Matière : Apprentissage et complexité



TD 2

Année: 2023/2024

Exercice 1

Existe-t-il une relation linéaire entre le nombre d'heures passées à étudier les mathématiques et les résultats au test Y.

Heure (X)	1	3	3	5
Notes au test (Y)	3	4	6	5

Exercice 2

Soit l'échantillon de données montré dans le tableau suivant :

$$x = \begin{bmatrix} 0.75 & 0.86 & 1\\ 0.01 & 0.09 & 1\\ 0.73 & -0.85 & 1\\ 0.76 & 0.87 & 1\\ 0.19 & -0.44 & 1\\ 0.18 & -0.43 & 1\\ 1.22 & -1.10 & 1\\ 0.16 & 0.40 & 1\\ 0.93 & -0.96 & 1\\ 0.03 & 0.17 & 1 \end{bmatrix} y = \begin{bmatrix} 2.49\\ 0.83\\ -0.25\\ 3.10\\ 0.87\\ 0.02\\ -0.12\\ 1.81\\ -0.83\\ 0.43 \end{bmatrix}$$

Calculer les paramètres de la régression linéaire multiple qui permet de modéliser ces données.

Exercice 3

L'analyse de la température de fonctionnement d'un procédé chimique sur le rendement du produit a donné les valeurs suivantes pour la température et le rendement correspondant :

Température °C	Rendement %	Température °C	Rendement %
100	45	150	70
110	51	160	74
120	54	170	78
130	61	180	85
140	66	190	89

- (1) Donner une représentation graphique de ces données.
- (2) Trouver la fonction de régression linéaire par la méthode des moindres carrés, qui permet d'associer à la température la valeur de rendement correspondante.
- (3) En utilisant cette fonction de régression, prédire la valeur de rendement pour la température 80°C.
- (4) Déterminer (en utilisant la droite de régression) quand la valeur de rendement sera supérieure à 100.

Exercice 4

On suppose qu'on a régression quadratique (m=2) avec une seule variable x, chercher le meilleur ajustement de la fonction f par rapport aux données d'apprentissage suivantes.

x_i	2	3	6	10	14	16
y_i	17	34	121	321	617	801

Exercice 5

Supposons que nous avons un ensemble de données qui représente la relation entre les heures d'études (X) et les notes des étudiants pour un cours.

1. Chercher les paramètres du modèle linéaire en utilisant les données d'apprentissage suivantes :

$$X=[1, 2, 3, 4, 5]$$

$$Y=[65, 70, 75, 80, 85]$$

- 2. Calculer le résidu pour chaque individu
- 3. Calculer la somme des carrés des résidus (SCR)
- 4. Calculer l'estimation σ^2
- 5. Calculer l'erreur type. Quelle est votre conclusion.

Exercice 6

Soient les données d'apprentissage suivantes :

x_i	8	8.9	10.7	12.8	15	18
y_i	55	120	275	610	1365	3050

- 1. Déterminer le type d'ajustement correspondant.
- 2. Donner l'équation de l'ajustement déterminé.