Title

Erik Thorsell
Robert Gustafsson

2015-10-04

En fyrkantssignal enligt Figur 3 i lab-pm kan betecknas på följande vis:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < \frac{T}{2} \\ -1 & \frac{T}{2} < t < T \end{cases}$$

För att beräkna Fourierkoefficienterna för signalen använde vi oss av följande kända uttryck från kurslitteraturen:
$2C_k = A_k - jB_k$ (A, B $\in \mathbb{R}$)
$C_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jkw_0t}dt$

Beräkningar följer nedan:

$$C_k = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)e^{-jkw_0t}dt = \frac{1}{T}\left(\int_0^{\frac{T}{2}} e^{-jkw_0t}dt - \int_{\frac{T}{2}}^T e^{-jkw_0t}dt\right) =$$

$$\frac{1}{T}\left(\left[\frac{e^{-jkw_0t}}{-jkw_0}\right]_0^{\frac{T}{2}} - \left[\frac{e^{-jkw_0t}}{-jkw_0}\right]_{\frac{T}{2}}^T\right) =$$

$$\frac{1}{T}\left(\frac{e^{\frac{-jkw_0T}{2}}}{-jkw_0} - \frac{1}{-jkw_0} - \left(\frac{e^{-jkw_0T}}{-jkw_0} - \frac{e^{\frac{-jkw_0T}{2}}}{-jkw_0}\right)\right) =$$

$$\frac{2e^{\frac{-jkw_0T}{2}} - e^{-jkw_0T} - 1}{-jkw_0T} =$$

$$\frac{1}{-jkw_0T}\left(2e^{\frac{-jkw_0T}{2}} - e^{-jkw_0T} - 1\right) =$$

$$\frac{1}{-jkw_0T}\left(2cos\left(\frac{kw_0T}{2}\right) - 2jsin\left(\frac{kw_0T}{2}\right) - cos\left(kw_0T\right) + jsin\left(kw_0T\right) - 1\right) =$$

$$\frac{1}{-jk2\pi}(2cos(k\pi) - 2jsin(k\pi) - cos(k2\pi) + jsin(k2\pi)) =$$

$$\begin{cases} \frac{1}{-jk2\pi}(2-1-1) = 0 & \text{Om k jämn.} \\ \frac{1}{-jk2\pi}(-2-1-1) = \frac{-2j}{k\pi} & \text{Om k udda.} \end{cases}$$

$$2C_k = A_k - jB_k$$

Eftersom $C_k = 0$ för jämna k $\Rightarrow A_k = 0$

$$\Rightarrow 2C_k = -jB_k \Rightarrow B_k = -2C_k/j = -2j/k\pi \Leftrightarrow B_k = \frac{4}{k\pi}$$