



- Ako je jezik L
 - rekurzivan, onda je njegov komplement L^c rekurzivan.
 - rekurzivno prebrojiv, ali ne i rekurzivan, onda njegov komplement L^c nije rekurzivno prebrojiv.
- Jezik L i njegov komplement L^c oba nisu rekurzivno prebrojiva

❖ Dokaz da **presjek** dva kontekstno ovisna jezika jest kontekstno ovisni jezik temelji se na linearno ograničenom automatu.



- Kontekstno ovisni jezici su **pravi podskup** rekurzivnih jezika. Rekurzivni jezici su pravi podskup rekurzivno prebrojivih jezika.
- Klasa rekurzivnih jezika \underline{C} klasa kontekstno ovisnih jezika

❖ Ako je jezik L u klasi

- **DTIME (f(n))** onda je jezik L u klasi DSPACE (f(n)).
- **NTIME(f(n))** i ako je funkcija $f(n) \geq \log_2 n$, onda je jezik L u klasi DTIME($C^{f(n)}$).
- **DSPACE(f(n))** i ako je funkcija $f(n) \geq \log_2 n$, onda je jezik L u klasi DTIME($C^{f(n)}$).
- **NSPACE(f(n))** i ako je funkcija $f(n) \geq \log_2 n$ potpuno prostorno izgrađiva, onda je jezik L u klasi DSPACE($f^2(n)$).

❖ Jezik L_1 svodi se na jezik L_2 ako postoji TS M_R koji generira izlazni niz $y = R(x)$ iz jezika \underline{L}_2 ako i samo ako je ulazni niz x u jeziku \underline{L}_1 .

❖ (napomena $\rightarrow \underline{C}$ je improvizacija znaka za podskup :D)

- $P = \bigcup_{i \geq 1} DTIME(n^i)$
- $NP = \bigcup_{i \geq 1} NTIME(n^i)$
- $PSPACE = \bigcup_{i \geq 1} DSPACE(n^i)$
- $NSPACE = \bigcup_{i \geq 1} NSPACE(n^i)$
- $NSPACE(n^i) \subseteq \bigcup_{i \geq 1} DSPACE(n^{2i})$
- $PSPACE = NSPACE$
- $P \subseteq NP \subseteq PSPACE$

❖ Za zadani TS M_2 koji ima dvostrano beskonacnu traku gradi se TS M_1 koji ima jednostrano beskonacnu traku na desno. Ako je $\delta_2(q, X) = (p, Z, R)$ funkcija prijelaza TS M_2 , onda se za TS M_1

- na **donjem tragu** definira prijelaz $\delta_1([q, D], [X, Y]) = ([p, D], [Z, Y], \underline{L})$.
- na **gornjem tragu** definira prijelaz $\delta_1([q, G], [X, Y]) = ([p, G], [Z, Y], \underline{R})$.

❖ Neka gramatika simulira rad TS M. Za sva stanja q u skupu prihvatljivih stanja F definiraju se produkcije koje generiraju niz završnih znakova $a_1 a_2 \dots a_n$: $[a, X] q \rightarrow q a q; q [a, X] \rightarrow q a q; q \rightarrow \epsilon$

❖ TS M_1 s jednodimenzionalnom trakom simulira rad TS M_2 s dvodimenzionalnim poljem celija. Sadržaji celija polja spremne se na jednodimenzionalnu traku red po red, tako da pojedini redovi cine blokove odvojene posebnim znakom. Tijekom simulacije

- **vertikalnog pomaka izvan pravokutnika** TS M_1 dodaje jedan blok oznaka praznih ćelija na krajnju desnu ili lijevu stranu.
- **horizontalnog pomaka unutar pravokutnika** TS M_1 miče oznaku položaja glave za jednu ćeliju lijevo ili desno unutar bloka ovisno o pomaku glave TS M_2 .
- **vertikalnog pomaka unutar pravokutnika** TS M_1 miče glavu u lijevi ili desni susjedni blok dok se položaj glave ne mijenja (glava se miče o oba slučaja preko oznake kraja bloka)
- **horizontalnog pomaka izvan pravokutnika** – TS M_1 proširuje sve blokove jednom oznakom prazne ćelije na lijevoj ili desnoj strani bloka (a zatim simulira horizontalni pomak unutar pravokutnika).
- ❖ Jezik $\{w2w^R\}$ ima jednostavniju strukturnu složenost od jezika $\{ww\}$ gdje je $w \in (0+1)^*$. → TOCNO
- ❖
 - **Strukturna složenost** jezika određuje se na temelju složenosti automata koji prihvaca jezik.
 - **Složenost prihvatanja jezika** određuje se na temelju vremena i prostora potrebnog da se prihvati jezik.
- ❖
 - Klasu $NTIME(S(n))$ cine jezici nedeterministicke vremenske složenosti $S(n)$.
 - Klasu $NSPACE(S(n))$ cine jezici nedeterministicke prostorne složenosti $S(n)$.
 - Klasu $DSPACE(S(n))$ cine jezici deterministicke prostorne složenosti $S(n)$.
- ❖ Da bi se dokazalo da je jezik L
 - **NP-tezak**, potrebno je dokazati da je sve jezike iz klase NP moguće u polinomnom vremenu svesti na jezik L.
 - **NP-potpun**, potrebno je najprije dokazati da je sve jezike iz klase NP moguće u polinomnom vremenu svesti na jezik L, a zatim je potrebno dokazati da je jezik L u klasi NP.
- ❖ Budući da je omogućeno pisanje po ulaznoj traci, Turingov stroj koristi se za generiranje jezika i računanje cjelobrojnih funkcija.
- ❖ Produkcije kontekstno ovisne gramatike $G = (V, T, P, S)$ su oblika $\alpha \rightarrow \beta$, gdje za lijevu i desnu stranu produkcije vrijedi $|\beta| \geq |\alpha|$.
- ❖ Ako su svi jezici iz klase K polinomno vremenski svodivi na jezik L, a jezik L nije nužno u klasi K, onda je jezik L tezak s obzirom na klasu K i s obzirom na polinomno vremensko svodenje.
- ❖ Zadan je TS M_1 s k traka koji prihvaca jezik L. Istovjetni osnovni model TS M_2 gradi se na sljedeći način: Ulazna traka TS M_2 podijeli se u $2k$ tragova.
- ❖
 - Univerzalni jezik Lu nije rekurzivan, odnosno nije izračunljiv. → NETOCNO
 - univerzalni jezik jest rekurzivno prebrojiv (tj. jest izračunljiv) i nije rekurzivan (tj. nije odluciv).
 - Kaze se da su rekurzivni jezici odlucivi jer ih prihvataju Turingovi strojevi koji uvijek stanu.
 - rekurzivni jezici su odlucivi i izračunljivi.
 - rekurzivno prebrojivi jezici su izračunljivi i nisu odlucivi.
- ❖ TS s jednom trakom moguće je simulirati primjenom stogovnog stroja s minimalno dva stoga.

- ❖ Rekurzivne jezike moguće je generirati kanonskim slijedom.
- ❖ Poveži istovjetne pojmove:
 - Kontekstno ovisni jezici - Linearno ograničeni automat
 - Regularni jezici - Konacni automat
 - Rekurzivno prebrojivi jezici - Turingov stroj
 - Kontekstno neovisni jezici - Potisni automat