

Примеры возможных заданий к семинару по лекции 3

1. Пусть выборка $Z_n = (X_1, \dots, X_n)$ порождена распределением $N(m; \theta^2)$ — нормальным распределением с известным значением математического ожидания m и неизвестной дисперсией θ^2 . Найти значение C , при котором оценка

$$\hat{\theta}_n = \frac{C}{n} \sum_{k=1}^n |X_k - m|$$

параметра θ будет несмещенной и состоятельной.

2. Пусть выборка $Z_n = (X_1, \dots, X_n)$ порождена СВ X , имеющей биномиальное распределение $Bi(N; p)$, где p — неизвестно. Пусть

$$\hat{\theta}_n = \frac{\bar{X}_n(N - \bar{X}_n)}{N},$$

где $\bar{X}_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ — выборочное среднее. Показать, что оценка $\hat{\theta}_n$ является асимптотически несмещенной оценкой для параметра $\theta = D\{X\}$.

3. Показать, что оценка $\hat{\theta}_n$ из задания 2 будет максимальной оценкой для θ .

4. Пусть выборка $Z_n = (X_1, \dots, X_n)$ порождена СВ X , имеющей равномерное распределение на отрезке $[0; \theta]$, где $\theta > 0$ — неизвестный параметр. Показать, что оценка $\hat{\theta}_n = X_{(n)}$ будет максимальной оценкой для θ .