1 Kraft

Das **zweite Newtonsche Gesetz** wird auch Aktionsprinzip oder (in der Technischen Mechanik) Impulssatz genannt.
Es ist die Grundlage für viele Bewegungsgleichungen der Mechanik:

> „Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.“ (Quelle, Wikipedia)

Das bedeutet:
1: Damit ein Körper beschleunigt wird, muss eine Kraft auf ihn wirken.
2: Die Beschleunigung des Körpers findet immer in Richtung der Gesamtkraft statt.

Das Kraftwirkungsgesetz beschreibt den Zusammenhang zwischen der Gesamtkraft F_{Total}, die auf den Körper wirkt, und der Beschleunigung *a*, die er erfährt:

$$F_{Total} = m \bullet a$$

mit

- Masse *m* (kg)
- Beschleunigung *a* (m/s2)

folgt

$$[F] = \frac{\mathrm{kg}\,.\,\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \mathrm{N}$$

Kräfte sind unsichtbar und können nur durch ihre Wirkung festgestellt werden. Je nach Anwendung kennt man verschiedene Begriffe für Kräfte:

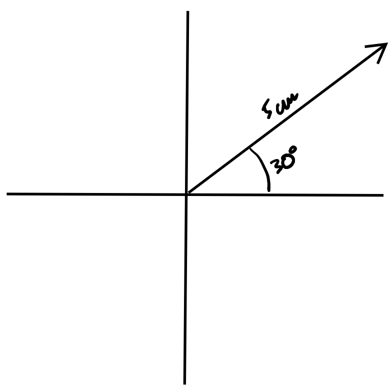
- Gewichtskraft
- Zug-/Druckkraft
- Muskelkraft
- Zentrifugalkraft
- Magnetische Kraft
- Reibungskraft
- Auftriebskraft
- Federkraft

1.1 Kraft als Vektor

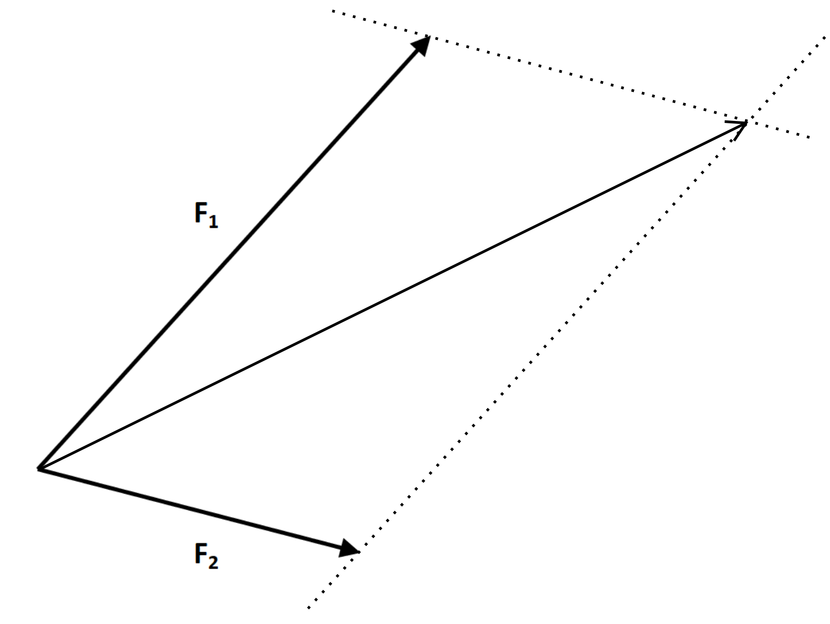
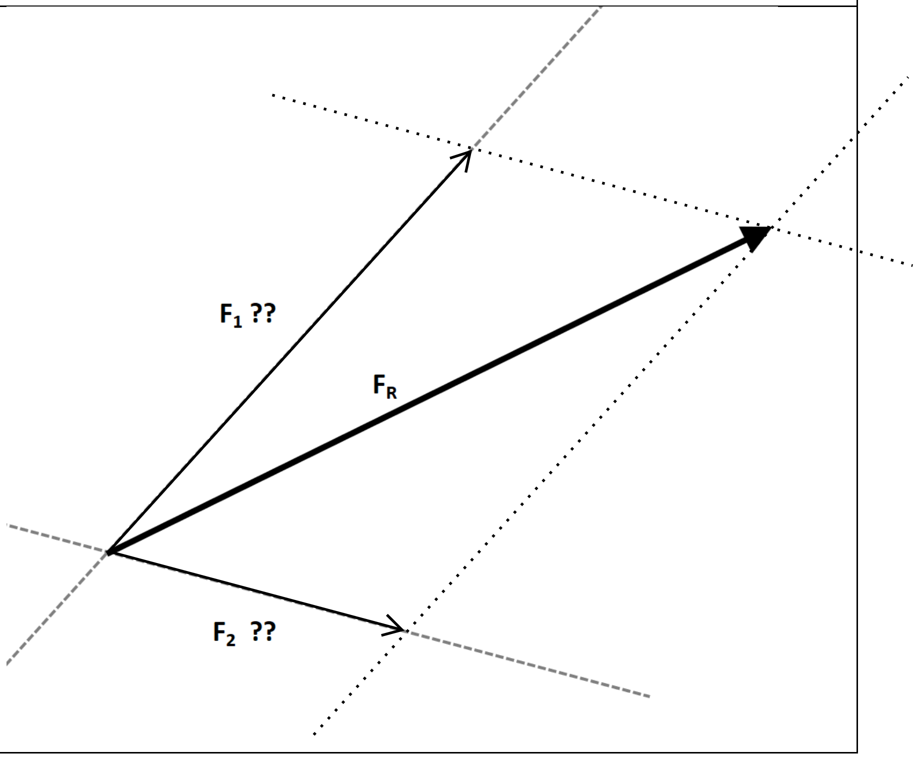
Eine Kraft ist eine gerichtete Grösse und wird daher als Vektor (=Pfeil) gezeichnet.

Merkmal	Beim Pfeil	Bei der Kraft
Ort, an welchem die Kraft angreift	Anfang	Angriffspunkt
Wohin er / sie zeigt	Richtung	Richtung (x,y)
Umfang, Grösse	Länge	Grösse [N]

Aufgabe: Zeichnen Sie einen Vektor, der eine Kraft darstellt, welche vom Ursprung des Koordinatennetzes ausgeht, in 30° zeigt und 250 N gross ist.
Massstab:1cm = 50 N



1.2 Kräfte addieren und zerlegen

Wirken mehrere Kräfte auf einen Körper, so kann man diese zu einer resultierenden Kraft **FR** oder Ersatzkraft zusammensetzen.	
Eine Kraft kann auch in ihre Einzelkräfte zerlegt werden, wenn von diesen die Richtungen bekannt sind.	

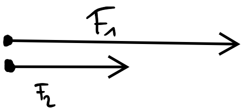
1.3 Zwei Kräften mit gleichem Angriffspunkt zusammensetzen

Gegeben: Kräfte F1 = 350 N, F2 = 200 N
Gesucht: Resultierende Kraft F_R nach Grösse und Richtung
Kräftemassstab: 1 cm = 100 N

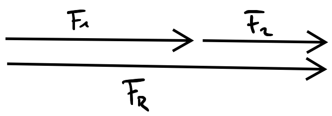
$F_1 \hat{=} 3{,}5\ cm$
$F_2 \hat{=} 2\ cm$

Zwei gleichgerichtete Kräfte

Lageplan:



Zeichnerische Lösung:



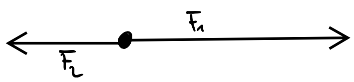
$5.5\ cm \hat{=} 550\ N$

Rechnerische Lösung

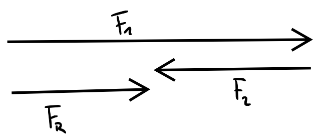
$F_R = F_1 + F_2 = 350\ N + 200\ N = 550\ N$

Zwei entgegengesetzt gerichtete Kräfte

Lageplan:



Zeichnerische Lösung:



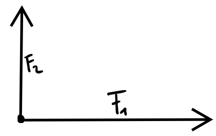
$F_R = 1{,}5\ cm = 150\ N$

Rechnerische Lösung

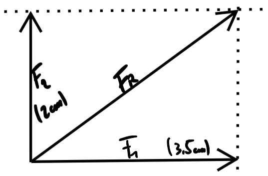
$F_R = F_1 - F_2 = 350\ N - 200\ N = 150\ N$

Zwei rechtwinklig zueinander stehende Kräfte

Lageplan:



Zeichnerische Lösung:



$F_R = 4{,}03\,\text{cm} = 403\,\text{N}$

Rechnerische Lösung

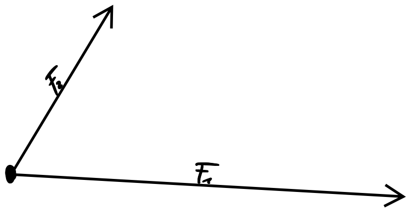
$3{,}5^2 + 2^2 = 16{,}25\,\text{cm}$

$\sqrt{16{,}25} = 4{,}03\,\text{cm} = 403\,\text{N}$

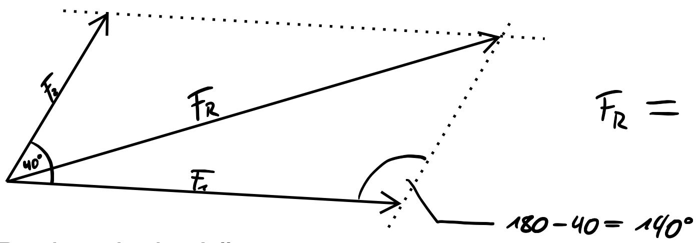
Zwei schiefwinklig zueinander stehende Kräfte: Winkel = 40°

SimpleClub: Kräfteparallelogramm: https://www.youtube.com/watch?v=QRtDbqEKdM0
Beispiel: Cosinussatz: https://www.youtube.com/watch?v=tG502AHg1cY

Lageplan:



Zeichnerische Lösung:



$F_R = 519\,\text{N}$

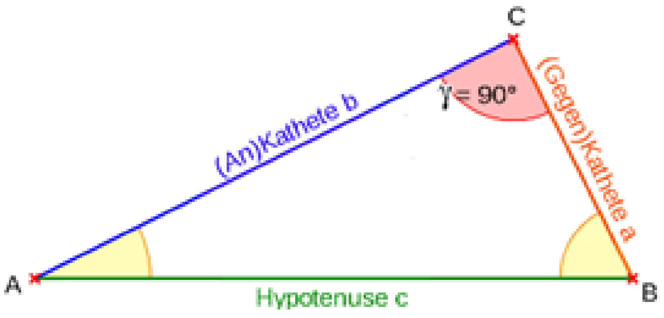
Rechnerische Lösung

$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(180 - \varphi)$

$F_R^2 = 3{,}5^2 + 2^2 - 2 \cdot 3{,}5 \cdot 2 \cdot \cos(140) = 26{,}97$

$F_R = \sqrt{26{,}97} = 5{,}19\,\text{cm} = 519\,\text{N}$

1.3.1 Des Cosinus



Definition: Der Cosinus wird in einem rechtwinklichen Dreieck definiert als das Verhältnis der Länge der Ankathete (das ist jene Kathete, die einen Schenkel des Winkels bildet) zur Länge der Hypotenuse.

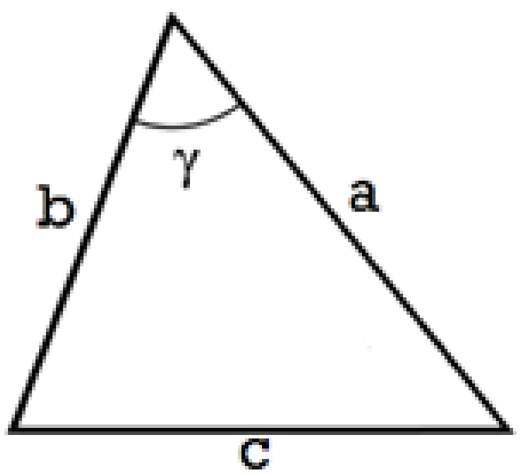
Wie Sie wissen, gilt im rechtwinkligen Dreieck der Satz des Pythagoras:

$$\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}.$$

Aufgabe: Kontrollieren Sie, dass Ihre Taschenrechener cos(90°)=0 liefert.

1.3.2 Der Cosinus-Satz:

Der Cosinus-Satz wird auch als trigonometrischer Pythagoras bezeichnet. Das rührt daher, dass mit ihm wie beim Satz des Pythagoras eine fehlende Dreieckseite berechnet werden kann, allerdings im Gegensatz zum Pythagoras, der ja nur für rechtwinklige Dreiecke gilt, in jedem beliebigen Dreieck.
Man kann ja ein Dreieck eindeutig konstruieren, wenn man zwei Seiten und den eingeschlossenen Winkel gegeben hat.
Also zum Beispiel die Seiten a und b und den Winkel φ im untenstehenden Dreieck:



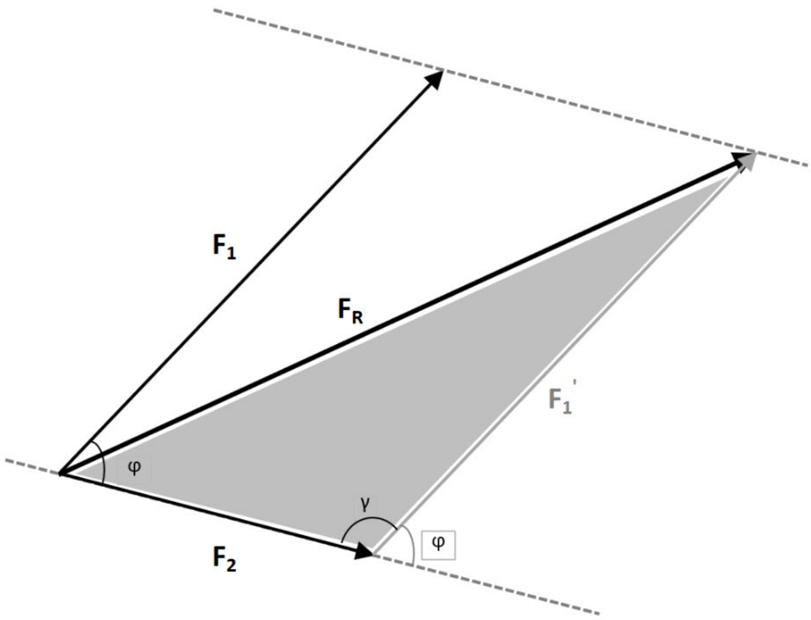
Nicht nur konstruieren, auch berechnen kann mann ***c*** mittels der Cosinussatz:

$$\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma)}$$

Es gibt also 4 Variablen in dieser Gleichung. Wenn 3 bekannt sind, kann die vierte gelöst werden.
In unserem Fall sind zwei Seiten und deren Zwischenwinkel bekannt: so liefert der Cosinussatz die dritte Seite (bzw. das Quadrat dieser Seite).

1.3.3 Der Cosinus-Satz für Kräfte:

$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(180° - \varphi)$$



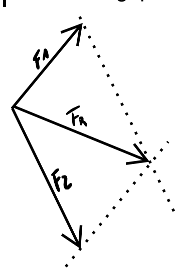
Merke: a kommt überein mit F_1, b mit F_2, c mit F_R und $\gamma = 180° - \varphi$.

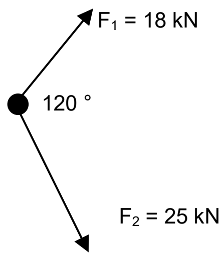
<u>INFO: In der Prüfung bekommen Sie nur den allgemeine Cosinussatz in der Formel-Sammlung.</u>

1.3.4 Übungen zu Kräfteparallelogrammen, Anwendung von Cosinussatz

1) An einem Mast greifen unter dem Winkel von α = 120° zwei Leitungszüge mit den Kräften F_1 = 18 kN und F_2 = 25 kN an. Bestimmen Sie a) zeichnerisch und b) rechnerisch die resultierende Kraft F_R!

Lageplan:





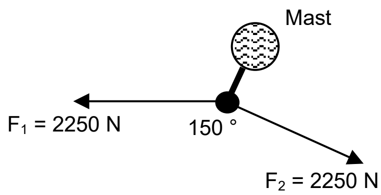
$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(180 - \varphi)$

$F_R^2 = 18^2 + 25^2 - 2 \cdot 18 \cdot 25 \cdot \cos(60) = 499$

$\sqrt{499} = 22{,}34$ kN

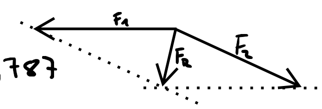
2) Stützisolatoren auf A - Masten dürfen bei einem Leitungswinkel von α = 150° einen Höchstzug von je 2250 N nach beiden Seiten aufnehmen.

Bestimmen Sie a) zeichnerisch und b) rechnerisch die auf den Isolator wirkende resultierende Kraft F_R!



$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(180 - \varphi)$

$F_R^2 = 2250^2 + 2250^2 - 2 \cdot 2250 \cdot 2250 \cdot \cos(30) = 1356492{,}787$

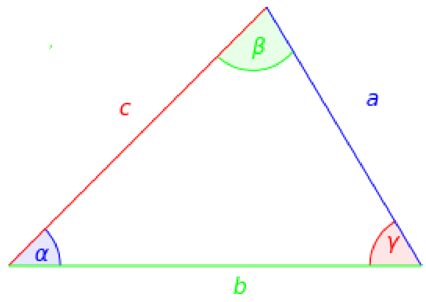


$F_R = 1164{,}686$

1.3.5 Anwendung von Sinussatz

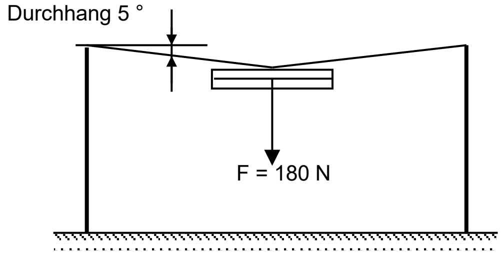
Der Sinussatz lautet:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$



Zerlegen Sie a) zeichnerisch b) durch Rechnung die Gewichtskraft F = 180 N einer Hängeleuchte in die Seilkräfte F_1 und F_2.

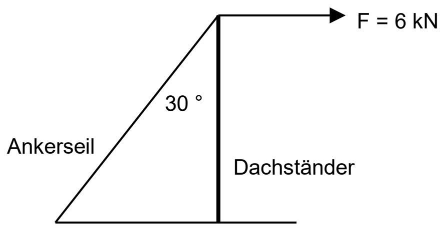
Beachte: Die Lampe hängt in der Mitte der Strasse und die Gewichtskraft verteilt sich gleichmässig auf die beiden Seile! (Kräftemassstab 10 N = 1 mm)



Ein Dachständer hat einen einseitigen Spitzenzug von F = 6 kN, der von einem Anker aufgenommen werden soll. Der Anker bildet mit dem Dachständer einen Winkel von α = 30°.

Bestimmen Sie a) zeichnerisch und b) rechnerisch die Richtung und Grösse der Kräfte im Dachständer und Ankerseil.

Lageplan:

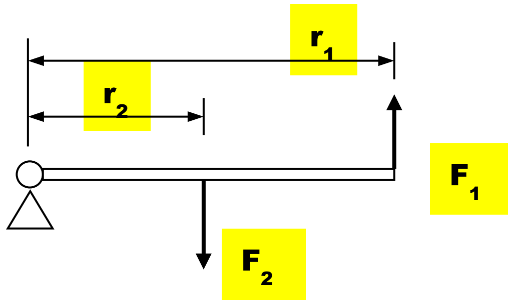


2 Hebel und Drehmoment

Als Hebel bezeichnet man einen starren Körper, der um eine feste Drehachse gedreht werden kann.

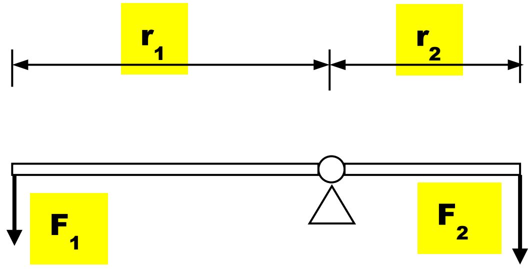
1: **Einarmiger Hebel**
Die Kräfte greifen auf der gleichen Seite des Drehpunktes an

Beispiele: Flaschenöffner, Pinzette, Schraubenschlüssel, Schubkarre „Karrette“
Bezeichnungen:
F_1 Kraft r_1 Kraftarm
F_2 Last r_2 Lastarm



2: **Zweiarmiger Hebel**
Die Kräfte greifen auf verschiedenen Seiten des Drehpunktes an

Beispiele: Schere, Zange, Brechstange



Gleichgewichtsbedingung:
Das Produkt aus Kraft mal Kraftarm ist gleich dem Produkt aus Last mal Lastarm

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2 \qquad [F \cdot r] = N \cdot m = Nm$$

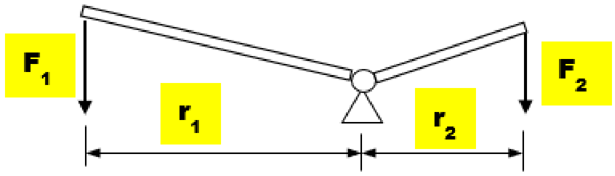
Goldene Regel der Mechanik: Was man an Kraft gewinnt, verliert man an Weg.

Aufgabe 1:
Ein zweiarmiger Hebel hat einen Kraftarm r_k = 350 mm und einen Lastarm r_l = 200 mm. Die zur Verfügung stehende Kraft F_k beträgt 120 N. Mit welcher Last bleibt das System im Gleichgewicht ?

Aufgabe 2:
An einem zweiarmigen Hebel verhalten sich Lastarm und Kraftarm wie 2 : 5. Die zu hebende Last beträgt 500 N. Welche Kraft F muss aufgewendet werden ?

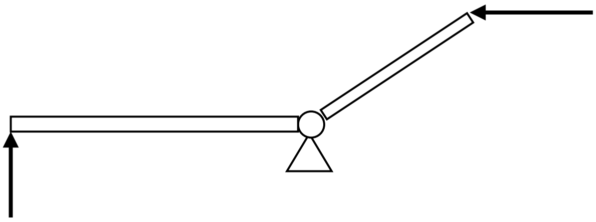
2.1 Drehmoment

Die Kräfte greifen auf verschiedenen Seiten des Drehpunktes an
Die Hebel sind abgewinkelt



Kraftarm und Lastarm sind immer die **kürzesten Abstände** zwischen der **Wirkungslinie der Kraft** und dem **Drehpunkt** (rechtwinkliger Abstand zur Wirkungslinie der Kraft !)
Man nennt diesen Abstand auch **wirksamen Abstand**.

Welches sind die wirksamen Abstände ?



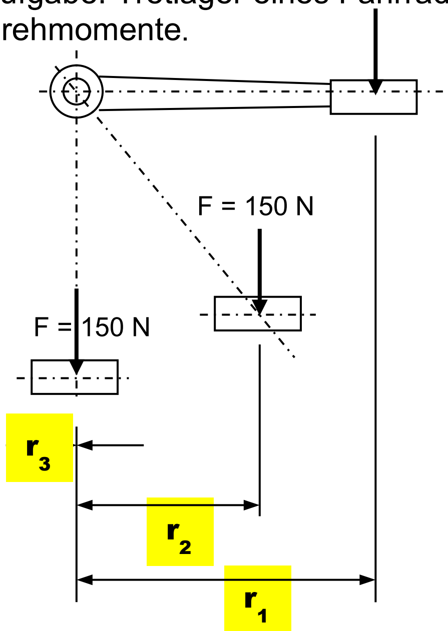
Das Produkt aus wirksamem Abstand mal Kraft nennt man **Drehmoment: M**

$$\boldsymbol{M = F \cdot r} \qquad \boldsymbol{[M] = N \cdot m = Nm} \quad \text{(Newtonmeter)}$$

2.1.1 Momentengleichung:

Gleichgewicht besteht, wenn die Summe der linksdrehenden Momente gleich der Summe der rechtsdrehenden Momente ist.

Aufgabe: Tretlager eines Fahrrades in 3 Stellungen. Bestimmen sie die 3 Drehmomente.



r_1 = 200 mm
r_2 = 80 mm
r_3 = 0 mm

Abstand	Drehmoment

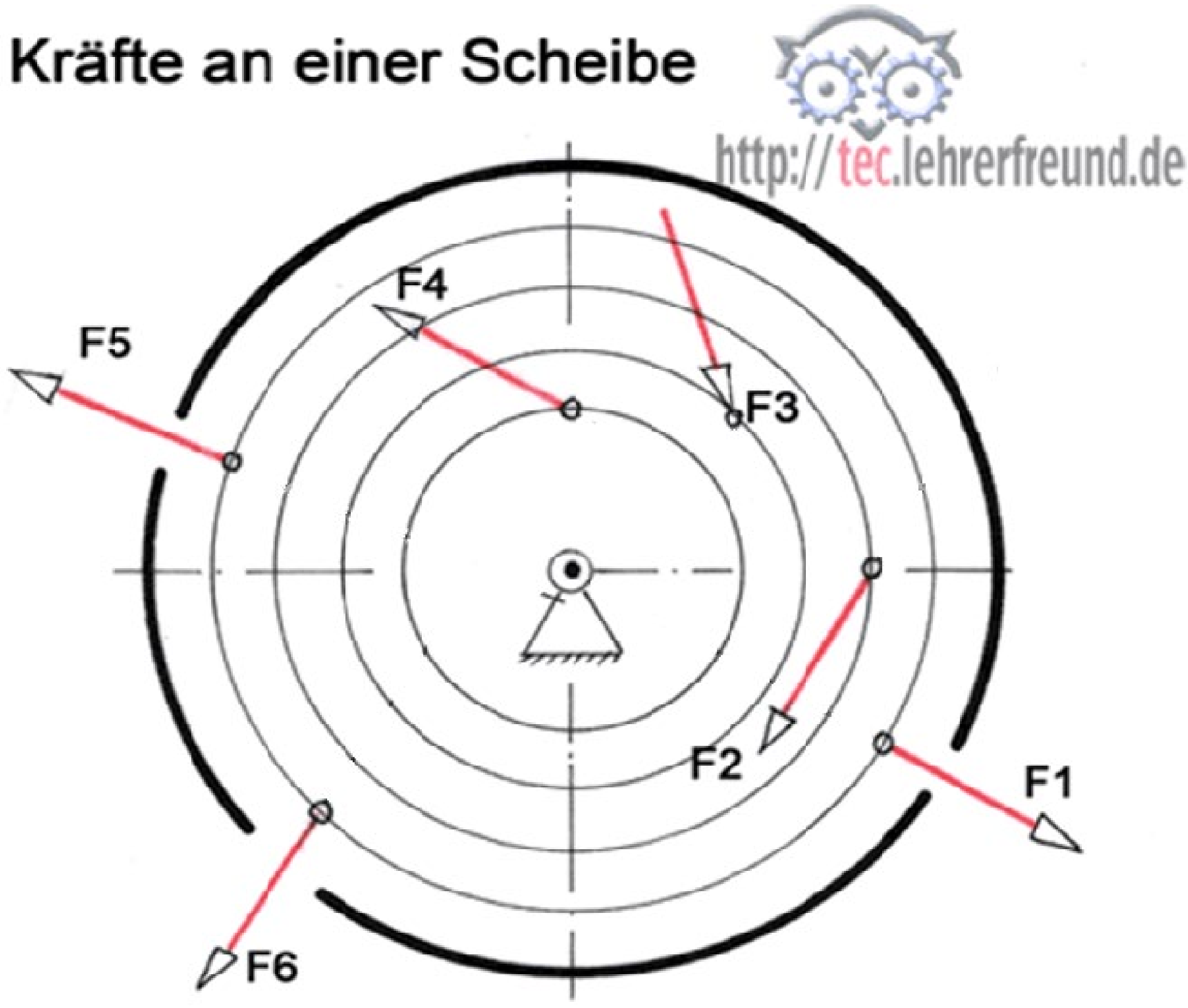
2.2 Aufgabe:

Aufgabe 1: Kräfte an einer Scheibe

Angenommen, alle 6 Kräfte F_1 bis F_6 seien gleich groß.

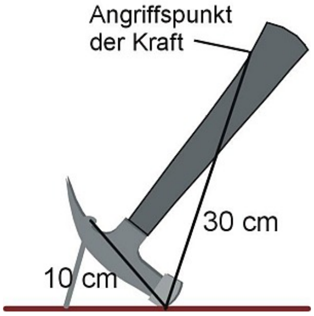
a) Stellen Sie durch Herausmessen der Hebelarme fest, welche Kraft die größte Drehwirkung erzeugt und welche die kleinste.

b) Welches sind nach links, welches nach rechts drehende Kräfte?



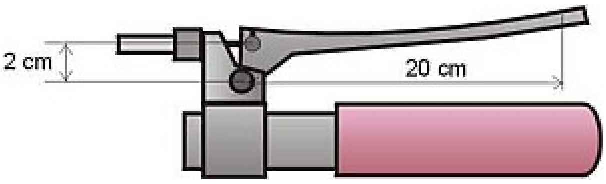
Aufgabe 2: Tischlerhammer

Ermittle die Kraft, mit der der Tischlerhammer den Nagel aus dem Holz zieht, wenn die Kraft der Hand 50 N beträgt.



Aufgabe 3: Fahrradbremshebel

Die Abbildung zeigt einen Fahrradbremshebel.
Um wieviel wird die Kraft der Hand durch den Hebel vergrößert?



Aufgabe 4: Zollstock

Ein Zollstock soll zusammengeklappt werden. Dazu wird er am rechten Teil angefasst und mit dem Finger auf den äußeren linken Teil gedrückt. An welchem Gelenk knickt er zuerst ein?

a) Am Gelenk a
b) am Gelenk b
c) an beiden gleichzeitig
d) zufällig an einem der beiden Gelenke.