

Теоремы о возможных  
загадках на Лекции 2

1. Пусть выборка  $\Sigma_n = \{X_1, \dots, X_n\}$  соотвествует распределению  $F(x)$ . Докажать, что кратковременные статистики  $X_{(1)}$  и  $X_{(n)}$  имеют функции распределения, совпадающие,

$$F_{(1)}(x) = 1 - (1 - F(x))^n \text{ и } F_{(n)}(x) = F(x)^n.$$

2. (Обобщение задачи 1) Найти функцию распределения кратковременных статистик  $X_{(k)}$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ .

3. Выборка соотвествует распределению  $R[0; 1]$  — равномерному непрерывному распределению на  $[0, 1]$ . Найти  $M\{X_n\}$  и  $D\{X_n\}$  — математическое ожидание и дисперсию статистики  $X_n$ .

4. Пусть выборка  $\Sigma_n$  порождена СВ  $X$  с конечным моментом  $V_r$ . Доказать, что при каждой  $n$  выборочный математический момент  $V_r(n)$  обладает то же самое свойство, т.е.

$$M\{\bar{V}_r(n)\} = V_r.$$

5. Пусть выборка  $Z_n$  порождена случайной величиной  $X$ , имеющей распределение  $R[0,1]$ . Для этого  $\varepsilon > 0$  оценим  $P\{|F_n^*(x) - x| \leq \varepsilon\}$  при  $n \gg 1$ . В качестве, получим оценку этой вероятности для  $x = 1/2$ , для  $\varepsilon = 0,1$ ,  $n = 100$ .