**Contents**

[一、考试大纲 2](#_Toc511752784)

[（一）命题逻辑的等值演算与推理演算（7） 2](#_Toc511752785)

[（二）谓词逻辑的等值演算和推理演算 （6） 2](#_Toc511752786)

[（三）集合与关系（8） 2](#_Toc511752787)

[（四）图论的基本概念、路与回路（8） 3](#_Toc511752788)

[（五）树、平面图与图的着色 （7） 3](#_Toc511752789)

[（六）代数结构（9） 3](#_Toc511752790)

[（七）排列与组合 （7） 4](#_Toc511752791)

[（八）母函数与递推关系 （10） 4](#_Toc511752792)

[(九）容斥原理和鸽巢原理（6） 4](#_Toc511752793)

[(十）Polya定理（4） 5](#_Toc511752794)

[二、复习指南 5](#_Toc511752795)

[（一）命题逻辑的等值演算和推理演算（10） 5](#_Toc511752796)

[（二）谓词逻辑的等值演算和推理演算 （9） 5](#_Toc511752797)

[（三）集合与关系（10） 6](#_Toc511752798)

[（四）图论的基本概念、路与回路（8） 7](#_Toc511752799)

[（五） 树、平面图与图的着色（7） 7](#_Toc511752800)

[（六） 代数结构（9） 7](#_Toc511752801)

[（七）排列与组合（6） 8](#_Toc511752802)

[（八）母函数与递推关系（5） 8](#_Toc511752803)

[(九）容斥原理和鸽巢原理（7） 8](#_Toc511752804)

[（十）Polya定理（6） 9](#_Toc511752805)

[三、思考题 9](#_Toc511752806)

[（一）命题逻辑的等值演算和推理演算（9） 9](#_Toc511752807)

[（二）谓词逻辑的等值演算和推理演算（7） 10](#_Toc511752808)

[（三）集合与关系（2） 10](#_Toc511752809)

# 一、考试大纲

离散数学与组合数学是现代数学的重要分支，是计算机科学的基础理论课程。

数理逻辑、集合论、图论与代数结构是离散数学的重要组成部分。 要求考生对它们的基本概念有较深入的了解，能够系统地掌握命题演 算、谓词演算及朴素集合论的经典内容，掌握演绎推理的基本方法。掌 握图论的基本定理和应用，熟悉代数系统的基本概念及定理。

组合数学部分要求考生掌握各种基本的计数方法，线性常系数递 推关系的解法，Burnside引理和Polya定理的应用，容斥原理和鸽巢原

理的应用等。

主要内容包括:

## （一）命题逻辑的等值演算与推理演算（7）

1 ．命题逻辑的基本概念、命题逻辑联结词与真值表，重言式

2 ．简单命题的形式化（简单自然语句的形式化）

3 ．等值定理、基本等值公式以及等值演算

4 ．命题公式与真值表的关系、联结词的完备集

5 ．析取范式、合取范式、主析取范式和主合取范式

6 ．命题逻辑的推理规则与推理演算，归结推理证明方法

7 ．命题逻辑公理系统的概念, 公理系统的基本结构

## （二）谓词逻辑的等值演算和推理演算 （6）

1 ．谓词、量词的基本概念及表示法

2 ．复杂自然语句的形式化

3 ．否定型等值式、量词分配等值式

4 ．范式、前束范式， Skolem 标准形

5 ．基本推理公式及其证明方法

6 ．谓词逻辑的推理规则与推理演算，归结推理法

## （三）集合与关系（8）

1 ．集合的概念、性质和基本运算，集合间的关系和特殊集合

2 ．有限集合的基数，包含排斥原理

3 ．集合论公理系统，无穷公理和自然数集合

4 ．二元关系的概念、关系矩阵和关系图

5 ．关系的逆、合成，关系的基本性质，关系的闭包

6 ．等价关系和划分，偏序关系与哈斯图

7 ．任意集合上的函数定义与性质、特殊函数，满射、单射与双射

8 ．集合的势、无限集合的基数

## （四）图论的基本概念、路与回路（8）

1 ．图的基本概念与性质

2 ．图的代数表示

3 ．途径、路、回路、迹的定义

4 ．欧拉环游（欧拉闭迹）与欧拉迹

5 ．汉密尔顿路与回路

6 ．最短路径

7 ．连通性

8 ．有向图

## （五）树、平面图与图的着色 （7）

1 ．树的定义及等价条件

2 ．支撑树的计数

3 ．森林

4 ．最短树

5 ．平面图与根大平面图

6 ．对偶图

7 ．色数与色多项式

## （六）代数结构（9）

1 ．代数系统的概念

2 ．同构与同态

3 ．群的基本知识

4 ．循环群、群的同构

5 ．变换群和置换群、 Caylay 定理

6 ．陪集和群的陪集分解、Lagrange定理

7 ．正规子群与商群

8 ．同态、同态基本定理

9 ．环和域的概念

## （七）排列与组合 （7）

1 ．加法法则与乘法法则

2 ．排列与组合

3 ．Stirling 近似公式

4 ．排列的生成算法

5 ．组合的生成算法

6 ．可重组合

7 ．若干等式及其组合意义

## （八）母函数与递推关系 （10）

1 ．母函数

2 ．递推关系

3 ．Fibonacci 数列

4 ．线性常系数递推关系

5 ．整数的拆分和 Ferrers 图像

6 ．指数型母函数

7 ．母函数和递推关系应用举例

8 ．错排问题

9.Stirling数

10.Catalan数

## (九）容斥原理和鸽巢原理（6）

1 ．容斥原理

2 ．棋盘多项式与有限制排列

3 ．—般公式

4 ．二项式反演与Mobius反演

5 ．鸽巢原理

6 ．Ramsey问题和Ramsey数

## (十）Polya定理（4）

1 ．Burnside引理

2 ．Polya定理

3 ．母函数型的Polya定理

4 ．图的计数

# 二、复习指南

## （一）命题逻辑的等值演算和推理演算（10）

1 ．理解并掌握命题逻辑的基本概念，熟练掌握五个常用的命题联结词及其真值表，掌握命题与真值表的关系，以及由简单命题通过联结词构造复合命题的方法。

2 ．掌握重言式、永假式和可满足公式的区别与判别方法；理解命题形式化的步骤与方法，能够熟练地将简单自然语句利用命题联结词进行形式化。

3 ．掌握和理解命题公式等值的概念，掌握命题公式等值的判别方法。

4 ．熟悉基本的等值公式；对于常用的等值公式，能在理解的基础上熟记并能在等值演算中灵活使用。

5 ．了解联结词完备集的概念，掌握判别联结词完备集的方法，了解对偶式的基本概念。

6 ．理解范式的概念和范式定理，深人理解主析取范式和主合取护式的构成，能够熟练地将命题公式化成相应的主析取范式和主合月范式。

7 ．理解推理公式的基本结构，熟悉基本的推理公式，掌握推理么式的不同证明方法。 8 ．理解基本的推理规则，方法。掌握使用推理规则进行推理演算的方法。

9 ．理解归结推理规则，掌握用归结推理法证明的方法。

10 · 了解命题逻辑的公理系统的概念和基本构成，进行定理推演的过程和方法。

## （二）谓词逻辑的等值演算和推理演算 （9）

1 ．理解谓词、个体词、函数和量词的概念，重点解决使用谓词逻辑描述自然语句的表达问题，能够熟练地将一些复杂的自然语句进行形式化描述。

2 ．了解有限域下全称量词和存在量词的表示法，理解它在谓词逻辑中的重要作用。

3 ．了解普遍有效公式、可满足式和不可满足式的概念和划分方 法，知道一阶谓词逻辑的判定问题的基本内容以及有关的主要结论。

4 ．理解谓词逻辑公式等值的概念，掌握否定型等值式的不同形式及其证明方法。

5 ．了解量词对不同联结词的分配律，掌握量词分配等值式的证明方法。

6．理解范式的概念，掌握前束范式的定义以及Skolem标准形的 构成，会求谓词逻辑公式的前束范式和仅保留全称量词的前束范式。

7．熟悉谓词逻辑的基本推理公式，能够给出解释性的证明和其他推理公式正确性的判断。

8.理解谓词逻辑有关量词的四条推理规则，掌握使用推理规则进行推理演算的方法。

9．理解谓词逻辑的归结推理法的证明过程，掌握用归结法证明推理公式的方法。

## （三）集合与关系（10）

1 ．深入理解并掌握集合的概念和不同的表示方法，能够熟练地用谓词形式来描述集合中元素的性质; 理解集合间的关系和特殊集合，熟练掌握集合的基本运算。

2 ．理解集合运算的性质和主要证明方法，能够用谓词演算或集合恒等式的方法证明集合的相等、包含或进行集合公式的化简。

3 ．了解集合基数的概念，掌握有限集合基数的计算方法，理解包含排斥原理及其具体应用。

4 ．对集合论公理系统有概貌的了解，理解无穷公理以及自然数集合在集合论中的表示。

5 ．理解二元关系的概念，掌握关系矩阵表示法和关系图画法。深入理解关系的某些特殊性质，包括自反性、非自反性、对称性、反对称性和传递性以及它们之间的关系。

6 ．了解关系的闭包的定义及其性质；掌握已知关系尺的自反、对 称和传递闭包的构造方法。

7 ．深入理解等价关系和划分的概念，掌握相关的证明思路与方法。了解相容关系和覆盖的概念以及它们与等价关系和划分的主要 区别。

8 ．深人理解偏序关系和哈斯图的概念；掌握用哈斯图表示偏序的方法；了解拟序关系、全序关系和链等概念。

9 ．理解函数的定义，特别是任意集合上的函数的概念，深入理函数的单射、满射和双射的概念。掌握从集合4到集合B构造双射函数的方法。

10 ．理解集合等势的概念，掌握判断集合等势的方法。了解有限集合与无限集合的严格定义，熟悉无限集合基数的记法和康托尔定理、 连续统假设的内容以及目前的基本结论。

## （四）图论的基本概念、路与回路（8）

1 ．理解并熟练掌握图论的最基本的概念，包括图、度、简单图、完 全图、正则图等

2 ．掌握图的最基本的性质。

3 ．掌握图的邻接矩阵和关联矩阵表示方法以及它们各自的性质。

4 ．掌握有向图与无向图的途径与闭途径，路与回路，有向途径（有向链）、有向路、有向回路、有向迹与有向闭迹、连通图等的定义及性质。

5 ．掌握欧拉环游与欧拉迹的定义以及存在欧拉环游的充分必要条件。

6 ．掌握与汉密尔顿图相关的定义以及相关定理。

7.掌握图的着色的基本内容。

8 ．了解求图的最短路、最小树等的基本算法。

## （五） 树、平面图与图的着色（7）

1 ．熟悉并掌握树的等价定义及基本性质。

2 ．掌握连通图中支撑树数目的计算方法。

3 ．熟悉并掌握赋权连通图中最短支撑树的Kruskal算法。

4 ．熟练掌握欧拉公式，了解极大平面图的有关性质。

5 ．掌握对偶图的定义与构造方法，学会利用对偶图求解基本问题。

6 ．熟悉色数的定义、有关定理和简单图形的色数计算。

7 ．掌握简单图形的色多项式的计算。

## （六） 代数结构（9）

1 ．熟练掌握代数系统的基本概念，如n元运算、单位元、逆元、半群、含么半群等。

2 ．理解同态与同构的有关定义，并能够进行简单证明。

3 ．深人理解群的有关基本知识与基本定理。

4 ．深人理解循环群的定义及相关定理，掌握群同构概念。

5 ．掌握交换群、置换群概念，及轮换、对换计算，了解Cayley定理。

6 ．掌握陪集的定义、性质及群的陪集分解，了解Lagrange定理。

7 ．掌握正规子群的定义和性质，了解商群。

8 ．了解同态核定义及同态基本定理。

9 ．掌握环域的定义及基本性质。

## （七）排列与组合（6）

1 ．熟练运用加法法则和乘法法则，运用这些法则解决各种比较简单的计数问题。在解决计数问题的过程中注意使用合理分类和模型转换的技巧。

2 ．熟练掌握无重排列、无重组合、可重排列、重数给定的排列、圆排列、项链排列等概念及其计数公式的推导，并能熟练运用这些概念和计数公式解决各种问题。利用重数给定的排列及其计数公式给出多项式展开的系数计算公式，并将其与不同的球放入不同的盒子，每盒球数给定的模型联系起来。

3 ．利用模型转换技巧解决不易直接计算的计数问题。

4 ．利用不同方法推导可重组合及隔位组合的计算公式。

5 ．利用计算公式、归纳法和建立适当的组合模型的方法证明一些基本的组合恒等式。

6 ．应用各种组合模型及其计数方法解决各种相关的问题。

## （八）母函数与递推关系（5）

1 ．掌握序列和它的母函数的关系，掌握形式幂级数的基本运算。

2 ．掌握根据已知具体序列的基本性质求其递推关系，再利用母函数解递推关系，得到序列的表达式的方法。

3 ．掌握根据Fibonacci数列的基本性质列出其递推关系，再利用母函数求解其递推关系，即给出序列的表达式的方法。掌握利用Fibonacci数列的递推关系，证明一些与 Fibonacci数列相关的恒等式。掌握利用Fibonacci数列在优选法中的简单应用。

4 ．掌握利用母函数法解一般线性常系数递推关系的方法。掌握无重根、有重根和有共轭复根3种情况下求序列表达式的方法。

5 ．掌握整数拆分的基本概念和一些简单方法。利用Ferrer图像解决一些拆分的计数问题。掌握根据错排的定义，求错排数列的递推关系的方法及利用母函数求解错排数列的表达式的方法。掌握利用递推关系和母函数解决—些应用问题的方法。了解Stirfing数的组合意义。了解用不同方法给出Catalan数的计数公式。

## (九）容斥原理和鸽巢原理（7）

1 ．掌握容斥原理的基本公式并利用基本公式解决—些应用问题。

2 ．掌握利用容斥原理基本公式解错排问题的方法。

3 ．掌握利用棋盘多项式的概念解决一些有限制的排列问题。

4 ．掌握二项式反演和Mobius反演的基本方法，解决一些问题。

5 ．掌握鸽巢原理的几种表述方法，并用鸽巢原理解决一些问题。注意将鸽巢原理与一些别的数学概念及技巧结合起来应用的方法。

6 ．掌握分析一些典型的Ramsey问题的方法。

7 ．掌握推算一些简单的Ramsey数的方法。

## （十）Polya定理（6）

1 ．掌握群的基本概念和定理。

2 ．掌握置换群的基本概念。

3 ．掌握置换的轮换、对换等表示方法和奇偶置换的概念。掌握正多面体的计算方法和转动群的分析方法。

4 ．掌握含不动点的置换子群、置换群作用下对象的轨道（等价类）等概念。掌握推导Burnside引理、Polya定理的方法。利用Burnside引 理和Polya定理解决一些应用问题。

5 ．掌握母函数型Polya定理的推导和应用。

6 ．利用Polya定理解决图的计数问题。

# 三、思考题

说明：以下按照考试大纲与复习指南的十大部分，每一部分分别给出思考题和选择题。

## （一）命题逻辑的等值演算和推理演算（9）

1 ．什么是命题？什么是真值、真命题、假命题？

2 ．什么是命题联结词？它们的主要性质有哪些？

3 ．什么是合式公式？什么是重言式、矛盾式和可满足式？

4 ．如何判断两个命题公式是否等值？

5 ．如果仅仅知道命题公式的真值表，是否可以构造命题公式本身？应该如何构造？

6 ．n个命题变项可以构造多少个彼此独立的真值函项？

7 ．下列语句中（）是命题，并判断是简单命题还是复合命题。

(A)好大的一场雪！ (B)吃饭了吗？

(C)如果天不下雨，我就骑车去。 （D)我正在说谎。

8 ．下列联结词不满足交换律的是（ ）。

(A) -> (B) ʌ (C) V (D)<->

9 ．下列合式公式中，（ ）不是重言式。

(A) Q->(P V Q) (B) (P V Q) ->P

(C) ˥(P ʌ˥Q) ʌ ˥(˥P V Q) (D) (˥P VQ) <-> (P->Q)

## （二）谓词逻辑的等值演算和推理演算（7）

1 ．谓词逻辑与命题逻辑有哪些主要区别？它应提供哪些命逻辑中不具备的功能，又可能带来哪些复杂的新问题？

2 ．谓词逻辑的公式应如何分类？判断任一公式的普遍有效否存在可行的方法？

3 ．在谓词逻辑中等值是如何定义的？谓词逻辑有哪些与命题逻辑类似的等值公式，如何证明他们的正确性？

4 ．任一谓词公式是否可化为与之等值的范式？这种范式形式是否唯一？

5 ．如何使用范式来简化对任—公式的普遍有效性与不可满足性的判定？

6.在谓词逻辑中如何进行推理演算？如何处理谓词逻辑中出现的量词？

7 ．归结法是否也适用于谓词逻辑？如何使用归结法进行谓词推理公式的证明？

## （三）集合与关系（2）

1 ．在集合运算中是否满足类似命题逻辑中的摩根律？

2.自然数在集合论中应如何表示？ 0又是如何表示的？