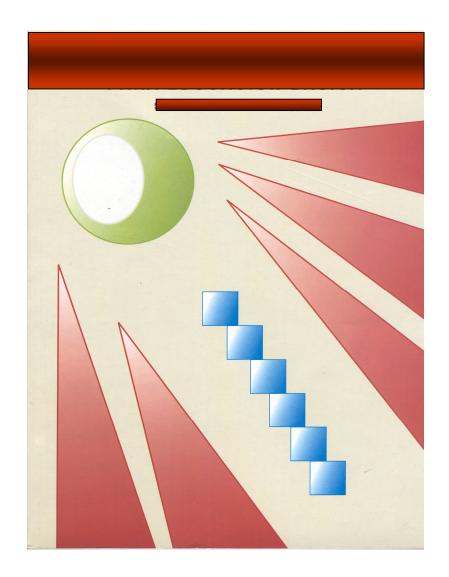
GUIA DE MATERIAL Y EJERCICIOS PARA TRABAJAR CON

ECUACIONES.



MARIA LUCIA BRIONES PODADERA PROFESORA DE MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

ECUACIONES.

Si a x le vamos dando los valores mencionados, tendríamos:

```
Para x = 1 entonces 2 \cdot 1 + 8 = 14 es falso

Para x = 2 " 2 \cdot 2 + 8 = 14 " "

Para x = 3 " 2 \cdot 3 + 8 = 14 es verdadero

Para x = 4 " 2 \cdot 4 + 8 = 14 es falso

Para x = 5 " 2 \cdot 5 + 8 = 14 " " etc, etc
```

La igualdad 2x + 8 = 14, que es verdadera sólo si x vale 3, es una ECUACIÓN. Los valores de la variable que hacen la igualdad verdadera, se llaman soluciones de la ecuación.

Definición.-

Ecuación: es una igualdad que es verdadera para un número limitado del conjunto de valores que pueda tener la variable

Identidad: ¿Cuánto es 8x - 5x? El enunciado 8x - 5x = 3x es verdadero para todos los valores que pueda tener la variable x. Tal enunciado es una **IDENTIDAD**. Definición:

Identidad: es una igualdad que es verdadera para todo el conjunto de valores que pueda adoptar la variable.

<u>Como resolver una ecuación:</u> Resolver una ecuación es determinar los valores de la variable que la "satisfacen" es decir, que la convierten en una verdadera igualdad. La variable misma es la incógnita de la ecuación, porque sus valores que satisfacen la ecuación, se desconocen inicialmente.

A veces las ecuaciones pueden resolverse mentalmente. En x+6=21, la solución es x=15, porque nos damos cuenta de inmediato que 15+6=21. Pero hay casos en que la solución no se aprecia a simple vista, por ej. 5x+6=41 Ensayando los valores $0, 1, 2, 3, \ldots$, después de 8 ensayos daríamos con la solución x=7. Pero aplicando las propiedades de las operaciones y de la igualdad tenemos un método racional seguro para obtener las soluciones.

I ejemplo: Resolver la ecuación 5x + 6 = 41

a)
$$5x + 6 = 41$$

$$\underline{6 = 6}$$
 propiedad refleja
$$(5x + 6) - 6 = 41 - 6$$
 resté miembro a miembro (prop. Unif
$$5x = 35$$

$$\underline{5 = 5}$$
 propiedad refleja
$$5x: 5 = 35: 5$$
 prop. Uniforme de la división exacta
$$x = 7$$

b) El método puede exponerse más brevemente así:

II ejemplo.- Resolver la ecuación 8x - 3 = 69

Solución: Conviene calcular primero el valor de 8x

Comprobación: Una ecuación siempre puede verificarse, reemplazando x por el valor numérico obtenido y resulta en el primer miembro el mismo número que en el segundo.

$$8 \cdot 9 - 3 = 69$$

 $72 - 3 = 69$
 $69 = 69$

Cuestionario.

Calcula mentalmente que valor debe tener la variable para que los enunciados que siguen sean verdaderos, o sea, resuelve estas ecuaciones.

1	2	3	4	5
x + 5 = 14	x-3=1	x+3 = 4	9 = 3 + x	5 = x - 8
x + 7 = 19	x-7=4	x-6 = 9	0 = 7 - x	3 = x-4
x + 8 = 23	x-5=8	x + 7 = 7	6 = x - 6	2 = 7 - x
x+6=45	x - 9 = 6	x-5 = 5	0 = x - 0	6 = 9 - x

Ejemplo para introducir la multiplicación. 4x = 20 Divido esta igualdad por la igualdad 4 = 4 y queda x = 5. (Se usó la prop uniforme de la división exacta)

6	7	8	9	10
3x = 21	9x = 45	63 = 7x	ax = 3a	$ax = 2a^2$
8x = 32	2x = 14	40 = 5x	bx = 5b	$b^2x = 4b^3$
6x = 24	4x = 36	56 = 8x	nx = an	$abx = ab^2$

Para continuar, nos guiaremos por los ejemplos I y II que usamos al comenzar.

11 12 13 14

$$3x + 6 = 18$$
 $5x - 2 = 8$ $6y + 3 = 21$ $8x - 6x = 4$
 $5x + 4 = 34$ $4x - 7 = 9$ $5x - 7 = 38$ $2(x + 6) - 7 = 9$
 $2x + 9 = 23$ $9x - 5 = 4$ $7x + 4 = 25$ $4(5x - 3) = 78$
 $4x + 1 = 21$ $3x - 6 = 0$ $4y - 2 = 30$ $7(2x + 1) + 6(3x + 4) = 31$
 $9x + 5 = 32$ $8x - 4 = 4$ $9y + 7 = 7$ $5(3x + 2) + 3(6x + 8) = 67$

Aprenderemos otra "maniobra" que corresponde a las ecuaciones.

Si nos piden resolver la ecuación -7 = x - 4

Aplicamos la propiedad simétrica de la igualdad, que también rige en los números enteros, para que la x quede en el primer miembro de la ecuación. Resulta:

$$\begin{array}{r}
-7 = x - 4 \\
\underline{4 = 4} \\
-7 + 4 = x - 4 + 4 \\
-3 = x \text{ o bien } x = -3 \text{ (que es como se acostumbra. La} \\
\underline{x} \text{ en el primer miembro).}$$

II Ejemplo:

Resolver la ecuación
$$-4x-7=1$$
 sumando +7 a cada miembro queda $+7=+7$
 $-4x=+8$ Ahora dividimos por -4
 $-4=-4$
 $x=-2$ se aplicó la prop. Unif. de la división exacta.

Comprobación:

Veamos si la ecuación se satisface reemplazando x por -2

En vez de
$$-4x - 7 = 1$$
 queda
 $(-4) \cdot (-2) - 7 = 1$
 $+8 - 7 = 1$
 $1 = 1$

III ejemplo.-

Resolver la ecuación -3x + 18 = 2x - 7

Solución: Se reúnen en el primer término todos los términos con x. Para ello, a ambos miembros les resto 18. En el siguiente paso resto 2x (Sumando cada vez el opuesto) Queda:

$$-3x + 18 = 2x - 7$$

$$-18 = -18$$

$$-3x + 0 = 2x - 25$$

$$-2x = -2x$$

$$-5x = 0 - 25$$
Dividamos por -5 (Prop.Unif)
$$-5 = -5$$

$$x = +5$$

Para hacerlo más sencillo, se acostumbra disponer la solución en esta forma:

$$-3x + 18 = 2x - 7$$
 / $-18 - 2x$
 $-3x - 2x = -7 - 18$ (Se restó mentalmente $18 - 18 = 0$
 $-5x = -25$ $2x - 2x = 0$)
 $x = 5$

Cuestionario.

1 2 3 4 5

$$x+8=-9$$
 $4+x=-6$ $8=x-8$ $-x=-24$ $4x-9=27$
 $x-1=-1$ $x-7=9$ $3=x-4$ $-7x=-35$ $2x-5=13$
 $z-2=-5$ $x+5=0$ $2=7-x$ $-2x=+18$ $8x+3=51$
 $4+y=+1$ $6-x=6$ $8=-3-x$ $+8x=-32$ $3x+7=19$
 $3+x=-8$ $9-x=-3$ $2=-5-x$ $+9y=27$ $x-6=-6$

6 7 8 9

 $5x-4=21$ $9-5x=-1$ $6x-9=3x-6$ $3x+5=-x-7$
 $6x+2=50$ $3-4x=-5$ $5x+8=4x-2$ $9-4x=2x-3$
 $9x+8=-1$ $7-2x=+1$ $4x+7=2x-3$ $2x-1=6x-4$
 $4x-2=2$ $3-2x=-3$ $6x-8=7x-3$ $3x-7=6x-4$

10) $2x-9-5x=-6x+8-4x+3$ $-9-3x=-10x+11$ $10x-3x=+11+9$ $7x=+20$ $x=20$ Sumamos los términos semejantes en c/miembro bejamos los términos con x en un solo miembro y los números sin x en el otro, aplicando prop. Sumamos en cada lado los ellementos. Dividimos por el N° que multiplica a la x, lo que se llama "despejar la incógnita".

Tomando como ejemplo el número 10) desarrolla los siguientes ejercicios:

11)
$$8x-1-5x-7 = 2x+4-x$$

12)
$$15x - (7x + 6) = 11 - (x - 10)$$

13)
$$-6x - (8-4x) = 7 + (x-3)$$

14)
$$3x - (5x - 21) = 6x + (9 - 4x)$$

15)
$$3(4x-2)-1(-7x-8) = 40$$

16)
$$1-7(4x+1) = 6(-2x-3)-4$$

17)
$$-5(4x-1)+2(3x-4) = 29$$

ECUACIONES CON DECIMALES Y CON FRACCIONES.

1)
$$3x - (5x - 12) = 8x - (4x - 9)$$

2)
$$6x - (5-4x) = 7 + (x-5)$$

3)
$$2.1x + 1.6 + 5.2x = 3.5x + 2.4$$

4)
$$x-4.8-0.5x = 1.8+1.4-5.1x$$

5)
$$3.6 - (0.9 - 2.7) + 4.4 = 12 - (3.4 - 1.2x)$$

6)
$$0.4x - 2.1 - (5.3x - 6.2) + (3.5x - 0.9) = 2$$

ECUACIONES CON FRACCIONES.-

1)
$$\frac{x}{6} + \frac{x}{4} = 5$$
 2) $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 4$ 3) $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = -5$

$$2) \quad \underline{x} - \underline{x} = 4$$

$$3) \quad \underline{x} + \underline{x} = -5$$

4)
$$\frac{2x}{3} + \frac{2x}{5} = 0$$
 5) $\frac{7x}{6} - \frac{4x}{9} = 3$ 6) $\frac{x}{8} - \frac{x}{3} = 1$

5)
$$\frac{7x}{6} - \frac{4x}{9} = 3$$

$$6) \quad \underline{x} - \underline{x} = 1$$

7)
$$\frac{7x}{8} - \frac{5x}{12} = 0$$

8)
$$\frac{7x}{10} - \frac{x}{4} = 2$$

8)
$$\frac{7x}{10} - \frac{x}{4} = 2$$
 9) $\frac{5x}{6} - \frac{3x}{8} = \frac{11}{12}$

10)
$$\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 7$$

10)
$$\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 7$$
 11) $\frac{3y}{4} - \frac{3y}{8} = 9$

SOLUCIONARIO

5x + 6 = 41 Resto la igualdad 6 = 6 (puniforme de la resta) Queda 5x = 35 Divido esta igualdad por la igualdad 5 = 5. Queda x = 7 (Apliqué la propiedad uniforme de la división exacta)

II ejemplo.- Resolver la ecuación 8x - 3 = 69

Solución: Conviene calcular primero el valor de 8x

Comprobación: Una ecuación siempre puede verificarse, reemplazando x por el valor numérico obtenido y resulta en el primer miembro el mismo número que en el segundo.

$$8 \cdot 9 - 3 = 69$$

 $72 - 3 = 69$
 $69 = 69$

Cuestionario.

Calcula mentalmente que valor debe tener la variable para que los enunciados que siguen sean verdaderos, o sea, resuelve estas ecuaciones.

1	2	3	4	5
x + 5 = 14	x - 3 = 1	x+3=4	9 = 3 + x	5 = x - 8
x = 9	$\mathbf{x} = 4$	$\mathbf{x} = 1$	6 = x	13= x
x + 7 = 19	x - 7 = 4	x-6 = 9	0 = 7 - x	3 = x - 4
x=12	x = 11	x = 15	x = 15	x = 7
x + 8 = 23	x-5=8	$\mathbf{x} + 7 = 7$	6 = x - 6	2 = 7 - x
x = 15	x = 13	$\mathbf{x} = 0$	12 = x	x = 5
x + 6 = 45	x - 9 = 6	x-5 = 5	0 = x - 0	6 = 9 - x
$\mathbf{x} = 39$	x = 15	x = 10	0 = x	x = 3

Ejemplo para introducir la multiplicación. 4x = 20 Divido esta igualdad por la igualdad 4 = 4 y queda x = 5. (Se usó la prop uniforme de la división exacta)

6	7	8	9	10
3x = 21	9x = 45	63 = 7x	ax = 3a	$ax = 2a^2$
$\mathbf{x} = 7$	x = 5	9 = x	x = 3	x = 2a
8x = 32	2x = 14	40 = 5x	bx = 5b	$b^2x = 4b^3$
$\mathbf{x} = 4$	$\mathbf{x} = 7$	8 = x	x = 5	x = 4b
6x = 24	4x = 36	56 = 8x	nx = an	$abx = ab^2$
$\mathbf{x} = 4$	x = 9	7 = x	$\mathbf{x} = \mathbf{a}$	$\mathbf{x} = \mathbf{b}$

Para continuar, nos guiaremos por los ejemplos I y II que usamos al comenzar.

Aprenderemos otra "maniobra" que corresponde a las ecuaciones.

Si nos piden resolver la ecuación -7 = x - 4

Aplicamos la propiedad simétrica de la igualdad, que también rige en los números enteros, para que la x quede en el primer miembro de la ecuación. Resulta:

II Ejemplo:

Resolver la ecuación
$$-4x-7=1$$
 sumando +7 a cada miembro queda $+7=+7$
 $-4x=+8$ Ahora dividimos por -4
 $-4=-4$
 $x=-2$ se aplicó la prop. Unif. de la división exacta.

Comprobación:

Veamos si la ecuación se satisface reemplazando x por -2

En vez de
$$-4x - 7 = 1$$
 queda
 $(-4) \cdot (-2) - 7 = 1$
 $+8 - 7 = 1$
 $1 = 1$

III ejemplo.-

Resolver la ecuación -3x + 18 = 2x - 7

Solución: Se reúnen en el primer término todos los términos con x. Para ello, a ambos miembros les resto 18. En el siguiente paso resto 2x (Sumando cada vez el opuesto) Queda:

$$-3x + 18 = 2x - 7$$

$$-18 = -18$$

$$-3x + 0 = 2x - 25$$

$$-2x = -2x$$

$$-5x = 0 - 25$$
Dividamos por -5 (Prop.Unif)
$$-5 = -5$$

$$x = +5$$

Para hacerlo más sencillo, se acostumbra disponer la solución en esta forma:

$$-3x + 18 = 2x - 7$$
 / $-18 - 2x$
 $-3x - 2x = -7 - 18$ (Se restó mentalmente $18 - 18 = 0$
 $-5x = -25$ $2x - 2x = 0$)
 $x = 5$

Cuestionario.

Tomando como ejemplo el número 10) desarrolla los siguientes ejercicios:

11)
$$8x-1-5x-7 = 2x+4-x$$
; $3x-8=x+4$; $2x = 12$; $x = 6$

12)
$$15x - (7x + 6) = 11 - (x - 10)$$
; $15x - 7x - 6 = 11 - x + 10$; $9x = 27$; $x = 3$

13)
$$-6x - (8-4x) = 7 + (x-3)$$
; $-6x - 8 + 4x = 7 + x - 3$; $-3x = 12$; $x = -4$

14)
$$3x - (5x - 21) = 6x + (9 - 4x)$$
; $3x - 5x + 21 = 6x + 9 - 4x$; $4x = 12$; $x = 3$

15)
$$3(4x-2)-1(-7x-8) = 40$$
; $12x-6+7x+8=40$; $19x=38$; $x=2$

16)
$$1-7(4x+1) = 6(-2x-3)-4$$
; $1-28x-7=-12x-18-4$; $19x=38$; $x=1$

17)
$$-5(4x-1)+2(3x-4) = 29$$
; $-20x+5+6x-8 = 29$; $-12x = 32$; $x = -16/7$

ECUACIONES CON DECIMALES Y CON FRACCIONES.

1)
$$3x - (5x - 12) = 8x - (4x - 9)$$

 $3x - 5x + 12 = 8x - 4x + 9$
 $-2x + 12 = 4x + 9$
 $3 = 6x$
 $\frac{1}{2} = x$
 $0.5 = x$

2)
$$6x - (5-4x) = 7 + (x-5)$$

 $6x - 5 + 4x = 7 + x - 5$
 $10x - 5 = 2 + x$
 $9x = 7$
 $x = \frac{7}{9}$ o 0,7

3)
$$2,1x + 1,6 + 5,2x = 3,5x + 2,4$$

 $7,3x + 1,6 = 3,5x + 2,4$
 $7,3x - 3,5x = 2,4 - 1,6$
 $3,8x = 0,8$
 $x = 0,8:3,8$
 $x = 0,21$

4)
$$x-4.8-0.5x = 1.8+1.4-5.1x$$

 $-4.8+0.5x = 3.2-5.1x$
 $5.1x+0.5x = 3.2+4.8$
 $5.6x = 8.0$
 $x = 8:5.6$
 $x = 1.42$

5)
$$3,6 - (0,9x - 2,7) + 4,4 = 12 - (3,4 - 1,2x)$$

 $3,6 - 0,9x + 2,7 + 4,4 = 12 - 3,4 + 1,2x$
 $2,1 = 0,9x + 1,2x$
 $2,1 = 2,1x$
 $1 = x$

6)
$$0.4x - 2.1 - (5.3x - 6.2) + (3.5x - 0.9) = 2$$

 $0.4x - 2.1 - 5.3x + 6.2 + 3.5x - 0.9 = 2$
 $-1.4x - 9.2 = 2$
 $-9.2 - 2 = 1.4x$
 $-11.2 = 1.4x$
 $-11.2 = x$
 $-8 = x$

ECUACIONES CON FRACCIONES.-

1)
$$\frac{x}{6} + \frac{x}{4} = 5$$

$$\frac{2x + 3x}{12} = 5$$

$$5x = 60$$

$$x = 12$$

2)
$$\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 4$$

$$\frac{3x - 2x}{6} = 4$$

$$x = 24$$

2)
$$\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 4$$

 $\frac{3x - 2x}{6} = 4$
 $x = 24$
3) $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = -5$
 $\frac{4x + 3x}{12} = -5$
 $7x = 60$
 $x = -\frac{60}{7}$

4)
$$\frac{2x}{3} + \frac{2x}{5} = 0$$

 $\frac{10x + 6x}{15} = 0$
 $16x = 0$
 $x = 0$

5)
$$\frac{7x}{6} - \frac{4x}{9} = 3$$
 $\frac{21x - 8x}{18} = 3$
 18
 $13x = 54$
 $x = \frac{54}{13}$

6)
$$\frac{x}{8} - \frac{x}{3} = 1$$
 $\frac{3x - 8x}{24} = 1$
 $-5x = 24$
 $x = -24$

7)
$$\frac{7x}{8} - \frac{5x}{12} = 0$$

 $\frac{21x - 10x}{24} = 0$
 $\frac{11x = 0}{x = 0}$

8)
$$\frac{7x}{10} - \frac{x}{4} = 2$$
 $\frac{14x - 5x}{20} = 2$
 $9x = 40$
 $x = \frac{40}{9}$

9)
$$\frac{5x}{6} - \frac{3x}{8} = \frac{11}{12}$$

 $\frac{20x - 9x}{24} = \frac{11}{12}$
 $\frac{11x}{24} = \frac{11}{12}$
 $\frac{11x}{24} = \frac{11}{12}$
 $\frac{11x \cdot 12}{24} = \frac{11 \cdot 24}{12}$
 $\frac{11x}{24} = \frac{24}{12} = 2$

$$10) \quad \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 7$$

$$\frac{4x - 3x}{12} = 7$$

$$x = 84$$

$$\begin{array}{rcl}
11) & \underline{3y} - \underline{3y} &= 9 \\
\underline{6y - 3y} &= 9 \\
\underline{8y} &= 9 \\
\underline{3y} &= 9 \\
y &= \underline{72} \\
y &= 24
\end{array}$$