

Uvod u teoriju računarstva, MI 1 (v 1.21)

8.4.2008.

U izradi su sudjelovali **ferofka**, Φοσνα i **oggy**. Pitanja su skupljena iz dokumenta [1. MI - ak. god. 2007/08](#) koji se nalazi na Materijalima.

1. Definirati:

- a) formalni automat,
- b) formalnu gramatiku.

a) Formalni automat je model diskretnog matematičkog sustava koji čitanjem znak po znak odlučuje je li pročitani niz element zadanog jezika. (str. 12 u knjizi)

b) Formalna gramatika je model matematičkog sustava koji primjenom skupa produkcija gradi, odnosno generira nizove znakova. (str. 12)

2. Formalno definirati:

- a) istovjetnost stanja DKA,
- b) istovjetnost DKA.

a) Stanje p DKA $M=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ je istovjetno stanju p' DKA $M'=(Q', \Sigma', \delta', q_0', F')$ ako i samo ako DKA M u stanju p prihvaća isti skup nizova kao i DKA M' u stanju p' . Za bilo koji niz w skupa Σ^* vrijedi $(\delta(p, w) \in F) \wedge (\delta'(p', w) \in F')$ ili $(\delta(p, w) \notin F) \wedge (\delta'(p', w) \notin F')$. (str. 21)

b) DKA M i N su istovjetni ako i samo ako su istovjetna njihova početna stanja. (str. 22)

3. Opisati postupak dobivanja DKA iz zadanog NKA.

DKA $M'=(Q', \Sigma', \delta', q_0', F')$ prihvaća isti jezik kao i NKA $M=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ako je zadovoljeno:

- 1) Skup stanja DKA je $Q'=2^Q$, tj. skup svih podskupova skupa stanja NKA Q . Stanja su označena uglatim zagradama $[p_0, p_1, \dots, p_j] \in Q'$, gdje su $p_k \in Q$.
- 2) Skup prihvatljivih stanja DKA F' jest skup svih stanja $[p_0, p_1, \dots, p_j]$ gdje je barem jedan $p_k \in F$.
- 3) Početno stanje DKA jest $q_0'=[q_0]$.
- 4) Funkcija prijelaza DKA jest $\delta'([p_0, p_1, \dots, p_m], a)=[r_0, r_1, \dots, r_j]$ ako i samo ako je $\delta(\{p_0, p_1, \dots, p_m\}, a)=\{r_0, r_1, \dots, r_j\}$, gdje je $a \in \Sigma$. (str. 31)

4. Dokazati zatvorenost regularnih jezika s obzirom na operaciju komplementa.

Neka DKA $M=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ prihvaća regularni jezik $L(M)$. Za komplement jezika $L(M)^c$ moguće je izgraditi DKA $M'=(Q, \Sigma, \delta, q_0, Q \setminus F)$ koji prihvaća jezik $L(M')=\{w \mid \delta(q_0, w) \notin F\} = \Sigma^* \{w \mid \delta(q_0, w) \in F\}^c = L(M)^c$. (str. 52)

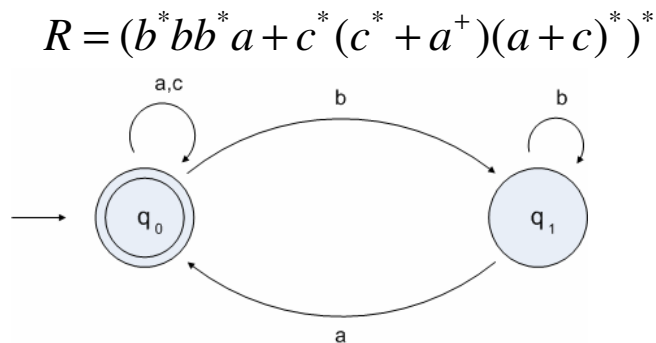
5. Opisati postupak odbacivanja jediničnih produkcija iz kontekstno neovisne gramatike.

Ako postoje produkcije tipa $A \rightarrow B$, gdje su A i B nezavršni znakovi, za sve produkcije $B \rightarrow \alpha$ koje nisu jedinične građe grade se nove produkcije $A \rightarrow \alpha$. (str. 83)

6. Minimizirati DKA koristeći algoritam br 2.

Prvo se odbace nedohvatljiva stanja postupkom sa strane 27, a zatim se primjeni algoritam 2 na strani 24, što je Bojzi već objasnio u tutorijalu.

7. Pokazati da automat sa slike prihvaća jezik koji opisuje regularni izraz R .



Sa slike očitavamo izraz $((a+c)^* + (b^+a))^*$.

Potrebno je minimizirati izraz R (algebarski zakoni su na stranici 46 u knjizi i stranici 6 u pripremi):

$$\begin{aligned} R &= (b^* \underline{b b^* a} + \underline{c^* (c^* + a^+) (a+c)^*})^* \\ &= (b^* \underline{b^+ a} + \underline{(c^* c^* + c^* a^+) (a+c)^*})^* \\ &= (b^+ a + \underline{(c^* + c^* a^+) (a+c)^*})^* \\ &= (b^+ a + \underline{c^* (\varepsilon + \varepsilon a^+) (a+c)^*})^* \\ &= (b^+ a + \underline{c^* a^* (a+c)^*})^* \\ &= (\underline{b^+ a} + \underline{(a+c)^*})^* \\ &= ((a+c)^* + b^+ a)^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} XX^* &= X^+; X(Y+Z) = XY + XZ \\ X X^+ &= X^*; X^* X^* = X^* \\ X + XY &= X(\varepsilon + \varepsilon Y) \\ \varepsilon X &= X; (\varepsilon + X^+) = X^* \\ X^* Y^* (Y+X)^* &= (Y+X)^* \\ X+Y &= Y+X \end{aligned}$$

Minimizacijom je dobiven izraz identičan izrazu očitano sa slike.

Neka pravila koja se primjenjuju na regularnom izrazu R nisu trivijalna i ne možete ih naći među algebarskim zakonima.

8. Konstruirati regularni izraz koji opisuje sve IP adrese od 172.16.0.0 do 172.31.255.255 .

Napomena: Svaki od četiri dijela IP adrese se sastoji od minimalno jedne znamenke, a maksimalno tri znamenke i točke. Nakon svakog od četiri dijela adrese dolazi točka, OSIM NAKON ZADNJEG DIJELA. Najveći broj koji se može naći u svakom pojedinom dijelu je 255. Brojevi u IP adresi nemaju vodeće nule.

Potrebno je pripaziti na zadani raspon!

$$R = r1.r2.r3.r4$$

$$r1 = 172$$

$$r2 = 1(6+7+8+9) + 2(0+1+2+\dots+9) + 3(0+1)$$

$$r3 = r5+r6+r7+r8$$

$$r5 = (0+1+2+\dots+9)$$

$$r6 = (1+2+3+\dots+9)(0+1+2+\dots+9)$$

$$r7 = 1(0+1+2+\dots+9)(0+1+2+\dots+9)$$

$$r8 = 2(0+1+2+3+4)(0+1+2+\dots+9)+25(0+1+2+3+4+5)$$

$$r4 = r3$$

Pojašnjenje:

- $r5$ opisuje slučaj kad je dio IP-a predstavljen samo jednom dekadskom znamenkom.
- $r6$ opisuje slučaj kad je dio IP-a predstavljen dvjema dekadskim znamenkama,
- $r7$ opisuje slučaj kad je dio IP-a predstavljen trima dekadskim znamenkama u rasponu od 100 do 199 (uključeno).
- $r8$ je podijeljen u dva dijela. Prvi dio opisuje slučaj kad je dio IP predstavljen trima dekadskim znamenkama u rasponu od 200 do 249 (uključeno). Drugi dio služi za predstavljanje raspona od 250 do 255 (uključeno).

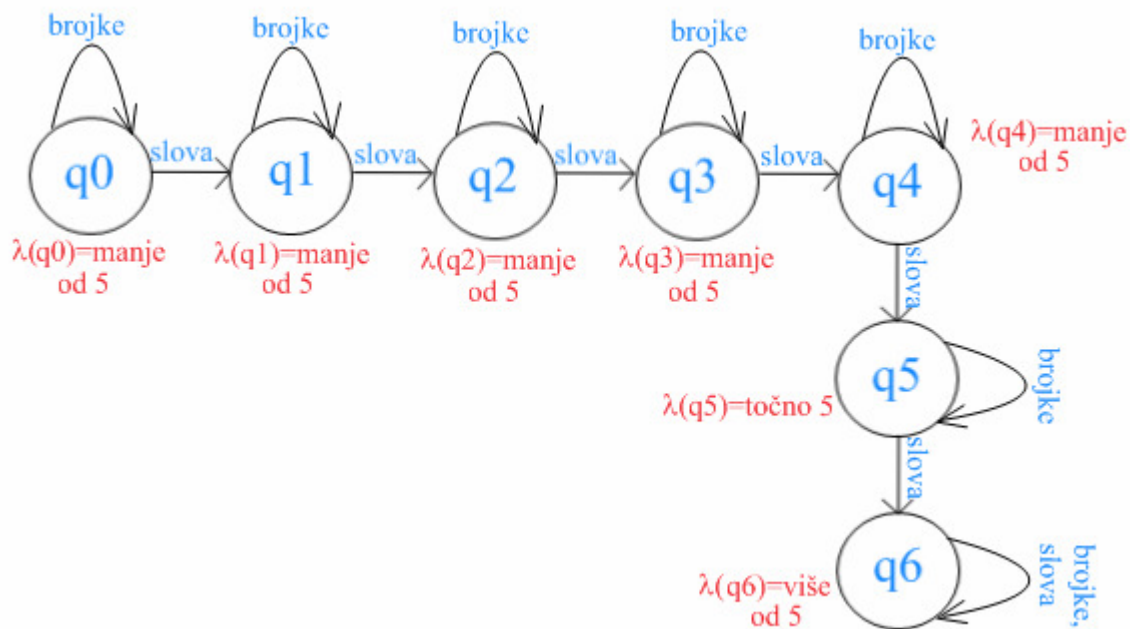
9. Konstruirati automat koji jezike razvrstava u tri skupine. Prva skupina jezika je ona koja se sastoji od manje od 5 slova, druga skupina ima točno 5 slova, a treća skupina ima više od 5 slova. Jezici se sastoje od slova hrvatske abecede i brojki.

Potrebno je konstruirati Mooreov automat $M=(Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0)$.

$Q=\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$

$\Sigma=\{A, B, C, \dots, \check{Z}, a, b, c, \dots, \check{z}, 0, 1, 2, \dots, 9\}$

$\Delta=\{\text{manje od } 5, \text{ točno } 5, \text{ više od } 5\}$



	slova	brojke	λ
q_0	q_1	q_0	manje od 5
q_1	q_2	q_1	manje od 5
q_2	q_3	q_2	manje od 5
q_3	q_4	q_3	manje od 5
q_4	q_5	q_4	manje od 5
q_5	q_6	q_5	točno 5
q_6	q_6	q_6	više od 5

10. DKA prihvaća samo nizove koji imaju duljinu veću od N . Koliko (minimalno) stanja mora imati u odnosu na N ?

Da bismo pobrojali N znakova potrebno je $N+1$ stanja:

- nulto stanje za 0 znakova,
- prvo stanje za 1 znak, ...
- N -to stanje za N znakova

te zatim još jedno stanje za više od N znakova.

DKA mora imati $N+2$ stanja.