Title

Erik Thorsell
Robert Gustafsson

2015-10-07

3.1 Fourierserie Uppbyggnad

a)

En fyrkantssignal enligt Figur 3 i lab-pm kan betecknas på följande vis:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < \frac{T}{2} \\ -1 & \frac{T}{2} < t < T \end{cases}$$

För att beräkna Fourierkoefficienterna för signalen använde vi oss av följande kända uttryck från kurslitteraturen:
$2C_k = A_k - jB_k$ (A, B $\in \mathbb{R}$)
$C_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jkw_0 t} dt$

Beräkningar följer nedan:

$$C_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-jkw_0 t} dt = \frac{1}{T} \left(\int_0^{\frac{T}{2}} e^{-jkw_0 t} dt - \int_{\frac{T}{2}}^{T} e^{-jkw_0 t} dt \right) =$$

$$\frac{1}{T} \left(\left[\frac{e^{-jkw_0 t}}{-jkw_0} \right]_0^{\frac{T}{2}} - \left[\frac{e^{-jkw_0 t}}{-jkw_0} \right]_{\frac{T}{2}}^{T} \right) =$$

$$\frac{1}{T} \left(\frac{e^{\frac{-jkw_0 T}{2}}}{-jkw_0} - \frac{1}{-jkw_0} - \left(\frac{e^{-jkw_0 T}}{-jkw_0} - \frac{e^{\frac{-jkw_0 T}{2}}}{-jkw_0} \right) \right) =$$

$$\frac{2e^{\frac{-jkw_0 T}{2}} - e^{-jkw_0 T} - 1}{-jkw_0 T} =$$

$$\frac{1}{-jkw_0 T} \left(2e^{\frac{-jkw_0 T}{2}} - e^{-jkw_0 T} - 1 \right) =$$

$$\frac{1}{-jkw_0 T} \left(2cos\left(\frac{kw_0 T}{2} \right) - 2jsin\left(\frac{kw_0 T}{2} \right) - cos\left(kw_0 T \right) + jsin\left(kw_0 T \right) - 1 \right) =$$

$$\frac{1}{-jk2\pi} (2cos(k\pi) - 2jsin(k\pi) - cos(k2\pi) + jsin(k2\pi)) =$$

$$\begin{cases} \frac{1}{-jk2\pi}(2 - 1 - 1) = 0 & \text{Om k jämn.} \\ \frac{1}{-jk2\pi}(-2 - 1 - 1) = \frac{-2j}{k\pi} & \text{Om k udda.} \end{cases}$$

$$2C_k = A_k - jB_k$$

$$\text{Eftersom } C_k = 0 \text{ för jämna k } \Rightarrow A_k = 0$$

$$\Rightarrow 2C_k = -jB_k \Rightarrow B_k = -2C_k/j = -2j/k\pi \Leftrightarrow B_k = \frac{4}{k\pi}$$

b)

Givet i labpm finns kod för att rita ut en sinusvåg. Genom att modifiera den koden kan vi genom våra erhållna Fourierkoefficienter rita upp en bättre och bättre approximation av en fyrkantsvåg. Koden för att beskriva fyrkantsvågsapproximationen finns nedan och figur visar vår approximerade fyrkantsvåg efter summationsindex satt till 100.

```
T=1;
w=2*pi/T;
M=200;
x=0;
t=T*(0:M-1)/M;

for n=1:100
    Ak = 0;
    Bk = 4*mod(n,2)/(n*pi);
    x = x + Ak*cos(n*w*t) + Bk*sin(n*w*t);
end
plot(t,x)
```

3.2 Linjära System och Sinusar

a)

Givet i labpm vinns ekvation 12 enligt: $G(s) = \frac{(s+0.1)(s+10)}{(s+1)(s^2+s+9)} = \frac{s^2+10.1s+1}{s^3+2s^2+10s+9}$ detta polynom kan tecknas som täljare och nämnare i Matlab - samt ovandlas till en överföringsfunktion - med följande kod:

```
num = [1 10.1 1];
den = [1 2 10 9];
Gs=tf(num, den);
```

Bode-diagramet samt systemets pol- och nollställen kan ses i figur **??** och figur **??**.

b)

De tre sinussignalerna ($x1 = sin(t), x2 = sin(3t), x3 = sin(5t)$) finns att beskåda i figur **??**

c)

Efter att ha låtit signalerna passera genom vårt givna system ($G(s)$) erhöll vi tre nya signaler ($y1, y2, y3$) vilka hade förändrad amplitud och fas gentemot får insignal. Detta var givetvis väntat. Den svarta kurvan visar insignalen och den blå visar signalen vilken returnerades av lsim. Vidare beräknade vi även amplitud och fas var och en för sig varefter vi lät den signalen gå genom systemet för att erhålla en signal lika med den som erhölls av lsim.

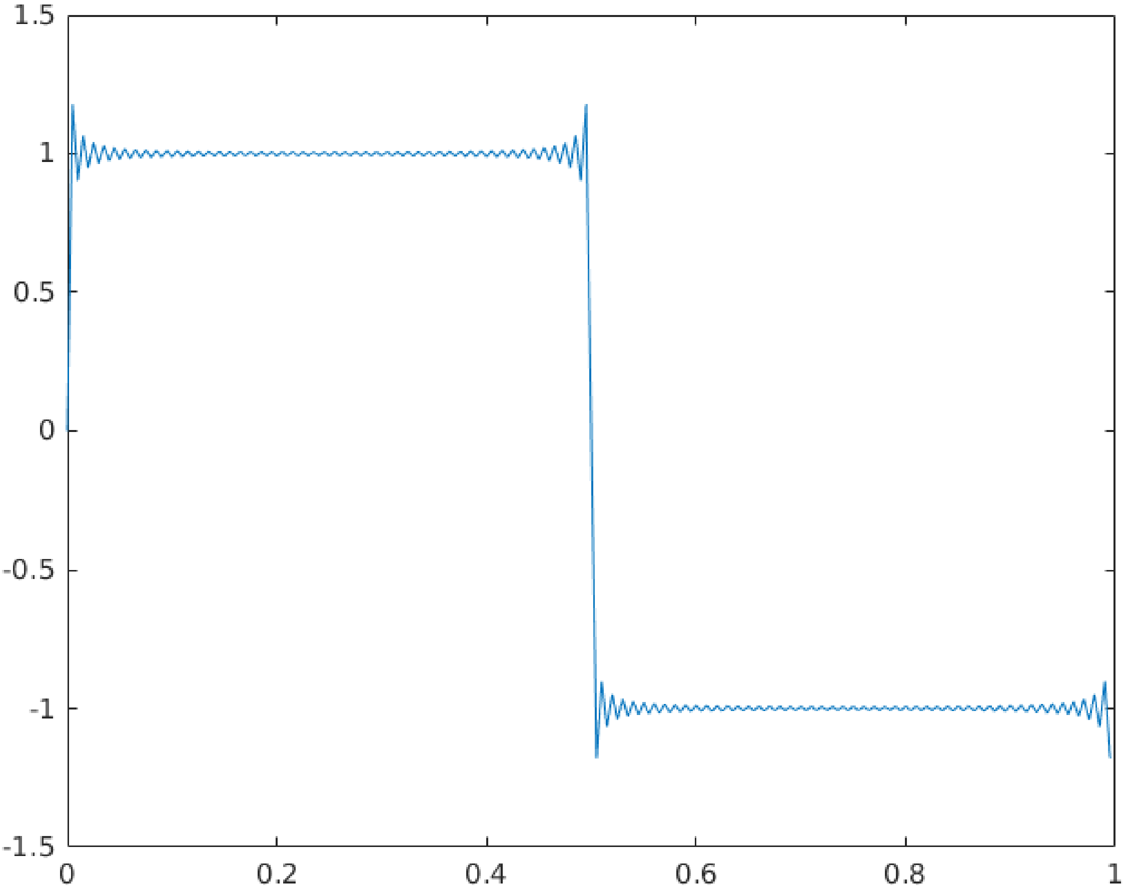
Koden för att bekräfta ekv 2 kan ses nedan:

```
phi1 = angle(evalfr(Gs,1j));
x1p = sin(t+phi1);
y1p = abs(evalfr(Gs,1j))*x1p;

phi2 = angle(evalfr(Gs,3j));
x2p = sin(3*t+phi2);
y2p = abs(evalfr(Gs,3j))*x2p;

phi3 = angle(evalfr(Gs,5j));
x3p = sin(5*t+phi3);
y3p = abs(evalfr(Gs,5j))*x3p;
```

Här kommer $y1p, y2p$ samt $y3p$ vara lika med $y1, y2$ och $y3$ vilka erhölls från lsim och vi ser alltså att ekv 2 stämmer.



1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1