

priprema za 1. međuispit iz predmeta:
UVOD U TEORIJU RAČUNARSTVA (teorijski dio)

TEORIJSKA PITANJA SA 1. KONTROLNH ZADAĆA IZ PREDMETA:
AUTOMATI, FORMALNI JEZICI I JEZIČNI PROCESORI 1

1. Formalno definirati DKA i pripadnu funkciju $\hat{\delta}$.

$$dka = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

Q - konačan skup stanja;

Σ - konačan skup ulaznih znakova;

δ - funkcija prijelaza $Q \times \Sigma \rightarrow Q$

$q_0 \in Q$ - početno stanje;

$F \subseteq Q$ - skup prihvatljivih stanja

$$\text{funkcija } \hat{\delta} : Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

Σ^* - skup svih mogućih nizova ulaznih znakova, uključujući i prazni niz (ε)

(1) $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$, gdje je ε prazni niz;

(2) za bilo koji niz ulaznih znakova w i za bilo koji ulazni znak a vrijedi:

$$\hat{\delta}(q, wa) = \delta(\hat{\delta}(q, w), a), \text{ gdje je } w \in \Sigma^* \text{ i } a \in \Sigma$$

2. Opisati postupak pretvorbe ε -NKA u NKA.

$$\varepsilon\text{-NKA } M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) \rightarrow \text{NKA } M' = (Q', \Sigma, \delta', q_0', F')$$

$$(1) \quad Q' = Q$$

$$(2) \quad q_0' = q_0$$

$$(3) \quad F' = F \cup \{q_0\} \text{ ako } \varepsilon\text{-OKRUŽENJE}(q_0) \text{ sadrži barem jedno stanje koje je } \in F, \text{ inače } F' = F$$

$$(4) \quad \delta'(q, a) = \hat{\delta}(q, a), \forall a \in \Sigma \text{ i } \forall q \in Q$$

3. Navesti svojstva ε -NKA dobivenog postupkom konstrukcije iz regularnog izraza.

- (1) Broj stanja ε -NKA M nikad nije veći od broja $2|r|$, gdje je $|r|$ broj znakova u regularnom izrazu r . U pojedinim koracima se ne stvara više od 2 stanja.
- (2) ε -NKA $M = (Q, \Sigma, \delta, i, \{f\})$ ima samo jedno završno stanje f . Za završno stanje f vrijedi da je $\delta(f, a) = \emptyset, \forall a \in (\Sigma \cup \{\varepsilon\})$
- (3) Skup $\delta(q, a)$ sadrži najviše jedno stanje za ulazni znak a iz skupa Σ , dok skup $\delta(q, \varepsilon)$ sadrži najviše dva stanja. Ima li čvor dvije izlazne grane, obje grane su označene ε -prijelazima.

4. Dokazati da su regularni jezici zatvoreni s obzirom na nadovezivanje.

Za regularni izraz $r_1 r_2$ koji definira jezik $L(r_1 r_2) = L(r_1) L(r_2)$ konstruira se ε -NKA M na sljedeći način. Pretpostavimo da su prethodno izgrađeni ε -NKA $M_1 = (Q_1, \Sigma_1, \delta_1, i_1, \{f_1\})$ i $M_2 = (Q_2, \Sigma_2, \delta_2, i_2, \{f_2\})$ takvi da vrijedi $L(M_1) = L(r_1)$ i $L(M_2) = L(r_2)$ i da nema prijelaza is stanja f_1 i f_2 niti za jedan ulazni znak (tj. $\delta_1(q_1, a) = \emptyset, \forall a \in (\Sigma_1 \cup \{\varepsilon\})$ i $\forall b \in (\Sigma_2 \cup \{\varepsilon\})$). Promjenom imena stanja u Q_1 i Q_2 postiže se da je $Q_1 \cap Q_2 = \{\}$. Konstruira se ε -NKA $M_1 = (Q_1 \cup Q_2, \Sigma_1 \cup \Sigma_2, \delta, i_1, \{f_2\})$. Novo početno stanje jest i_1 , a novo prihvatljivo stanje jest f_2 . Stanje i_2 nije više početno stanje, te stanje f_1 nije više prihvatljivo.

5. Opisati jednostavan algoritam pronalaženja istovjetnih stanja (1. algoritam).

Uvjeti se ispituju za sve parove stanja DKA. Neka se npr. ispituju stanja q_1 i q_3 nekog DKA $M = (\{q_1, q_2, q_3\}, \{c, d\}, \delta, q_0, F)$:

- (1) Napravimo tablicu koja sa svaki ulazni znak ima zasebni stupac, izaberu se dva stanja, odnosno taj par označava redak:

	c	d
q_1 i q_3		

- (2) Uvjet podudarnosti ispituje se za sve parove novih stanja koji su zapisani u tablicu. Ako par stanja nije podudaran, onda par stanja označen u prvom retku nije istovjetan i algoritam se zaustavlja. Ako su stanja podudarna, odrede se novi parovi stanja za sve ulazne znakove.

- (3) Za novi par stanja u koraku (2) su tri mogućnosti:

Par stanja	Akcija
Ista stanja	Nema akcije
Različita stanja, za koje postoji zapis u nekom od prethodnih koraka	Nema akcije
Različita stanja, za koje ne postoji zapis u nekom od prethodnih koraka	Stvori novi redak u tablici i upiši u njega novi par stanja

- (4) Ako se u koraku (3) ne zapiše novo redak, onda je par stanja iz 1. retka istovjetan, kao i svi parovi stanja u ostalim retcima.

Ako je zapisan novi redak, idemo na korak (2)

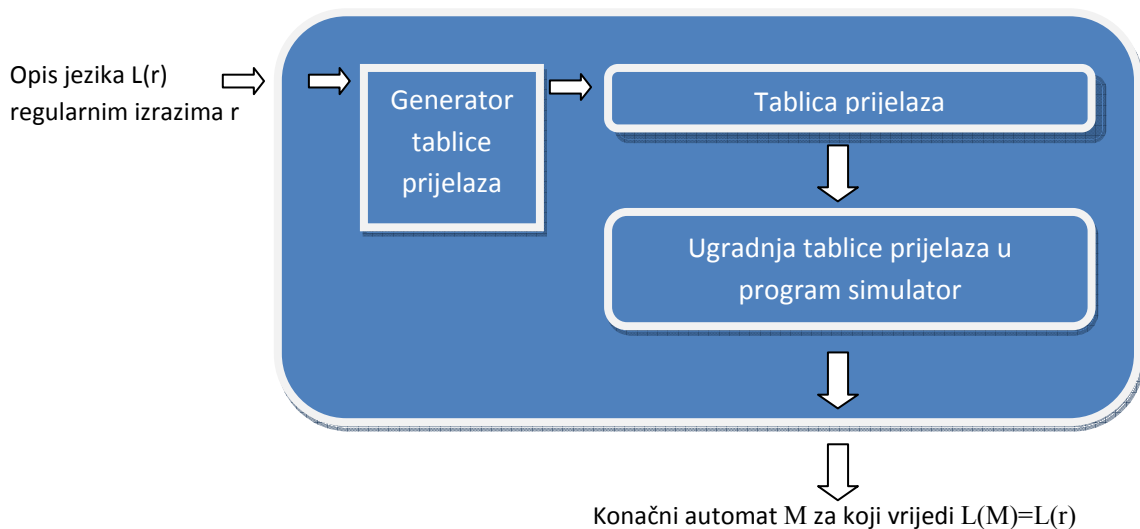
6. Opisati postupak pretvorbe NKA u DKA.

$$\text{NKA } M=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F) \rightarrow \text{DKA } M'=(Q', \Sigma, \delta', q_0', F')$$

- (1) $Q' = 2^Q$, skup svih podskupova skupa stanja NKA Q
- (2) $q_0' = [q_0]$
- (3) $F' = [p_1, p_2, \dots, p_l] \mid p_k \in F$.
- (4) $\delta'([p_1, p_2, \dots, p_l], a) = [r_1, r_2, \dots, r_l]$, ako i samo ako je $\delta'(\{p_1, p_2, \dots, p_l\}, a) = \{r_1, r_2, \dots, r_l\}$, gdje je $a \in \Sigma$

7. Opisati generator konačnog automata.

Generator konačnog automata ostvaruje cjelokupnu ili dio pretvorbe regularnih izraza u DKA.



8. Navesti rekurzivna pravila za regularne izraze te pravila asocijativnosti i prednosti za osnovne operatore koji se koriste u regularnim izrazima.

Rekurzivna pravila:

- (1) \emptyset jest regularni izraz i označava jezik $L(\emptyset) = \{\}$
- (2) ε jest regularni izraz i označava jezik $L(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$
- (3) $\forall a \in \Sigma, a$ jest regularni izraz i označava jezik $L(a) = \{a\}$
- (4) r i s regularni izrazi koji označavaju jezike $L(r)$ i $L(s)$:
 - a) $(r)+(s)$ jest regularni izraz koji označava jezik $L((r)+(s))= L(r) \cup L(s)$.
 - b) $(r)(s)$ jest regularni izraz koji označava jezik $L((r)(s))= L(r)L(s)$.
 - c) $(r)^*$ jest regularni izraz koji označava jezik $L((r)^*)= L(r)^*$.

Pravila asocijativnosti:

- (1) Unarni operator $*$ jest lijevo asocijativan i najveće je prednosti.
- (2) Operator nadovezivanja jest lijevo asocijativan i veće je prednosti od operatora $+$.
- (3) Operator $+$ jest lijevo asocijativan i najmanje je prednosti.

9. Navesti definiciju nedohvatljivog stanja i napisati algoritam za pronalaženje nedohvatljivih stanja.

Stanje p DKA $M=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ jest nedohvatljivo ako ne postoji niti jedan niz $w \in \Sigma$ za koji vrijedi da je $p = \delta(q_0, w)$. Dohvatljiva stanja DKA $M=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ se određuju na sljedeći način:

- (1) U Listu DS upiše se q_0
- (2) Lista DS se proširi skupom stanja $\{p \mid p = \delta(q_0, a), \forall a \in \Sigma\}$
- (3) Za sva stanja $q_i \in DS$ proširi se lista skupom stanja $\{p \mid p = \delta(q_i, a), \text{ stanje } p \text{ se ne nalazi u listi, } \forall a \in \Sigma\}$

Stanja koja nisu u listi dohvatljivih stanja su nedohvatljiva stanja.

10. Dokazati da su regularni jezici zatvoreni s obzirom na operaciju komplementiranja.

Neka DKA $M=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ prihvaća regularni jezik $L(M)$. Za komplement jezika $L(M)^c$ moguće je izgraditi DKA $M'=(Q, \Sigma, \delta, q_0, Q \setminus F)$ koji prihvaća jezik

$$L(M') = \{w \mid \delta(q_0, w) \in (Q \setminus F)\} = \{w \mid \delta(q_0, w) \notin F\} = \Sigma^* \setminus \{w \mid \delta(q_0, w) \in F\} = \Sigma^* \setminus L(M) = L(M)^c$$

11. Opisati postupak ispitivanja nepraznosti regularnih jezika.

Neka DKA M prihvaća jezik $L(M)$ i neka jezik DKA M ima n stanja;

Regularni jezik $L(M)$ jest neprazan ako i samo ako DKA M prihvaća niz z duljine manje od n , tj. $|z| < n$.

Za utvrđivanje da li je jezik $L(M)$ koji prihvaća DKA M neprazan, proširuje se algoritam određivanja nedohvatljivih stanja. Ako je u skupu dohvatljivih stanja barem jedno prihvatljivo stanje, onda je regularni jezik $L(M)$ neprazan.

12. Opisati postupak konstrukcije Mealyevog iz Mooreovog automata.

Mooreov automat $M=(Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0)$, istovjetni Mealyev automat $M=(Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda', q_0)$ gradi se promjenom funkcije izlaza:

- (1) $\lambda'(q, a) = \lambda(\delta(q, a))$, za sve q iz Q i za sve a iz Σ .

13. Navesti i objasniti načine programskog ostvarenja funkcije prijelaza.

Funkcija prijelaza ostvaruje se na dva načina: vektorski i listom.

VEKTORSKI PRISTUP definira za svako stanje KA jedan vektor. U vektoru je onoliko elemenata koliko je različitih ulaznih znakova. Osnovna prednost vektorskog pristupa jest brzina računanja novog stanja. Nedostatak vektorskog pristupa je neučinkovito korištenje memorije. Svi vektori su jednake veličine i broj elemenata u svim vektorima jednak je broju ulaznih znakova.

LISTOM se postiže učinkovito korištenje memorije. Za pojedine vektore definira se lista parova ulaznih znakova i stanja u koje konačni automat prelazi za zadani znak. Računanje novog stanja je duže i računa se u dva koraka:

- (1) provjerava se da li je u listi zapis traženog ulaznog stanja, ako je onda se uzme podatak o novom stanju;
- (2) ako zapis nije u listi, onda je novo stanje ono koje je navedeno posljednje u listi.

14. Opisati algoritam za utvrđivanje beskonačnosti jezika $L(M)$ kojega prihvaća DKA M .

Neka DKA M prihvaća jezik $L(M)$ i neka jezik DKA M ima n stanja;

Regularni jezik $L(M)$ jest beskonačan ako i samo ako DKA M prihvaća niz duljine l , gdje je $n < l < 2n$.

Za utvrđivanje da li je jezik $L(M)$ beskonačan, promatra se dijagram stanja DKA M . Izuzimanjem svih neprihvatljivih stanja, dobije se DKA M' koji prihvaća isti jezik $L(M) = L(M')$. Ako je u dobivenom dijagramu stanja DKA M' barem jedna zatvorena petlja, onda je regularni jezik $L(M)$ beskonačan.