

(u ovoj tablici zaokružiti brojeve rješanih zadataka)

Ime i prezime	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Ukupno

ZEMRIS

21.1.2004.

### Treća kontrolna zadaća iz predmeta **Automati, formalni jezici i jezični procesori 1**

1. Regularnim izrazom opisati nizove koje prihvaća zadani DKA.

	a	b	c	
q <sub>0</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>1</sub>	0
q <sub>1</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>1</sub>	1
q <sub>2</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>1</sub>	1
q <sub>3</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>3</sub>	0

2. Formalno definirati Turingov stroj.

3. Izgraditi potisni automat koji provjerava da li je matematički izraz pravilno napisan u postfiks notaciji (u nepravilnom nizu ne odgovara odnos operatora i operandi, npr.  $12^{*+}$ ). U izrazima se pojavljuju dekadski znamenke (svaka je zasebni operand!) i operatori  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$ . Automat prihvaća praznim stogom. Provesti odgovarajuću transliteraciju (pretvorbu) znakova.

4. Dokazati istovjetnost jezika koje je moguće generirati kanonskim slijedom i rekurzivnih jezika.

5. Izbaciti jedinične i  $\epsilon$  produkcije iz zadane gramatike.

$S \rightarrow cdDa$	$B \rightarrow C$	$C \rightarrow cC$
$S \rightarrow aAa$	$B \rightarrow \epsilon$	$C \rightarrow D$
$A \rightarrow B$	$B \rightarrow bcB$	$D \rightarrow cdD$
$A \rightarrow \epsilon$		$D \rightarrow \epsilon$

6. Jezik  $L$  sastoji se od nizova oblika  $w\$ (w^c)^R$  pri čemu za niz  $w$  vrijedi:  $w \in (0+1)^+$ . Oznaka  $(w^c)^R$  predstavlja obrnuto napisani jedinični komplement niza  $w$  (zagrade nisu dio ulaznog niza!). Odrediti (najužu) klasu jezika u koju spada jezik  $L$ , odrediti pripadni (najjednostavniji) automat koji ga prihvaća te odrediti vremensku složenost prihvatanja jezika  $L$ .

7. Opisati konstrukciju kontekstno ovisne gramatike koja generira jezik koji prihvaća linearno ograničeni automat.

8. Konstruirati gramatiku nad abecedom  $\{a,b,c\}$  koja generira nizove oblika  $a^i b^j c^{i+j} b^j a^i$  uz  $i, j \geq 0$ .

9. Opisati model kojim se ocjenjuje vremenska složenost prihvatanja jezika.

10. Konstruirati deterministički Turingov stroj koji pretvara brojeve zapisane u bazi 3 u brojeve zapisane u bazi 9. Početni broj u bazi 3 zapisan je na traci TS-a. Traka TS-a je dvostrano beskonačna i ima samo jedan trag. U polju trake lijevo od najznačajnije znamenke početnog broja nalazi se znak  $X$ . Ostala polja trake ispunjena su praznim znakovima  $B$ . Na početku rada glava TS-a nalazi se na znaku  $X$ . Pretvoreni broj u bazi 9 potrebno je zapisati lijevo od znaka  $X$ , počevši od najmanje značajne znamenke koja je neposredno uz taj znak.

(u ovoj tablici zaokružiti brojeve rješanih zadataka)

Ime i prezime	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Ukupno

ZEMRIS

10.12.2003.

## Drua kontrolna zadaća iz predmeta **Automati, formalni jezici i jezični procesori 1**

- Konstruirati potisni automat  $M$  koji praznim stogom prihvaća nizove nad abecedom  $\{a,b,c\}$  za koje vrijede sljedeća dva uvjeta:
  - $n_a=4 \cdot n_c=8 \cdot n_b$  – gdje vrijednosti  $n_a$ ,  $n_b$  i  $n_c$  odgovaraju broju pojavljivanja odgovarajućih znakova u nizu,
  - neposredno iza svakog znaka  $c$  moraju biti tri znaka  $a$ , a iza svakog znaka  $b$  moraju biti dva znaka  $a$ .

- Opisati postupak pretvorbe desno-linearne gramatike u jednostavnu gramatiku pogodnu za konstrukciju NKA.

- Provjeriti da li zadani LR parser prihvaća niz  $aaacabac$ . Redukcije su u tablici opisane posebnim formatom,  $r(X,n)$ . Oznaka  $X$  označava koji je nezavršni znak s lijeve strane produkcije, a brojka  $n$  određuje broj znakova s desne strane te produkcije.

	a	b	c	$\perp$	S	A	B
0	s2				1	3	
1				prihvati			
2	s2		s5		4	6	
3		s9					7
4				$r(S,2)$			
5	$r(A,2)$	$r(A,2)$		$r(A,2)$			
6	s8	s9					7
7				$r(S,2)$			
8	$r(A,3)$	$r(A,3)$		$r(A,3)$			
9	s11					10	
10				$r(B,2)$			
11	s11		s5			12	
12	s8						

- Zadanu gramatiku pretvoriti u lijevo-linearnu gramatiku.

$S \rightarrow abS$

$A \rightarrow aS$

$S \rightarrow bA$

$A \rightarrow baA$

$S \rightarrow \epsilon$

$A \rightarrow bab$

	a	b	c	$\epsilon$	
$q_0$	$q_0, q_1$	$q_0$	$q_0$	$q_3$	0
$q_1$	-	$q_1$	$q_1$	-	1
$q_2$	$q_2$	$q_2$	-	-	1
$q_3$	$q_4$	$q_2$	$q_6$	-	0
$q_4$	$q_4$	$q_5$	-	-	0
$q_5$	-	$q_5$	$q_5$	-	1
$q_6$	$q_6$	-	$q_6$	-	1

- Pretvoriti zadani  $\epsilon$ -NKA u DKA.

- Opisati postupak konstrukcije potisnog automata  $M_2$  koji prihvaća prihvatljivim stanjem iz potisnog automata  $M_1$  koji prihvaća praznim stogom.

- Konstruirati DKA koji prihvaća nizove opisane zadanim regularnim izrazom.

$$(a^+ + ab^*)(a^+ + b^+)^+(a^+ + b^+)^*(a^+bc + b^+c)$$

- Pokazati da kontekсно neovisni jezici nisu zatvoreni s obzirom na presjek.

- Konstruirati Mealyev automat koji kao izlaz daje ostatak dijeljenja ulaznog broja s 8. Dijeljeni broj učitava se od najmanje značajne znamenke prema najviše značajnoj znamenici. Ulazni niz zapisan je kao binarni broj, a izlaz je dekadski broj. Mealyev automat u trenucima kad nema izlaza (npr. ostatak još nije izračunat) ispisuje znak -.

(u ovoj tablici zaokružiti brojeve rješanih zadataka)

Ime i prezime	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Ukupno

ZEMRIS

12.11.2003.

Prva kontrolna zadaća iz predmeta **Automati, formalni jezici i jezični procesori 1**

1. Konstruirati minimalni DKA koji prihvaća oktalno zapisane brojeve koji su djeljivi s tri, a nisu djeljivi s dva. DKA čita brojeve počevši od znamenke najveće težine.

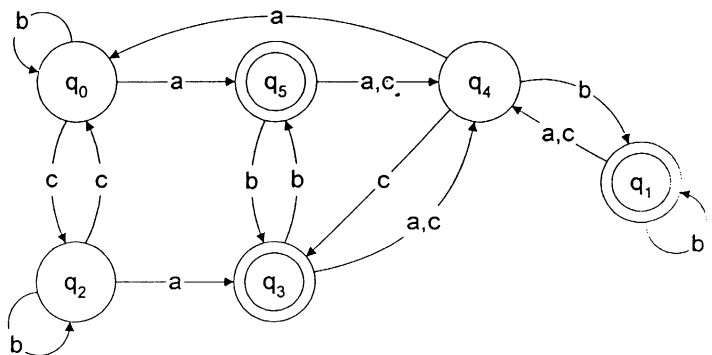
2. Formalno definirati DKA i pripadnu funkciju  $\delta$ .

$\delta$	a	b	c	$\lambda$
q <sub>0</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>0</sub>	q <sub>2</sub>	B
q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>4</sub>	q <sub>3</sub>	A
q <sub>2</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>	D
q <sub>3</sub>	q <sub>0</sub>	q <sub>4</sub>	q <sub>4</sub>	C
q <sub>4</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>2</sub>	E

3. Zadani Mooreov automat pretvoriti u Mealyev automat.

4. Opisati postupak pretvorbe  $\epsilon$ -NKA u NKA.

5. Uporabom algoritma podjele stanja (2. algoritam) minimizirati DKA zadan dijagramom.



6. Jezici  $L_1$  i  $L_2$  definirani su nad abecedom  $\{a,b,c\}$ . Jezik  $L_1$  sadrži sve nizove čiji je sufiks  $ab$ , a jezik  $L_2$  sadrži sve nizove u kojima nema uzastopnog ponavljanja znaka  $b$  i znaka  $c$  (tj. zabranjeno je pojavljivanje podnizova  $bb$  i  $cc$ ). Konstruirati DKA  $M$  koji prihvaća jezik  $L=L_1 \cap L_2$ .

7. Navesti svojstva  $\epsilon$ -NKA dobivenog postupkom konstrukcije iz regularnog izraza.

8. Formalno ispitati da li zadani DKA  $M_1$  i  $\epsilon$ -NKA  $M_2$  prihvaćaju iste jezike.

$M_1$	a	b	c	
q <sub>0</sub>	q <sub>0</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>	1
q <sub>1</sub>	q <sub>0</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>3</sub>	0
q <sub>2</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>2</sub>	0
q <sub>3</sub>	q <sub>0</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>2</sub>	0

$M_2$	a	b	c	$\epsilon$	
p <sub>0</sub>	p <sub>0</sub> , p <sub>2</sub>	p <sub>1</sub>	-	p <sub>2</sub>	1
p <sub>1</sub>	-	p <sub>2</sub>	p <sub>2</sub>	p <sub>2</sub>	0
p <sub>2</sub>	p <sub>0</sub>	-	-	-	0

9. Dokazati da su regularni jezici zatvoreni s obzirom na nadovezivanje.

10. Regularnim definicijama opisati brojeve koji se koriste u programskom jeziku C i srodnim jezicima. Brojevi mogu biti realni i cijeli, a cijeli brojevi se dalje dijele na oktalne, dekadске i heksadekadске. Oktalni brojevi uvijek počinju nulom, a heksadekadski počinju prefiksom **0x** ili **0X**. Svaki broj može imati predznak (+ ili -), a realni brojevi uvijek uključuju bar jednu znamenku i decimalnu točku. EkspONENT realnog broja nije obavezan, ali može uključivati oba predznaka. Sva slova koja se pojavljuju u zapisu brojeva mogu biti velika ili mala (npr.  $0xa1f=0XA1F$ ,  $+1.23e-12=+1.23E-12$ , itd.)

(zaokružiti brojeve rješanih zadataka u tablici ispod)

Ime i prezime	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Ukupno

ZEMRIS

11.1.2003.

Treća kontrolna zadaća iz predmeta **Automati, formalni jezici i jezični procesori 1**1. Zadani DKA  $M_1$  minimizirati uz uporabu metode podjele stanja.

2. Opisati postupak simulacije Turingovog stroja s jednom trakom pomoću stogovnog stroja s dva stoga.

3. Konstruirati  $\epsilon$ -NKA  $M_3$  za zadanu gramatiku. $S \rightarrow Sba$        $A \rightarrow Aab$  $S \rightarrow Sa$        $A \rightarrow Ab$  $S \rightarrow Ac$        $A \rightarrow Sc$  $S \rightarrow \epsilon$        $A \rightarrow \epsilon$ 

4. Dokazati da dijagonalni jezik nije rekurzivno prebrojiv.

5. Za zadanu gramatiku:

a) odrediti klasu gramatike prema Chomskyjevoj hijerarhiji,

b) odrediti da li je gramatika jednoznačna,

c) regularnim izrazom opisati nizove koje gramatika generira,

d) odrediti koliko različitih nizova duljine 3 znaka gramatika može generirati.

$M_1$	q	x	y	w	
$q_0$	$q_0$	$q_1$	$q_3$	$q_5$	0
$q_1$	$q_4$	$q_0$	$q_3$	$q_8$	0
$q_2$	$q_5$	$q_4$	$q_9$	$q_3$	0
$q_3$	$q_3$	$q_1$	$q_5$	$q_4$	0
$q_4$	$q_4$	$q_4$	$q_3$	$q_8$	0
$q_5$	$q_5$	$q_3$	$q_5$	$q_4$	1
$q_6$	$q_4$	$q_9$	$q_7$	$q_5$	1
$q_7$	$q_6$	$q_0$	$q_9$	$q_2$	1
$q_8$	$q_8$	$q_3$	$q_8$	$q_1$	1
$q_9$	$q_3$	$q_2$	$q_7$	$q_6$	1

$S \rightarrow TT$	$A \rightarrow Ac$	$B \rightarrow fB$
$T \rightarrow Abc$	$A \rightarrow cA$	$B \rightarrow eB$
$T \rightarrow f$	$A \rightarrow AT$	$B \rightarrow rB$
$T \rightarrow fSA$	$A \rightarrow TA$	$B \rightarrow \epsilon$
$T \rightarrow fB$		

6. Konstruirati Turingov stroj  $M_6$  u osnovnom obliku koji računa broj znakova  $n_a$  i  $n_b$  u nizu  $w \in (a+b)^*$ . Rezultat treba ispisati u obliku  $=n_a 1 n_b$  pri čemu se vrijednosti  $n_a$  i  $n_b$  prikazuju odgovarajućim brojem znakova 0 (jedan znak 0 označava vrijednost 1, a odsutnost znakova 0 predstavlja vrijednost 0). Početni zapis na traci je  $w=1B$  gdje je B oznaka za prazninu. Niz w ne mora ostati zapisan na traci, a glava se nalazi na početku niza w.

7. Dokazati da su kontekсно ovisni jezici zatvoreni s obzirom na nadovezivanje.

8. Konstruirati kontekсно ovisnu gramatiku nad abecedom  $\{a,b\}$  koja generira nizove oblika  $a^i b^j a^k$  uz  $i,j,k \geq 1$  te  $i+k \geq j$ .

9. Definirati polinomne klase složenosti jezika.

10. Zadani Turingov stroj  $M_{10} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{X, Y\}, \{X, Y, B\}, \delta, q_0, B, q_0)$  prihvaća jezik  $L = L(M_{10})$ . Na početku rada, glava Turingovog stroja nalazi se na krajnje lijevom znaku ulaznog niza, a iza zadnjeg znaka u nizu postoji bar jedna praznina. Opisati nizove iz jezika L regularnim izrazom. Odrediti broj pomaka glave Turingovog stroja  $M_{10}$  potrebnih za *prihvatanje* niza duljine  $n$  kao funkciju  $f(n)$ . Odrediti općenitu prostornu i vremensku složenost prihvatanja jezika L.

$M_{10}$	X	Y	B
$q_0$	$q_1, B, R$	$q_2, B, R$	-
$q_1$	$q_1, X, R$	$q_1, Y, R$	$q_3, B, L$
$q_2$	$q_2, X, R$	$q_2, Y, R$	$q_4, B, L$
$q_3$	$q_5, B, L$	-	-
$q_4$	-	$q_5, B, L$	-
$q_5$	$q_5, X, L$	$q_5, Y, L$	$q_0, B, R$

(zaokružiti brojeve rješanih zadataka u tablici ispod)

Ime i prezime	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Ukupno
-											

ZEMRIS

7.12.2002.

## Druga kontrolna zadaća iz predmeta **Automati, formalni jezici i jezični procesori 1**

1. Jezik  $L$  definiran je nad abecedom  $\{a,b,c\}$  i sastoji se od svih nizova u kojima se ne pojavljuje podniz  $aba$ . Opisati nizove iz jezika  $L$  pomoću regularnog izraza.
2. Navesti formalnu definiciju kontekstno neovisne gramatike.
3. Konstruirati potisni automat  $M$  koji praznim stogom prihvća nizove nad abecedom  $\{a,b,c\}$  za koje vrijede sljedeća dva uvjeta:
  - a)  $n_c = 4 \cdot n_b = 8 \cdot n_a$  – gdje vrijednosti  $n_a$ ,  $n_b$  i  $n_c$  odgovaraju broju pojavljivanja odgovarajućih znakova u nizu,
  - b) neposredno iza svakog znaka  $a$  moraju biti četiri znaka  $c$ , a iza svakog znaka  $b$  moraju biti dva znaka  $c$ .

U rješenju zadatka nije dopušteno koristiti pretvorbu znakova.

4. Opisati postupak odbacivanja mrtvih znakova gramatike.
5. Konstruirati kontekstno neovisnu gramatiku  $G$  koja generira nizove iz jezika  $L = \{ a^i b^j c^k d^j e^{i+m} \mid i > 1, 0 \leq j \leq 2, m > 3, k > 4 \}$ .
6. Konstruirati potisni automat  $M$  koji prihvća nizove koje generira zadana gramatika  $G$ .

$S \rightarrow a b A c$	$A \rightarrow a A b A c$
$S \rightarrow b A S$	$A \rightarrow a A c$
$S \rightarrow c c$	$A \rightarrow b A$
$S \rightarrow \varepsilon$	$A \rightarrow c$

7. Opisati postupak konstrukcije kontekstno neovisne gramatike koja generira jezik koji se prihvća praznim stogom potisnog automata.
8. Zadano lijevo-linearnu gramatiku  $G_L$  pretvoriti u desno-linearnu gramatiku  $G_D$ .

$S \rightarrow S b a$   
 $S \rightarrow S a$   
 $S \rightarrow c$   
 $S \rightarrow \varepsilon$

9. Dokazati da je presjek kontekstno neovisnog jezika i regularnog jezika kontekstno neovisni jezik.
10. Minimizarati zadani DKA uz uporabu algoritma traženja neistovjetnih stanja (3. algoritam). Dobiveni automat prikazati tablično.

	a	b	c	
$q_0$	$q_4$	$q_1$	$q_0$	1
$q_1$	$q_7$	$q_3$	$q_6$	0
$q_2$	$q_0$	$q_6$	$q_5$	1
$q_3$	$q_4$	$q_7$	$q_3$	1
$q_4$	$q_3$	$q_7$	$q_3$	0
$q_5$	$q_2$	$q_5$	$q_4$	1
$q_6$	$q_6$	$q_4$	$q_4$	1
$q_7$	$q_1$	$q_0$	$q_6$	0

(zaokružiti brojeve rješanih zadataka u tablici)

Ime i prezime	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Ukupno

ZEMRIS

9.11.2002.

### Prva kontrolna zadaća iz predmeta **Automati, formalni jezici i jezični procesori 1**

1. Konstruirati minimalni DKA koji prihvaća dekadске brojeve djeljive s 15. DKA brojeve treba čitati od znamenke najveće težine prema znamenki najmanje težine.
2. Opisati jednostavan algoritam pronalaženja istovjetnih stanja (1. algoritam).
3. Na temelju zadanog Mealyevog automata, konstruirati istovjetni Mooreov automat.

$\delta$	0	1
$q_0$	$q_2$	$q_0$
$q_1$	$q_0$	$q_1$
$q_2$	$q_1$	$q_3$
$q_3$	$q_3$	$q_2$

$\lambda$	0	1
$q_0$	b	d
$q_1$	d	c
$q_2$	c	a
$q_3$	a	b

	a	b	c	
$q_0$	$q_1$	$q_3$	$q_2$	1
$q_1$	$q_1$	$q_4$	$q_5$	1
$q_2$	$q_5$	$q_4$	$q_7$	0
$q_3$	$q_6$	$q_3$	$q_9$	0
$q_4$	$q_6$	$q_3$	$q_7$	0
$q_5$	$q_8$	$q_4$	$q_7$	0
$q_6$	$q_1$	$q_3$	$q_2$	1
$q_7$	$q_6$	$q_3$	$q_7$	0
$q_8$	$q_1$	$q_4$	$q_5$	1
$q_9$	$q_9$	$q_9$	$q_9$	0

4. Opisati postupak pretvorbe NKA u DKA.
5. Minimizarati zadani DKA uz uporabu algoritma pronalaženja neekvivalentnih stanja (3. algoritam).
6. Ispitati istovjetnost zadanih regularnih izraza.
  - a)  $a^+[b^*+c(a+c)^*]^+a^*(b^*+c^+)=a(a+b+c)^*c$
  - b)  $b(b+c)^*b(a+c)^*=bc^*b[(b+c)^*+a(a+c)^*]$
7. Opisati generator konačnog automata.
8. Zadani  $\varepsilon$ -NKA pretvoriti u DKA.

	a	b	c	$\varepsilon$	
$q_0$	$q_1, q_2$	—	$q_2$	$q_3$	1
$q_1$	—	$q_3$	—	$q_4$	0
$q_2$	$q_2, q_4$	$q_1$	$q_4$	—	0
$q_3$	$q_0$	$q_3$	—	—	0
$q_4$	—	—	$q_4$	$q_3$	0

9. Navesti rekurzivna pravila za regularne izraze te pravila asocijativnosti i prednosti za osnovne operatore koji se koriste u regularnim izrazima.
10. Formalno ispitati istovjetnost zadanih DKA  $M_1$  i DKA  $M_2$ .

$M_1$	a	b	c	
$q_0$	$q_0$	$q_1$	$q_2$	1
$q_1$	$q_3$	$q_1$	$q_2$	1
$q_2$	$q_3$	$q_3$	$q_2$	1
$q_3$	$q_3$	$q_3$	$q_3$	0

$M_2$	a	b	c	
$p_0$	$p_0$	$p_1$	$p_1$	1
$p_1$	$p_3$	$p_1$	$p_2$	1
$p_2$	$p_3$	$p_2$	$p_2$	1
$p_3$	$p_3$	$p_3$	$p_3$	0

Ime i prezime	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Ukupno

ZEMRIS

14.1.2002.

### Treća kontrolna zadaća iz predmeta **Automati, formalni jezici i jezični procesori 1**

1. Konstruirati Turingov stroj u osnovnom obliku koji provjerava da li je neprazni ulazni niz oblika  $1^{2^n}$ ,  $n \geq 0$  (broj jedinica mora biti potencija broja 2). S obje strane niza postoji praznina, a glava je početno na prvom znaku 1 gledano s lijeva.

2. Definirati deterministički potisni automat.

3. Izbaciti jedinične i  $\varepsilon$ -produkcije iz zadane gramatike.

 $S \rightarrow aAbBcC$ 
 $B \rightarrow dCCMa$ 
 $M \rightarrow abcd$ 
 $S \rightarrow AcMab$ 
 $B \rightarrow aaBCbb$ 
 $M \rightarrow aAc$ 
 $A \rightarrow bBdaC$ 
 $B \rightarrow M$ 
 $M \rightarrow \varepsilon$ 
 $A \rightarrow cMa$ 
 $C \rightarrow ccC$ 
 $A \rightarrow \varepsilon$ 
 $C \rightarrow c$ 

4. Opisati postupak simulacije Turingovog stroja s višestrukim trakama pomoću Turingovog stroja s višestrukim tragovima.

5. Minimizirati zadani DKA uz uporabu metode podjele skupa stanja (2. metoda).

	a	b	c	d	
$q_0$	$q_0$	$q_9$	$q_8$	$q_1$	1
$q_1$	$q_1$	$q_0$	$q_7$	$q_8$	0
$q_2$	$q_2$	$q_5$	$q_6$	$q_1$	1
$q_3$	$q_3$	$q_7$	$q_8$	$q_1$	1
$q_4$	$q_4$	$q_6$	$q_3$	$q_7$	0
$q_5$	$q_5$	$q_4$	$q_2$	$q_0$	1
$q_6$	$q_6$	$q_3$	$q_7$	$q_4$	0
$q_7$	$q_7$	$q_4$	$q_1$	$q_0$	0
$q_8$	$q_8$	$q_1$	$q_0$	$q_7$	0
$q_9$	$q_9$	$q_4$	$q_6$	$q_0$	0

6. Konstruirati kontekstno ovisnu gramatiku koja generira nizove oblika  $1^{2^n}$ ,  $n \geq 0$ .

7. Dokazati da su rekurzivno prebrojivi jezici zatvoreni s obzirom na uniju.

8. Konstruirati Turingov stroj s dvostruko beskonačnom trakom koji invertira binarni broj zapisan na traci (invertirani broj može započinjati nulama). Na početku rada Turingovog stroja nije poznat položaj glave u odnosu na niz (potrebno je pronaći položaj niza na traci). Na koji način je moguće ubrzati rad konstruiranog Turingovog stroja bez promjene skupa znakova trake?

9. Jezik  $L_1$  svodi se u logaritamskom prostoru na jezik  $L_2$ . Dokazati da ako je  $L_2$  u klasi  $P$  onda je i  $L_1$  u klasi  $P$ .

10. Konstruirati gramatiku koja generira nizove oblika  $a^i b^j c^i d^j e^i$  pri čemu su  $i, j \geq 1$ .

Ime i prezime	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Ukupno

ZEMRIS

26.11.2001.

## Druga kontrolna zadaća iz predmeta **Automati, formalni jezici i jezični procesori 1**

1. Iz zadanog potisnog automata  $M_1$  koji nizove prihvaća praznim stogom, konstruirati potisni automat  $M_2$  koji nizove prihvaća prihvatljivim stanjem.

PA  $M_1 = (\{q_0\}, \{a, b, c, d, e\}, \{X, Y, Z\}, q_0, \delta, Z, \emptyset)$

$\delta(q_0, a, Z) = (q_0, Z)$

$\delta(q_0, a, X) = (q_0, X)$

$\delta(q_0, a, Y) = (q_0, Y)$

$\delta(q_0, b, Z) = (q_0, XZ)$

$\delta(q_0, b, X) = (q_0, XX)$

$\delta(q_0, b, Y) = (q_0, XY)$

$\delta(q_0, d, Z) = (q_0, YZ)$

$\delta(q_0, c, X) = (q_0, \varepsilon)$

$\delta(q_0, d, Y) = (q_0, YY)$

$\delta(q_0, \varepsilon, Z) = (q_0, \varepsilon)$

$\delta(q_0, d, X) = (q_0, YX)$

$\delta(q_0, e, Y) = (q_0, \varepsilon)$

2. Navesti algoritam za izbacivanje jediničnih produkcija iz kontekstno neovisne gramatike.
3. Iz potisnog automata  $M_1$  zadanog u prvom zadatku općenitim postupkom konstruirati kontekstno neovisnu gramatiku.
4. Navesti postupak konstrukcije NKA iz pojednostavljene gramatike.
5. Konstruirati gramatiku koja generira nizove iz jezika  $L = \{a^i b^j c^k d^l e^l \mid i, j, k, l > 0\}$ .
6. Izbaciti sve beskorisne znakove iz slijedeće gramatike.

$S \rightarrow cAbD$

$B \rightarrow baEdA$

$C \rightarrow dcBCb$

$D \rightarrow dbdD$

$S \rightarrow aCbB$

$B \rightarrow bB$

$C \rightarrow bEcA$

$D \rightarrow dcA$

$A \rightarrow dBCD$

$B \rightarrow \varepsilon$

$C \rightarrow aCBcd$

$D \rightarrow dAbc$

$A \rightarrow cA$

$C \rightarrow \varepsilon$

$E \rightarrow bcCdE$

$E \rightarrow dba$

7. Navesti postupak konstrukcije potisnog automata koji prihvaća praznim stogom iz potisnog automata koji prihvaća prihvatljivim stanjem.
8. Iz Mealyevog automata zadanog funkcijom prijelaza  $\delta$  i izlaznom funkcijom  $\lambda$  konstruirati Mooreov automat.
9. Dokazati da su kontekstno neovisni jezici zatvoreni s obzirom na Kleenov operator.

$\delta$	0	1	$\lambda$	0	1
$q_0$	$q_0$	$q_3$	$q_0$	0	0
$q_1$	$q_1$	$q_3$	$q_1$	0	1
$q_2$	$q_2$	$q_1$	$q_2$	1	1
$q_3$	$q_2$	$q_0$	$q_3$	1	0

10. Pretvoriti zadani  $\varepsilon$ -NKA u DKA.

	a	b	c	$\varepsilon$	
$q_0$	-	$q_3$	$q_4$	$q_1, q_2$	0
$q_1$	$q_4$	$q_3$	-	-	0
$q_2$	$q_4$	-	$q_4$	-	0
$q_3$	$q_3, q_5$	$q_3$	$q_3$	-	0
$q_4$	$q_4$	$q_4$	$q_4$	-	0
$q_5$	$q_5$	$q_3$	$q_3$	$q_3$	1



Ime i prezime	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Ukupno

ZEMRIS

29.10.2001.

### Prva kontrolna zadaća iz predmeta **Automati, formalni jezici i jezični procesori 1**

1. Jezik  $L$  čine heksadekadski brojevi dijeljivi s  $512_{(10)}$ . Pretpostavlja se da je 0 dijeljiva s  $512_{(10)}$  pa  $L$  sadrži broj 0. Jezik  $L$  ne sadrži prazan niz i brojeve koji počinju s 0 (npr.  $0A3_{(16)}$ ). Brojevi su zapisani tako da je znamenka najveće težine lijevo. Konstruirati minimalni DKA koji prihvaća jezik  $L$ . Napomena:  $512=2 \cdot 256=2 \cdot 16^2$ .
2. Navesti definiciju nedohvatljivog stanja i napisati algoritam za pronalaženje nedohvatljivih stanja.
3. Konstruirati minimalni DKA koji prihvaća jezik  $L=L_1 \cup L_2$ . Jezici  $L_1$  i  $L_2$  sastoje se od nizova opisanih regularnim izrazima  $r_1=b(a+b+c)^*a$  i  $r_2=c(a+b)^*b(a+c)^*$ .
4. Dokazati ekvivalenciju  $\varepsilon$ -NKA i DKA koji je dobiven pretvorbom  $\varepsilon$ -NKA  $\rightarrow$  NKA  $\rightarrow$  DKA.
5. Minimizirati zadani DKA uz uporabu metode pronalaženja neekvivalentnih stanja (3. metoda).

	a	b	c	d	
$q_0$	$q_0$	$q_3$	$q_6$	$q_8$	1
$q_1$	$q_1$	$q_4$	$q_6$	$q_3$	1
$q_2$	$q_4$	$q_5$	$q_0$	$q_2$	1
$q_3$	$q_6$	$q_8$	$q_7$	$q_3$	0
$q_4$	$q_6$	$q_7$	$q_3$	$q_1$	0
$q_5$	$q_6$	$q_8$	$q_0$	$q_8$	0
$q_6$	$q_0$	$q_5$	$q_6$	$q_8$	0
$q_7$	$q_7$	$q_5$	$q_6$	$q_3$	1
$q_8$	$q_6$	$q_5$	$q_0$	$q_3$	0

6. Jezik  $L$  nad abecedom  $\{a,b\}$  sastoji se od nizova u kojima je broj znakova  $a$  i  $b$  jednak, odnosno  $n_a=n_b=n$ . Jezik  $L$  sadrži i prazan niz. Minimalni DKA prihvaća sve nizove iz jezika  $L$  za koje je  $n \leq m$ . Izraziti broj stanja minimalnog DKA kao funkciju od  $m$ .
7. Dokazati da su regularni jezici zatvoreni s obzirom na operaciju komplementiranja.
8. Zadani  $\varepsilon$ -NKA pretvoriti u minimalni DKA.

	a	b	c	$\varepsilon$	
$q_0$	$q_1, q_3$	$q_2$	$q_0, q_1$	$q_2$	0
$q_1$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_3$	0
$q_2$	$q_2$	$q_3$	$q_1$	-	1
$q_3$	$q_3$	$q_1$	$q_1$	$q_1$	0

9. Opisati postupak ispitivanja nepraznosti regularnih jezika.
10. Konstruirati Mealyev automat koji učitava binarni broj i ispisuje rezultat cjelobrojnog dijeljenja učitano broj s  $2_{(10)}$ . Binarni broj zapisan je tako da je znamenka najveće težine lijevo.

1. Zadana su dva konačna automata:  $M = (\{S0\}, \{a, b\}, \{d(S0,a)=S0, d(S0,b)=S0\}, S0, \{\})$  i  $N = (\{S0, S1\}, \{a, b\}, \{d(S0,a)=S1, d(S0,b)=S1, d(S1,a)=S1, d(S1,b)=S1\}, S0, \{S0\})$ . Koje ulazne nizove prihvaćaju dani konačni automati? Opišite odnos između jezika koje ti automati prihvaćaju.
2. Konstruirajte  $\varepsilon$ -NKA iz zadanog regularnog izraza. Opišite postupak konstrukcije.  
 $L = ab + b(b^+ + a^+)^*$

3. Rekonstruirati gramatiku iz koje je nastao slijedeći potisni automat:

	(	)	+	*	konst.	$\perp$
<E>	1	2	2	2	3	2
<T>	2	2	4	5	2	5
<P>	2	6	2	4	2	6
)	2	7	2	2	2	2
$\nabla$	2	2	2	2	2	8

- 1: stavi <T><E>; pomakni
- 2: odbaci
- 3: stavi <T>; pomakni
- 4: stavi <E>; pomakni
- 5: stavi <P>; zadrži
- 6: izvuci; zadrži
- 7: izvuci; pomakni
- 8: prihvati

4. Opisati postupak konstrukcije linearno ograničenog automata za jezik zadan kontekstno-ovisnom gramatikom.
5. Opisati utjecaj broja traka Turingovog stroja na prostornu složenost.
6. Dokazati da ako se jezik  $L'$  polinomski svodi na jezik  $L$  tada je jezik  $L'$  u klasi  $P$  ako je jezik  $L$  u klasi  $P$ .
7. Opišite Chomskijevu hijerarhiju jezika, gramatika i automata.
8. Na ulaznoj traci Turingovog stroja zapisan je niz "\$1". Konstruirati TS koji će generirati redoslijedom sve potencije broja dva, a vrijednost broja predstavljena je na ulaznoj traci brojem jedinica. Brojevi su međusobno odijeljeni graničnikom "\$". (Primjer: nakon određenog vremena stanje na ulaznoj traci je: "\$1\$11\$1111")
9. Konstruirati gramatiku koja generira nizove oblika  $ww$ , gdje je  $w = (0+1)^*$ . Odredite tip izgrađene gramatike prema Chomskijevoj razredbi. Prikažite primjenu produkcija gramatike prilikom generiranja niza 0101.
10. Konstruirati Turingov stroj koji oduzima dva broja zapisana na traci binarnim znamenkama (0 i 1). Brojevi su zapisani tako da je najznačajnija znamenka lijevo, razdvojeni su nekim graničnikom, a rezultat se zapisuje desno od znaka "=" koji je već zapisan na traci desno odmah iza brojeva. Od prvog broja (lijevog) se oduzima drugi (desni) i prvi je sigurno veći.

Treća kontrolna zadaća iz predmeta **Automati, formalni jezici i jezični procesori 1**

1. Konstruirati Turingov stroj u osnovnom obliku koji provjerava da li je u ulaznom nizu isti broj znakova  $a$ ,  $b$  i  $c$ . Na traci se nalazi samo ulazni niz i praznine, nakon ispitivanja stanje na traci mora ostati nepromijenjeno.
2. Dokazati da su kontekstno-ovisni jezici pravi podskup rekurzivnih jezika.
3. Izbaciti sve jedinične i  $\epsilon$ -produkcije iz sljedeće gramatike.

$$\begin{array}{ll}
 S \rightarrow aAbBcC & B \rightarrow bcB \\
 S \rightarrow cdDa & B \rightarrow \epsilon \\
 S \rightarrow aAa & C \rightarrow cC \\
 A \rightarrow B & C \rightarrow D \\
 A \rightarrow \epsilon & D \rightarrow cdD \\
 & D \rightarrow \epsilon
 \end{array}$$

4. Dokazati da je unija dva rekurzivna jezika također rekurzivni jezik.
5. Pomoću regularnog izraza opisati sve nizove, uključujući i prazan niz, koji se sastoje od znakova 0, 1 i 2 te u kojima nema uzastopnog ponavljanja znakova 0 i 1.
6. Konstruirati Turingov stroj koji uvećava binarni broj zapisan na ulaznoj traci za  $101_{(2)}$ . Na ulaznoj traci se nalazi samo binarni broj, ako je upisan. Glava Turingovog stroja se na početku nalazi na praznini neposredno s lijeve strane broja. Ukoliko na prvoj sljedećoj poziciji s desna nema broja, Turingov stroj se treba ponašati kao da je ulazni broj bio 0.
7. Opisati postupak ubrzanja Turingovog stroja za konstantni faktor.
8. Konstruirati NKA za sljedeću gramatiku.

$$\begin{array}{lll}
 S \rightarrow Bca & A \rightarrow Aa & B \rightarrow Bcb \\
 S \rightarrow Aba & A \rightarrow Bb & B \rightarrow Bb \\
 & A \rightarrow \epsilon & B \rightarrow \epsilon
 \end{array}$$

9. Dokazati da ako se jezik  $L'$  polinomski svodi na jezik  $L$  tada je jezik  $L'$  u klasi  $P$  ako je jezik  $L$  u klasi  $P$ .
10. Konstruirati gramatiku koja generira nizove oblika  $a^i b^j c^k d^j e^i$ ,  $i, j, k \geq 1$ .

## Druga kontrolna zadaća iz predmeta Automati, formalni jezici i jezični procesori 1

1. Navesti i objasniti algoritam za izbacivanje  $\epsilon$ -produkcija iz kontekstno-neovisne gramatike.
2. Iz slijedećeg potisnog automata  $M_1$  koji prihvaća nizove prihvatljivim stanjem, konstruirati potisni automat  $M_2$  koji će nizove prihvaćati praznim stogom.

$$PA M_1 = (\{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \{N, J, K\}, q_0, \delta, K, \{q_1\})$$

$$\delta(q_0, 0, K) = (q_0, NK)$$

$$\delta(q_0, 1, N) = (q_0, \epsilon)$$

$$\delta(q_0, 1, K) = (q_0, JK)$$

$$\delta(q_0, 2, N) = \{(q_0, N), (q_1, \epsilon)\}$$

$$\delta(q_0, 2, K) = \{(q_0, K), (q_1, \epsilon)\}$$

$$\delta(q_0, 0, J) = (q_0, \epsilon)$$

$$\delta(q_0, \epsilon, K) = (q_1, \epsilon)$$

$$\delta(q_0, 1, J) = (q_0, JJ)$$

$$\delta(q_0, 0, N) = (q_0, NN)$$

$$\delta(q_0, 2, J) = \{(q_0, J), (q_1, \epsilon)\}$$

3. Detaljno navesti algoritam za konstrukciju NKA iz lijevo linearne gramatike.
4. Konstruirati gramatiku koja će generirati nizove znakova  $a, b, c, d$  pri čemu broj znakova  $a$  mora biti jednak broju znakova  $b$ . Gramatika ne smije generirati prazan niz.
5. Izbaciti sve beskorisne znakove iz slijedeće gramatike.

$$S \rightarrow bAbE$$

$$C \rightarrow eA$$

$$S \rightarrow aABc$$

$$C \rightarrow \epsilon$$

$$A \rightarrow beA$$

$$D \rightarrow cDAaB$$

$$A \rightarrow \epsilon$$

$$D \rightarrow bDaE$$

$$B \rightarrow dC$$

$$E \rightarrow ed$$

$$B \rightarrow aD$$

$$E \rightarrow ac$$

6. Navesti definiciju determinističkog potisnog automata, i obrazložiti pojedine uvjete.
7. Konstruirati potisni automat koji će provjeravati da li su u matematičkom izrazu pravilno upotrijebljene zagrade. Mogu se pojaviti sve tri vrste zagrada, odnosno:  $()$ ,  $[]$  i  $\{\}$ . Sve zagrade moraju biti pravilno ugniježdene (npr. nije dozvoljeno:  $\{ [] \}$ ). Provesti odgovarajuću transliteraciju preostalih matematičkih znakova.
8. Ispitati ekvivalentnost slijedećih regularnih izraza.
  - a)  $a^+(a^+ + \epsilon)ab(b^+ + \epsilon)^* = a^+b^+$
  - b)  $a^+(a^+ + b^+)^+b^+ = a(a+b)^+b$
9. Minimizirati slijedeći DKA uz uporabu metode za pronalaženje neekvivalentnih stanja (3. algoritam).

	a	b	c	
$q_0$	$q_5$	$q_6$	$q_7$	1
$q_1$	$q_1$	$q_8$	$q_1$	0
$q_2$	$q_7$	$q_6$	$q_4$	1
$q_3$	$q_3$	$q_6$	$q_1$	0
$q_4$	$q_2$	$q_1$	$q_5$	0
$q_5$	$q_5$	$q_6$	$q_1$	1
$q_6$	$q_6$	$q_3$	$q_1$	0
$q_7$	$q_7$	$q_8$	$q_7$	0
$q_8$	$q_8$	$q_8$	$q_1$	0

10. Dokazati da konkatencija dva kontekstno-neovisna jezika daje kontekstno-neovisan jezik.

Prva kontrolna zadaća iz predmeta **Automati, formalni jezici i jezični procesori I**

1. Opisati postupak konstrukcije Mealyevog iz Mooreovog automata.
2. Konstruirati DKA koji će provjeravati da li je heksadekadski zapisan broj djeljiv sa 5. Ulaznu abecedu čine znamenke 0-9 i slova A-F.
3. Opisati algoritam kojim se provjerava da li je regularni jezik prazan.
4. Konstruirati Mealyev konačni automat koji će iz izvornog programa u ANSI C-u izbacivati sve komentare. ANSI C podržava dvije vrste komentara - komentar ograđen znakovima /\* i \*/ te komentar koji počinje znakovima //, a završava na kraju tekućeg reda. Automat ne treba (i ne može) prepoznavati ugniježdene komentare. S obzirom na složenost znakova koji označavaju početke i kraj komentara, provesti transliteraciju.
5. Minimizirati slijedeći DKA metodom podjele stanja (2. algoritam).

	a	b	c	
q <sub>0</sub>	q <sub>0</sub>	q <sub>7</sub>	q <sub>2</sub>	1
q <sub>1</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>6</sub>	q <sub>0</sub>	0
q <sub>2</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>1</sub>	0
q <sub>3</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>	1
q <sub>4</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>1</sub>	0
q <sub>5</sub>	q <sub>4</sub>	q <sub>0</sub>	q <sub>1</sub>	1
q <sub>6</sub>	q <sub>6</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>1</sub>	0
q <sub>7</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>0</sub>	0

6. Konstruirati DKA koji će prepoznavati jezik  $L=L_1 \cdot L_2$ . Jezici  $L_1$  i  $L_2$  su zadani regularnim izrazima  $L_1=(a+c)^*b(b+c)^*$  i  $L_2=c(a+b)^*c$ .
7. Navesti i objasniti načine programskog ostvarenja funkcije prijelaza.
8. Konstruirati DKA iz slijedećeg  $\varepsilon$ -NKA.

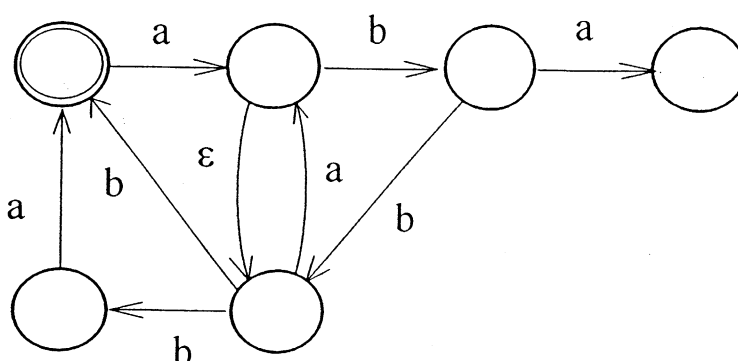
	a	b	c	$\varepsilon$	
q <sub>0</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>	0
q <sub>1</sub>	q <sub>1</sub> , q <sub>2</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>2</sub>	0
q <sub>2</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>3</sub>	-	0
q <sub>3</sub>	q <sub>2</sub>	-	-	-	1

9. Ulaznu abecedu DKA čine znakovi  $\{a,b,c\}$ . Konstruirati DKA koji će prihvaćati sve nizove u kojima je jednak broj pojavljivanja znakova ulazne abecede. Broj pojavljivanja pojedinog znaka, u svakom prefiksu niza koji je u jeziku, smije biti najviše za jedan veći od broja pojavljivanja svakog od preostala dva znaka. (Ako sa  $n_a$ ,  $n_b$  i  $n_c$  označimo broj pojavljivanja pojedinog znaka u prefiksu, tada moraju vrijediti slijedeće nejednakosti:  $|n_a - n_b| \leq 1$ ,  $|n_a - n_c| \leq 1$  i  $|n_b - n_c| \leq 1$ ) Npr. niz *abcbca* je u jeziku, ali niz *abbcca* nije u jeziku.
10. Dokazati svojstvo zatvorenosti regularnog jezika s obzirom na supstituciju.

Prva kontrolna zadaća iz predmeta  
*Automati, formalni jezici i jezični procesori I*

1. Metodom podjele stanja (Algoritam 2) minimizirati konačni automat zadan tablicom. Početno stanje je stanje "0".
2. Dokažite ekvivalentnost nedeterminističkog konačnog automata (NKA)  $M=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  izgrađenog iz nedeterminističkog konačnog automata s  $\epsilon$ -prijelazima ( $\epsilon$ -NKA)  $M'=(Q', \Sigma', \delta', q_0', F')$ .
3. Konstruirati Mooreov KA koji će kao izlaz dati ostatak dijeljenja cijelog broja sa tri. Broj je zadan oktalno te se učitava počevši od znamenke najveće težine.
4. Definirati ekvivalentnost stanja determinističkih konačnih automata. Objasniti postupak minimizacije determinističkog konačnog automata pronalaženjem neekvivalentnih stanja (Algoritam 3).
5. Nad abecedom  $\Sigma=\{ 0,1,2 \}$  definiran je jezik koji sadrži sve nizove ovih znakova u kojima nema dva uzastopna ponavljanja znakova '0' ili '1'. Opisati jezik regularnim izrazom.
6. Opisati algoritam za utvrđivanje beskonačnosti jezika  $L(M)$  kojega prihvaća deterministički konačni automat  $M$ .
7. Konstruirati i nacrtati DKA koji prihvaća zapise brojeva opisanih regularnim izrazom (znak '|' označava operator 'ILI'):  
 $(+|-|\epsilon) \text{ brojka}^+ (\epsilon| \text{ brojka}^+) (\epsilon|(E(+|-|\epsilon) \text{ brojka}^+))$
8. Nad abecedom  $\Sigma=\{ a, b, c \}$  definirani su jezici  $L_1$  i  $L_2$  opisani regularnim izrazima:  
 $l_1 = a^* b^* c^*$  i  $l_2 = a^* (b + c)^*$ . Konstruirati DKA koji će prihvaćati jezik  $L=L_2-L_1$ .
9. Dokažite svojstvo zatvorenosti regularnih izraza s obzirom na presjek.
10. Zadani  $\epsilon$ -NKA pretvoriti u ekvivalentni minimalni DKA.

	0	1	2	3	
0	0	5	1	3	1
1	1	3	8	5	0
2	2	7	0	5	0
3	3	8	5	1	0
4	4	2	7	8	0
5	5	2	3	8	0
6	6	2	0	3	0
7	7	0	5	2	0
8	8	4	1	3	1



Treća kontrolna zadaća iz predmeta  
*Automati, formalni jezici i jezični procesori I*

1. Konstruirati NKA na temelju zadane lijevo linearne gramatike:

$$\begin{aligned} \langle A \rangle &\rightarrow \langle A \rangle a \mid \langle B \rangle b \mid c & \langle C \rangle &\rightarrow \langle C \rangle c \mid e \\ \langle B \rangle &\rightarrow \langle B \rangle b \mid \langle C \rangle c \mid d \end{aligned}$$

2. Opisati konstrukciju TS  $M_2$  ekvivalentnog TS  $M_1$  uz sažimanje prostora na TS  $M_2$  za konstantni faktor  $c$ .
3. Konstruirati minimalni DKA koji prihvaća jezik  $L = L_1 \cap L_2^c$ . Jezici su zadani regularnim izrazima  $l_1 = (a+b)^*(b+c)^*(a+c)^*$  i  $l_2 = (a+b)^*(a+c)^*$ .
4. Opišite utjecaj broja traka Turingovog stroja na vremensku složenost izračunavanja.

5. Zadani DKA minimizirati primjenom metode pronalaženja ekvivalentnih stanja (Algoritam 1).

	a	b	
0	4	6	0
1	3	7	0
2	7	0	0
3	5	4	0
4	3	1	0
5	3	3	1
6	7	2	0
7	3	4	0

6. Za zadanu kontekstno neovisnu gramatiku konstruirati ekvivalentni potisni automat:

$$\begin{aligned} \langle S \rangle &\rightarrow 1 \langle B \rangle 0 \langle S \rangle \mid \varepsilon \\ \langle B \rangle &\rightarrow 1 \langle B \rangle 1 \mid 01 \end{aligned}$$

7. Konstruirati kontekstno neovisnu gramatiku koja generira sve nizove oblika  $w = \{ a^i b^j c^k d^j e^i \mid i, j, k \geq 0 \}$ .
8. Konstruirati TS u osnovnom obliku koji će prihvaćati nizove oblika  $ww$  gdje su  $w$  svi nizovi znakova 0 i 1 (naputak: TS je nedeterministički).
9. Dokazati da je jezik  $L$  rekurzivan ako su jezici  $L$  i njegov komplement  $L^c$  oba rekurzivno prebrojivi.
10. Konstruirati gramatiku koja generira sve nizove oblika  $w = \{ 0^n 1^n 2^n \mid n \geq 1 \}$ .

## 2. kontrolna zadaća iz predmeta

### *Automati, formalni jezici i jezični procesori I*

- Konstruirati minimalni deterministički konačni automat koji prihvaća jezik oblika:  $a+b=c$ , gdje su  $a, b \in \{0,1,2\}$  i  $c \in \{0,1,2,3,4\}$  takvi da je zadovoljena matematička jednakost (npr.  $1+1=2$ ,  $2+1=3$ , ...). Izraziti broj stanja minimalnog determinističkog konačnog automata u slučaju da su  $a$  i  $b$  iz skupa  $\{0,1, \dots, n\}$  uz  $n < 10$  kao funkciju od  $n$ .
- Minimizirati tablicom zadani DKA koristeći metodu pronalaženja neekvivalentnih stanja (algoritam 3).
- Opisati postupak konstrukcije NKA iz desno linearne gramatike.
- Opisati postupak pretvorbe kontekstno neovisne gramatike u Chomskyev normalni oblik.
- Dokazati zatvorenost kontekstno neovisnih jezika s obzirom na supstituciju.
- Konstruirati kontekstno neovisnu gramatiku nad skupom znakova  $\{0,1,2\}$  koja generira nizove oblika  $w$ , s time da u  $w$  nema uzastopnog ponavljanja znaka "1" niti znaka "2" te da vrijedi  $w=w^R$  (tj.  $w$  se čita jednako i sa lijeve i sa desne strane).
- Iz zadane gramatike izbaciti sve jedinične i  $\epsilon$  produkcije:
 
$$\begin{array}{ll} S \rightarrow AxB \mid zD & B \rightarrow x \mid \epsilon \\ A \rightarrow yB \mid zA \mid B & D \rightarrow A \mid y \end{array}$$
- Konstruirati PA koji prihvaća sve nizove nad abecedom  $\{a,b\}$  u kojima ima dvostruko više znakova "a" nego znakova "b".
- Za zadani PA  $M = (\{q_0, q_1\}, \{0,1\}, \{K,X\}, \delta, q_0, K, \emptyset)$  konstruirati kontekstno neovisnu gramatiku:
 
$$\begin{array}{ll} \delta(q_0, 1, K) = \{(q_0, XK)\} & \delta(q_0, \epsilon, K) = \{(q_0, \epsilon)\} \\ \delta(q_0, 1, X) = \{(q_0, XX)\} & \delta(q_1, 1, X) = \{(q_1, \epsilon)\} \\ \delta(q_0, 0, X) = \{(q_1, X)\} & \delta(q_1, 0, K) = \{(q_0, K)\} \end{array}$$
- Zadane su gramatike  $G_1$  i  $G_2$ . Konstruirati gramatiku  $G$  koja generira jezik  $L(G) = L(G_1) \cap L(G_2)$ .
 
$$G_1: S_1 \rightarrow 0 S_1 \mid 1 \mid \epsilon \qquad G_2: S_2 \rightarrow 01 S_2 \mid 10 S_2 \mid 00 S_2 \mid 11 S_2 \mid \epsilon$$

	a	b	c	
q <sub>0</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>4</sub>	q <sub>4</sub>	0
q <sub>1</sub>	q <sub>5</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>4</sub>	0
q <sub>2</sub>	q <sub>6</sub>	q <sub>6</sub>	q <sub>3</sub>	0
q <sub>3</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>3</sub>	1
q <sub>4</sub>	q <sub>4</sub>	q <sub>4</sub>	q <sub>4</sub>	0
q <sub>5</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>6</sub>	q <sub>4</sub>	0
q <sub>6</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>3</sub>	0