Faculté d'Electronique er d'Informatique **17/05/2021**

Département d'Informatique

MASTER 1 : MIV

Série N°=2

Exercice 1 Soit la matrice de données suivante:

$$X = {}^t\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

1) Donner le nuage des points $N(I)$.
2) Calculer le centre de gravité de ce nuage. Que pouvez-vous déduire ?.
3) Déterminer la matrice des variances-covariances V.
4) Posons : $S = {}^tX.X$. Montrer que S possède une valeur propre nulle (sans faire de calculs).
5) Calculer les valeurs propres de S et en déduire celles de V.
6) Déterminer le meilleur plan qui ajuste $N(I)$. (ACP non normée).

Exercice 2 Soit X la matrice de données suivante :

$$X = \begin{pmatrix} 8 & 30 & 55 \\ 2 & 6 & 40 \\ 5 & 15 & 30 \\ 7 & 22 & 40 \end{pmatrix}$$

1) Donner l'expression de la matrice des données centrées-réduites.
2) Donner l'expression et le type de la matrice des coefficients de corrélation.
3) Après calculs, nous obtiendrons les valeurs propres suivantes :

   $$\lambda_1 = 2.4598,\ \lambda_2 = 0.0034,\ \lambda_3 = 0.5368.$$

   Et les vecteurs propres u_i associés aux valeurs propres λ_i de R :

   $${}^tu_1 = (-0.5988, -0.6277, -0.4974),\ {}^tu_2 = (-0.6515, 0.7430, -0.1534),$$
   $${}^tu_3 = (-0.4658, -0.2322, 0.8539).$$

   Donner la valeur de la variance expliquée par les axes factoriels choisis pour le plan principal.
4) Déterminer les axes factoriels à choisir.
5) Calculer l'inertie totale expliquée par les axes choisis. Commenter le résultat obtenu.
6) Déterminer les composantes principales.

Exercice 3 Soient X une matrice de données de type $(4,3)$: $X = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1) Déterminer la matrice des variances-covariances et celle des corrélations.
2) Calculer les variances des différentes composantes principales.
3) En calculant le taux d'inertie expliquée par chaque axe, Expliquer et justifier le nombre d'axes à retenir.
4) Déterminer les coordonnées des individus le long des axes choisis.
5) Etudier la corrélation entre les variables initiales et les composantes principales.

Exercice 4 Soit X une matrice de données de type (96, 8). La matrice de corrélation entre les variables est donnée par la matrice suivante :

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0.56 & 0.28 & 0.20 & 0.43 & 0.29 & 0.31 & 0.43 \\ 0.56 & 1 & 0.34 & 0.32 & 0.48 & 0.32 & 0.47 & 0.49 \\ 0.28 & 0.34 & 1 & 0.64 & 0.72 & 0.52 & 0.70 & 0.45 \\ 0.20 & 0.32 & 0.64 & 1 & 0.67 & 0.46 & 0.58 & 0.44 \\ 0.43 & 0.48 & 0.72 & 0.67 & 1 & 0.56 & 0.68 & 0.53 \\ 0.29 & 0.32 & 0.52 & 0.46 & 0.56 & 1 & 0.64 & 0.42 \\ 0.31 & 0.47 & 0.70 & 0.58 & 0.68 & 0.64 & 1 & 0.51 \\ 0.43 & 0.49 & 0.45 & 0.44 & 0.53 & 0.42 & 0.51 & 1 \end{pmatrix}.$$

1) Commenter la matrice de corrélation donnée.
2) La diagonalisation de R donne les valeurs propres suivantes : 4.4242, 1.1366, 0.583, 0.5302, 0.4580, 0.3758, 0.2582, 0.2287. Calculer le pourcentage d'inertie expliquée par chaque axe.
3) Déterminer le meilleur sous espace principal de dimension 2 ainsi que le taux expliqué de l'inertie initiale.
4) Donner les expressions des coordonnées des individus dans le plan principal ainsi que celles des variables.
5) Après calculs, on trouve les coordonnées des variables :

Variables	1er axe	2ème axe
X^1	0.55	0.68
X^2	0.65	0.55
X^3	0.81	-0.32
X^4	0.75	-0.35
X^5	0.87	-0.1
X^6	0.72	-0.2
X^7	0.84	-0.18
X^8	0.71	0.25

Représenter graphiquement les variables sur le plan factoriel c'est-à-dire le cercle de corrélation. Que constater-vous ?.