

Pitanja:

- 1) Opisati postupak pretvorbe NKA u DKA.
- 2) Definirati nejednoznačnost kontekstno-neovisne gramatike.
- 3) Opisati postupak konstrukcije potisnog automata koji prihvaća praznim stogom na osnovi zadanog potisnog automata koji prihvaća prihvatljivim stanjem.
- 4) Opisati postupak konstrukcije gramatike kojom se dokazuje da su kontekstno-neovisni jezici zatvoreni s obzirom na operaciju nadovezivanja.
- 5) Formalno definirati osnovni model Turingovog stroja.
- 6) Zadani DKA pretvoriti u DKA s minimalnim brojem stanja. Minimizaciju DKA provesti primjenom metode traženja neistovjetnih stanja (3. algoritam u udžbeniku).

|       | x     | y     | w     | z     |   |
|-------|-------|-------|-------|-------|---|
| $q_0$ | $q_0$ | $q_3$ | $q_6$ | $q_8$ | 1 |
| $q_1$ | $q_1$ | $q_4$ | $q_6$ | $q_3$ | 1 |
| $q_2$ | $q_4$ | $q_5$ | $q_0$ | $q_2$ | 1 |
| $q_3$ | $q_6$ | $q_8$ | $q_7$ | $q_3$ | 0 |
| $q_4$ | $q_6$ | $q_7$ | $q_3$ | $q_1$ | 0 |
| $q_5$ | $q_6$ | $q_8$ | $q_0$ | $q_8$ | 0 |
| $q_6$ | $q_0$ | $q_5$ | $q_6$ | $q_8$ | 1 |
| $q_7$ | $q_7$ | $q_5$ | $q_6$ | $q_3$ | 0 |
| $q_8$ | $q_6$ | $q_8$ | $q_7$ | $q_3$ | 1 |
| $q_9$ | $q_8$ | $q_3$ | $q_2$ | $q_0$ | 0 |

- 7) Primjenom zadane gramatike i tablice LR parsera parsirati niz *aacabacaca*. Da li parser prihvaća ili odbacuje ulazni niz?

$S \rightarrow aS$

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow ac$

$A \rightarrow aAa$

$B \rightarrow bA$

|    | a   | b   | c   | . <u>L</u> |  | .S | .A | .B       |  |
|----|-----|-----|-----|------------|--|----|----|----------|--|
| 0  | s2  | .   | .   | .          |  | 1  | 3  |          |  |
| 1  |     | .   | .   | .prihvati  |  |    |    |          |  |
| 2  | s2  | .   | .s5 | .          |  | 4  | 6  |          |  |
| 3  |     | .s9 | .   | .          |  |    |    | 7        |  |
| 4  |     | .   | .   | .r1        |  |    |    |          |  |
| 5  | r3  | .r3 | .   | .r3        |  |    |    |          |  |
| 6  | s8  | .s9 | .   | .          |  |    |    | <b>7</b> |  |
| 7  |     | .   | .   | .r2        |  |    |    |          |  |
| 8  | r4  | .r4 | .   | .r4        |  |    |    |          |  |
| 9  | s11 | .   | .   | .          |  |    | 10 |          |  |
| 10 |     | .   | .   | .r5        |  |    |    |          |  |
| 11 | s11 | .   | .s5 | .          |  |    | 12 |          |  |
| 12 | s8  | .   | .   | .          |  |    |    |          |  |

8) Iz zadane kontekstno-neovisne gramatike izbaciti jedinične i  $\epsilon$ -produkcije.

$$S \rightarrow \epsilon yAC$$

$$A \rightarrow \epsilon B$$

$$A \rightarrow BC$$

$$B \rightarrow \epsilon yC$$

$$B \rightarrow C$$

$$C \rightarrow yyB$$

$$C \rightarrow xyCAy$$

$$C \rightarrow \epsilon$$

9) Konstruirati formalni automat najjednostavnijeg razreda kojim je moguće prihvaćati jezik nad abecedom  $\{a,b,c\}$  kojeg čine nizovi znakova oblika  $a^i b^{2(i+k)} c^k$ ,  $i \geq 0$ ,  $k \geq 0$ .

10) Ispitati jednoznačnost zadane gramatike za generiranje aritmetičkih izraza. Ako je gramatika nejednoznačna, nejednoznačnost raz riješiti promjenom gramatike. Promjenom gramatike potrebno je postići ispravnu interpretaciju generiranih izraza s obzirom na predmet operatora (operator  $*$  ima veću prednost od operatora  $+$ ).

$$S \rightarrow VO V$$

$$V \rightarrow S$$

$$V \rightarrow a|b|c$$

$$O \rightarrow +|*$$

## ODGOVORI

1.

Neka je  $M1 = (Q_1, \Sigma_1, \delta_1, q_1, F_1)$  NKA.

Konstruiramo DKA  $M2 = (Q_2, \Sigma_2, \delta_2, q_2, F_2)$

Sad vrijedi da je:

$Q_2 = 2^{Q_1}$  tj Skupa stanja M2 je partitivni skup stanja M1.

$q_2 = [q_1]$  pocetno stanje M2 je skup koji sadrzi pocetno stanje M1.

$\Sigma_2 = \Sigma_1$  abeceda ostaje ista

$q_x \in Q_2 = [s_1, s_2, s_3, \dots, s_x] \in F_2 \Leftrightarrow \exists s_i \in F_1$  Tj. stanje u M2 je prihvatljivo ako sadrzi barem jedno stanje prihvatljivo u M1

$q_x \in Q_2 = [s_1, s_2, s_3, \dots, s_x] \delta_2(q_x, a) = [\delta_1(s_1, a), \delta_1(s_2, a), \dots, \delta_1(s_x, a)]$

To jest prijelaz za neki znak iz stanja u M2 je skup stanja u koje prelazi svaka komponenta tog stanja u M1.

2.

Gramatika je nejdenoznacna ako je za isti niz moguće konstruirati barem dva generativna stabla zamjenom krajnje desnog(lijevog) nezavršnog znaka. Der'z natn to it

sve ok, samo u drugom  
pocetno stanje od dka = [q1]

3.

Neka je  $PA1 = (Q_1, \Gamma_1, \Sigma_1, \delta_1, q_1, Z_1, F)$  koji prihvaca stanjem.

Konstruiramo  $PA2 = (Q_2, \Gamma_2, \Sigma_2, \delta_2, q_2, Z_2, F)$  koji prihvaca praznim stogom.

Kazemo da je

$Q_2 = Q_1 \cup \{q_s, q_f\}$

$\Gamma_2 = \Gamma_1 \cup \{X\}$

$Z_2 = X$

$q_2 = q_s$

$\Sigma_2 = \Sigma_1$

$$F_2 = 0$$

$\delta_2 = \delta_1$  i jos dodajemo

$$\delta_2(q_s, \epsilon, X) = (q_0, Z_1 X)$$

$$\delta_2(q_f, \epsilon \gamma) = (q_0, \epsilon) \text{ za svaki } \gamma \in \Sigma_2$$

i sad najbitnije

$$\forall q \in F_1 \forall \gamma \in \Sigma_1 \rightarrow \delta_2(q, \epsilon \gamma) = (q_f, \epsilon)$$

i to je to.

4.

Neka gramatika  $G_1 = (V_1, T_1, P_1, S_1)$  generira kont. neov. jezik  $L_1(G_1)$  i gramatika  $G_2 = (V_2, T_2, P_2, S_2)$  generira kont. neov. jezik  $L_2(G_2)$ . Neka je  $V_1 \cap V_2 = \emptyset$  sto mozemo reci bez smanjenja općenitosti dokaza.

Konstruiramo gramatiku  $G_3 = (V_1 \cup V_2, T_1 \cup T_2, P_3, S_3)$ .

$$P_3 = P_1 \cup P_2 \text{ i jos se dodaje pravilo } S_3 \rightarrow S_1 S_2$$

Ovakva gramatika ima generativne nizove oblika:

$$S_3 \rightarrow S_1 S_2 \vec{P}_1 w_1 S_2 \vec{P}_2 w_2 \text{ iz cega je vidljivo da generira jezik } L_3(G_3) = L_1 L_2.$$

Budući da jedino pravilo dodanu u  $P_3$  ne narušava kontekstnu neovisnost iz toga sledi da je nadovezivanje kont. neovisnih jezika zatvorena operacija.

5.

$$TS = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$$

$Q$  - konačan skup stanja TS-a

$\Gamma$  - konačan skup znakova trake

$B \in \Gamma$  - znak kojim se označava prazna ćelija

$\Sigma \in \Gamma, B \notin \Sigma$  - konačan skup ulaznih znakova

$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q \times \Sigma \times (L, R)$  funkcija prijelaza gdje L i R označavaju pomak u lijevo i desno

$q_0 \in Q$  početno stanje

$F \subseteq Q$  prihvatljiva stanja

Formalno gledano, ovo je potpuna definicija.

6.

Stranica 25. u knjizi 🙋🏻🧑🏻

Krajnje rjesenje: q3 i q8 su jednaki.

7.

1.  $S \rightarrow aS$

2.  $S \rightarrow AB$

3.  $A \rightarrow ac$

4.  $A \rightarrow aAa$

5.  $B \rightarrow bA$

|    | a   | b  | c  | <u>⊥</u>  | S | A  | B |
|----|-----|----|----|-----------|---|----|---|
| 0  | s2  | .  | .  | .         | 1 | 3  | . |
| 1  | .   | .  | .  | .prihvati | . | .  | . |
| 2  | s2  | .  | s5 | .         | 4 | 6  | . |
| 3  | .   | s9 | .  | .         | . | .  | 7 |
| 4  | .   | .  | .  | .r1       | . | .  | . |
| 5  | r3  | r3 | .  | r3        | . | .  | . |
| 6  | s8  | s9 | .  | .         | . | .  | 7 |
| 7  | .   | .  | .  | .r2       | . | .  | . |
| 8  | r4  | r4 | .  | r4        | . | .  | . |
| 9  | s11 | .  | .  | .         | . | 10 | . |
| 10 | .   | .  | .  | .r5       | . | .  | . |
| 11 | s11 | .  | s5 | .         | . | 12 | . |
| 12 | s8  | .  | .  | .         | . | .  | . |

|            |            |     |  |
|------------|------------|-----|--|
| 0          | aacabacaca | s2  |  |
| 0a2        | acabacaca  | s2  |  |
| 0a2a2      | cabacaca   | s5  |  |
| 0a2a2c5    | abacaca    | r3  | A->ac duzina je 2, micemo 4 znaka, stanje A2 -> 6  |
| 0a2A6      | abacaca    | s8  |  |
| 0a2A6a8    | bacaca     | r4  | A->aAa duzina je 3, micemo 6 znakova, stanje A0->3 |
| 0A3        | bacaca     | s9  |  |
| 0A3b9      | acaca      | s11 |  |
| 0A3b9a11   | caca       | s5  |  |
| 0A3b9a11c5 | aca        | r3  | A->ac duzina je 2, micemo 4 znaka, stanje A9->10   |
| 0A3b9A10   | aca        | X   | prazno polje znaci da se niz odbija                |

Niz se odbija.

8.

|                      |                            |                     |                          |
|----------------------|----------------------------|---------------------|--------------------------|
| $S \rightarrow xyAC$ | $A \rightarrow \epsilon B$ | $B \rightarrow xyC$ | $C \rightarrow yyB$      |
|                      | $A \rightarrow BC$         | $B \rightarrow C$   | $C \rightarrow xyCAy$    |
|                      |                            |                     | $C \rightarrow \epsilon$ |

Turbo rjesenje, prvo sta je sve epsilon:

$C \rightarrow \epsilon$   
 $B \rightarrow C$   
 $A \rightarrow BC$

Dakle, sve ce kad tad biti epsilon produkcija. Zato turbo rjesenje odmah i za A i za B i za C rjesava epsilon problem. Pa picimo:

|                      |                            |                     |                       |
|----------------------|----------------------------|---------------------|-----------------------|
| $S \rightarrow xyAC$ | $A \rightarrow \epsilon B$ | $B \rightarrow xyC$ | $C \rightarrow yyB$   |
| $S \rightarrow xyA$  | $A \rightarrow BC$         | $B \rightarrow C$   | $C \rightarrow xyCAy$ |
| $S \rightarrow xyC$  | $A \rightarrow \epsilon$   | $B \rightarrow xy$  | $C \rightarrow yy$    |
| $S \rightarrow xy$   | $A \rightarrow B$          |                     | $C \rightarrow xyCy$  |
|                      | $A \rightarrow C$          |                     | $C \rightarrow xyAy$  |
|                      |                            |                     | $C \rightarrow xyy$   |

Sad da se rjesimo jedinicnih jos.

|                      |                            |                       |                       |
|----------------------|----------------------------|-----------------------|-----------------------|
| $S \rightarrow xyAC$ | $A \rightarrow \epsilon B$ | $B \rightarrow xyC$   | $C \rightarrow yyB$   |
| $S \rightarrow xyA$  | $A \rightarrow BC$         | $B \rightarrow xy$    | $C \rightarrow xyCAy$ |
| $S \rightarrow xyC$  | $A \rightarrow \epsilon$   | $B \rightarrow yyB$   | $C \rightarrow yy$    |
| $S \rightarrow xy$   | $A \rightarrow xyC$        | $B \rightarrow xyCAy$ | $C \rightarrow xyCy$  |
|                      | $A \rightarrow xy$         | $B \rightarrow yy$    | $C \rightarrow xyAy$  |
|                      | $A \rightarrow yyB$        | $B \rightarrow xyCy$  | $C \rightarrow xyy$   |
|                      | $A \rightarrow xyCAy$      | $B \rightarrow xyAy$  |                       |
|                      | $A \rightarrow yy$         | $B \rightarrow xyy$   |                       |
|                      | $A \rightarrow xyCy$       |                       |                       |
|                      | $A \rightarrow xyAy$       |                       |                       |
|                      | $A \rightarrow xyy$        |                       |                       |

I to je ta strahota.