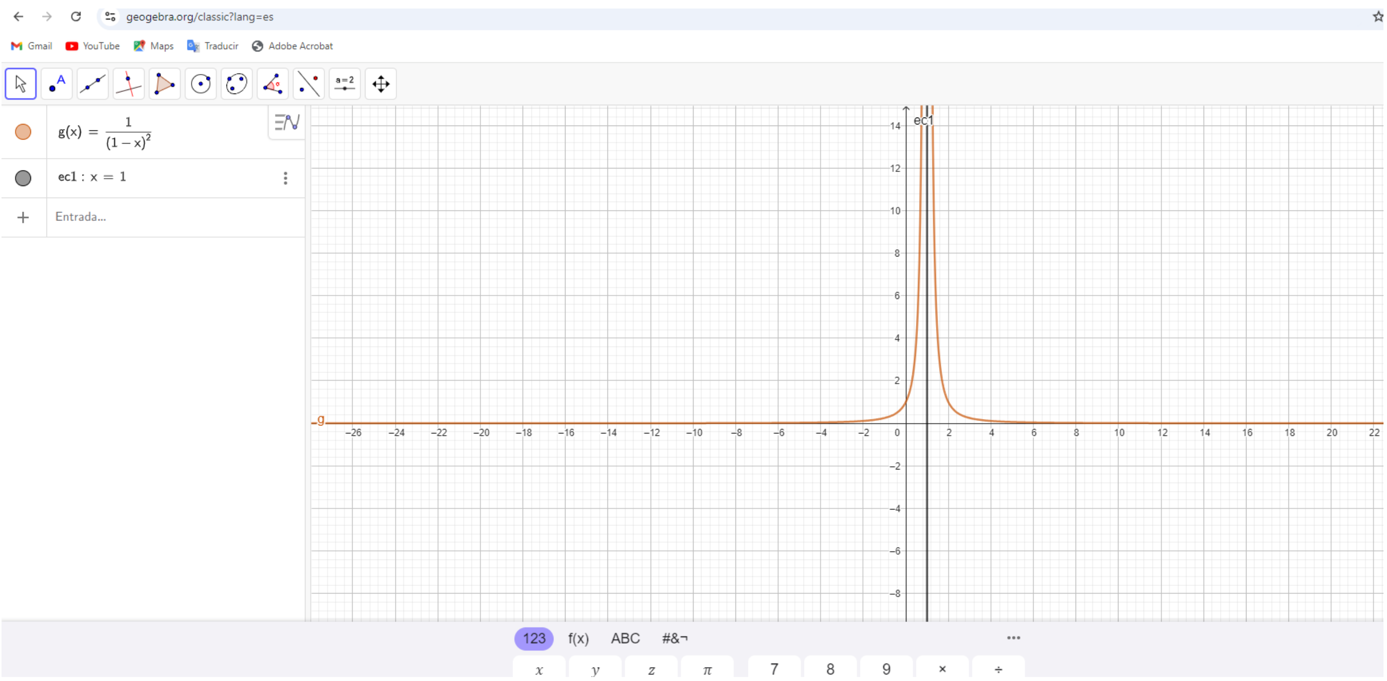
- **Rango:** La función puede tomar cualquier valor real, ya que la asíntota en $x = 1$ no limita el valor de salida. Entonces, el rango es $(-\infty, \infty)$.
- **Máximo:** No hay un máximo porque la función sigue creciendo indefinidamente a medida que $x \to 1^-$.
- **Mínimo:** No hay un mínimo porque la función sigue disminuyendo indefinidamente a medida que $x \to 1^+$.
- **Ínfimo:** No hay un ínfimo porque la función puede decrecer indefinidamente.
- **Supremo:** No hay un supremo porque la función puede crecer indefinidamente.



iv) D = el rango de $g(x) = \frac{1}{(1-x^2)^{1/2}}$, donde $x \neq \pm 1$,

La función $g(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$ está definida en el dominio $x \neq 1$, pero en este caso la función es siempre positiva debido a que $(1-x)^2$ nunca es negativo y el denominador nunca es cero.

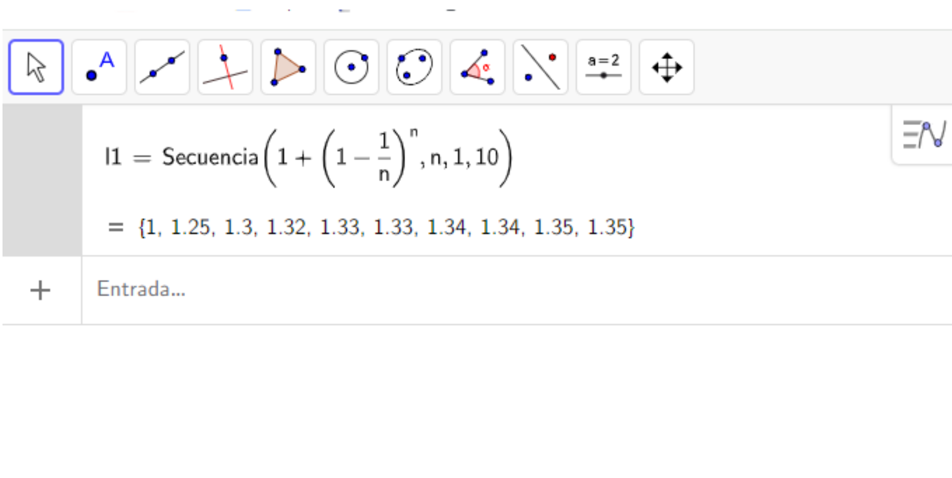
- **Rango:** Como $(1-x)^2$ no alcanza el cero, $g(x)$ siempre será positiva. Además, a medida que x se acerca a 1, $g(x)$ crece indefinidamente. El rango es $(0, \infty)$.
- **Máximo:** No hay un máximo ya que $g(x) \to \infty$ cuando $x \to 1^-$.
- **Mínimo:** El valor más pequeño que puede tomar $g(x)$ es cercano a 0, pero nunca lo alcanza. El límite inferior es 0.
- **Ínfimo:** El ínfimo es 0, ya que el valor más cercano que puede alcanzar la función es 0, pero nunca lo alcanza.
- **Supremo:** No hay un supremo ya que la función puede crecer indefinidamente.



v) E $= \left\{1 + \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n\right\}$, donde n es un número entero positivo

Primero, notemos que a medida que n crece, $\left(\frac{1}{n}\right)$ tiende a 0. Entonces:

- Cuando $n = 2$, $E = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 + \frac{1}{4} = 1{,}25$.
- A medida que $n \to \infty$, $\left(\frac{1}{n}\right)^n$ tiende a 0, y por lo tanto, $E \to 1$.
- **Máximo:** El valor máximo ocurre cuando $n = 2$, y el valor es aproximadamente 1.25.
- **Mínimo:** El valor mínimo ocurre cuando $n = \infty$, y el valor es aproximadamente 0.5.
- **Ínfimo:** El ínfimo es 0, ya que es el valor mínimo al cual la función es mayor o igual.
- **Supremo:** El supremo es 1,25, ya que es el valor máximo alcanzado cuando $n = 2$.



vi) F = el conjunto de números primos.

1. **Mínimo:** El conjunto de los números primos es infinito y comienza con el número 2, que es el número primo más pequeño. Por lo tanto, el mínimo de F es 2.

2. **Máximo:** No existe un número primo mayor, ya que los números primos son infinitos. Por lo tanto, no existe máximo en F.

3. **Ínfimo:** El ínfimo de un conjunto es el mayor número que es menor o igual a todos los elementos del conjunto. En este caso, como el conjunto de los números primos tiene un mínimo bien definido (que es 2), el ínfimo también es 2.

4. **Supremo:** El supremo es el menor número que es mayor o igual a todos los elementos del conjunto. Dado que el conjunto de los números primos no tiene un número primo mayor (porque es infinito), el supremo no existe.