

Uvod u teoriju računarstva

2. MI – Tutorial – 2006/07

16. Zadatak (by [boizi](#)):

Izbaciti sve beskorisne znakove iz zadane gramatike.

S → bAbE	B → DC	D → cDAaB
S → aABc	B → ad	D → bDaE
A → beA	C → eA	E → ed
A → eps	C → eps	E → ac

Rjesenje:

Htio bih napraviti jako kratko ponavljanje gradiva iz 1.MI kako bi se lakse pratilo rjesavanje zadataka s gramatikom.

Gramatika se sastoji od 4 dijela sto se oznacava ovako:

$G = (LN, LZ, P, POC)$

LN - lista nezavršnih znakova

LZ - lista završnih znakova

P - lista prijelaza

POC - pocetni znak

Liste nezavršnih i završnih znakova, kako samo ime kaze, predstavljaju nezavršne i završne znakove. Nezavršni znakovi ne smiju stajati na kraju obradjenog niza, dok bi to završni znaci morali ciniti.

Lista prijelaza sadrzi upute sto ce se dogadjati za odredjeni ulazni znak iz niza.

Pocetni znak je, isto tako, upravo ono sto pise, znak s kojim sve pocinje.

Konkretno u nasem zadatku, gramatika izgleda ovako:

$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b,c,d,e,eps\}, P, S),$
gdje je P:

S → bAbE	B → DC	D → cDAaB
S → aABc	B → ad	D → bDaE
A → beA	C → eA	E → ed
A → eps	C → eps	E → ac

Kao sto vidite, nezavršni znakovi oznaceni su velikim slovima, dok su završni znakovi oznaceni malim slovima (eps oznacava epsilon, sto oznacava prazan niz). Eto, to bi bilo to sturo ponavljanje, jer je ovaj zadatak lakse rijesiti ako si zadamo kako točno gramatika izgleda.

Zadatak od nas zahtijeva da iz liste prijelaza izbacimo beskorisne znakove.

Beskorisni znakovi dijele se na dvije vrste: mrtvi i nedohvatljivi.

Pri rjesavanju ovakvih zadataka **UVIJEK** se mora pratiti ovaj redoslijed, a od toga se i sastoji cijeli zadatak:

1. Odstranjivanje mrtvih znakova
2. Odstranjivanje nedohvatljivih znakova

Krenimo s prvim...

Odstranjivanje mrtvih znakova

Kao što to često u npr. matematici biva, nećemo raditi ono što se traži od nas, već upravo suprotno, tj. izdvojiti ćemo žive znakove, te nakon toga lako odstraniti sve mrtve koji se ne nadju u listi živih znakova.

Opća ideja popisivanja živih znakova je sljedeća:

1. Popisemo SVE ZAVRSNE znakove, oni automatski ulaze u našu listu živih znakova.
2. Gledamo produkcije i promatramo možemo li naći neku koja s desne strane ima SAMO znakove iz liste živih znakova. Ako nađemo takvu, znak s lijeve strane te produkcije stavljamo u listu živih znakova.
3. Kako se naša lista živih proširuje, za svako novo proširenje potrebno je ponovno provjeriti desne strane produkcija (tj. ponoviti 2. korak)

Ovo stvarno nije teško i krenimo s našim primjerom.

Lista produkcija:

S → bAbE	B → DC	D → cDAaB
S → aABc	B → ad	D → bDaE
A → beA	C → eA	E → ed
A → ε	C → ε	E → ac

Lista živih = {a, b, c, d, e, ε}

Ako gledamo naše produkcije naći ćemo 4 produkcije koje s desne strane imaju isključivo znakove iz liste živih znakova.

To su sljedeće produkcije:

S → bAbE	B → DC	D → cDAaB
S → aABc	B → ad	D → bDaE
A → beA	C → eA	E → ed
A → ε	C → ε	E → ac

Prvim prolaskom vidimo da su znakovi B i E također živi, pa će biti uvršteni u listu živih znakova:

Lista živih = {a, b, c, d, e, ε, A, B, C, E}

Krenimo dalje:

Sada se naša lista živih malo proširila, pa pretražujemo ponovno. Oznacimo uz to i sve produkcije za koje već znamo da su žive. Nalazimo dvije nove produkcije od kojih obje upućuju na to da je S također živi znak.

S → bAbE	B → DC	D → cDAaB
S → aABc	B → ad	D → bDaE
A → beA	C → eA	E → ed
A → ε	C → ε	E → ac

Lista živih = {a, b, c, d, e, ε, A, B, C, E, S}

Sada mozemo gledati nase produkcije jos jednom i uvidjamo da do znaka D nikako ne mozemo doci, posto on ovisi sam o sebi, a nije pokriven niti od jednog znaka prije. Time je nas postupak gotov i mozemo napraviti listu mrtvih znakova.

Lista mrtvih = { D }

Nije velika, ali covjeka vesele i tako malo stvari. :)

Sada mozemo pobrisati sve produkcije koje s lijeve strane imaju znak iz liste mrtvih znakova, medjutim (ovo zna biti jako bitno i uvelike olaksati posao), treba obrisati i one produkcije u kojima se s desne strane pojavljuju znakovi iz liste mrtvih znakova. U nasem zadatku to ce biti ove dvije produkcije koje imaju D s lijeve strane, te produkcija $B \rightarrow DC$ koja ima D s desne strane.

Nova lista produkcija:

```
S -> bAbE
S -> aABc      B -> ad
A -> beA      C -> eA      E -> ed
A -> eps      C -> eps      E -> ac
```

Odstranjivanje nedohvatljivih znakova

Odstranjivanje nedohvatljivih znakova lakse je od odstranjivanja mrtvih znakova, te se moze cak i izvoditi bez posebnog popisivanje, no naravno, mi cemo fino biti vrijedni i sve popisati. :)

Ovdje takodjer vrijedi princip toga da prvo trazimo dohvatljive, te nakon toga popisujemo sve nedohvatljive tako da zanemarimo dohvatljive. Takodjer, treba primjetiti kako se u ovom koraku radi samo s nezavršnih znakovima.

Nedohvatljivi znakovi odstranjuju se ovako:

1. Krene se od produkcije pocetnog znaka, te se s njene desne strane pazi na to koji se NEZAVRSNI znakovi nalaze. Ti se znakovi popisu u listu dohvatljivih.
2. U sljedecem koraku pregledavamo produkcije novozapisanih znakova, te opet popisujemo njihove NEZAVRSNE znakove s desne strane produkcije.
3. Ponavljamo drugi korak dok god se dogadja promjena u nasoj listi dohvatljivih znakova.

Krenimo sa zadatkom...

Nasa lista prijelaza sada izgleda ovako:

```
S -> bAbE
S -> aABc      B -> ad
A -> beA      C -> eA      E -> ed
A -> eps      C -> eps      E -> ac
```

a nasa lista dohvatljivih zakona ovako: { S }.

Gledamo sve produkcije znaka S. U njima nalazimo, s desne strane, nezavršne znakove A, B i E, te ih uvrstavamo u listu dohvatljivih.

Lista dohvatljivih = { S, A, B, E }

Sada gledamo produkcije znakova A, B i E. S desne strane sva ta tri znaka nema novog znaka i tu potraznja prestaje. Mozemo napraviti listu nedohvatljivih znakova koja se u ovom trenutku sastoji samo od, jedinog preostalog, znaka C.

Lista nedohvatljivih = { C }

Sada se sve produkcije znaka C mogu pobrisati i nasa lista produkcija izgleda ovako:

S -> bAbE	
S -> aABc	B -> ad
A -> beA	E -> ed
A -> eps	E -> ac

Kako bi to izgledalo ipak malo ljepse:

S -> bAbE	B-> ad
S -> aABc	E -> ed
A -> beA	E -> ac
A -> eps	

I time bi zadatak bio gotov.
Nije tesko, zar ne? :)

17. Zadatak (by [bojzi](#)):

Iz zadane gramatike izbaciti jedinичne i e produkcije.

S -> xABz	A -> zyA	B -> wC	C -> zxC	D -> yB
	A -> BC	B -> eps	C -> D	D -> eps

Rjesenje:

Nas zadatak zahtijeva da izbacimo sve jedinичne i epsilon produkcije. Opet se postupak sastoji od dva koraka i radimo ih u sljedećem redoslijedu:

1. Izbacivanje jedinичnih produkcija
2. Izbacivanje epsilon produkcija

Krenimo s izbacivanjem jedinичnih produkcija, no prije nego sto krenemo htio bih napomenuti kako ne bi bilo zgorega iz produkcije izbaciti sve beskorisne znakove (zadatak 16), kako bi si smanjili posao. To je u ovom zadatku vec ucinjeno za nas. :)

Izbacivanje jedinичnih produkcija

Ovaj dio zadatka je zaista jednostavan.

Jedinичne produkcije su sve produkcije oblika: A -> B, tj. sve produkcije koje imaju **1** NEZAVRSNI znak s lijeve i desne strane.

Rjesavanje tog problema krajnje je jednostavno i sastoji se od toga da izvedemo nove produkcije tako da sve moguće produkcije nezavršnog znaka s desne strane uvrstimo u nove produkcije s lijevom znakom kao i u jedinичnoj produkciji. Dobro, ovo ne zvuči baš tako jednostavno kako sam rekao, ali lakše je primjerom. :)

Nasa lista produkcija:

S -> xABz	A -> zyA	B -> wC	C -> zxC	D -> yB
	A -> BC	B -> eps	C -> D	D -> eps

U nasoj listi produkcija nalazi se jedna jedinичna produkcija i to $C \rightarrow D$. Sada moramo sve produkcije znaka D staviti pod produkcije znaka C, tj:

$C \rightarrow yB$ $C \rightarrow \epsilon$
--

Nova lista produkcija izgleda ovako:

$S \rightarrow xABz$	$A \rightarrow zyA$	$B \rightarrow wC$	$C \rightarrow zxC$	$D \rightarrow yB$
	$A \rightarrow BC$	$B \rightarrow \epsilon$	$C \rightarrow yB$	$D \rightarrow \epsilon$
			$C \rightarrow \epsilon$	

Nakon zamjene svih jedinичnih produkcija potrebno je pregledati listu produkcija za nedohvatljive znakove, jer se često zna dogoditi da su znakovi kojima smo prebacili jedinичnu produkciju postali nedohvatljivi.

I, zaista, znak D je postao nedohvatljiv, pa ga možemo izbaciti iz liste produkcija:

$S \rightarrow xABz$	$A \rightarrow zyA$	$B \rightarrow wC$	$C \rightarrow zxC$
	$A \rightarrow BC$	$B \rightarrow \epsilon$	$C \rightarrow yB$
			$C \rightarrow \epsilon$

Time je gotov prvi korak (kraci) našeg postupka. Krenimo na drugi...

Odbacivanje epsilon produkcija

Ovaj je postupak nešto opirniji, no nije težak.

Ideja je sljedeća:

1. U svim epsilon produkcijama (produkcije s epsilon znakom) lijevu stranu označiti nekom oznakom koja će označavati da je taj znak u epsilon produkciji. Ostale produkcije tog znaka mogu se, ali i ne moraju označiti.
2. Sve ostale produkcije koje sadrže taj znak (li znakove ako ima više znakova koji sadrže više epsilon produkcija) treba podijeliti na sve moguće kombinacije znakova s epsilon produkcijama i to tako da sadrže i nove posebno označene produkcije, te stare produkcije.
3. Nakon što smo ispisali sve moguće kombinacije, slobodno obrisemo epsilon produkciju i SVE znakove koji označavaju epsilon produkciju zamijenimo praznim nizom.

Pokazimo to primjerom:

$S \rightarrow xABz$	$A \rightarrow zyA$	$B \rightarrow wC$	$C \rightarrow zxC$
	$A \rightarrow BC$	$B \rightarrow \epsilon$	$C \rightarrow yB$
			$C \rightarrow \epsilon$

Ovdje imamo dvije epsilon produkcije: $B \rightarrow \epsilon$ i $C \rightarrow \epsilon$.

To znači da ćemo ih označiti s recimo B1 i C1. Nakon toga ćemo u svim produkcijama koje s lijeve strane sadrže te znakove (B i C) razdijeliti produkcije stvarajući nove tako da prikazemo sve moguće kombinacije starih i novih znakova.

Npr. Produkcija znaka S (prva) podijeliti će se na: $S \rightarrow xABz$ i $S \rightarrow xAB1z$, $A \rightarrow BC$ prelazi u $A \rightarrow BC$ i $A \rightarrow B1C$ itd.

Nova lista produkcija biti će:

$S \rightarrow xABz$	$A \rightarrow zyA$	$B \rightarrow wC$	$C \rightarrow zxC$
$S \rightarrow xAB1z$	$A \rightarrow BC$	$B \rightarrow wC1$	$C \rightarrow zxC1$
	$A \rightarrow B1C$	$B1 \rightarrow \epsilon$	$C \rightarrow yB$
	$A \rightarrow BC1$		$C \rightarrow yB1$
	$A \rightarrow B1C1$		$C1 \rightarrow \epsilon$

Sada mozemo pobrisati epsilon produkcije i SVE znakove koji predstavljaju epsilon produkcije zamijeniti praznim nizovima (tj. pobrisati):

S -> xABz	A -> zyA	B -> wC	C -> zxC
S -> xAz	A -> BC	B -> w	C -> zx
	A -> C		C -> yB
	A -> B		C -> y
	A -> eps		

Ovim korakom pojavila se jedna cudna pojava. Brisanjem oba znaka iz produkcije A -> B1C1 pojavila se nova epsilon produkcija. Zbog toga moramo ponoviti taj postupak, no ovaj put s produkcijama znaka A.

Produkcije s oznacenim A1 produkcijama:

S -> xABz	A -> zyA	B -> wC	C -> zxC
S -> xA1Bz	A -> zyA1	B -> w	C -> zx
S -> xAz	A -> BC		C -> yB
S -> xA1z	A -> C		C -> y
	A -> B		
	A1 -> eps		

I, na isti nacin kao i prije, odstranimo epsilon produkcije:

S -> xABz	A -> zyA	B -> wC	C -> zxC
S -> xBz	A -> zy	B -> w	C -> zx
S -> xAz	A -> BC		C -> yB
S -> xz	A -> C		C -> y
	A -> B		

Ovdje bi zadatak MOGAO biti gotov, no promotrimo li nase produkcije primjetiti cemo nesto lose. Pojavile su se dvije nove jedinичne produkcije i to: A -> C i A -> B. Srecom, znamo to lako rijesiti, pa nema panike, kuke ni motike. :)

Sve produkcije znaka C staviti cemo i u nove produkcije sa znakom A s lijeve strane, te sve produkcije znaka B na isti nacin uvrstiti u nove produkcije:

A -> wC
A -> w
A -> zxC
A -> zx
A -> yB
A -> y

Uvrstimo to sada u nasu listu produkcija:

S -> xABz	A -> zyA	B -> wC	C -> zxC
S -> xBz	A -> zy	B -> w	C -> zx
S -> xAz	A -> BC		C -> yB
S -> xz	A -> wC		C -> y
	A -> w		
	A -> zxC		
	A -> zx		
	A -> yB		
	A -> y		

Jos jednom provjerimo listu produkcija. Nema nedohvatljivih, jedinичnih, niti epsilon produkcija.

Zadatak je go-tov! :)

18. Zadatak (by [bojzi](#)):

Zadanu gramatiku pretvoriti u Chomskyev oblik.

S → 0S1	A → 1B0	B → 1BA	C → B0
S → 0SBS	A → SB	B → SA	C → A
S → 1C0	A → 0	B → 1	C → eps

Rjesenje:

Prvo da razrijesimo osnovno - ovdje su završni znakovi označeni brojkama, a ne mali slovima. Osim toga, gramatika je slična kao u prošlom zadatku. Napisimo prvo kako naša gramatika izgleda (ovo se NE mora raditi, ali mi je lakše tako):

$G = (\{S, A, B, C\}, \{0, 1\}, P, S)$

P:

S → 0S1	A → 1B0	B → 1BA	C → B0
S → 0SBS	A → SB	B → SA	C → A
S → 1C0	A → 0	B → 1	C → eps

Sada imamo definiranu našu gramatiku i možemo krenuti dalje.

Chomskyev oblik krajnje je jednostavan i postupak za dobivanje istog također. Da bi lista produkcija zadovoljila Chomskyev oblik SVE produkcije moraju biti jednog od dva oblika: $A \rightarrow BC$ ili $A \rightarrow a$, tj. s desne strane produkcija smiju biti dva nezavršna znaka ili jedan završni.

Kako dobiti takve oblike?

2 su koraka:

1. Prebaciti sve završne znakove (osim u produkcijama koje već tvore Chomskyev oblik) u nezavršne zamjenom znakova uz stvaranje potrebnih zamjenskih produkcija.
2. Skraćivanje svih desnih strana produkcija duljih od 2 znaka stvaranjem novih produkcija koje će sadržavati postupke skraćivanja.

Prije no što krenemo pripomenio bih da bi, ako želimo uopće krenuti u ovaj postupak, naša lista produkcija već morala biti riješena svih beskorisnih znakova, jedinичnih, te epsilon produkcija. U našem zadatku potrebno je odstraniti jedinичne i epsilon produkcije. Ovdje to neću raditi, već to slobodno možete napraviti za vježbu, po primjeru zadatka 17.

Lista produkcija nakon toga izgleda ovako:

S → 0S1	A → 1B0	B → 1BA	C → B0
S → 0SBS	A → SB	B → SA	C → 1B0
S → 1C0	A → 0	B → 1	C → SB
S → 10			

Prebacivanje završnih znakova u nezavršne znakove

Prije no što krenemo prebacivati znakove, treba provjeriti sadrži li naša lista produkcija neke produkcije koje već zadovoljavaju Chomskyjev oblik:

S → 0S1	A → 1B0	B → 1BA	C → B0
S → 0SBS	A → SB	B → SA	C → 1B0
S → 1C0	A → 0	B → 1	C → SB
S → 10			

4 produkcije su već u Chomskyjevom obliku!

To su: A → SB, B → SA, A → 0, B → 1 i C → SB.

Njih više nije potrebno obrađivati i dobra je praksa kraj njih staviti kvacice.

Sada ćemo sve završne znakove zamijeniti s nezavršnim znakovima i to ćemo naznačiti sljedećim produkcijama:

E → 0
F → 1

Sada te nove nezavršne znakove možemo ubaciti u našu listu produkcija:

S → ESF	A → FBE	B → FBA	C → BE	E → 0
S → ESBS	A → SB	B → SA	C → 1BE	F → 1
S → FCE	A → 0	B → 1	C → SB	
S → FE				

Primjetite kako produkcije A → 0 i B → 1 nisam mijenjao. To je zato što su one već prije označene kao pogodne za Chomskyjev oblik.

Time smo riješili 1. korak našeg prebacivanja.

Skracivanje predugih desnih strana produkcija

Skracivanje je također dosta jednostavno i radi se tako da se predugacak niz nezavršnih znakova pretvara u niz dug dva znaka. Prvi znak je već postojeći prvi znak desne strane produkcije. Drugi znak je zamjenski znak s nekim indeksom (kako bi ga se razlikovalo u drugim produkcijama) koji stvara novu produkciju s ostatkom niza iz originala.

Evo primjer:

Ako imamo A → BCEF pretvoriti ćemo ga u A → BD(1) (D s indeksom 1), a dodatna nova produkcija će izgledati D(1) → CEF. Nakon toga D(1) prelazi u D(1) → CD(2) i novonastala produkcija je D(2) → EF.

Time smo dobili sljedeće produkcije koje su u Chomskijevom obliku:

A	→	BD(1)
D(1)	→	CD(2)
D(2)	→	EF

Učinimo to sada i s našim zadatkom.

Lista produkcija:

S → ESF	A → FBE	B → FBA	C → BE	E → 0
S → ESBS	A → SB	B → SA	C → FBE	F → 1
S → FCE	A → 0	B → 1	C → SB	
S → FE				

Potrebno je promijeniti $S \rightarrow ESF$ i to na način da napisemo $S \rightarrow ED(1)$, te $D(1) \rightarrow SF$. Time je riješena prva produkcija.

Sljedeća, $S \rightarrow ESBS$, izgledati će ovako: $S \rightarrow ED(1)$, $D(1) \rightarrow SBS$, pa $D(1) \rightarrow SD(2)$ i $D(2) \rightarrow BS$.

Tim načinom skratiti ćemo sve predugacke produkcije.

Na kraju to izgleda ovako:

$S \rightarrow ED(1)$	$A \rightarrow FD(5)$	$B \rightarrow FD(6)$	$C \rightarrow BE$	$E \rightarrow 0$
$D(1) \rightarrow SF$	$D(5) \rightarrow BE$	$D(6) \rightarrow BA$	$C \rightarrow FD(7)$	$F \rightarrow 1$
$S \rightarrow ED(2)$	$A \rightarrow SB$	$B \rightarrow SA$	$D(7) \rightarrow BE$	
$D(2) \rightarrow SD(3)$	$A \rightarrow 0$	$B \rightarrow 1$	$C \rightarrow SB$	
$D(3) \rightarrow BS$				
$S \rightarrow FD(4)$				
$D(4) \rightarrow CE$				
$S \rightarrow FE$				

I to je to, što se tiče ovog zadatka. Jedina razlika u rješenjima, što se tiče službenog i mogeg, je u tome što su oni $D(5)$ i $D(7)$ grupirali pod isti broj, no ne vjerujem kako je greška ako se to razdijeli.

19. Zadatak (by [boizi](#)):

Pokazati nejednoznacnost zadane gramatike.

```
S -> aSbS
S -> bSaS
S -> eps.
```

Rjesenje:

Opet slijedi malo teorije prije samog zadatka.

Prica iza ovog zadatka je ovakva - vi možete konstruirati stablo ili odredjeni zadani niz iz neke gramatike koristeći način zamjene krajnje lijevog ili krajnje desnog znaka.

U praksi to znači da ćete se orijentirati na nezavršni znak koji se nalazi ili skroz lijevo (koliko god je to moguće) ili skroz desno (također koliko god je to moguće).

Pokazimo primjer što bi to značilo za nas zadatak (paznja, ovo nije rješavanje zadatka, ovo je još uvijek samo objašnjavanje teorije) - pokušajmo konstruirati niz aabb koristeći zamjenu krajnje lijevog znaka.

Krećemo s početnim znakom:

S

Njega možemo zamijeniti s aSbS, bSaS ili eps. Kad bi ga zamijenili s epsilon unistili bi si niz i nista ne bi postigli, tako da to otpada. Postoje želimo niz aabb moramo koristiti produkciju aSbS jer ona sadrži završni znak a na prvome mjestu:

S -> aSbS

Ono sto sada cini razliku izmedju koristenja krajnje lijevog ili krajnje desnog znaka je u izboru koji cemo znak sljedece ici mijenjati pomocu produkcija, lijevi ili desni S u nizu aSbS. Ako odaberemo lijevo ostati cemo u nacinu zamjene krajnje lijevog znaka. Pitanje je cime ga zamijeniti. Ako ga zamijenimo epsilonom dobiti cemo prva dva znaka konacnog niza koja ce glasiti ab i time cemo si unistiti sansu za dobivanje aabb. Moramo ubaciti produkciju koja opet ima a na prvome mjestu, tj.:

S → a**S**bS → aa**S**bSbS

Boldanim slovima oznacena je promjena.

Ako bolje pogledate, vec postoji oblik koji nama odgovara, samo sto sadrzi nezavršne znakove S izmedju. Sada mozemo te znakove S mijenjati s epsilon i u biti ih brisati iz niza.

To opet moramo raditi s lijeva na desno kako bi se drzali nacinu zamjene krajnje lijevog znaka:

S → aSbS → aa**S**bSbS → aabSbS

Pa sljedeci znak:

S → aSbS → aaSbSbS → aab**S**bS → aabbS

I konacno zadnji preostali:

S → aSbS → aaSbSbS → aabSbS → aabb**S** → aabb

Time smo konstruirali niz aabb koristeći nacin zamjene krajnjeg lijevog znaka.

Sada ostaje pitanje - kada je nasa gramatika jednoznačna.

Pravilo kaže kako je gramatika jednoznačna ako i samo ako postoji NAJVIŠE jedan nacin zamjene krajnjeg lijevog ili NAJVIŠE jedan nacin krajnje desnog znaka za konstruiranje nekog niza.

Kod nas, npr. bi to značilo da moramo naci još jedan nacin kako konstruirati niz aabb, tj. malo izmijeniti biranje produkcija i dobiti isti rezultat.

U ovoj gramatici to je moguće napraviti, a najjednostavniji niz s kojim se to može napraviti je abab.

Opet cemo raditi sa zamjenom krajnje lijevog znaka.

1. nacin

Opet krecemo s pocetnim znakom:

S

Umecemo produkciju koja sadrzi a kao prvi znak:

S → aSbS

Moramo mijenjati lijevi nezavršni znak S, tako da cemo ga zamijeniti s produkcijom bSaS, kako bi dobili oblik abab:

S → a**S**bS → ab**S**aSbS

Nakon ovoga ostaje samo zamjena svakog od znakova S s epsilonom, naravno s lijeve strane znak po znak:

S → aSbS → ab**S**aSbS → aba**S**bS → abab**S** → abab

Ovo je prvi nacin na koji mozemo dobiti abab.

2. nacin

Krecemo s jedinim mogucim pocetkom, pocetnim znakom:

S

Umecemo produkciju koja sadrzi a kao prvi znak:

$S \rightarrow aSbS$

Ovdje se sada dogadja razlika. Sada necemo zamijeniti lijevi S s novom produkcijom vec s epsilonom i dobiti abS :

$S \rightarrow aSbS \rightarrow abS$

Nakon toga cemo preostali S zamijeniti s produkcijom $aSbS$ kako bi opet dobili poznati oblik:

$S \rightarrow aSbS \rightarrow abS \rightarrow abaSbS$

Opet preostaje samo izbacivanje znakova S, naravno znak po znak, slijeva:

$S \rightarrow aSbS \rightarrow abS \rightarrow abaSbS \rightarrow ababS \rightarrow abab$

Ovime smo pokazali da postoje dva nacina, koristenjem zamjene krajnje lijevih znakova, kojima se moze doci do istog zavrsnog niza. Time smo pokazali da je gramatika NEjednoznacna.

20. Zadatak (by [Deathwish](#)):

Za zadanu gramatiku zadan je LR - parser. Pomoću LR - parsera parsirati ulazni niz aabb.

$A \rightarrow BA$

$A \rightarrow \epsilon$

$B \rightarrow aB$

$B \rightarrow b$

r → reduciraj

s → stavi

$\nabla 0 \rightarrow$ oznaka početka stoga

	a	b	\perp	A	B
0	S4	S5	R2	1	2
1			prihvati		
2	S4	S5	R2	3	2
3			R1		
4	S4	S5			6
5	R4	R4	R4		
6	R3	R3	R3		

Rješenje:

	STOG	ULAZ
	V0	aabb \perp
1	V0a4	abb \perp
2	V0a4a4	bb \perp
3	V0a4a4b5	b \perp
4	V0a4a4B6	b \perp
5	V0a4B6	b \perp
6	V0B2	b \perp
	V0B2b5	\perp
	V0B2B2	\perp
	V0B2B2A3	\perp
	V0B2A3	\perp
	V0A1	\perp
	PRIHVATI	

Evo da ja malo pripomognem,ak sam fulao slobodno ispravite
Dakle parsiranje niza,zapravo je pljuga

Anyway krenimo od početka imamo produkcije (redukcije)

P1 A->Ba

P2 A->eps

P3 B-> aB

P4 B->b

A \rightarrow BA \rightarrow BBA \rightarrow Bb \rightarrow aBb \rightarrow aaBb \rightarrow aabb
 \rightarrow čita se s lijeva na desno

Operacija s ,tj .stavi, « SX» uzme znak iz niza i stavi ga na stog,nakon znaka na stog stavi broj X

Reduciraj r,dakle R1 je zapravo primjena produkcije jedan,P1 ima na desnoj strani 2 znaka,znači mi sa stoga uzimamo 2 puta više $2*2=4$ znaka i stavljamo lijevu stranu produkcije umjesto njih,nakon toga ovisno o Nezavršnom znaku koji smo stavili i broju prije njega stavljamo desno još jedan broj

Step by Step :

1. Vrh Stoga = 0, ulaz a iz tablice čitamo da je to S4,znači na stog stavimo znak a ,te nakon njega broj 4
2. Vrh Stoga 4,ulaz a iz tablice vidimo da je 4,a ponovno S4 ,ponovno stavljamo znak a pa nakon njega 4
3. Vrh Stoga 4 ulaz b S5,isto ko i prije ,samo sad stavljamo broj 5 na kraju R4,R4 na desnoj strani ima jedan znak(b) znači mi uzimamo 2 znaka s stoga i stavljamo lijevu stranu produkcije 4,tj znak B,e sad na stogu imamo 4 otprije iB a iz tablice očitamo da je to 6(korak koji oni generalno preskaču) te ga stavljamo desno od B $\hat{0}$ 4. Vrh Stoga 5,ulaz b
5. Vrh Stoga 6,ulaz b \rightarrow R3,R3 ima 2 znaka s desne strane stoga uzimamo $2*2=4$ znaka s toga i stavljamo znak B,znak prije B je 0, (B,0) iz tablice očitamo da je 2 te stavimo 2 na stog
6. Vrh Stoga 2 ulaz kraj niza...
nastavljamo postupak ko i prije vjerujem da je jasno, sve dok nam na kraju s Vrhom Stoga 1 i ulazom kraj niza ne bude akcija prihvati i situacija gotova .

Napomene:

---> epsilon u desnoj strani produkcije se tretira kao 0 znakova,dakle u slučaju te re(pro)dukcije uzimamo 0 znakova s stoga te dodajemo desnu stranu produkcije(u našem slučaju A) nastavljamo kao i prije

--->u knjizi je bio i ovaj slučaj,nakon neke redukcije primjerice da stavimo znak B a prije njega je bio 1,(B,1) NE POSTOJI u tablici,dakle tu samo stavite prazan niz i nastavite normalno dalje

---> niz se ne prihvća kad imamo ulaz "kraj niza" i nedefiniran prijelaz za to,npr(4," kraj niza"9

----> označio sam na njihovoj slici stoga korake, like to gledajte

21. Zadatak (by [maXimus](#)):

Konstruirati gramatiku koja generira nizove oblika $a^i b^j c^k d^l e^i$ pri čemu su $i, j, k \geq 1$

Rješenje:

Stvar je jednostavna. Ono što trebamo ovdje napraviti su produkcije. Ako pogledamo oblik niza kakav trebamo dobit vidimo da na početku i na kraju moramo imat jednaki broj a-ova i e-ova, stoga ćemo početi raditi produkcije sa početnim nezavršnim znakom S.

S \rightarrow aAe

Ok, sad smo zadovoljili da imamo jedan znak **a** i jedan znak **e** na kraju niza, no što ako želimo imati više znakova **a** i znakova **e** jer iz uvjeta vidimo da je i to moguće. Moramo napraviti novu produkciju sličnog oblika samo sa A nezavršnim znakom.

A \rightarrow aAe

Produkcije koje sada imamo su:

S \rightarrow aAe A \rightarrow aAe

Sad je zadovoljen uvjet da imamo jedan ili više znakova **a** na početku i znakova **e** na kraju. Sada idemo dalje dodavati produkcije za preostale znakove jednakom formulom.

Vidimo da poslje znaka **a** moraju doći j znakova **b** i prije znaka **e** j znakova **d**. Stoga radimo produkciju da osiguramo minimalno jedno pojavljivanje znakova **b** i **d**:

A \rightarrow bBd

Ako ste se pitali zašto nismo napravili produkciju S \rightarrow aSe, sad bi trebali vidjeti razlog, jer da smo uzeli takvu produkciju trebali bismo imati još produkciju S \rightarrow bBd no ako je S početni nezavršni znak, što znači da uvijek s njime počinjemo kreirati niz onda bi niz mogao početi sa znakom **b** i završiti znakom **d**, a to se od nas ne traži.

U novoj produkciji osiguravamo j-1 pojavljivanja znakova **b** i **d**:

B \rightarrow bBd

Produkcije koje sada imamo su:

S \rightarrow aAe A \rightarrow aAe B \rightarrow bBd
A \rightarrow bBd

Opet na ovom mjestu se možete pitati zašto smo uopće radili B \rightarrow bBd produkciju, mogli smo imati produkciju A \rightarrow bAd, pa u niz aAe staviti tu produkciju pa bi dobili abAde, i opet tako i dobi li bi to što tražimo j znakova b i d, no to nije dobro, jer bi takva gramatika bila nejednoznačna, drugim riječima, ako bi primjenjivali različiti redoslijed produkcija dobili bi drugačiji niz, što nije dobro pa to ne radimo.

Sada nam je ostao još samo $k \geq 1$ znakova **c**

Da bi osigurali jedno pojavljivanje znaka **c**, taj znak moramo ubaciti u B produkciju.

B \rightarrow cC

Primjetite da poslje nezavršnog znaka C nemamo neki drugi nezavršni znak, jer to onda nebi bio naš traženi niz, a isto tako znak poslje C nemože biti niti završni znak **c** jer će se onda u minimalnom slučaju pojaviti 2 završna znaka **c**.

Pa kako bi omogućili k znakova **c** dodajemo novu produkciju:

$C \rightarrow cC$

A da bi napokon došao kraj nizu **c** znakova dodajemo produkciju koja dohvaća završni znak epsilon :

$C \rightarrow \text{epsilon}$

$S \rightarrow aAe$	$A \rightarrow aAe$	$B \rightarrow bBd$	$C \rightarrow cC$
	$A \rightarrow aBd$	$B \rightarrow cC$	$C \rightarrow \text{epsilon}$

23. Zadatak (by [P\(M\)ervan](#)):

Iz potisnog automata M1 koji nizove prihvaća prihvatljivim stanjem konstruirati potisni automat M2 koji nizove prihvaća praznim stogom.

$M1 = (\{q_0, q_1\}, \{0, 1, 2\}, \{N, J, K\}, q_0, d, K, \{q_1\})$

$d(q_0, 0, K) = (q_0, NK)$	$d(q_0, 0, N) = (q_0, NN)$	$d(q_0, 0, J) = (q_0, e)$
$d(q_0, 1, K) = (q_0, JK)$	$d(q_0, 1, N) = (q_0, e)$	$d(q_0, 1, J) = (q_0, JJ)$
$d(q_0, 2, K) = (q_0, K)$	$d(q_0, 2, N) = (q_0, N)$	$d(q_0, 2, J) = (q_0, J)$
$d(q_0, e, K) = (q_1, K)$		

Prvo trebamo odrediti izgled automata:

$M2 = (\{q_p, q_0, q_1, q_f\}, \{0, 1, 2\}, \{N, J, K, Z\}, q_p, d', Z, 0)$

Prvi korak:

Napravi se početni prijelaz:

$d'(q_p, e, Z) = (q_0, KZ)$

Drugi korak:

Preuzmu se svi prijelazi:

$d'(q_0, 0, K) = (q_0, NK)$ $d'(q_0, 0, N) = (q_0, NN)$ $d'(q_0, 0, J) = (q_0, e)$
 $d'(q_0, 1, K) = (q_0, JK)$ $d'(q_0, 1, N) = (q_0, e)$ $d'(q_0, 1, J) = (q_0, JJ)$
 $d'(q_0, 2, K) = (q_0, K)$ $d'(q_0, 2, N) = (q_0, N)$ $d'(q_0, 2, J) = (q_0, J)$
 $d'(q_0, e, K) = (q_1, K)$

Treći korak:

Dodaju se za sva stanja stoga e prijelazi:

$d'(q_1, e, N) = (q_f, e)$
 $d'(q_1, e, J) = (q_f, e)$
 $d'(q_1, e, K) = (q_f, e)$
 $d'(q_1, e, Z) = (q_f, e)$

Četvrti korak:

Za sve e prijelaze se dodaju e prijelazi koji prazne stog:

$d'(q_f, e, N) = (q_f, e)$
 $d'(q_f, e, J) = (q_f, e)$
 $d'(q_f, e, K) = (q_f, e)$
 $d'(q_f, e, Z) = (q_f, e)$

Et voilà, dobije se rješenje zadatka :)

$$d'(qp, e, Z) = (q0, KZ)$$

$$\begin{aligned} d'(q0, 0, K) &= (q0, NK) & d'(q0, 0, N) &= (q0, NN) & d'(q0, 0, J) &= (q0, e) \\ d'(q0, 1, K) &= (q0, JK) & d'(q0, 1, N) &= (q0, e) & d'(q0, 1, J) &= (q0, JJ) \\ d'(q0, 2, K) &= (q0, K) & d'(q0, 2, N) &= (q0, N) & d'(q0, 2, J) &= (q0, J) \\ d'(q0, e, K) &= (q1, K) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d'(q1, e, N) &= (qf, e) \\ d'(q1, e, J) &= (qf, e) \\ d'(q1, e, K) &= (qf, e) \\ d'(q1, e, Z) &= (qf, e) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d'(qf, e, N) &= (qf, e) \\ d'(qf, e, J) &= (qf, e) \\ d'(qf, e, K) &= (qf, e) \\ d'(qf, e, Z) &= (qf, e) \end{aligned}$$

24. Zadatak (by [P\(M\)ervan](#)):

Iz potisnog automata M1 koji nizove prihvaća praznim stogom konstruirati potisni automat M2 koji nizove prihvaća prihvatljivim stanjem.

$$M1 = (\{q0, q1\}, \{0, 1, 2\}, \{NJK\}, q0, d, K, 0)$$

$d(q0, 0, K) = (q0, NK)$	$d(q0, 0, J) = (q0, NJ)$	$d(q0, 0, N) = (q0, NN)$	$d(q1, 0, N) = (q1, e)$
$d(q0, 1, K) = (q0, JK)$	$d(q0, 1, J) = (q0, JJ)$	$d(q0, 1, N) = (q0, JN)$	$d(q1, 1, J) = (q1, e)$
$d(q0, 2, K) = (q1, e)$	$d(q0, 2, J) = (q1, J)$	$d(q0, 2, N) = (q1, N)$	$d(q1, e, K) = (q1, e)$

Prvo trebamo odrediti kako automat izgleda, on izgleda:

$$M2 = (\{qp, q0, q1, qf\}, \{0, 1, 2\}, \{N, J, K, Z\}, d', qp, Z, \{qf\})$$

Prvi korak:

Napravi se početni prijelaz:

$$d'(qp, e, Z) = (q0, KZ)$$

Drugi korak:

Preuzmu se svi prijelazi:

$$\begin{aligned} d'(q0, 0, K) &= (q0, NK) & d'(q0, 0, J) &= (q0, NJ) & d'(q0, 0, N) &= (q0, NN) & d'(q1, 0, N) &= (q1, e) \\ d'(q0, 1, K) &= (q0, JK) & d'(q0, 1, J) &= (q0, JJ) & d'(q0, 1, N) &= (q0, JN) & d'(q1, 1, J) &= (q1, e) \\ d'(q0, 2, K) &= (q1, e) & d'(q0, 2, J) &= (q1, J) & d'(q0, 2, N) &= (q1, N) & d'(q1, e, K) &= (q1, e) \end{aligned}$$

Treći korak:

Dodaju se e prijelazi za prihvatljivo stanje qf:

$$d'(q0, e, Z) = (qf, e)$$

$$d'(q1, e, Z) = (qf, e)$$

Et voilà, dobije se rješenje zadatka :)

$$\begin{aligned} d'(qp, e, Z) &= (q0, KZ) \\ d'(q0, 0, K) &= (q0, NK) & d'(q0, 0, J) &= (q0, NJ) & d'(q0, 0, N) &= (q0, NN) & d'(q1, 0, N) &= (q1, e) \\ d'(q0, 1, K) &= (q0, JK) & d'(q0, 1, J) &= (q0, JJ) & d'(q0, 1, N) &= (q0, JN) & d'(q1, 1, J) &= (q1, e) \\ d'(q0, 2, K) &= (q1, e) & d'(q0, 2, J) &= (q1, J) & d'(q0, 2, N) &= (q1, N) & d'(q1, e, K) &= (q1, e) \\ d'(q0, e, Z) &= (qf, e) \\ d'(q1, e, Z) &= (qf, e) \end{aligned}$$

26. Zadatak (by P(M)ervan):

Konstruirati kontekstno neovisnu gramatiku koja generira nizove koje prihvaća zadani potisni automat M.

$$M = (\{q_0, q_1\}, \{a, b, c\}, \{A, K\}, d, q_0, K, 0)$$

$$d(q_0, b, K) = (q_0, AK)$$

$$d(q_0, a, A) = (q_1, A)$$

$$d(q_1, e, K) = (q_1, e)$$

$$d(q_0, b, A) = (q_0, AA)$$

$$d(q_1, c, A) = (q_1, e)$$

$$d = \text{delta}$$

$$e = \text{epsilon}$$

U pripremi je sve formalno napisano, pa ću ja zdravo-seljački :), tj. onako kako sam ja to razumio :)

Gramatiku počinjemo graditi sa produkcijom S:

$$S \rightarrow [q_0, K, q_0]$$

$$S \rightarrow [q_0, K, q_1]$$

Kod nezavršnog znaka $[q_i, K, q_j]$ prvi (q_i) označava početno stanje automata (u početku počinjemo od početnoga stanja (a zadano je da je to q_0 , zato nema q_1), slovo poslije njega označava što je na stogu, a drugi (q_j) označava gdje će automat otići. Mogući su samo prijelazi iz početnog stanja (q_0) u (q_1 ili q_0), pa zato imamo dva S-a.

Produkcije se grade iz prijelaza automata, pa počinjemo:

Prijelaz $d(q_0, b, K)$:

(izabran je taj prijelaz jer trebamo riješiti dvije produkcije dobivene od S-a, a samo ovaj prijelaz opisuje ponašanje automata pri početnom stanju i K na vrhu stoga).

$$[q_0, K, q_0] \rightarrow b[q_0, A, q_0][q_0, K, q_0]$$

$$[q_0, K, q_0] \rightarrow b[q_0, A, q_1][q_1, K, q_0]$$

Sada primijetite da dani prijelaz opisuje da iz početnog stanja samo za znak b daje isto stanje (q_0), ali dodaje slovo A, pa na stogu imamo napisani prijelaz AK kojega trebamo obraditi, dakle sadašnja produkcija generira slovo b i druge dvije buduće produkcije, koje će se kasnije rješavati. Primijetite da početno stanje prve buduće produkcije treba biti isto kao početno stanje sadašnje produkcije koju opisujemo, a za stanje u koje prelazi potrebno je napisati sve slučajeve. Dok kod druge buduće produkcije početno stanje treba biti jednako stanju u koje je prva buduća produkcija prešla, dok mu stanje u koje prelazi treba biti jednako stanju prijelaza sadašnje produkcije. I tako za sve produkcije.

$$[q_0, K, q_1] \rightarrow b[q_0, A, q_0][q_0, K, q_1]$$

$$[q_0, K, q_1] \rightarrow b[q_0, A, q_1][q_1, K, q_1]$$

Dobili smo nove produkcije (q_0, A, q_0) i (q_0, A, q_1) koje trebamo riješiti, a riješiti ćemo ih pomoću prijelaza $d(q_0, a, A) = (q_1, A)$. Uvijek sa prijelazima idemo po redu i sve ih treba prijeći. Primijetite da ovdje na stogu ćemo imati samo jedno slovo (A), što znači da će svaka produkcija generirati samo jednu novu, te da generira slovo a. Pa, krenimo:

$$[q_0, A, q_0] \rightarrow a[q_0, A, q_0]$$

$$[q_0, A, q_1] \rightarrow a[q_0, A, q_1]$$

Pošto ovdje nema druge buduće produkcije prva buduća poprima iste prijelaze kao sadašnja.

Idemo dalje, slijedeći prijelaz jest $d(q_0, b, A) = (q_0, AA)$. Opet ćemo trebati opisati prijašnje produkcije, i to zato jer ih ovaj prijelaz opisuje, i opet se generira završni znak b. Pa, krenimo

$[q_0, A, q_0] \rightarrow b[q_0, A, q_0][q_0, A, q_0]$
 $[q_0, A, q_0] \rightarrow b[q_0, A, q_1][q_1, A, q_0]$
 $[q_0, A, q_1] \rightarrow b[q_0, A, q_0][q_0, A, q_1]$
 $[q_0, A, q_1] \rightarrow b[q_0, A, q_1][q_1, A, q_1]$

Idemo dalje, slijedeći prijelaz jest $d(q_1, c, A) = (q_1, e)$

$[q_1, A, q_1] \rightarrow c$

Najvažnija stvar je to da se kod prijelaza gleda samo početno stanje, stanje na stogu, nezavršni znak i što će se dobiti na stogu poslije prijelaza. Kod ovog prijelaza imamo samo jednu produkciju opisanu sa početnim stanjem q_1 i sa slovom A na stogu, te se ništa poslije prijelaza ne stavlja na stog, tako da nema daljnjih produkcija.

I zadnji prijelaz je $d(q_1, e, K) = (q_1, e)$

$[q_1, K, q_1] \rightarrow e$

Napisali smo sve produkcije, sada izbacujemo mrtve. To su one za koje se prijelaz ne može ni teoretski desiti. Imamo dvije takve. To su $[q_1, K, q_0]$ i $[q_1, A, q_0]$, njih izbacujemo, jer se ne možemo vraćati kroz stanja. Sve produkcije koje mogu izgenerirati mrtve produkcije izbacimo, a to znači cijelu produkciju sa lijeve strane izbacimo bez obzira što može izgenerirati nešto drugo. Produkcije koje mogu izgenerirati izbačene produkcije, samo maknemo, znači samo tu produkciju koja može izgenerirati izbačenu produkciju, istu produkciju možemo koristiti ako generira nešto drugo. Na daljnjem primjeru će biti jasnije:

$[q_0, K, q_0] \rightarrow b[q_0, A, q_1][q_1, K, q_0]$
 $[q_0, A, q_0] \rightarrow b[q_0, A, q_1][q_1, A, q_0]$

generiraju mrtvu produkciju $[q_1, K, q_0]$ odnosno $[q_1, A, q_0]$ te se cijele produkcije $[q_0, K, q_0]$ i $[q_0, A, q_0]$ brišu.

$[q_0, A, q_1] \rightarrow b[q_0, A, q_0][q_0, A, q_1]$
 može izgenerirati izbačenu produkciju $[q_0, A, q_0]$ samo ovu produkciju maknemo, jer se produkcija $[q_0, A, q_1] \rightarrow b[q_0, A, q_1][q_1, A, q_1]$ može koristiti.

Dakle ostanu nam samo produkcije:

$S \rightarrow [q_0 K q_1]$
 $[q_0, K, q_1] \rightarrow b[q_0, A, q_1][q_1, K, q_1]$
 $[q_0, A, q_1] \rightarrow b[q_0, A, q_1][q_1, A, q_1]$
 $[q_0, A, q_1] \rightarrow a[q_0, A, q_1]$
 $[q_1, A, q_1] \rightarrow c$
 $[q_1, K, q_1] \rightarrow e$

Sada samo preimenujemo produkcije, da na nešto liče.

$[q_0, K, q_1] = A$, $[q_0, A, q_1] = B$, $[q_1, A, q_1] = C$, $[q_1, K, q_1] = D$
 Dakle završno dobijemo:

$S \rightarrow A$	$B \rightarrow bBC$	$C \rightarrow c$
$A \rightarrow bBD$	$B \rightarrow aC$	$D \rightarrow e$

Iskreno se nadam da ste shvatili :)