Sveučilište u Zagrebu
Fakultet elektrotehnike i računarstva
Zavod za elektroniku, mikroelektroniku, računalne i inteligentne sustave

Andro Milanović, Danko Ivošević

Automati, formalni jezici i jezični procesori 1

Auditorne vježbe

Zagreb, listopad 2004.

27. Konstruirati Turingov stroj u osnovnom obliku koji oduzima dva binarna broja zapisana na traci. Najznačajnija znamenka je lijevo, a brojevi su odvojeni znakom –. Drugi broj se oduzima od prvog pri čemu prvi broj sigurno nije manji od drugog. Glava se nalazi na početku ulaznog niza, a s obje strane ulaznog niza nalaze se praznine.

TS $M=(Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,B,q_9)$

$Q=\{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4,q_5,q_6,q_7,q_8,q_9\}$, $\Sigma=\{0,1,-\}$, $\Gamma=\{0,1,-,N,J,B\}$

	0	1	-	N	J	B
q_0	q_0,0,R	q_0,1,R	q_0,-,R	q_0,N,R	q_0,J,R	q_1,B,L
q_1	q_2,B,L	q_3,B,L	q_7,B,L	-	-	-
q_2	q_2,0,L	q_2,1,L	q_4,-,L	-	-	-
q_3	q_3,0,L	q_3,1,L	q_5,-,L	-	-	-
q_4	q_0,N,R	q_0,J,R	-	q_4,N,L	q_4,J,L	-
q_5	q_6,J,L	q_0,N,R	-	q_5,N,L	q_5,J,L	-
q_6	q_6,1,L	q_0,0,R	-	-	-	-
q_7	q_7,0,L	q_7,1,L	-	q_7,0,L	q_7,1,L	q_8,B,R
q_8	q_8,B,R	q_9,1,L	-	-	-	q_9,0,L

	1	0	0	1	1	0	-	1	0	1	0	
→	q_0	q_0	q_0	q_0	q_0	q_0 q_4	q_0 q_2	q_0 q_2	q_0 q_2	q_0 q_2	q_0 q_1	q_0 ←
	1	0	0	1	1	N	-	1	0	~~1~~		
						→	q_0	q_0	q_0	q_0	q_0	
					q_5	q_5	q_3	q_3	q_3	q_1	←	
	1	0	0	1	N	N	-	1	~~0~~			
					→	q_0	q_0	q_0	q_0	q_0		
				q_4	q_4	q_4	q_2	q_2	q_1	←		
	1	0	0	J	N	N	-	~~1~~				
				→	q_0	q_0	q_0	q_0	q_0			
			q_5	q_5	q_5	q_5	q_3	q_1	←			
	1	0	J	J	N	N	-					
		q_6	←									
	1	1	J	J	N	N	-					
	q_6											
	0	1	J	J	N	N	-					
	→	q_0	q_0	q_0	q_0	q_0	q_0 q_1	q_0 ←				
	0	1	J	J	N	N						
						q_7	←					
	~~0~~	1	1	1	0	0						
q_7	q_7	q_7	q_7	q_7	q_7	←						
→	q_8	q_8										
	q_9	←										

28. Konstruirati Turingov stroj koji redom generira sve potencije broja 2. Vrijednost jednog broja na traci je zapisana odgovarajućim brojem jedinica. Na ulaznoj traci Turingovog

stroja na početku je zapisan niz $1. Brojevi su međusobno odvojeni graničnikom $. S obje strane ulaznog niza nalaze se praznine.

TS $M=(Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,B,F)$ – Turingov stroj s dva traga

$Q=\{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4\}$, $\Sigma=\{\$,1\}$, $\Gamma=\{[\$,B],[1,B],[1,*],[B,B]\}$, $B=[B,B]$, $F=\varnothing$

	[1,B]	[B,B]	[$,B]	[1,*]
q_0	q_1,[1,*],R	-	q_0,[$,B],R	-
q_1	q_1,[1,B],R	q_2,[$,B],R	q_2,[$,B],R	-
q_2	q_2,[1,B],R	q_3,[1,B],R	-	-
q_3	-	q_4,[1,B],L	-	-
q_4	q_4,[1,B],L	-	q_4,[$,B],L	q_0,[1,*],R

primjer rada automata:

	$	1	$	1	1	$	1	1	1	1	$	1	1	1	1	1	1	1	1
		*		*	*		*	*	*	*									
→	q_0	q_0	q_1	q_2	q_3														
		q_4	q_4	q_4	←														
		→	q_0	q_0	q_1	q_1	q_2	q_3											
				q_4	q_4	q_4	q_4	←											
				→	q_0	q_1	q_2	q_2	q_2	q_3									
					q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	←									
					→	q_0	q_0	q_1	q_1	q_1	q_1	q_2	q_3						
						q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	←						
						→	q_0	q_1	q_1	q_1	q_2	q_2	q_2	q_3					
							q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	←					
							→	q_0	q_1	q_1	q_2	q_2	q_2	q_2	q_2	q_3			
								q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	←			
								→	q_0	q_1	q_2	q_2	q_2	q_2	q_2	q_3			
									q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	←			
									→	q_0	q_1	q_2	q_2	q_2	q_2	q_2	q_2	q_3	
										q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	←
										→	q_0	q_0	itd.						

29. Konstruirati Turingov stroj koji prihvaća nizove iz jezika $L=\{w\in(a+b+c)^* \mid n_a=n_b=n_c\}$. Nakon što Turingov stroj završi s radom stanje na traci mora biti isto kao početno. S obje strane ulaznog niza nalaze se praznine.

TS $M=(\{q_0,q_a,q_b,q_c,q_{bc},q_{ac},q_{ab},q_V,q_{PC},q_{OC},q_P\},\{a,b,c\},\{a,b,c,A,B,C,P\},\delta,q_0,P,q_P)$

	a	b	c	A	B	C	P
q_0	q_a,A,R	q_b,B,R	q_c,C,R	q_0,A,R	q_0,B,R	q_0,C,R	q_{PC},P,L
q_a	q_a,a,R	q_{ab},B,R	q_{ac},C,R	q_a,A,R	q_a,B,R	q_a,C,R	q_{OC},P,L
q_b	q_{ab},A,R	q_b,b,R	q_{bc},C,R	q_b,A,R	q_b,B,R	q_b,C,R	q_{OC},P,L
q_c	q_{ac},A,R	q_{bc},B,R	q_c,c,R	q_c,A,R	q_c,A,R	q_c,A,R	q_{OC},P,L
q_{bc}	q_V,A,L	q_{bc},b,R	q_{bc},c,R	q_{bc},A,R	q_{bc},B,R	q_{bc},C,R	q_{OC},P,L
q_{ac}	q_{ac},a,R	q_V,B,L	q_{ac},c,R	q_{ac},A,R	q_{ac},B,R	q_{ac},C,R	q_{OC},P,L
q_{ab}	q_{ac},a,R	q_{ac},b,R	q_V,C,L	q_{ab},A,R	q_{ab},B,R	q_{ab},C,R	q_{OC},P,L
q_V	q_V,a,L	q_V,b,L	q_V,c,L	q_V,A,L	q_V,B,L	q_V,C,L	q_0,P,R
q_{OC}	q_{OC},a,L	q_{OC},b,L	q_{OC},c,L	q_{OC},a,L	q_{OC},b,L	q_{OC},c,L	-
q_{PC}	-	-	-	q_{PC},a,L	q_{PC},b,L	q_{PC},c,L	q_P,P,R

30. Konstruirati gramatiku koja generira nizove oblika $a^ib^jc^kd^ie^j$ pri čemu su $i,j,k \geq 1$.

gramatika sa neograničenim produkcijama

S→aAbBcCde	B→bBE	Db→bD	Ec→cE
A→aAD	B→ε	Dc→cD	Ed→dE
A→ε	C→cC	Dd→dd	Ee→ee
	C→ε		

primjer generiranja niza aabbccddee

S→aAbBcCde→aaADbBcCde→aaDbBcCde→aaDbbBEcCde→aaDbbEcCde→aaDbbEccCde→
→aaDbbEccde→aaDbbcEcde→aaDbbccEde→aaDbbccdEe→aaDbbccdee→aabDbccdee→
→aabbDccdee→aabbcDcdee→aabbccDdee→aabbccddee

31. Konstruirati gramatiku koja generira nizove oblika $0^n1^n2^n$ pri čemu je $n \geq 0$.

S→0A12	A→0AB	B1→11C
S→ε	A→ε	C1→1C
		C2→22

32. Konstruirati gramatiku koja generira nizove iz jezika $L=\{w \in (a+b+c)^* \mid n_a \neq n_b, n_a \neq n_c, n_b \neq n_c\}$.

S→ABCS	T→ABT	X→AX	AB→BA	A→a
S→ABT	T→AX	X→ε	AC→CA	B→b
S→ACU	T→BY	Y→BY	BC→CB	C→c
S→BCV	U→ACU	Y→ε	BA→AB	
	U→AX	Z→CZ	CA→AC	
	U→CZ	Z→ε	CB→BC	
	V→BCV			
	V→BY			
	V→CZ			

33. Pretvoriti zadanu gramatiku s neograničenim produkcijama u konteksno ovisnu gramatiku.

S→aAbBcCde	**B→bBE**	**C→cC**	**Db→bD**	**Ec→cE**
A→aAD	**B→ε**	**C→ε**	**Dc→cD**	**Ed→dE**
A→ε			**Dd→dd**	**Ee→ee**

rješenje koje se temelji na općenitijem postupku pretvorbe (svi nezavršni znakovi moraju biti grupirani s nekim završnim znakom)

S→[aA][bB][cC]de	[bB]→b[bBE]	[Db]→[bD]	[Ec]→[cE]
[aA]→a[aAD]	[bB]→b	[bD]b→b[Db]	[cE]c→c[Ec]
[aA]→a	[bBE]c→[bB][Ec]	[bD]c→b[Dc]	[cE]d→c[Ed]
[aAD]b→[aA][Db]	[cC]→c[cC]	[Dc]→[cD]	[Ed]→[dE]
	[cC]→c	[cD]c→c[Dc]	[dE]d→d[Ed]
		[cD]d→cdd	[dE]e→dee

ako se gornji postupak provede samo za prazne nezavršne znakove, dobije se nešto kraće rješenje (isto rješenje dobije se i uklanjanjem ε produkcija!)

S→[aA][bB][cC]de	[bB]→b[bB]E	[cC]→c[cC]	Db→bD	Ec→cE
[aA]→a[aA]D	[bB]→b	[cC]→c	Dc→cD	Ed→dE
[aA]→a			Dd→dd	Ee→ee

34. Konstruirati konteksno ovisnu gramatiku koja generira nizove iz jezika $L=\{0^n1^n2^n \mid n\geq 1\}$.

$S\rightarrow AX$ $\quad BX\rightarrow 12$
$A\rightarrow 0AB$ $\quad B1\rightarrow 1B$
$A\rightarrow 0B$ $\quad B2\rightarrow 122$

35. Konstruirati gramatiku koja generira nizove iz jezika koji prihvaća TS $M=(\{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4,q_5,q_P\},\{0,1\},\{0,1,B\},\delta,q_0,B,q_P)$.

	0	**1**	**B**
q_0	q_1,B,R	q_2,B,R	q_P,B,R
q_1	$q_1,0,R$	$q_1,1,R$	q_3,B,L
q_2	$q_2,0,R$	$q_2,1,R$	q_4,B,L
q_3	q_5,B,L	-	-
q_4	-	q_5,B,L	-
q_5	$q_5,0,L$	$q_5,1,L$	q_0,B,R

$G=(V,\{0,1\},P,A_1)$

početne produkcije:

$A_1\rightarrow q_0A_2$ $\quad A_2\rightarrow [0,0]A_2$ $\quad A_3\rightarrow [\varepsilon,B]A_3$
$A_2\rightarrow [1,1]A_2$ $\quad A_3\rightarrow \varepsilon$
$A_2\rightarrow A_3$

za prijelaz $\delta(q_0,0)=(q_1,B,R)$:

$q_0[0,0]\rightarrow [0,B]q_1$

za prijelaz $\delta(q_0,1)=(q_2,B,R)$:

$q_0[1,1]\rightarrow [1,B]q_2$

za prijelaz $\delta(q_0,B)=(q_P,B,R)$:

$q_0[0,B]\rightarrow [0,B]q_P$ $\quad q_0[1,B]\rightarrow [1,B]q_P$ $\quad q_0[\varepsilon,B]\rightarrow [\varepsilon,B]q_P$

za prijelaz $\delta(q_1,0)=(q_1,0,R)$:

$q_1[0,0]\rightarrow [0,0]q_1$

za prijelaz $\delta(q_1,1)=(q_1,1,R)$:

$q_1[1,1]\rightarrow [1,1]q_1$

za prijelaz $\delta(q_1,B)=(q_3,B,L)$:

$[0,0]q_1[0,B]\rightarrow q_3[0,0][0,B]$ $\quad [0,B]q_1[0,B]\rightarrow q_3[0,B][0,B]$
$[0,0]q_1[1,B]\rightarrow q_3[0,0][1,B]$ $\quad [0,B]q_1[1,B]\rightarrow q_3[0,B][1,B]$
$[0,0]q_1[\varepsilon,B]\rightarrow q_3[0,0][\varepsilon,B]$ $\quad [0,B]q_1[\varepsilon,B]\rightarrow q_3[0,B][\varepsilon,B]$
$[1,1]q_1[0,B]\rightarrow q_3[1,1][0,B]$ $\quad [1,B]q_1[0,B]\rightarrow q_3[1,B][0,B]$
$[1,1]q_1[1,B]\rightarrow q_3[1,1][1,B]$ $\quad [1,B]q_1[1,B]\rightarrow q_3[1,B][1,B]$
$[1,1]q_1[\varepsilon,B]\rightarrow q_3[1,1][\varepsilon,B]$ $\quad [1,B]q_1[\varepsilon,B]\rightarrow q_3[1,B][\varepsilon,B]$

za prijelaz $\delta(q_2,0)=(q_2,0,R)$:

$q_2[0,0]\rightarrow [0,0]q_2$

za prijelaz $\delta(q_2,1)=(q_2,1,R)$:

$q_2[1,1]\rightarrow [1,1]q_2$

za prijelaz $\delta(q_2,B)=(q_4,B,L)$:

$[0,0]q_2[0,B]\rightarrow q_4[0,0][0,B]$ $[0,B]q_2[0,B]\rightarrow q_4[0,B][0,B]$
$[0,0]q_2[1,B]\rightarrow q_4[0,0][1,B]$ $[0,B]q_2[1,B]\rightarrow q_4[0,B][1,B]$
$[0,0]q_2[\varepsilon,B]\rightarrow q_4[0,0][\varepsilon,B]$ $[0,B]q_2[\varepsilon,B]\rightarrow q_4[0,B][\varepsilon,B]$
$[1,1]q_2[0,B]\rightarrow q_4[1,1][0,B]$ $[1,B]q_2[0,B]\rightarrow q_4[1,B][0,B]$
$[1,1]q_2[1,B]\rightarrow q_4[1,1][1,B]$ $[1,B]q_2[1,B]\rightarrow q_4[1,B][1,B]$
$[1,1]q_2[\varepsilon,B]\rightarrow q_4[1,1][\varepsilon,B]$ $[1,B]q_2[\varepsilon,B]\rightarrow q_4[1,B][\varepsilon,B]$

za prijelaz $\delta(q_3,0)=(q_5,B,L)$:

$[0,0]q_3[0,0]\rightarrow q_5[0,0][0,B]$ $[0,B]q_3[0,0]\rightarrow q_5[0,B][0,B]$
$[1,1]q_3[0,0]\rightarrow q_5[1,1][0,B]$ $[1,B]q_3[0,0]\rightarrow q_5[1,B][0,B]$

za prijelaz $\delta(q_4,1)=(q_5,B,L)$:

$[0,0]q_4[1,1]\rightarrow q_5[0,0][1,B]$ $[0,B]q_4[1,1]\rightarrow q_5[0,B][1,B]$
$[1,1]q_4[1,1]\rightarrow q_5[1,1][1,B]$ $[1,B]q_4[1,1]\rightarrow q_5[1,B][1,B]$

za prijelaz $\delta(q_5,0)=(q_5,0,L)$:

$[0,0]q_5[0,0]\rightarrow q_5[0,0][0,0]$ $[0,B]q_5[0,0]\rightarrow q_5[0,B][0,0]$
$[1,1]q_5[0,0]\rightarrow q_5[1,1][0,0]$ $[1,B]q_5[0,0]\rightarrow q_5[1,B][0,0]$

za prijelaz $\delta(q_5,1)=(q_5,1,L)$:

$[0,0]q_5[1,1]\rightarrow q_5[0,0][1,1]$ $[0,B]q_5[1,1]\rightarrow q_5[0,B][1,1]$
$[1,1]q_5[1,1]\rightarrow q_5[1,1][1,1]$ $[1,B]q_5[1,1]\rightarrow q_5[1,B][1,1]$

za prijelaz $\delta(q_5,B)=(q_0,B,R)$:

$q_5[0,B]\rightarrow[0,B]q_0$ $q_5[1,B]\rightarrow[1,B]q_0$

završni prijelazi za prihvaćanje niza:

$[0,B]q_P\rightarrow q_P0q_P$ $q_P[0,B]\rightarrow q_P0q_P$ $q_P\rightarrow\varepsilon$
$[1,B]q_P\rightarrow q_P1q_P$ $q_P[1,B]\rightarrow q_P1q_P$
$[\varepsilon,B]q_P\rightarrow q_P$ $q_P[\varepsilon,B]\rightarrow q_P$