

**BTS SIO**



**Session 2023**

Épreuve : **Mathématiques pour  
l'informatique**

Durée de l'épreuve : 2 heures

SUJET

**BTS**  
**SERVICES INFORMATIQUES**  
**AUX ORGANISATIONS**

**E2**  
**MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE**

**2023**

**SUJET**

**Durée : 2 heures**

**coefficient : 2**

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de calculatrice sans mémoire « type collègue » est autorisé.

Ce document comporte 6 pages numérotées de la page 1/6 à 6/6

Dès que ce document vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

**Exercice 1** (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Aucune justification n'est demandée. Pour chaque question, une seule affirmation est exacte.

Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à l'affirmation exacte.

Une réponse exacte vaut 1 point. Une réponse fausse ou une absence de réponse n'est pas pénalisée.

**Question 1.** On considère le nombre 2023 écrit en base dix. Son écriture en base seize est

A : E67	B : 7E7	C : 6E7
---------	---------	---------

**Question 2.** On considère les nombres, écrits en base deux,  $1010_2$  et  $1011_2$ .  
La somme écrite en base deux de ces nombres est égale à

A : $1111_2$	B : $10011_2$	C : $10101_2$
--------------	---------------	---------------

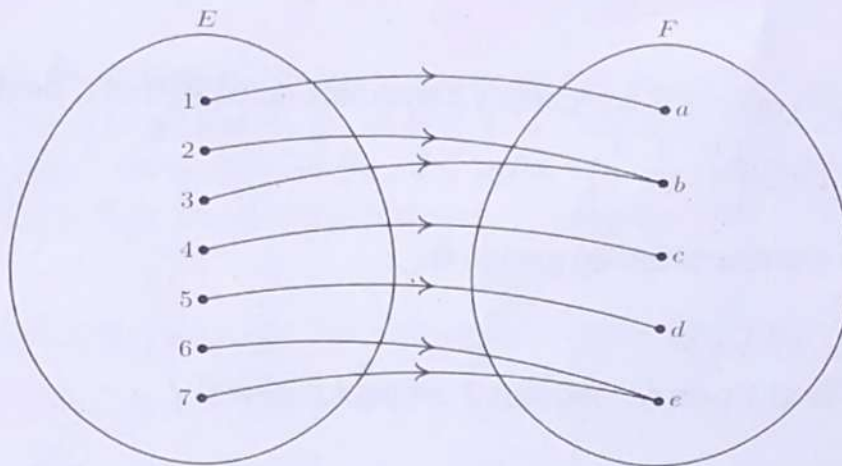
**Question 3.** On considère la relation binaire  $\mathfrak{R}$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $x\mathfrak{R}y \Leftrightarrow (xy \leq 0 \wedge x \neq y)$ .  
On a

A : $(-3)\mathfrak{R}3$	B : $(-3)\mathfrak{R}(-4)$	C : $(-3)\mathfrak{R}(-3)$
-------------------------	----------------------------	----------------------------

**Question 4.** La relation binaire  $\mathfrak{R}$  définie à la question 3 est

A : réflexive	B : symétrique	C : transitive
---------------	----------------	----------------

**Question 5.** Une application  $f$  d'un ensemble  $E$  dans un ensemble  $F$  est définie par le diagramme ci-dessous.



L'application ainsi définie est

A : injective et non surjective	B : surjective et non injective	C : bijective
---------------------------------	---------------------------------	---------------



## Exercice 2 (5 points)

### Partie A

On considère le graphe orienté **G** comportant 3 sommets notés A, B et C dont la matrice

d'adjacence est  $P$ , où  $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

1. Dessiner une représentation du graphe **G**.
2.
  - a. Calculer la matrice  $P^2$ .
  - b. Combien de chemins de longueur 2 ont pour origine B ?
3. Déterminer la matrice d'adjacence  $\hat{P}$  et le graphe de la fermeture transitive de **G**.

### Partie B

Dans un graphe orienté, on définit :

- le **degré entrant** d'un sommet comme étant le nombre d'arcs menant à ce sommet ;
- le **degré sortant** d'un sommet comme étant le nombre d'arcs issus de ce sommet.

1.
  - a. Calculer le degré entrant du sommet C du graphe **G** défini dans la partie A.
  - b. Calculer le degré sortant du sommet C du graphe **G** défini dans la partie A.
2. On étudie dans cette question les graphes orientés à trois sommets numérotés de 1 à 3.  
On considère l'algorithme ci-dessous écrit en langage naturel où Degré\_sortant désigne une fonction de paramètres  $M$  et  $s$ ,  $M$  étant une matrice à 3 lignes et 3 colonnes et  $s$  un entier compris entre 1 et 3.  
Le coefficient de la matrice  $M$  situé ligne  $i$  colonne  $j$  est noté  $m_{ij}$ .

```
Fonction Degré_sortant ( $M, s$ )  
  deg  $\leftarrow$  0  
  Pour  $j$  allant de 1 à 3 Faire  
    Si  $m_{sj}$  ..... Faire  
      .....  
    Fin de Si  
  Fin de Pour  
  Retourner deg
```

Compléter cet algorithme pour que la fonction renvoie le degré sortant du sommet numéroté  $s$  dans un graphe dont la matrice d'adjacence est  $M$ .

## Exercice 3 (10 points)

2023	BTS SIO			Sujet
23-SIE2MAT-ME-1 Id 23AC	E2 <sup>2</sup> Mathématiques pour l'informatique	Coef : 2	Durée : 2 h 00	4/6

Une entreprise décide de mettre en place une authentification à plusieurs étapes permettant à ses employés d'accéder aux services en ligne qu'elle propose.

## Partie A

La première authentification consiste à utiliser un mot de passe. À la première connexion, l'utilisateur doit créer un mot de passe de 8 à 16 caractères. Ces caractères peuvent être des lettres majuscules de l'alphabet ou des chiffres ou des caractères spéciaux (?,&!,\*,@, etc.). Pour être valide, un mot de passe doit remplir au moins l'une des trois conditions suivantes :

- il contient au moins trois chiffres et au moins deux caractères spéciaux ;
- il contient moins de trois chiffres, au moins deux caractères spéciaux et au moins dix lettres ;
- il contient moins de deux caractères spéciaux et au moins dix lettres.

1. Les mots de passe suivants sont-ils valides ? Justifier.

ABCDABCD?#

STU27ABCABCDE&

On définit les variables booléennes  $a, b$  et  $c$  de la manière suivante :

- $a$  lorsque le mot de passe contient au moins trois chiffres,  $\bar{a}$  sinon ;
- $b$  lorsque le mot de passe contient au moins deux caractères spéciaux,  $\bar{b}$  sinon ;
- $c$  lorsque le mot de passe contient au moins dix lettres,  $\bar{c}$  sinon.

2.

- a. On appelle  $E$  l'expression booléenne qui traduit la validité d'un mot de passe. Traduire chacune des conditions de validité d'un mot de passe à l'aide des variables  $a, b$  et  $c$ , puis en déduire une expression de  $E$ .
- b. Représenter  $E$  dans un tableau de Karnaugh, puis en déduire une expression simplifiée de  $E$  sous la forme d'une somme de deux termes.
- c. Traduire par une phrase l'expression simplifiée de  $E$ .

3. Déterminer l'expression booléenne  $\bar{E}$ , négation de  $E$ .

2023	BTS SIO			Sujet
23-SIE2MAT-ME-1 Id 23AC	E2 <sup>2</sup> Mathématiques pour l'informatique	Coef : 2	Durée : 2 h 00	5/6



## Partie B

Pour la seconde authentification, le serveur de l'entreprise envoie à l'utilisateur un mot de passe codé qu'il devra décoder.

Le serveur de l'entreprise code un mot de passe de la façon suivante :

- à chaque lettre de l'alphabet, on associe son rang  $x$  selon le tableau ci-dessous

Lettre	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Rang	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Lettre	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Rang	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

- on fixe une clé  $(a ; b)$ , où  $a$  et  $b$  sont deux entiers naturels compris entre 0 et 25 ;
- on calcule le reste  $y$  de la division euclidienne de  $ax + b$  par 26 ; on détermine ainsi le plus petit entier naturel  $y$  vérifiant  $y \equiv ax + b [26]$  ;
- on cherche ensuite la lettre de l'alphabet dont le rang est  $y$  ;
- cette lettre code la lettre donnée au départ.

1. Le serveur de l'entreprise utilise la clé  $(9 ; 15)$ .
  - a. Montrer que la lettre C est codée par la lettre H.
  - b. Par quelle lettre est codée la lettre E ?
2. L'utilisateur veut décoder la lettre V associée à l'entier  $y = 21$ . Pour cela, il doit déterminer le plus petit entier naturel  $x$  vérifiant  $21 \equiv 9x + 15 [26]$ .
  - a. Déterminer un entier  $c$  vérifiant  $9 \times c \equiv 1 [26]$ .
  - b. Montrer que si  $21 \equiv 9x + 15 [26]$  alors  $x \equiv 18 [26]$ .
  - c. Décoder la lettre V.

2023	BTS SIO			Sujet
23-SIE2MAT-ME-1 Id 23AC	E2 <sup>2</sup> Mathématiques pour l'informatique	Coef : 2	Durée : 2 h 00	6/6