

# ZI 2014/2015

1. Razred najjednostavnije oblika automata koji prihvaća nizove iz jezika  $a^n b^n c^n$  gdje je  $n \geq 1$  je:

- a) LOA
- b) TS
- c) PA
- d) NKA
- e) DKA

2. Kod konstrukcije gramatike za jezik zadan TS  $M$ , produkcija koja simulira pomak u desno je oblika  $q[a, X] \rightarrow [a, Y]p$ , pri čemu vrijedi:

- a)  $a \in B$  i  $q \in F$
- b)  $a \in \Sigma$  i  $q \in Q$
- c)  $a \in \Sigma$  i  $p \in F$
- d)  $a \in \Sigma \cup \{\epsilon\}$  i  $p \in Q$
- e)  $a \in \Sigma \cup \{B\}$  i  $p \in Q$

3. Jezik najuže klase kojem pripadaju nizovi koje generira gramatika  $S \rightarrow aSa \mid aBa$ ,  $B \rightarrow bB \mid b$  je:

- a) rekurzivno prebrojiv
- b) rekurzivan
- c) kontekсно neovisan
- d) regularan
- e) kontekсно ovisan

4. Budući da za \_\_\_\_\_ jezike ne postoji TS koji uvijek stane, za takve jezike kažemo da \_\_\_\_\_.

- a) ... rekurzivne prebrojive ... nisu odlučivi
- b) ... rekurzivne prebrojive ... su odlučive
- c) ... rekurzivno prebrojive ... nisu izračunljivi
- d) ... rekurzivne ... nisu odlučivi
- e) ... rekurzivne ... su odlučivi

5. Da bi regularni izraz  $(\epsilon + b) \square (\epsilon + a)$  prihvaćao nizove u kojima alterniraju znakovi  $a$  i  $b$ , npr  $abababab...$ , na označeno mjesto ( $\square$ ) je potrebno upisati:

- a)  $(ba)^*$
- c)  $(ab)^*$
- c)  $a^*b^*$
- d)  $(ba)^+$
- e)  $(a+b+\epsilon)^*$

6. Prilikom konstrukcije NKA  $(Q', \Sigma', \text{produkcije}', q_0', F')$  iz eps-NKA  $(Q, \Sigma, \text{produkcije}, q_0, F)$ , skup prihvatljivih stanja NKA  $F'$  jednak je:

- a)  $F' = F$
- b)  $F' = F \cup \{q_0\}$  ako eps-okruženje  $q_0$  nema prihvatljivih stanja
- c)  $F' = F \cup \{q_0\}$  ako je u eps-okruženju  $q_0$  barem jedno prihvatljivo stanje
- d)  $F' = F \setminus \{q_0\}$  ako je u eps-okruženju  $q_0$  barem jedno prihvatljivo stanje
- d)  $F' = F \setminus \{q_0\}$  ako u eps-okruženju  $q_0$  nema prihvatljivih stanja

**7. Produkcije desno-linearne gramatike zadane su kao ( $A, B \in V, w \in T^*$ ):**

- a)  $A \rightarrow Bw, A \rightarrow w$
- b)  $A \rightarrow ABw, A \rightarrow \text{eps}, B \rightarrow \text{eps}$
- c)  $A \rightarrow wAB, A \rightarrow \text{eps}, B \rightarrow \text{eps}$
- d)  $A \rightarrow wB, A \rightarrow w$
- e)  $A \rightarrow AwB, A \rightarrow w, B \rightarrow w$

**8. Ako se bilo koji niz  $z$  jezika  $L$  može rastaviti na podnizove  $z=uvw$  pri čemu postoji cjelobrojna konstanta  $n$  takva da vrijedi  $|uv| \leq n$  i  $|v| \geq 1$  pri čemu nizovi  $u v^i w$ ,  $i \geq 1$  isto u jeziku  $L$ , onda je jezik  $L$  po najužem razredu:**

- a) regularan
- b) rekurzivan
- c) kontekstno neovisan
- d) kontekstno ovisan
- e) rekurzivno prebrojiv

**9. Odredite minimalni broj stanja DKA koji prihvća jezik  $(a^+)+b^*c$  :**

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) 6

**10. Dijagonalni jezik je:**

- a) izračunljiv
- b) neizračunljiv
- c) kontekstno ovisan
- d) odlučiv
- e) regularan

**11. Koliko produkcija ostaje u sljedećoj gramatici nakon izbacivanja beskorisnih znakova?**

$S \rightarrow abB \mid acC \mid abc$   
 $B \rightarrow bC \mid cD$   
 $C \rightarrow cC$   
 $D \rightarrow dC$   
 $E \rightarrow edE \mid ed$

- a) 1
- b) 2
- c) 4
- d) 5
- e) 6

**12. Koja od sljedećih tvrdnji nije točna?**

- a) unija dvaju kontekstno neovisnih jezika jest kontekstno neovisni jezik
- b) presjek dvaju kontekstno neovisnih jezika jest kontekstno neovisan jezik**
- c) nadovezivanje dvaju kontekstno neovisnih jezika jest kontekstno neovisni jezik
- d) kontekstno neovisni jezici zatvoreni su s obzirom na supstituciju
- e) kontekstno neovisni jezici zatvoreni su s obzirom na Kleeneov operator

**13. Za lijevo asocijativni operator + gradi se sljedeća jednoznačna gramatika:**

- a)  $G = (\{E, T\}, \{a, +\}, \text{produkcije}, E)$  produkcije :  $E \rightarrow E + T \mid T, T \rightarrow a$**
- b)  $G = (\{E\}, \{a, +\}, \text{produkcije}, E)$  produkcije:  $E \rightarrow E + E \mid a$
- c)  $G = (\{E, T\}, \{a, +\}, \text{produkcije}, E)$  produkcije:  $E \rightarrow T + E \mid T, T \rightarrow a$
- d)  $G = (\{E, T\}, \{a, +\}, \text{produkcije}, E)$  produkcije:  $E \rightarrow E + E \mid T, T \rightarrow a$
- e) Ništa od ponuđenog

**14. Nakon konstrukcije minimalnog DKA iz sljedeće desno-linearne gramatike konstruirani minimalni DKA ima koliko stanja?**

$S \rightarrow aA \mid aB \mid bC$

$A \rightarrow aA \mid a$

$B \rightarrow aB \mid a$

$C \rightarrow bC \mid b$

- a) 1 stanje
- b) 2 stanja
- c) 3 stanja
- d) 4 stanja
- e) 5 stanja

(uputa za rjesenje: treba pronaci NKA iz DLG, zatim ga pretvoriti u DKA i minimizirati)

1. KOLIKO NIZOVA SADRŽI JEZIK DEF. GRAM. Ž136 SU PRODUKCIJE:

$S \rightarrow A, S \rightarrow B, S \rightarrow C, A \rightarrow AB, B \rightarrow BC, C \rightarrow a$ ?

2, 3, 4, 8, beskonačno mnogo?

2. ZA DOKAZIVANJE NEPRAZNOSTI REG. JEZ. POTREBNO JE ISPITATI POSTOJANJE MINIMALNI DKA S N STANJA KOJI PRIHVATA NIKW W ZA KOSI VALJODI:

a)  $|w| = m$  b)  $|w| < m$  c)  $|w| > m$  d)  $m \geq |w| < 2m$

e)  $m > |w| < 2m$

3. KOJI JE OD NAVEDENIH JEZIKA REG?

a)  $\{0^n 1^m | m \in \mathbb{N}\}$  b)  $\{1^n | n \text{ je kvadrat nekog broja}\}$

c)  $\{ww^R | w \in \{0,1\}^*\}$  d)  $\{0^m 0^k 1 | m, k \in \mathbb{N}\}$  e) nijedan nije reg.

4. KOJA OD NAVEDENIH PRODUKCIJA JE U GREIDACHINOM NORM. OBL.

POST. DA JE GRAM. GENERIRA KONTEKSTNO NGOVISAN JEZ.  $L(G) \setminus \{\epsilon\}$ .

a)  $A \rightarrow AB$  b)  $A \rightarrow ABa$  c)  $A \rightarrow BC$  d)  $A \rightarrow E$  e)  $A \rightarrow aAB$

5. NIZ KOJI PRIPADA JEZ. OPISANOM REG. IZRAZOM  $((c+ab^*)^+ c^* d^* (e^+ + a^*)^+$

a)  $baabca$  b)  $abbbdaa$  c)  $baabbaeaa$  d)  $abbbcaa$

e)  $baabbaeaa$

6. NEKI DKA SADRŽI STANJA  $n$  I  $k$  TAKVA DA SU STANJA  $\delta(n, 010)$  I  $\delta(q, 010)$  NEDOHVATLJIVA. ZA STANJA  $n$  I  $q$  MOŽEMO ZAKLJUČITI DA SU:

a) ISTOVREMENI DOHVATLJIVA c) NEDOHVATLJIVA d)  $a+b$  e)  $a+e$

7. KOJI OD REG. IZRAZA OPISUJE SVU NIZOVE ZNAKOVA NAD ALFABETOM  $a, b$  U KOSI SE NE POSAVLJUJU 2 UZASTOPNA  $b$ :

a)  $(a+e)(ba+a)^*$  b)  $(ba+ab+aa)^*$  c)  $(ba+aa)^*$  d)  $(ba+a)^*(e+b)$

e)  $(ba+ab)^*(e+b)$

8. UVJET PODUDARNOSTI STANJA  $n$  I  $q$

a)  $(n \in F \wedge q \in F) \vee (n \notin F \wedge q \notin F)$  b)  $(n \in F \wedge q \in F) \vee (n \in F \wedge q \notin F)$

c)  $(n \in F \wedge q \notin F) \vee (n \notin F \wedge q \in F)$  d)  $\delta(n, a) \neq \delta(q, a)$  ISTOVREMENI

e)  $\delta(n, a) \neq \delta(q, a)$  PRIHVATLJIVA



9. KONST. NĚOV. J. NISU ZATVORNÍ S OBTÍM NA OPERACI:

a) NADOVĚZIVANÍ  $\cap$  b)  $\cup$  c) SUBSTITUCE  $\cap$

d)  $\cap$  e)  $\cup$  NADOVĚZIVANÍ

$(E+a) \square (E+a)$

10. DA BI REG. IZRAZ PŘÍMAČAO NIZOVĚ U KOSIM ALGORITMŮ ZNAKŮ AČ  
U  $\square$  TREBA BITI:

a)  $(ab)^*$  b)  $(ba)^*$  c)  $a^*b^*$  d)  $(ba)^+$  e)  $(a+b+E)^*$

11. VLASTNOST NADOVĚZIVANÍ TVRDÍ: NEKA JĚ L KONST. NĚOV. JĚZ. POSTOJÍ  
KONST.  $m$  KOSÁ OVISI ISKLJ. O JĚZ. L TAKVA DA AKO JE NIZ IZ  
JĚZ. L  $|Z| \geq m$ , ONDA JE NIZ IZ MOŽNÉ NAP. KAO NIZ  
UVWXYZ ZA KOSÍ VAŽEODI  $|w| \geq 1$  I  $|w| \leq m$  TO JE ZA BIL

KOSÍ IZO K JOKIKU NIZ:

a)  $u^i v^i w^i x^i y^i$  b)  $u^i v^i w^i x^i y^i$  c)  $u^i v^i w^i x^i y^i$  d)  $u^i v^i w^i x^i y^i$

e)  $u^i v^i w^i x^i y^i$

12. TISKŮM KONST. MOOREOVŮ AUTOMAT  $M' = (Q', \Sigma, \Delta, \delta', \lambda', q_0')$  IZ  
ZADANŮ MEALYEVŮ  $M = (Q, \Sigma, A, \delta, \lambda, q_0)$  POČ. BROJ OZOM.  
SKUPA STANŮ  $Q'$  MOOREOVŮ N. (PŘIŠE MINIMIZACIJE) JE.

a)  $|Q|$  b)  $|\Sigma|$  c)  $|\Delta|$  d)  $|Q| \times |\Sigma|$  e)  $|Q| \times |\Delta|$

13. UKLIKO SE S DESNE STANNE PROD. NALAZI I PRAZNIH ZNAKŮ I  
M ZAVRĚNÍH Z. ( $\rightarrow$ ) U POSTUPKU IZDAČIVANÍ EPSILON PROD.  
POČASNO JO DATU PROD. ZAMĚNITI S NADVIŠT PROD.

a)  $k$  b)  $2^m - 1$  c)  $2^{m^2}$  d)  $2^k$  e)  $m+k$

14. AKO NISO MOŽNÉ IZ ZNAKŮ X GENEIRATI NIZ ZAVRĚ. Z.  
(NE POSTOJÍ POSTUPAK GEN.  $X \xrightarrow{*} w$ , KOJE JE  $w$  NIZ ZAVRĚ. Z.)  
ONDA JE X:

a) nedohvatljiv b) motar c) rir d) konstant e) dohvatljiv

15. JĚZ. L NAD ABC  $\Sigma = \{0, 1, 2\}$  ZADAN JE REG. IZRAZOM  $A^* B^* C^*$   
KONSTRUIATI MIN. DKA KOSÍ PŘÍMAČAO JĚZIK  $L^C$ . MIN. AUTOMAT IM:

a) 4 STANŮ, 1 PŘÍMAČAO LIVO b) 4 S, 3 P c) 3 S, 2 P d) 3 S, 1 P  
e) 2 S, 1 P, 1 P

*Trajanje: 120 minuta. Rješenja zadataka potrebno je označiti na obrascu. Problemski zadaci 15-20 rješavaju se na kožuljici i po potrebi na zasebnim papirima. Problemski zadaci zaokruženi na obrascu bez odgovarajućeg postupka neće se bodovati.*

- (5 bodova) Ako je u generativnom stablu neki čvor označen znakom  $X$ , a njegova djeca su označena znakovima  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  slijeva nadesno onda vrijedi:  
 a)  $X \rightarrow Y_1 Y_2 \dots Y_n$  je produkcija gramatike b) Znakovi  $X, Y_1, Y_2, \dots$  i  $Y_n$  su nezavršni znakovi gramatike  
 c) Znakovi  $X, Y_1, Y_2, \dots$  i  $Y_n$  su završni znakovi gramatike ili znak  $\varepsilon$  d)  $X \rightarrow Y_1, X \rightarrow Y_2, \dots$  i  $X \rightarrow Y_n$  su produkcije gramatike e) Čvor označen znakom  $X$  je korijen stabla, a čvorovi označeni znakovima  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  su listovi stabla
- (5 bodova) Najuža klasa jezika u kojoj se uvijek nalazi presjek kontekstno neovisnog i regularnog jezika jest:  
 a) rekurzivno prebrojiv jezik b) kontekstno ovisan jezik c) regularan jezik d) kontekstno neovisan jezik  
 e) nije moguće utvrditi u općem slučaju
- (5 bodova) Označite koja od navedenih produkcija je u Chomskyjevom normalnom obliku:  
 a)  $A \rightarrow aB$  b)  $A \rightarrow a$  c)  $A \rightarrow aBCD$  d)  $A \rightarrow \varepsilon$  e)  $A \rightarrow aaB$
- (5 bodova) Prilikom konstrukcije gramatike za jezik zadan Turingovim strojem s obostrano neograničenom trakom s ciljem generiranja početne konfiguracije TS-a prema algoritmu u udžbeniku "Uvod u teoriju računarstva", zadaju se sljedeće produkcije (a predstavlja sve znakove iz ulazne abecede TS, B je znak prazne ćelije TS i  $q_0$  je početno stanje TS):  
 a)  $S \rightarrow Lq_0AR, A \rightarrow [a, a]A|e, L \rightarrow [e, B]L|e, R \rightarrow [e, B]R|e$  b)  $S \rightarrow Lq_0R, L \rightarrow [e, B]L|e, R \rightarrow [e, B]R|e$  c)  $S \rightarrow q_0AR, A \rightarrow [a, a]A|e, R \rightarrow [e, B]R|e$  d)  $S \rightarrow q_0A, A \rightarrow [a, a]A|e$  e)  $S \rightarrow Lq_0AR, A \rightarrow [a, a]A|e, L \rightarrow [e, B]L|e$
- (5 bodova) Uvjet podudarnosti za stanja  $p$  i  $q$  jest:  
 a)  $(p \in F \wedge q \in F) \vee (p \notin F \wedge q \notin F)$  b)  $(p \notin F \wedge q \in F) \vee (p \in F \wedge q \notin F)$  c)  $(p \in F \wedge q \notin F) \vee (p \notin F \wedge q \in F)$   
 d)  $\delta(p, a)$  i  $\delta(q, a)$  su istovjetna stanja e)  $\delta(p, a)$  i  $\delta(q, a)$  su prihvatljiva stanja
- (5 bodova) Za lijevo asocijativan operator  $+$  gradi se sljedeća jednoznačna gramatika:  
 a)  $G = (\{E, T\}, \{a, +\}, \{E \rightarrow E + T \mid T, T \rightarrow a\}, E)$  b)  $G = (\{E, T\}, \{a, +\}, \{E \rightarrow T + E \mid T, T \rightarrow a\}, E)$   
 c)  $G = (\{E\}, \{a, +\}, \{E \rightarrow E + E \mid a\}, E)$  d)  $G = (\{E, T\}, \{a, +\}, \{E \rightarrow E + E \mid T + E \mid T, T \rightarrow a\}, E)$   
 e)  $G = (\{E, T\}, \{a, +\}, \{E \rightarrow E + E \mid T + E \mid T \mid a, T \rightarrow a\}, E)$
- (5 bodova) Odredite koji niz pripada jeziku opisanom regularnim izrazom:  $((a+b)^*c^*d^+(e^+ + a^*)^+$   
 a) babcaac b) cbbddaca c) babbddea d) abbcaa e) babbdccaa
- (5 bodova) Odrediti razred najjednostavnijeg oblika formalnog automata kojim je moguće prihvatiti jezik:  $uw^R$ , ako je  $w = (0 + 1 + 2)^*3$ .  
 a) deterministički potisni automat b) nedeterministički potisni automat c) Turingov stroj d) LOA  
 e) konačni automat
- (5 bodova) Kontekstno ovisni jezici zatvoreni su s obzirom na (odabrati najveći točan skup):  
 a) unija, nadovezivanje, Kleenov operator  $L^+$ , presjek b) unija, nadovezivanje, presjek  
 c) Kleenov operator  $L^+$ , unija, nadovezivanje d) unija, nadovezivanje e) unija i presjek
- (5 bodova) Tijekom formalnog postupka konstrukcije gramatike za zadani TS, prema algoritmu u udžbeniku "Uvod u teoriju računarstva", na temelju prijelaza  $\delta(q, X) = (p, Y, R)$  nastaje koliko produkcija? Pretpostavite da je skup ulaznih znakova  $\Sigma$  jednak  $\{0, 1\}$ .  
 a) 1 b) 2 c) 3 d) jednako broju stanja TS e) jednako broju prihvatljivih stanja
- (5 bodova) Neka je zadan NP-potpun jezik  $L_1$  i neki jezik  $L_2$ . Ako je jezik  $L_1$  moguće u polinomnom vremenu svesti na jezik  $L_2$ , za jezik  $L_2$  možemo zaključiti:  
 a) postoji deterministički TS koji  $L_2$  prihvaća u polinomnom vremenu b) postoji nedeterministički TS koji  $L_2$  prihvaća u polinomnom vremenu c) jezik  $L_2$  je NP-potpun d) jezik  $L_2$  je NP-težak e) ništa od navedenog
- (5 bodova) Zadan je TS sa 16 radnih traka koji s prostornom složenosti  $n^2$  prihvaća neki jezik  $L$ . Tada postoji TS s 8 radnih traka koji prihvaća isti jezik  $L$  s prostornom složenosti (odabrati najsporije rastuću funkciju koja zadovoljava uvjete zadatka):  
 a)  $n$  b)  $n^4$  c)  $n^5$  d)  $n^2$  e)  $n^2 \cdot \log n$



13. (5 bodova) Kolika je vremenska složenost prihvatanja jezika  $L = \{wcw^R | w \in (a+b)^*\}$  u ovisnosti o duljini niza  $n$ .

- a)  $n+1$  b)  $n$  c)  $n^2$  d)  $2n+1$  e)  $n \cdot (n+1)/2$

14. (5 bodova) Za svaki zadani jezik odrediti klasu jezika najmanje strukturne složenosti u kojoj je zadani jezik sadržan. A)  $L_d$  (dijagonalni jezik) B)  $\{ww^Rw^R | w \in (a+b)^*\}$  C) {svi binarni brojevi veći od 128} D)  $\{ww^R | w \in (a+b)^*\}$  E)  $L_u$  (univerzalni jezik) F)  $\{w | w \in (a+b+c+d)^+ n_a + n_b = n_c + n_d\}$

i) skup svih jezika nad abecedom  $2^{\Sigma^+}$  ii) rekurzivno prebrojivi jezici iii) rekurzivni jezici iv) kontekstno ovisni jezici v) nedeterministički kontekstno neovisni jezici vi) deterministički kontekstno neovisni jezici vii) regularni jezici

- a) A-ii; B-i; C-vii; D-v; E-v; F-iii b) A-i; B-iv; C-vii; D-v; E-ii; F-vi c) A-i; B-vi; C-v; D-vi; E-iv; F-i d) A-vi; B-i; C-vi; D-vi; E-iv; F-ii e) A-ii; B-iv; C-vii; D-iv; E-v; F-iii

15. (5 bodova) Odrediti razred najjednostavnijeg oblika formalnog automata kojim je moguće prihvatiti jezik:  $a^i b^{2(i+k)} c^k$ ,  $0 \leq i \leq N$ ,  $0 \leq k \leq M$ , pri čemu su  $N$  i  $M$  cjelobrojne konstante.

- a) deterministički potisni automat b) nedeterministički potisni automat c) Turingov stroj d) LOA e) konačni automat

16. (5 bodova) Jezik  $L$  nad abecedom  $\Sigma = \{0, 1, 2\}$  zadan je regularnim izrazom  $r = (2^*0^*)^*$ . Konstruirati minimalni DKA koji prihvata jezik  $L^C$ . Minimalni automat ima:

- a) 4 stanja, 1 prihvatljivo b) 4 stanja, 3 prihvatljiva c) 2 stanja, oba prihvatljiva d) 2 stanja, 1 prihvatljivo e) 2 stanja, niti jedno prihvatljivo

17. (5 bodova) Zadani DKA pretvoriti u DKA s minimalnim brojem stanja. Minimizaciju DKA provesti primjenom algoritma podjele stanja (algoritam 2 u udžbeniku). Minimalni DKA ima:

$\delta$	a	b	c	F
p0	p4	p1	p2	0
p1	p2	p7	p5	1
p2	p2	p7	p2	0
p3	p0	p4	p3	0
p4	p7	p2	p5	1
p5	p5	p2	p0	1
p6	p7	p5	p6	1
p7	p7	p7	p2	0

- a) 4 stanja b) 5 stanja c) 6 stanja d) 7 stanja e) 8 stanja

18. (5 bodova) Za zadanu desno-linearnu gramatiku konstruirati NKA. Odredite  $\delta(S, a)$ :

$S \rightarrow aB$ ;  $S \rightarrow cD$ ;  $S \rightarrow aS$ ;  $B \rightarrow aS$ ;  $B \rightarrow bD$ ;  $D \rightarrow a$ ;  $D \rightarrow \varepsilon$ ;

- a)  $\{B\}$  b)  $\{D\}$  c)  $\{S, D\}$  d)  $\{B, D\}$  e)  $\{S, B, D\}$

19. (5 bodova) Gramatiku zadanu skupom produkcija  $D_1 \rightarrow a \mid D_2 D_3$ ,  $D_2 \rightarrow b \mid D_3 D_3$ ,  $D_3 \rightarrow c \mid D_2 D_1$  po algoritmu iz udžbenika pretvoriti u Greibach normalni oblik. Koliko produkcija ima dobivena gramatika?

- a) 23 b) 13 c) 11 d) 19 e) 16

20. (5 bodova) Konstruirati kontekstno-neovisnu gramatiku koja generira samo one nizove koje prihvata potisni automat  $M$ :  $M = (\{q_0, q_1\}, \{a, b, c\}, \{A, B, K\}, \delta, q_0, K, \emptyset)$

$$\begin{aligned} \delta(q_0, a, K) &= (q_0, AK) & \delta(q_0, c, B) &= (q_1, B) & \delta(q_1, \varepsilon, K) &= (q_1, \varepsilon) \\ \delta(q_0, b, A) &= (q_0, BA) & \delta(q_1, a, A) &= (q_1, \varepsilon) \\ \delta(q_0, a, B) &= (q_0, AB) & \delta(q_1, b, B) &= (q_1, \varepsilon) \end{aligned}$$

Koliko produkcija sadrži gramatika nakon odbacivanja beskorisnih znakova?

- a) 5 b) 8 c) 12 d) 19 e) 7

**Trajanje: 120 minuta.** Rješenja zadataka potrebno je označiti na obrascu. Problemski zadaci 15-20 rješavaju se na košuljici i po potrebi na zasebnim papirima. Problemski zadaci zaokruženi na obrascu bez odgovarajućeg postupka neće se bodovati.

1. (5 boda) Označite koja od navedenih produkcija je u Chomskyjevom normalnom obliku:  
 a)  $A \rightarrow aB$  ☒ b)  $A \rightarrow a$  c)  $A \rightarrow aBCD$  d)  $A \rightarrow \varepsilon$  e)  $A \rightarrow aaB$
2. (5 boda) Uvjet podudarnosti za stanja  $p$  i  $q$  jest:  
☒ a)  $(p \in F \wedge q \in F) \vee (p \notin F \wedge q \notin F)$  b)  $(p \notin F \wedge q \in F) \vee (p \in F \wedge q \notin F)$  c)  $(p \in F \wedge q \notin F) \vee (p \notin F \wedge q \in F)$   
 d)  $\delta(p, a)$  i  $\delta(q, a)$  su istovjetna stanja e)  $\delta(p, a)$  i  $\delta(q, a)$  su prihvatljiva stanja
3. (5 boda) Ako je u generativnom stablu neki čvor označen znakom  $X$ , a njegova djeca su označena znakovima  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  slijeva nadesno onda vrijedi:  
☒ a)  $X \rightarrow Y_1 Y_2 \dots Y_n$  je produkcija gramatike b) Znakovi  $X, Y_1, Y_2, \dots$  i  $Y_n$  su nezavršni znakovi gramatike  
 c) Znakovi  $X, Y_1, Y_2, \dots$  i  $Y_n$  su završni znakovi gramatike ili znak  $\varepsilon$  d)  $X \rightarrow Y_1, X \rightarrow Y_2, \dots$  i  $X \rightarrow Y_n$  su produkcije gramatike e) Čvor označen znakom  $X$  je korijen stabla, a čvorovi označeni znakovima  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  su listovi stabla
4. (5 boda) Za lijevo asocijativan operator  $+$  gradi se sljedeća jednoznačna gramatika:  
☒ a)  $G = (\{E, T\}, \{a, +\}, \{E \rightarrow E + T \mid T, T \rightarrow a\}, E)$  b)  $G = (\{E, T\}, \{a, +\}, \{E \rightarrow T + E \mid T, T \rightarrow a\}, E)$   
 c)  $G = (\{E\}, \{a, +\}, \{E \rightarrow E + E \mid a\}, E)$  d)  $G = (\{E, T\}, \{a, +\}, \{E \rightarrow E + E \mid T + E \mid T, T \rightarrow a\}, E)$   
 e)  $G = (\{E, T\}, \{a, +\}, \{E \rightarrow E + E \mid T + E \mid T \mid a, T \rightarrow a\}, E)$
5. (5 boda) Najjuža klasa jezika u kojoj se uvijek nalazi presjek kontekstno neovisnog i regularnog jezika jest:  
 a) rekurzivno prebrojiv jezik b) kontekstno ovisan jezik c) regularan jezik ☒ d) kontekstno neovisan jezik  
 e) nije moguće utvrditi u općem slučaju
6. (5 boda) Prilikom konstrukcije gramatike za jezik zadan Turingovim strojem s obostrano neograničenom trakom s ciljem generiranja početne konfiguracije TS-a prema algoritmu u udžbeniku „Uvod u teoriju računarstva“, zadaju se sljedeće produkcije (a predstavlja sve znakove iz ulazne abecede TS,  $B$  je znak prazne ćelije TS i  $q_0$  je početno stanje TS):  
☒ a)  $S \rightarrow Lq_0AR, A \rightarrow [a, a]A|\varepsilon, L \rightarrow [\varepsilon, B]L|\varepsilon, R \rightarrow [\varepsilon, B]R|\varepsilon$  b)  $S \rightarrow Lq_0R, L \rightarrow [\varepsilon, B]L|\varepsilon, R \rightarrow [\varepsilon, B]R|\varepsilon$  c)  $S \rightarrow q_0AR, A \rightarrow [a, a]A|\varepsilon, R \rightarrow [\varepsilon, B]R|\varepsilon$  d)  $S \rightarrow q_0A, A \rightarrow [a, a]A|\varepsilon$  e)  $S \rightarrow Lq_0AR, A \rightarrow [a, a]A|\varepsilon, L \rightarrow [\varepsilon, B]L|\varepsilon$
7. (5 boda) Kontekstno ovisni jezici zatvoreni su s obzirom na (odabrati najveći točan skup):  
☒ a) unija, nadovezivanje, Kleenov operator  $L^+$ , presjek b) unija, nadovezivanje, presjek  
 c) Kleenov operator  $L^+$ , unija, nadovezivanje d) unija, nadovezivanje e) unija i presjek
8. (5 boda) Tijekom formalnog postupka konstrukcije gramatike za zadani TS, prema algoritmu u udžbeniku „Uvod u teoriju računarstva“, na temelju prijelaza  $\delta(q, X) = (p, Y, R)$  nastaje koliko produkcija? Pretpostavite da je skup ulaznih znakova  $\Sigma$  jednak  $\{0, 1\}$ .  
 a) 1 b) 2 ☒ c) 3 d) jednako broju stanja TS e) jednako broju prihvatljivih stanja
9. (5 boda) Odredite koji niz pripada jeziku opisanom regularnim izrazom:  $((a + b)^+)^* c^+ d^+ (e^+ + a^+)^+$   
 a) babcae b) cbbdaae ☒ c) babbdeea d) abbbcaa e) babbccaa
10. (5 boda) Odrediti razred najjednostavnijeg oblika formalnog automata kojim je moguće prihvatiti jezik:  $ww^R$ , ako je  $w = (0 + 1 + 2)^* 3$ .  
☒ a) deterministički potisni automat b) nedeterministički potisni automat c) Turingov stroj d) LOA  
 e) konačni automat
11. (5 boda) Odrediti razred najjednostavnijeg oblika formalnog automata kojim je moguće prihvatiti jezik:  $a^i b^{2(i+k)} c^k$ ,  $0 \leq i \leq N, 0 \leq k \leq M$ , pri čemu su  $N$  i  $M$  cjelobrojne konstante.  
☒ a) deterministički potisni automat b) nedeterministički potisni automat c) Turingov stroj d) LOA  
 e) konačni automat
12. (5 boda) Za svaki zadani jezik odrediti klasu jezika najmanje strukturne složenosti u kojoj je zadani jezik sadržan.  
☒ A)  $L_d$  (dijagonalni jezik) B)  $\{uw^R w^R \mid w \in (a + b)^+\}$  C)  $\{w \mid \text{svi binarni brojevi veći od } 128\}$  D)  $\{uw^R \mid w \in (a + b)^+\}$   
☒ E)  $L_u$  (univerzalni jezik) F)  $\{w \mid w \in (a + b + c + d)^+ n_a + n_b = n_c + n_d\}$
13. (5 boda) Kolika je vremenska složenost prihvaćanja jezika  $L = \{w \mid w \in (a + b)^+\}$  u ovisnosti o duljini niza  $n$ .  
☒ a)  $n + 1$  b)  $n$  ☒ c)  $n^2$  d)  $2n + 1$  e)  $n \cdot (n + 1) / 2$
14. (5 boda) Zadan je TS sa 16 radnih traka koji s prostornom složnošću  $n^2$  prihvaća neki jezik  $L$ . Tada postoji TS s 8 radnih traka koji prihvaća isti jezik  $L$  s prostornom složnošću (odabrati najsporije rastuću funkciju koja zadovoljava uvjete zadatka):  
 a)  $n$  b)  $n^4$  c)  $n^8$  ☒ d)  $n^2$  e)  $n^2 \cdot \log n$
15. (5 boda) Neka je zadan NP-potpun jezik  $L_1$  i neki jezik  $L_2$ . Ako je jezik  $L_1$  moguće u polinomnom vremenu svesti na jezik  $L_2$ , za jezik  $L_2$  možemo zaključiti:  
☒ a) postoji deterministički TS koji  $L_2$  prihvaća u polinomnom vremenu b) postoji nedeterministički TS koji  $L_2$  prihvaća u polinomnom vremenu c) jezik  $L_2$  je NP-potpun d) jezik  $L_2$  je NP-težak e) ništa od navedenog
16. (5 boda) Jezik  $L$  nad abecedom  $\Sigma = \{0, 1, 2\}$  zadan je regularnim izrazom  $r = (2^* 0^*)^*$ . Konstruirati minimalni DKA koji prihvaća jezik  $L^C$ . Minimalni automat ima:  
 a) 4 stanja, 1 prihvatljivo b) 4 stanja, 3 prihvatljiva c) 2 stanja, oba prihvatljiva d) 2 stanja, 1 prihvatljivo  
 e) 2 stanja, niti jedno prihvatljivo
17. (5 boda) Zadani DKA pretvoriti u DKA s minimalnim brojem stanja. Minimizaciju DKA provesti primjenom algoritma podjele stanja (algoritam 2 u udžbeniku). Minimalni DKA ima:
- | $\delta$ | a  | b  | c  | F |
|----------|----|----|----|---|
| p0       | p4 | p1 | p2 | 0 |
| p1       | p2 | p7 | p5 | 1 |
| p2       | p0 | p7 | p2 | 0 |
| p3       | p0 | p4 | p3 | 0 |
| p4       | p7 | p2 | p5 | 1 |
| p5       | p5 | p2 | p0 | 1 |
| p6       | p7 | p5 | p6 | 1 |
| p7       | p7 | p7 | p2 | 0 |
- a) 8 stanja b) 7 stanja c) 6 stanja d) 5 stanja ☒ e) 4 stanja
18. (5 boda) Za zadanu desno-linear gramatiku konstruirati NKA. Odredite  $\delta(S, a)$ :  
 $S \rightarrow aB; S \rightarrow cD; B \rightarrow aS; B \rightarrow bD; D \rightarrow a; D \rightarrow \varepsilon;$   
 a)  $\{B\}$  b)  $\{D\}$  c)  $\{S, D\}$  d)  $\{B, D\}$  e)  $\{S, B, D\}$
19. (5 boda) Gramatiku zadanu skupom produkcija  $D_1 \rightarrow a \mid D_2 D_3, D_2 \rightarrow b \mid D_3 D_5, D_3 \rightarrow c \mid D_2 D_1$  po algoritmu iz udžbenika pretvoriti u Greibach normalni oblik. Koliko produkcija ima dobivena gramatika?  
 a) 23 b) 13 c) 11 d) 19 e) 16
20. (5 boda) Konstruirati kontekstno-neovisnu gramatiku koja generira samo one nizove koje prihvaća potisni automat  $M: M = (\{q_0, q_1\}, \{a, b, c\}, \{A, B, K\}, \delta, q_0, K, \emptyset)$
- |                                 |  |  |
|---------------------------------|--|--|
| $\delta(q_0, a, K) = (q_0, AK)$ | $\delta(q_0, c, B) = (q_1, B)$           | $\delta(q_1, \varepsilon, K) = (q_1, \varepsilon)$ |
| $\delta(q_0, b, A) = (q_0, BA)$ | $\delta(q_1, a, A) = (q_1, \varepsilon)$ |  |
| $\delta(q_0, a, B) = (q_0, AB)$ | $\delta(q_1, b, B) = (q_1, \varepsilon)$ |  |
- Koliko produkcija sadrži gramatika nakon odbacivanja beskorisnih znakova?  
 a) 5 b) 8 c) 12 d) 19 e) 7



*Trajanje: 120 minuta. Rješenja zadataka 1–15 potrebno je označiti na obrascu, zadaci 16–20 rješavaju se na košuljici i po potrebi na zasebnim papirima. Studenti koji na košuljici ne zaokruže brojeve zadataka koje su rješavali dobit će –1 bod.*

- (1 bod) Označite koja od navedenih produkcija je u Chomskyjevom normalnom obliku:  
a)  $A \rightarrow aB$     b)  $A \rightarrow a$     c)  $A \rightarrow aBCD$     d)  $A \rightarrow \varepsilon$     e)  $A \rightarrow aaB$
- (1 bod) Uvjet podudarnosti za stanja  $p$  i  $q$  jest::  
a)  $(p \in F \wedge q \in F) \vee (p \notin F \wedge q \notin F)$     b)  $(p \notin F \wedge q \in F) \vee (p \in F \wedge q \notin F)$     c)  $(p \in F \wedge q \notin F) \vee (p \notin F \wedge q \in F)$   
d)  $\delta(p, a)$  i  $\delta(q, a)$  su istovjetna stanja    e)  $\delta(p, a)$  i  $\delta(q, a)$  su prihvatljiva stanja
- (1 bod) Za NKA koji ima  $p$  stanja,  $n$  ulaznih znakova,  $m$  prihvatljivih stanja ( $m < p$ ) gradi se istovjetan DKA koji ima najviše:  
a)  $p!$  stanja    b)  $p \cdot m$  stanja    c)  $2^p$  stanja    d)  $p \cdot m \cdot n$  stanja    e)  $p^n$  stanja
- (1 bod) Postupak odbacivanja beskorisnih znakova provodi se odbacivanjem:  
a) mrtvih znakova pa nedohvatljivih znakova    b) nedohvatljivih znakova pa mrtvih znakova    c)  $\varepsilon$ - produkcija pa jediničnih produkcija    d) jediničnih produkcija pa  $\varepsilon$ - produkcija    e) ništa od navedenog
- (1 bod) Najuža klasa jezika u kojoj se uvijek nalazi presjek kontekstno neovisnog i regularnog jezika jest:  
a) rekurzivno prebrojiv jezik    b) kontekstno ovisan jezik    c) regularan jezik    d) kontekstno neovisan jezik  
e) nije moguće utvrditi u općem slučaju
- (1 bod) Funkcija prijelaza osnovnog modela Turingovog stroja definira se na sljedeći način:  
a)  $\delta : Q \times \Sigma \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$     b)  $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q \times \Sigma \times \{L, R\}$     c)  $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q \times \Sigma \times \{L, N, R\}$   
d)  $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$     e)  $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$
- (1 bod) Kontekstno ovisni jezici zatvoreni su s obzirom na (odaberi najveći točan skup):  
a) unija, nadovezivanje, Kleenov operator  $L^+$ , presjek    b) unija, nadovezivanje, presjek  
c) Kleenov operator  $L^+$ , unija, nadovezivanje    d) unija, nadovezivanje    e) unija i presjek
- (1 bod) Prema Chomskyjevoj hijerarhiji jezika kontekstno ovisni jezici su podskup:  
a) regularnih jezika    b) nedeterminističkih kontekstno neovisnih jezika    c) determinističkih kontekstno neovisnih jezika    d) rekurzivno prebrojivih jezika    e) niti jedan odgovor nije točan
- (1 bod) Odredite koji niz pripada jeziku opisanom regularnim izrazom:  $((a+b)^+)^+ c^* d^+ (e^+ + a^*)^+$   
a)  $babcae$     b)  $cbddaea$     c)  $babbdeea$     d)  $abbcaa$     e)  $babbdecaa$
- (1 bod) Odrediti razred najjednostavnijeg oblika formalnog automata kojim je moguće prihvatiti jezik:  $ww^R$ , ako je  $w = (0+1+2)^*3$ .  
a) deterministički potisni automat    b) nedeterministički potisni automat    c) Turingov stroj    d) LOA  
e) konačni automat
- (1 bod) Odrediti razred najjednostavnijeg oblika formalnog automata kojim je moguće prihvatiti jezik:  $a^i b^{2(i+k)} c^k$ ,  $0 \leq i \leq N$ ,  $0 \leq k \leq M$ , pri čemu su  $N$  i  $M$  cjelobrojne konstante.  
a) deterministički potisni automat    b) nedeterministički potisni automat    c) Turingov stroj    d) LOA  
e) konačni automat
- (1 bod) Odrediti razred najjednostavnijeg oblika formalnog automata kojim je moguće prihvatiti jezik:  $ww$ , ako je  $w = (0+1+2)^+$ .  
a) deterministički potisni automat    b) nedeterministički potisni automat    c) Turingov stroj    d) LOA  
e) konačni automat
- (1 bod) Kolika je vremenska složenost prihvatanja jezika  $L = \{w c w^R | w \in (a+b)^*\}$  u ovisnosti o duljini niza  $n$ .  
a)  $n+1$     b)  $n$     c)  $n^2$     d)  $2n+1$     e)  $n \cdot (n+1)/2$
- (1 bod) Zadan je TS sa 16 radnih traka koji s prostornom složenošću  $n^2$  prihvaća neki jezik  $L$ . Tada postoji TS s 8 radnih traka koji prihvaća isti jezik  $L$  s prostornom složenošću (odaberi najsporije rastuću funkciju koja zadovoljava uvjete zadatka):  
a)  $n$     b)  $n^4$     c)  $n^8$     d)  $n^2$     e)  $n^2 \cdot \log n$

15. (1 bod) Neka je zadan NP-potpun jezik  $L_1$  i neki jezik  $L_2$ . Ako je jezik  $L_1$  moguće u polinomnom vremenu svesti na jezik  $L_2$ , za jezik  $L_2$  možemo zaključiti:
- a) postoji deterministički TS koji  $L_2$  prihvaća u polinomnom vremenu    b) postoji nedeterministički TS koji  $L_2$  prihvaća u polinomnom vremenu    **c) jezik  $L_2$  je NP-potpun**    d) jezik  $L_2$  je NP-težak    e) ništa od navedenog
16. (3 boda) Zadani DKA pretvoriti u DKA s minimalnim brojem stanja. Minimizaciju DKA provesti primjenom algoritma pronalaženja neistovjetnih stanja (*algoritam 3 u udžbeniku*).

$\delta$	a	b	c	F
p0	p1	p2	p2	1
p1	p0	p2	p3	1
p2	p0	p1	p4	0
p3	p3	p5	p4	1
p4	p5	p4	p3	0
p5	p3	p0	p4	0
p6	p7	p5	p6	1
p7	p7	p6	p5	0

17. (3 boda) Iz zadanog Mealyevog automata konstruirati istovjetni Mooreov automat.

$\delta$	a	b	c
p0	p1	p2	p0
p1	p0	p1	p1
p2	p1	p1	p0

$\lambda$	a	b	c
p0	X	X	Y
p1	Y	Y	Z
p2	Z	Y	X

18. (3 boda) Konstruirati potisni automat koji praznim stogom prihvaća nizove oblika  $wuw^R$ , pri čemu vrijedi:  $w = (a + b)^+$ ,  $u = c + cd + cde$ .
19. (3 boda) Konstruirati gramatiku koja generira **for** petlje sljedećeg oblika:

`for(int w=0;w<n;++w)x;`

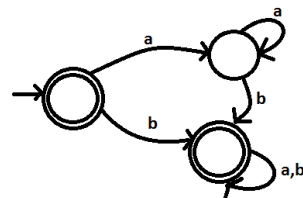
pri čemu vrijedi  $w, x = (a + b)^+$ .

(Napomena: u nizu se nalazi samo jedan razmak nakon ključne riječi `int`.)

20. (3 boda) Konstruirati linearno ograničeni automat (LOA) koji provjerava ispravnost niza koji je na traci zapisan u obliku  $cw_1\#w_2\#w_3\$$ , gdje su  $c$  i  $\$$  graničnici trake, a  $w_1$ ,  $w_2$  i  $w_3$  su nizovi nula. Niz se prihvaća ako vrijedi:  $|w_2| = |w_1| + 2|w_3|$ , pri čemu oznake  $|w_1|$ ,  $|w_2|$  i  $|w_3|$  predstavljaju broj nula u pojedinim nizovima i dodatno vrijedi:  $|w_1|$ ,  $|w_2|$  i  $|w_3| \geq 0$ . Na početku rada LOA, položaj glave nije poznat. Ako je niz ispravan, LOA se zaustavlja u prihvatljivom stanju.

(Napomena: objasniti ideju i značenje pojedinih stanja i prijelaza koje LOA koristi.)

1. (1) Kod DKA se definira funkcija  $\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$  takva da vrijedi:  $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$  i:
  - a.  $\hat{\delta}(q, wa) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, w), a)$ , gdje je  $w \in \Sigma^*$  i  $a \in \Sigma$
2. (1) Što od sljedećeg ne vrijedi za regularne izraze  $r$  i  $s$ :
  - a. Vrijedi sve od navedenog
  - b.  $\varepsilon r = r \varepsilon$
  - c.  $r + s = s + r$
  - d.  $r^{**} = r^*$
  - e.  $(rs)t = r(st)$
3. (1) Prilikom konstrukcije NKA iz desno-linearne gramatike po algoritmu u udžbeniku „Uvod u teoriju računarstva“ potrebno je prvo sve produkcije preurediti na oblik:
  - a.  $A \rightarrow aB, A \rightarrow \varepsilon$
4. (1) Neka je  $\wp$  oznaka za partitivni skup. Funkcija prijelaza nedeterminističkog TS definira se kao:
  - a.  $Q \times \Gamma \rightarrow \wp(Q \times \Gamma \times \{L, R\})$
5. (1) Produkcije gramatike neograničenih produkcija su oblika  $\alpha \rightarrow \beta$ , gdje:
  - a. su  $\alpha$  i  $\beta$  nizovi završnih i nezavršnih znakova i  $\alpha \neq \varepsilon$
6. (1) Prema algoritmu u udžbeniku „Uvod u teoriju računarstva“, kod konstrukcije gramatike za zadani TS s **dvostrano beskonačnom trakom**, produkcije koje generiraju međuuniz koji predstavljaju početnu konfiguraciju su (tako nekako je bilo):
  - a.  $S \rightarrow Lq_0R, R \rightarrow [a, a]R \mid [\varepsilon, B]R \mid \varepsilon, L \rightarrow L[a, a] \mid L[\varepsilon, B] \mid \varepsilon$ , za sve  $a \in \Sigma$
7. (1) Ako je jezik  $L$  u klasi  $\text{DTIME}(f(n))$ , onda je jezik  $L$  u klasi:
  - a.  $\text{DSPACE}(f(n))$
8. (1.5) Za desno asocijativan operator  $+$  gradi se gramatika:
  - a.  $G = (\{E, T\}, \{a, +\}, \{E \rightarrow T + E \mid T, T \rightarrow a\}, E)$
9. (1.5) Bili su zadani neki jezici i trebalo je označiti koja je najmanja klasa u koju pripadaju. Na prvi pogled malo teško zbog nekih jezika, no bilo je dovoljno znati da je  $L_d \in 2^{\Sigma^*}$  (skup svih jezika nad abecedom) i da je  $L_u \in \text{RPJ}$  (rekurzivno prebrojiv jezik) i bio je samo jedan odgovor ponuđen s tim. Još je bilo  $ww^R w^R \in \text{KOL}$  (mislim) itd.
10. (1) Funkcija je *djelomično rekurzivna* ako i samo ako:
  - a. postoji TS koji ju može izračunati
11. (1) Univerzalni jezik  $L_u$  je:
  - a. izračunljiv i nije odlučiv
12. (1.5) Prema algoritmu u udžbeniku „Uvod u teoriju računarstva“ kod konstrukcije gramatike za zadani TS, na temelju prijelaza  $\delta(q, X) = (p, Y, R)$  nastane koliko produkcija. Neka je  $\Sigma = \{0, 1\}$ .
  - a. 3 produkcije (jedna za 0, jedan za 1 i jedna za  $\varepsilon$ )
13. (2) Konstruiraj minimalni DKA definiran nad abecedom  $\Sigma = \{a, b, c\}$  koji prihvaća jezik opisan regularnim izrazom  $r = (a+b)^*b(a+b)^* + \varepsilon$ . Koliko taj automat ima stanja:
  - a. 3 stanja, 2 su prihvatljiva



14. Zadan je TS  $(\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \delta, q_0, B, \{q_4\})$ .
 

1) $\delta(q_0, 0) = (q_1, A, R)$	4) $\delta(q_1, 1) = (q_2, C, L)$	7) $\delta(q_2, A) = (q_0, A, R)$
2) $\delta(q_0, C) = (q_3, C, R)$	5) $\delta(q_1, C) = (q_1, C, R)$	8) $\delta(q_2, C) = (q_2, C, L)$
3) $\delta(q_1, 0) = (q_1, 0, R)$	6) $\delta(q_2, 0) = (q_2, 0, L)$	9) $\delta(q_3, C) = (q_3, C, R)$
10) $\delta(q_3, B) = (q_4, B, R)$		

  - (1) Koji od ovih nizova prihvaća zadani TS:
    - a) 000111
  - (1) Koliko prijelaza napravi TS prilikom prihvatanja niza:
    - a) 25



1.) Ako se bilo koji niz z jezika L može rastaviti na podnizove  $z=uvw$  pri čemu postoji cjelobrojna konstanta  $a$  takva da vrijedi  $|uv| \leq n$  i  $|v| \geq 1$  pri čemu nizovi  $uv^i w$ ,  $i \geq 1$  isto u jeziku L, onda je jezik L po najužem radredu:

**a) regularan**

b) kontekstno neovisan

c) kontekstno ovisan

d) rekurzivan

e) rekurzivno prebrojiv

2.) Dijagonalni jezik je:

a) regularan

b) odlučiv

c) izračunljiv

**d) neizračunljiv**

e) kontekstno ovisan

3.) Nakon konstruiranja minimalnog DKA iz sljedeće desno-linearne gramatike:  $S \rightarrow aA|aB|bC$ ,

$A \rightarrow aA|a$ ,  $B \rightarrow aB|a$ ,  $C \rightarrow bC|b$ , konstruirani minimalni DKA ima:

a) 1 stanje

b) 2 stanja

c) 3 stanja

**d) 4 stanja**

e) 5 stanja

4.) Kod konstruiranja gramatike za jezik zadan TS M, produkcija koja simulira pomak u desno je oblika  $q[a,X] \rightarrow [a,Y]p$  pri čemu vrijedi:

a)  $a \in B$  i  $q \in F$

b)  $a \in \Sigma$  i  $q \in Q$

c)  $a \in \Sigma$  i  $p \notin F$

d)  $a \in \Sigma \cup \{B\}$  i  $p \in Q$

**e)  $a \in \Sigma \cup \{\epsilon\}$  i  $p \in Q$**

5.) Jezik najuže klase kojem pripadaju nizove koje generira gramatika  $S \rightarrow aSa|aBa$ ,  $B \rightarrow bB|b$  je:

**Konteksno neovisna**

6.) Razred najjednostavnijeg oblika automata koji prihvća nizove iz jezika  $a^n b^{2n} c^n$ , uz  $n \geq 1$  je:

a) DKA

b) NKA

c) PA

**d) LOA**

e) TS

7.) Da bi regularan izraz  $(\epsilon + b) (?) (\epsilon + a)$  prihvća nizove u kojima alterniraju znakovi a i b, npr ababababa... na označeno mjesto (?) je potrebno upisati:

**(ab)\***

8.) Produkcije desno-linearne gramatike zadane su kao  $(A, B \in V, w \in T^*)$ :

**$A \rightarrow wB$ ,  $A \rightarrow w$**

9.) Prilikom konstruiranja NKA  $(Q', \Sigma', \delta', q_0', F')$  iz  $\epsilon$ -NKA  $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ , skup prihvatljivih stanja NKA  $F'$  jednak je:

**$F' = FU\{q_0\}$  ako je u  $\varepsilon$ -okruženju  $q_0$  barem jedno prihvatljivo stanje**

10.) Odredite minimalan broj stanja DKA koji prihvaća jezik  $a^*b^*c$ :

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5**
- e) 6

11.) Budući da za \_\_\_\_\_ jezike ne postoji TS koji uvijek stane, za takve jezike kažemo da \_\_\_\_\_

**....rekurzivne prebrojive.... ...nisu odlučivi.**

12.) Za lijevo asocijativan operator  $+$  gradi se sljedeća jednoznačno gramatika:

**$F = (\{E, T\}, \{a, +\}, \{E \rightarrow E+T \mid T \rightarrow a\}, E)$**

13.) Ako je  $L_1$  regularan jezik nad abecedom  $\Sigma$  i  $L_2 = \Sigma^* - L_1$ , onda vrijedi:

- a)  $L_2$  nije nužno regularan
- b)  $L_2$  nije regularan i  $L_1 = \Sigma^* U L_2^C$
- c)  $L_2$  je regularan i  $L_1 = \Sigma^* - L_2^C$
- d)  $L_2$  je regularan i  $L_2 = L_1^C$**
- e)  $L_2$  nije regularan i  $L_2 = L_1^C$

14.) Koliko produkcija ostaje u sljedećoj gramatici:  $S \rightarrow abB \mid acC \mid abc$ ,  $B \rightarrow bC \mid cD$ ,  $C \rightarrow cC$ ,  $D \rightarrow dC$ ,  $E \rightarrow edE \mid ed$  nakon izbacivanja beskorisnih znakova?

- a) 1**
- b) 2
- c) 4
- d) 5
- e) 6

15.) Ako je jezik  $L$  u klasi jezika  $K$  i svi jezici iz klase  $K$  su polinomno svodivi na jezik  $L$ , onda kažemo da je jezik  $L$  \_\_\_\_\_ s obzirom na klasu  $K$  i s obzirom na polinomno vremensko svođenje.

- a) težak
- b) potpun**
- c) odlučiv
- d) izračunljiv
- e) neizračunljiv

16.) Neka DMA  $M$  prihvaća regularan jezik  $L(M)$ , jezik  $L$  je beskonačan ako i samo ako prihvaća niz duljine  $l$  gdje vrijedi:

- a)  $n < l$ ,  $n$  je broj stanja DKA  $M$
- b)  $l < n < 2n$ ,  $n$  je broj stanja DKA  $M$
- c)  $n \leq l \leq 2n$ ,  $n$  je broj stanja DKA  $M$**
- d)  $n \leq l \leq 2n$ ,  $2n$  je broj stanja DKA  $M$
- e)  $l \leq n < 2n$ ,  $2n$  je broj stanja DKA  $M$

17.) (1,5 bod) Konstruiraj minimalni DKA nad abecedom  $\{a, b\}$  koji prihvaća proizvoljan niz u kojem vrijedi  $n_a \bmod 3 = n_b \bmod 3$ , gdje je  $n_a$  broj znakova  $a$  u nizu, a  $n_b$  broj znakova  $b$  u nizu. Koliko stanja ima konstruirani automat?

a)  $n_a + n_b$

b)  $n_a$

**c) 3**

d) Jezik nije regularan pa nije moguće konstruirati DKA

e)  $n_b$

l) Pomoću svojstva napuhavanja potrebno je pokazati da jezik  $L = 0^k 12^k$  nije regularan

18.) Pretpostavimo da je jezik  $L$  regularan.  $n$  je cjelobrojna konstanta iz definicije svojstva napuhavanja. Neka je  $z = 0^m 12^m$  niz iz jezika  $L$  na koji primjenjujemo svojstvo napuhavanja vrijedi:

a)  $m > n$  i  $|z| = n$

b)  $m \geq n$  i  $|z| = 2m$

c)  $m \geq n$  i  $|z| = 2n$

**d)  $m > n$  i  $|z| = 2m + 1$**

e)  $m < n$  i  $|z| = 2m + 1$

19.) Niz  $z$  se nastavlja na podnizove  $uvw$  gdje je:

a)  $1 \leq |w| \leq |uv| \leq w$

**b)  $1 \leq |v| \leq |uv| \leq n$**

c)  $1 \leq |w| \leq |uw| \leq m$

d)  $1 \leq |v| \leq |uw| \leq n$

e)  $1 \leq |w| \leq |uvw| \leq n$

20.) Napuhavanjem niza i puta, uz  $i \geq 1$ , vrijedi da prefiks  $|uv|$  čine isključivo znakovi  $y$ . bez obzira na izbor  $n$  iz te podjelu na podnizove  $uvw$ , vrijedi da napuhani niz nije element jezika jer:

**a)  $y = 0^+$  i niz  $uv^i w$  ima više znakova 0 od znakova 2**

b)  $y = 0^+ 12^*$  i niz  $uv^i w$  ima više znakova 0 od znakova 2

c)  $y = 0^+$  i niz  $uv^i w$  ima manje znakova 0 od znakova 2

d)  $y = 0^+$  i niz  $uv^i w$  ima jednako znakova 0 od znakova 2

e)  $y = 0^+ 1$  i niz  $v^i w$  ima više znakova 0 od znakova 2

II) Imate tablicu i trebate minimizirati DKA bilo kojim algoritmom (pogledajte primjere iz auditornih)

21) Koja stanja su nedohvatljiva?

22) Koja stanja su istovjetna?

23) Koliko stanja ima minimalni DKA?

III) Gradi se gramatika **prema algoritmu iz udžbenika** koja generira nizove iz jezika koji prihvata TS  $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_p\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, \delta, q_0, B, q_p)$

24.) Za prijelaz TS  $\delta(q_0, 0) = (q_1, B, R)$ : gradi se:

a) 1 produkcija

**b) 3 produkcije**

c) 9 produkcija

d) 21 produkcija

e) 27 produkcija

25.) Za prijelaz TS  $\delta(q_1, B) = (q_3, B, L)$ : gradi se:



- a)1 produkcija
- b)3 produkcije
- c)9 produkcija
- d)21 produkcija
- e)27 produkcija**

26.) Grade se završne produkcije gramatike za prihvatljiva stanja. Koliko ima takvih produkcija?

- a)3
- b)7
- c)19**
- d)21
- e)27

IV) (4 boda) Isti iz auditornih

Konstruiraj Kontekstno ovisnu gramatiku koja generira nizove oblika  $a^i b^j c^k d^l e^j$ , gdje je  $i, j, k \geq 1$ .

Napiši primjer na  $i=j=k=2$

Auditone zadatak 31) i 32).

Zadatak 31) vam je isti zadan oblik generiravanja nizova, ali je rješenje u gramatici neograničenih produkcija

Zadatak 32) vam je isti zadatak kao 31) ali zadan kao gramatika neograničenih produkcija i rješenje je u KOG-u (kako i treba biti)

V) (4.5 boda) Nisam stigao prepisati, ali ustvari trebali ste konstruirati TS u OSNOVNOM OBLIKU.

Edit: hvala dddarin za ovaj zadatak.

Trebalo je napraviti TS koji prihvata nizove gdje a znakova ima duplo više od b znakova, te prihvata prazni niz.

Te na kraju rada TS, znakovi na ulaznoj traci trebaju ostati nepromijenjeni, tj isti kao i na početku rada.