

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

SERVICES INFORMATIQUES

AUX ORGANISATIONS

SESSION 2015

SUJET

ÉPREUVE E2 – MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE

Sous épreuve E21 – Mathématiques
Épreuve obligatoire

Durée : 2 heures

coefficient : 2

Calculatrice autorisée, conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 :

« Toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante, sont autorisées.

Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices sont interdits ».

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Il comprend 4 pages numérotées de la page 1/4 à 4/4.

Exercice 1 (7 points)

Une société de services et d'ingénierie informatiques planifie la mise en place d'un nouveau système d'information interne dans une entreprise. Les tâches nécessaires à la réalisation de ce projet sont répertoriées dans le tableau suivant.

Tâche à réaliser	Repère	Durée en jours	Tâche(s) précédente(s)	Nombre d'intervenants nécessaires
Établissement du cahier des charges	A	2		2
Rédaction du cahier technique	B	2	A	2
Définition des droits d'accès aux données	C	1	B	1
Choix, achat du matériel	D	4	B	3
Installation du matériel	E	1	D	2
Formation des responsables techniques	F	2	C, D	1
Installation et paramétrage du système	G	2	C, E	2
Rédaction de la notice d'utilisation et information des salariés	H	1	F, G	2

On souhaite ordonner la réalisation de ces tâches de façon à ce que le nouveau système soit fonctionnel le plus tôt possible.

Pour cela, on considère le graphe orienté correspondant aux conditions d'antériorité données par le tableau précédent.

- Déterminer le niveau de chacun des sommets de ce graphe.
- Donner le tableau des successeurs de chaque sommet.
- Construire le graphe d'ordonnancement du projet (selon la méthode P.E.R.T. ou M.P.M.). Déterminer pour chaque tâche les dates au plus tôt et au plus tard. En déduire le chemin critique et la durée minimale de réalisation du projet.
- Pour des questions de gestion du personnel, la société de services et d'ingénierie informatiques ne souhaite pas mobiliser plus de trois intervenants par jour. Peut-on planifier les tâches avec cette contrainte, sans modifier la durée totale du projet ?

Exercice 2 (5 points)

Une association sportive souhaite recruter une personne pour animer son site internet et dynamiser son image. Le candidat recruté devra remplir l'une au moins des quatre conditions suivantes :

- avoir des connaissances en informatique et être sous contrat avec la mairie ;
- ne pas avoir de connaissances particulières en informatique, mais être membre de l'association et être sous contrat avec la mairie ;
- ne pas être membre de l'association mais être sous contrat avec la mairie ;
- ne pas être sous contrat avec la mairie, mais être membre de l'association.

On définit les trois variables booléennes a , b et c de la manière suivante :

- $a = 1$ si la personne est membre de l'association, et $a = 0$ sinon ;
- $b = 1$ si la personne a des connaissances en informatique, et $b = 0$ sinon ;
- $c = 1$ si la personne est en contrat avec la mairie, et $c = 0$ sinon.

1. Écrire une expression booléenne E traduisant globalement les conditions de recrutement.
2. À l'aide d'un calcul booléen ou d'un tableau de Karnaugh, simplifier l'expression E sous la forme d'une somme de deux termes, puis interpréter cela à l'aide d'une phrase.
3. Un candidat ayant des connaissances en informatique se présente, mais il est écarté car il ne correspond pas aux critères de recrutement. Que peut-on en déduire sur le profil de ce candidat ?

Exercice 3 (8 points)

On donne la matrice $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

Le but de cet exercice est de décrire un procédé de codage d'un mot de deux lettres (partie A) à l'aide de la matrice A , puis de détailler une méthode de décodage de ce mot (partie C) en s'appuyant sur des résultats mathématiques établis dans la partie B.

Un mot de deux lettres est assimilé à une matrice colonne $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, où x est le nombre correspondant à la première lettre du mot, et y le nombre correspondant à la deuxième lettre du mot, selon le tableau de correspondance ci-après :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Ainsi, par exemple, le mot « SI » est assimilé à la matrice $X = \begin{pmatrix} 18 \\ 8 \end{pmatrix}$.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2015	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
15SIE2MATME1	Coefficient : 2	Page 3/4
	Durée : 2 heures	

Partie A : codage d'un mot de deux lettres

Pour coder le mot assimilé à la matrice $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, on calcule la matrice $U = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ telle que $AX = U$,

puis la matrice $C = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$, où les nombres c et d sont les restes respectifs de la division euclidienne par 26 des nombres u et v . Le mot codé est alors le mot de deux lettres assimilé à la matrice $C = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$, selon le tableau de correspondance précédent, c'est-à-dire que c et d sont les deux lettres du mot codé.

Déterminer le mot codé correspondant au mot « SI ».

Partie B : deux résultats mathématiques

On considère les matrices $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ et $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- Justifier la congruence : $5 \times 21 \equiv 1 \text{ modulo } 26$.
- Calculer le produit matriciel $B \times A$, puis exprimer ce produit en fonction de la matrice I .
 - Soit $U = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ et $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ deux matrices quelconques à deux lignes et une colonne.
Justifier que, si $AX = U$, alors $5X = BU$.

Partie C : décodage d'un mot

On souhaite décoder le mot « BE », associé à la matrice $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Si $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ est la matrice associée au mot de départ, la matrice $U = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ définie par l'égalité

$AX = U$ a ses coefficients qui vérifient : $\begin{cases} u \equiv 1 \text{ modulo } 26 \\ v \equiv 4 \text{ modulo } 26 \end{cases}$ d'après la partie A.

- En utilisant la question B 2., démontrer que $\begin{cases} 5x = 2u - v \\ 5y = -3u + 4v \end{cases}$.
En déduire que $\begin{cases} 5x \equiv -2 \text{ modulo } 26 \\ 5y \equiv 13 \text{ modulo } 26 \end{cases}$.
- En utilisant la question B 1., démontrer que $\begin{cases} x \equiv 10 \text{ modulo } 26 \\ y \equiv 13 \text{ modulo } 26 \end{cases}$ puis décoder le mot « BE ».

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2015	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
15SIE2MATME1	Coefficient : 2	Page 4/4
	Durée : 2 heures	