

Примеры возможных задач по Лекции 2

1. Пусть выборка $Z_n = \{X_1, \dots, X_n\}$ соответствует распределению $F(x)$. Доказать, что порядковые статистики $X_{(1)}$ и $X_{(n)}$ имеют функции распределения, соответственно,

$$F_{(1)}(x) = 1 - (1 - F(x))^n \text{ и } F_{(n)}(x) = F^n(x).$$

2. (Обобщение задачи 1) Найти функцию распределения k -й порядковой статистики $X_{(k)}$, $k = 1, 2, \dots, n$.
3. Выборка соответствует распределению $R[0, 1]$ — равномерному непрерывному распределению на $[0, 1]$. Найти $M\{X_{(n)}\}$ и $D\{X_{(n)}\}$ — математическое ожидание и дисперсию статистики $X_{(n)}$.
4. Пусть выборка Z_n порождена СВ X с конечным моментом ν_k . Доказать, что при любом n выборочный максимальный момент $\bar{\nu}_k(n)$ обладает по отношению к ν_k свойством несмещенности, т.е.

$$M\{\bar{\nu}_k(n)\} = \nu_k.$$

5. Пусть выборка Z_n порождена случайной величиной X , имеющей распределение $R[0,1]$. Для любого $\varepsilon > 0$ оценим $P\{|F_n^*(x) - x| \leq \varepsilon\}$ при $n \gg 1$. В частности, получим оценку этой вероятности для $x = 1/2$, если $\varepsilon = 0,1$, $n = 100$.