

# BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS

**SESSION 2018**

**SUJET**

**ÉPREUVE EF2 – MATHÉMATIQUES APPROFONDIES**

**Sous-épreuve UF2 - facultative**

**Seuls les points supérieurs à 10 sont pris en compte.**

**L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.**

**Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.**

**Il comprend 4 pages numérotées de la page 1/4 à 4/4.**

**Une feuille de papier millimétré est à fournir avec le sujet.**

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS		SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES APPROFONDIES		SUJET	
		Durée : 2 heures	Page 1/4
18SIEF2MAME1			



## Exercice 1 (10 points)

### Partie A

Un grand fabricant d'ordinateurs portables analyse le nombre de commandes mensuelles d'un de ses modèles au cours de certains mois, en 2017. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-après.

Mois (en 2017)	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août
$x_i$ : rang du mois	1	2	3	4	5	6	7	8
$y_i$ : nombre de commandes	4650	4400	4150	3850	3450	3200	2950	2600

Le nuage de points associé à la série statistique  $(x_i, y_i)$  ayant un aspect rectiligne, on décide de procéder à un ajustement affine de ce nuage.

- Déterminer une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$ , sous la forme  $y = ax + b$ . Les coefficients  $a$  et  $b$  seront arrondis au dixième.
- Déterminer, à l'aide de l'équation de la droite de régression, une estimation du nombre de commandes de ce modèle d'ordinateur pour le mois de novembre 2017.
  - Expliquer pourquoi cette droite de régression ne peut servir de modèle que sur un intervalle de temps limité.

### Partie B

Le fabricant commercialise un autre modèle d'ordinateur portable, avec lequel certains appareils présentent parfois un défaut d'alimentation.

Les systèmes d'alimentation utilisés proviennent de deux fournisseurs différents, notés A et B ; 60 % d'entre eux proviennent du fournisseur A, les autres du fournisseur B.

Le fabricant constate que 2 % des systèmes d'alimentation provenant du fournisseur A et 3 % de ceux provenant du fournisseur B présentent un défaut.

On prélève au hasard un ordinateur portable dans le stock du fabricant. On considère les événements suivants :

$A$  : « l'ordinateur prélevé a une alimentation provenant du fournisseur A » ;

$B$  : « l'ordinateur prélevé a une alimentation provenant du fournisseur B » ; ainsi  $B = \overline{A}$  ;

$D$  : « l'ordinateur prélevé présente un défaut d'alimentation ».

- Construire un arbre pondéré traduisant les données de l'énoncé, à l'aide des événements  $A$ ,  $B$ ,  $D$  et  $\overline{D}$ .
- Calculer la probabilité de l'événement  $A \cap D$ .  
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
- Prouver que la probabilité que l'ordinateur portable prélevé présente un défaut d'alimentation est égale à 0,024.
- Un ordinateur portable prélevé présente un défaut d'alimentation. Calculer la probabilité qu'il provienne du fournisseur B.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES APPROFONDIES	SUJET	
18SIEF2MAME1	Durée : 2 heures	Page 2/4



## Partie C

*Dans cette partie, les probabilités seront arrondies au millième, si besoin.*

On admet désormais que la probabilité qu'un ordinateur portable prélevé au hasard dans le stock présente un défaut d'alimentation est égale à 0,024.

1. On prélève au hasard 20 ordinateurs portables dans le stock pour en vérifier le bon fonctionnement. Le stock est suffisamment important pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On note  $X$  la variable aléatoire qui, parmi les 20 ordinateurs prélevés, dénombre ceux qui présentent un défaut d'alimentation.
  - a) Justifier le fait que la variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.
  - b) Calculer la probabilité qu'aucun ordinateur prélevé ne présente un défaut d'alimentation.
  - c) En déduire la probabilité qu'au moins un ordinateur prélevé présente un défaut d'alimentation.
2. On tire cette fois-ci au hasard avec remise 1000 ordinateurs portables dans le stock. La variable aléatoire qui, parmi les 1000 ordinateurs tirés, dénombre ceux présentant un défaut d'alimentation, suit une loi binomiale de paramètres  $n = 1000$  et  $p = 0,024$ . On admet que la loi de cette variable aléatoire peut être approchée par celle d'une variable  $Y$ , qui suit la loi normale de moyenne  $\mu = 24$  et d'écart-type  $\sigma = 4,84$ .
  - a) Justifier les paramètres de la variable aléatoire  $Y$ .
  - b) Déterminer la probabilité que, parmi les 1000 ordinateurs prélevés, il y ait au moins 15 ordinateurs présentant un défaut d'alimentation, en calculant la probabilité  $P(Y \geq 14,5)$ .

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS		SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES APPROFONDIES		SUJET	
		Durée : 2 heures	Page 3/4
18SIEF2MAME1			



## Exercice 2 (10 points)

Un fabricant d'ordinateurs possède une unité de production qui fabrique chaque jour entre 400 et 2000 composants identiques. On admet que lorsque  $x$  centaines de composants sont fabriquées, avec  $4 \leq x \leq 20$ , le bénéfice correspondant, en milliers d'euros, est modélisé par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[4 ; 20]$  par :

$$f(x) = -2x + 3 + 24 \ln(2x).$$

### Partie A - Étude de la fonction $f$

On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[4 ; 20]$ .

1. Un logiciel de calcul formel a permis d'obtenir l'expression suivante :

$$f'(x) = \frac{24 - 2x}{x}.$$

Démontrer ce résultat en détaillant le calcul.

2. En déduire le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $[4 ; 20]$ , puis dresser le tableau de variation de la fonction  $f$  sur cet intervalle.
3. a) Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs au dixième :

$x$	4	5	6	8	10	12	14	18	20
$f(x)$	44,9					55,3			

- b) Tracer la représentation graphique de la fonction  $f$  dans un repère orthogonal.  
En abscisses : commencer la graduation à 4 et prendre 1 cm pour une unité.  
En ordonnées : commencer la graduation à 40 et prendre 1 cm pour une unité.
4. a) Démontrer que l'équation  $f(x) = 53$  possède deux solutions que l'on notera  $\alpha$  et  $\beta$ , avec :  
 $\alpha \in [4 ; 12]$  et  $\beta \in [12 ; 20]$ .
- b) À l'aide de la calculatrice, déterminer une valeur approchée au centième de  $\alpha$  et  $\beta$ .

### Partie B – Applications

1. Quel est le bénéfice réalisé pour une production de 500 composants ? Arrondir à l'euro.
2. Déterminer la quantité de composants à fabriquer pour que le bénéfice soit maximal. Déterminer ce bénéfice maximal, en arrondissant le résultat à l'euro.
3. Déterminer les quantités de composants à fabriquer, à l'unité près, afin que le bénéfice soit supérieur ou égal à 53 000 euros.