

## Пример возможного задач к семинару по лекции 5

1. Выборка  $\{X_1, \dots, X_n\}$  порождена СВ  $X$ , имеющей плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \theta_2 e^{-\theta_2(x-\theta_1)} & , x \geq \theta_1 ; \\ 0 & , x < \theta_1 , \end{cases}$$

где  $\theta_1$  и  $\theta_2$  — неизвестные параметры. Найти оценки  $\hat{\theta}_1$  и  $\hat{\theta}_2$  методом моментов.

2. Выборка  $\{X_1, \dots, X_n\}$  порождена СВ  $X$ , имеющей гамма-распределение, т.е. определенной плотностью

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^{\alpha+1} \Gamma(\alpha+1)} x^{\alpha} e^{-x/\beta} & , x \geq 0 , \\ 0 & , x < 0 , \end{cases}$$

где  $\alpha > -1$  и  $\beta > 0$  — неизвестные параметры. Здесь

$$\Gamma(\alpha+1) = \int_0^{\infty} x^{\alpha} e^{-x} dx$$

— гамма-функция. Методом моментов найти оценки  $\hat{\alpha}$  и  $\hat{\beta}$  параметров  $\alpha$  и  $\beta$ .



3. Случайная величина  $X$  распределена по "двойному" закону Пуассона:

$$P\{X=k\} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda_1^k e^{-\lambda_1}}{k!} + \frac{1}{2} \frac{\lambda_2^k e^{-\lambda_2}}{k!}, \quad k=0,1,2,\dots$$

$\lambda_1, \lambda_2 > 0$  — неизвестные параметры. Даны приведено распределение СВ  $X$  в некоторой конкретной серии из  $n=327$  испытаний:

$X_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n_i$	28	47	81	67	53	24	13	8	3	2	1

Найти методом моментов оценки  $\hat{\lambda}_1$  и  $\hat{\lambda}_2$  параметров  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  по данной серии экспериментов.