

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet elektrotehnike i računarstva

Filip Lasić

Druga domaća zadaća iz predmeta

Uvod u teoriju računarstva

Zadatak broj 2061

Zagreb, lipanj 2009.

Druga domaća zadaća iz predmeta Uvod u teoriju računarstva

Student: Filip Lasić

Matični broj studenta: 0036435202

Zadatak broj 2028: Konstruirati i programski simulirati Turingov stroj koji provjerava da li tri dekadski broja početno zapisana na radnoj traci mogu biti stranice trokuta. Format zapisa je `br1#br2#br3`. Za provjeru ispravnosti stranica trokuta dovoljno je provjeriti dvije nejednadžbe za sve moguće kombinacije odabira stranica:

$$a - b < c < a + b$$

Uvod

Turingov se sastoji od upravljačke jedinice koja uz pomoć glave za čitanje i pisanje čita odnosno zapisuje znakove sa ulazne trake, koja ima krajnje lijevu ćeliju dok je sa desne strane neograničena, te mijenja stanja. Na početku rada n krajnje lijevih ćelija sadrže niz w gdje je $|w| = n$, a $n \geq 0$. Znakovi tog niza i znakovi koje TS zapisuje na traku čine skup znakova trake. Ostatak trake je popunjen praznim ćelijama koje se označavaju sa B . Tijekom rada na temelju pročitano znaka i trenutnog stanja upravljačke jedinice TS odlučuje: u koje novo stanje jedinka prelazi, koji znak se zapisuje na traku umjesto pročitano znaka i u koju se stranu pomiče glava za čitanje i pisanje.

TS se zadaje kao uređena sedmorka:

$$TS = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$$

gdje je

Q – konačan skup stanja

Γ – konačan skup znakova trake

B - znak kojim se označava prazna ćelija

Σ – konačan skup ulaznih znakova

δ – funkcija prijelaza $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$

q_0 – početno stanje

F – skup prihvatljivih stanja

U svome projektu, koristio sam Turingov stroj s dvije beskonačne trake, od kojih je jedna traka glavna, na koju se zapisuje ulazni niz, dok je druga traka radna. Radna traka na početku popunjena je praznim ćelijama B . U takvoj modificiranoj verziji Turingov stroj također se zadaje kao uređena sedmorka:

$$TS = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$$

s tim da su znakovi trake Γ određeni kao uređeni par znaka prve trake i znaka druge trake.

Ostvarenje

U zadatku 2061., Turingov stroj izgleda ovako:

$TS = (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_{14}, q_{15}, q_{16}, q_{17}, q_{20} \}, \{ 0, \# \}, \{ [0, B], [0, 0], [\#, B], [\#, \#], [0, X], [B, B], [\#, 0], [\#, X] \}, \delta, q_0, B, q_{20})$

δ	[0,B]	[0,0]	[\#,B]	[\#,\#]	[0,X]	[B,B]	[\#,0]	[\#,X]
q_0	$q_0, [0, 0], D$	-	$q_1, [\#, \#], D$	-	-	-	-	-
q_1	$q_1, [0, 0], D$	-	$q_2, [\#, \#], D$	-	-	-	-	-
q_2	$q_2, [0, 0], D$	-	-	-	-	$q_3, [B, B], L$	-	-
q_3	-	$q_4, [0, X], L$	-	-	$q_3, [0, X], D$	$q_8, [B, B], L$	-	-
q_4	-	$q_4, [0, 0], L$	-	$q_5, [\#, \#], L$	-	-	-	-
q_5	-	$q_6, [0, X], D$	-	$q_7, [\#, \#], L$	$q_5, [0, X], L$	-	-	-
q_6	-	-	-	$q_3, [\#, \#], D$	$q_6, [0, X], D$	-	-	-
q_7	-	$q_8, [0, X], L$	-	-	-	-	-	-
q_8	-	$q_9, [0, X], D$	-	$q_8, [\#, \#], L$	$q_8, [0, X], L$	$q_{10}, [B, B], D$	-	-
q_9	-	$q_8, [0, X], L$	-	$q_9, [\#, \#], D$	$q_9, [0, X], D$	$q_{11}, [B, B], L$	-	-
q_{10}	-	-	-	-	-	-	-	-
q_{11}	-	-	-	-	$q_{12}, [0, B], L$	-	-	-
q_{12}	-	$q_{12}, [0, 0], L$	-	$q_{13}, [\#, 0], L$	$q_{12}, [0, 0], L$	-	-	-
q_{13}	-	$q_{13}, [0, 0], L$	-	$q_{16}, [\#, \#], L$	$q_{13}, [0, 0], L$	-	-	-
q_{14}	$q_{10}, [0, B], L$	$q_{15}, [0, X], L$	-	$q_{14}, [\#, \#], D$	$q_{14}, [0, X], D$	-	$q_{15}, [\#, X], L$	$q_{14}, [\#, X], D$
q_{15}	-	$q_{14}, [0, X], D$	-	$q_{15}, [\#, \#], L$	$q_{15}, [0, X], L$	$q_{20}, [B, B], D$	-	$q_{15}, [\#, X], L$
q_{16}	-	-	-	-	$q_{16}, [0, 0], L$	$q_{17}, [B, B], D$	-	-
q_{17}	-	$q_{17}, [0, 0], D$	-	$q_{14}, [\#, \#], D$	-	-	-	-
q_{20}	-	-	-	-	-	-	-	-

Pretpostavka je da je zapis brojeva u obliku niza nula, npr. broj 7 je 0000000.

Uloge stanja:

q_0 – prepisivanje prvoga broja na radnu traku

q_1 – prepisivanje drugoga broja na radnu traku

q_2 – prepisivanje trećega broja na radnu traku

q_3, q_4, q_5, q_6 – oduzimanje 2. od 3. broja po principu naizmjeničnog križanja

q_7 – stanje služi da se oduzme 1 od 1. broja zbog zaostataka u oduzimanju 2. i 3. broja

q_8, q_9 – stanja služe za oduzimanje razlike 2. i 3. broja od 1. broja

q_{10} – stanje nema niti jedan prijelaz, te stroj odlazi u njega u slučaju neprihvatljivosti niza

$q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_{16}$ – stanja služe da bi se ponovo prepisali svi brojevi, s tim da se 2. i 3. broj spajaju kako bi dobili njihov zbroj

q_{14}, q_{15} – oduzimanje 1. broja od zbroja 2. i 3. broja

q_{17} – stanje služe kako bi se s početka 1. broja pozicionirali na # između 1. broja i zbroja 2. i 3. broja

q_{20} – prihvatljivo stanje bez prijelaza

Primjer:

Algoritam preko kojeg je riješen zadatak ću objasniti na primjeru ulaznog niza 00#0#00 odnosno 2#1#2

izgled traka na početku:

B	0	0	#	0	#	0	0	B
B	B	B	B	B	B	B	B	B

nakon što se završi prepisivanje stanjima q_0 , q_1 i q_2 trake izgledaju:

B	0	0	#	0	#	0	0	B
B	0	0	#	0	#	0	0	B

nakon oduzimanja stanjima q_3 , q_4 , q_5 , q_6 te q_7 trake izgledaju:

B	0	0	#	0	#	0	0	B
B	0	X	#	X	#	X	X	B

nakon sljedećega oduzimanja, stanjima q_8 i q_9 trake izgledaju:

B	0	0	#	0	#	0	0	B
B	X	X	#	X	#	X	X	B

nakon sređivanja traka, stanjima q_{11} , q_{12} , q_{13} te q_{16} trake izgledaju:

B	0	0	#	0	#	0	0	B
B	0	0	#	0	0	0	B	B

i konačno, nakon oduzimanja stanjima q_{14} te q_{15} trake izgledaju:

B	0	0	#	0	#	0	0	B
B	X	X	#	X	X	X	B	B

Stanje je q_{20} dakle niz se prihvaća. Trokut možemo nacrtati stranicama 2, 1 i 2.

Zaključak

Problem 3 broja koji tvore stranice trokuta nije težak kad se svede na oduzimanje odnosno zbrajanje. Najteži dio cijelog projekta bio je isprobavanje svih kombinacija te svih uređenih kombinacija znakova koji mogu doći u određenom stanju. Programsku simulaciju Turingovog stroja namjerno sam napravio što primitivniju, kako bi simulacija bila što vjernija. Iz tog razloga sam programsku implementaciju riješio sistemom „1000 if-ova“. Program nakon svakog prijelaza ispisuje trenutno stanje obje trake.