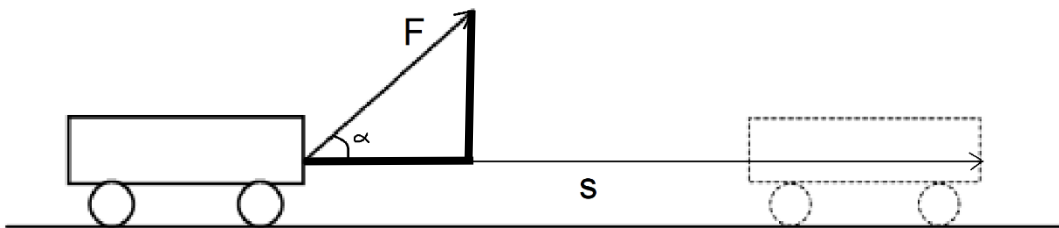


## 1 Mechanische Arbeit

Wirkt eine Kraft auf einen Körper ein und bewirkt dabei eine Verformung, eine Beschleunigung oder ein Anheben des Körpers, so wird physikalische Arbeit verrichtet. Um die Grösse der verrichteten Arbeit zu bestimmen, müssen der Betrag der Kraft und die Länge des Weges, entlang dessen die Kraft wirkt, bekannt sein.

**Definition:** Die Arbeit  $W$  (Work (Engl.)) ist das Produkt aus der in Richtung des Weges wirkenden Kraft  $F$  und der zurückgelegten Wegstrecke  $s$ .

**Beispiel:** Ein Wagen wird mit der Kraft  $F$  gezogen. Mit nur **einem Teil dieser Kraft**  $F \cdot \cos(\alpha)$  wird der Wagen über den Weg  $s$  fortbewegt.



Formel und Masseinheit  $W = F \cdot s \cdot \cos(\alpha)$   $[W] = \text{Nm} = \text{J (Joule)}$

Falls Kraft und Weg in gleicher Richtung (Winkel  $\alpha = 0$ ;  $\cos \alpha = 1$ )  $\Rightarrow W = F \cdot s$

**Definition vereinfacht:** Arbeit ist gleich Kraft mal Weg

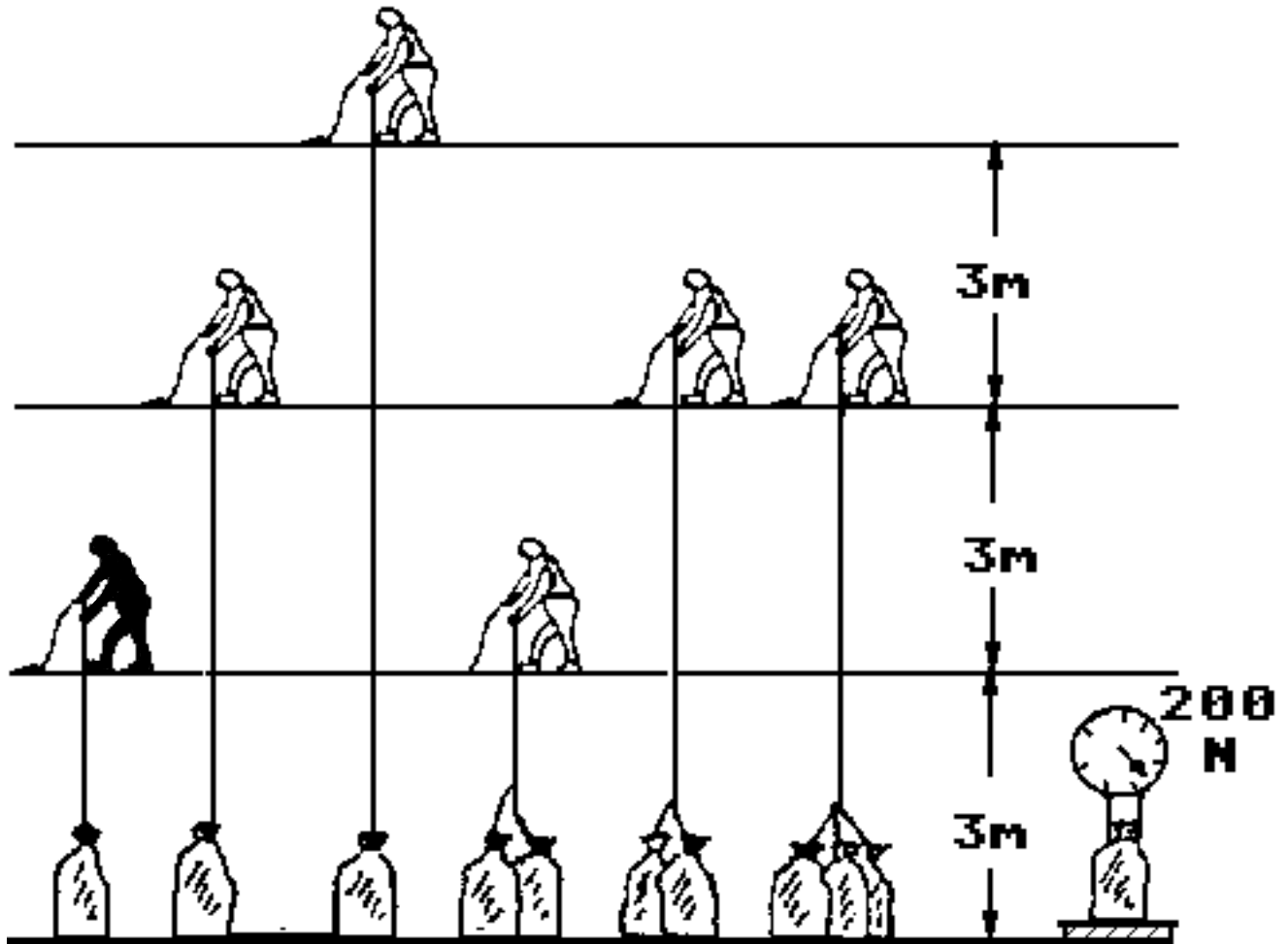
**Aufgabe 1.1:** Ein Wagen wird mit einer Kraft von 1500 N in Bewegungsrichtung über eine Strecke von 12 m gezogen.

Wie gross ist die dabei verrichtete Arbeit?

$$W = F \cdot s = 1500 \text{ N} \cdot 12 \text{ m} = 18'000 \text{ Nm} = 18 \text{ kJ}$$

Arbeit wird erst verrichtet, wenn  $\alpha$  weniger als  $90^\circ$  ist

**Aufgabe 1.2:** Berechnen Sie die Hubarbeit  $W_{Hub}$ , welche bei den 6 verschiedenen Situationen vollbracht wird.



$$\begin{aligned}
 W &= F \cdot s = 200 \text{ N} \cdot 3 \text{ m} = 600 \text{ Nm} = 600 \text{ J} \\
 100 \text{ N} \cdot 6 \text{ m} &= 1'200 \text{ Nm} = 1'200 \text{ J} \\
 200 \text{ N} \cdot 9 \text{ m} &= 1'800 \text{ Nm} = 1'800 \text{ J} \\
 400 \text{ N} \cdot 3 \text{ m} &= 1'200 \text{ Nm} = 1'200 \text{ J} \\
 400 \text{ N} \cdot 6 \text{ m} &= 2'400 \text{ Nm} = 2'400 \text{ J} \\
 600 \text{ N} \cdot 6 \text{ m} &= 3'600 \text{ Nm} = 3'600 \text{ J}
 \end{aligned}$$

**Aufgabe 1.3:** Beantworten Sie für die untenstehenden Situationen folgende Fragen

Wird eine Arbeit verrichtet?

Wenn ja, durch was oder wem wird die Arbeit verrichtet?

Wenn nein: wieso nicht?

**Situationen:**

1. Ein Objekt steht am Boden.

Nein  $\rightarrow$  Objekt wird nicht bewegt

2. Das Objekt wird aufgehoben vom Boden auf den Tisch.

Ja  $\rightarrow$  Objekt muss bewegt werden

3. Das Objekt steht auf dem Tisch.

Nein  $\rightarrow$  Objekt steht still


4. Eine Person hält das Objekt neben den Tisch über den Boden.

Nein  $\rightarrow$  Objekt wird nicht bewegt

5. Das Objekt fällt runter.

Ja  $\rightarrow$  Objekt bewegt sich (Erde fñhrt die Arbeit aus)


6. Ein Bowlingball rollt reibungsfrei über den Boden (der Schwerkraft halt den Ball auf den Boden).

Nein  $\rightarrow \cos(\alpha)$  ist null  $\rightarrow$    $90^\circ \rightarrow \cos(\alpha) = 0$ 

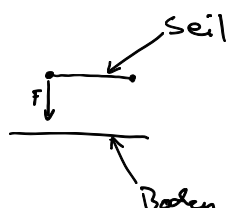
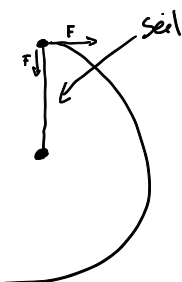
7. Ein Abschleppwagen zieht einen PKW.

Ja  $\rightarrow$  Abschleppwagen zieht PKW

8. Der Mond dreht um die Erde wegen der Schwerkraft.

Nein  $\rightarrow$   Selbe situation wie bei 6

9. Ein Stein wird rund geschleudert an einem Seil.

Nein  $\rightarrow$  Bei ignorierter Reibung

## 1.1 Goldene Regel der Mechanik

Musstewissen: Hebel, Kraftwandler: <https://www.youtube.com/watch?v=9iDESs50jvw>

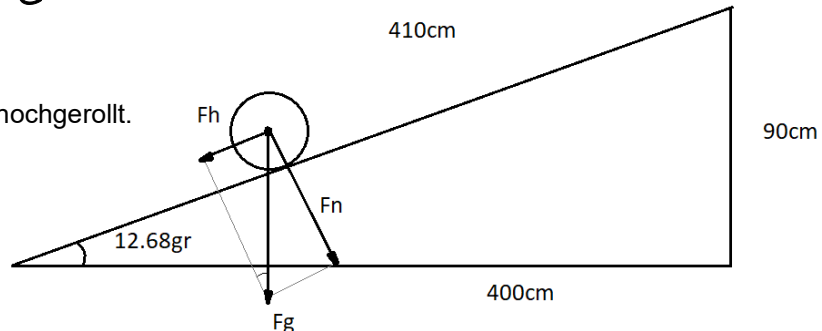
**Auftrag:** Welche Kraftwandler gibt es?

Hebel Flaschenzug Zahnräder

Schiefe Ebene

**Beispiel:**

Eine Tonne von 100 kg wird über eine Rampe hochgerollt.  
Die Rampe ist 410 cm lang und 90 cm hoch.



Welche **Kraft** braucht es um die Tonne hochzurollen **über die Rampe**?

$$F_g = m \cdot g = 100 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1000 \text{ N}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{F_h}{F_g} \Rightarrow F_h = F_g \cdot \sin(\alpha) = 1000 \text{ N} \cdot \sin(12.68) \approx 1000 \text{ N} \cdot 0.2195 = 219.5 \text{ N}$$

Also: Es braucht eine **Kraft** von **219.5 N** um die Tonne über die Rampe zu rollen anstatt 1000 N wenn man es direkt würde hochheben: Man kann es sich leichter machen mit einem **Kraftwandler**.

Wie viel **Arbeit** wird dabei verrichtet?

$$W = F_h \cdot s = 219.5 \text{ N} \cdot 4.1 \text{ m} = 900 \text{ Nm} = \mathbf{900 \text{ J}}$$

Wie viel **Kraft** würde es brauchen die Tonne **direkt** hochzuheben?

$$F_g = m \cdot g = 100 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1000 \text{ N}$$

Wie viel **Arbeit** würde man in diesem Fall verrichten?

$$W = F_g \cdot s = 1000 \text{ N} \cdot 0.9 \text{ m} = 900 \text{ Nm} = \mathbf{900 \text{ J}}$$

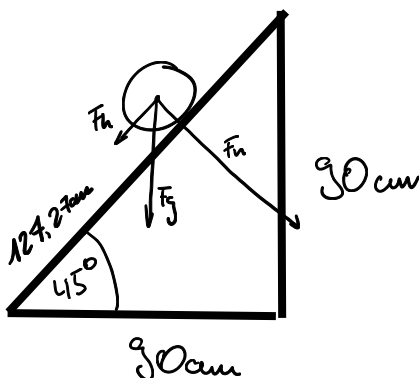
Wir sehen also, dass die **Arbeit** in beide Fälle genau gleich ist.

Fazit:

**Goldene Regel der Mechanik:** Die Arbeit ändert sich durch Einsatz eines Kraftwandlers nicht.

Stets gilt:  $F_g \cdot \Delta h = F_s \cdot \Delta s$

**Aufgabe:** Führen Sie die obenstehenden Berechnungen aus für eine Rampe mit einem Winkel von 45gr. (gleichseitiges Dreieck)



$$F_g = m \cdot g = 100 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1000 \text{ N}$$

$$F_h = \sin(\alpha) \cdot F_g = 707 \text{ N}$$

$$W = F_h \cdot l = 900 \text{ J}$$

$\begin{matrix} 707 \text{ N} & 1.27 \text{ m} \end{matrix}$

## 2 Formen der Energie

In der klassischen Mechanik ist die Energie eines Systems seine Fähigkeit, Arbeit zu leisten. Die Arbeit wandelt Energie zwischen verschiedenen Energieformen um.

**Beispiel:** Beim **Heben** eines Körpers vom Boden auf den Tisch wird **Hubarbeit** verrichtet. Der Körper ist nun fähig beim Zurückführen auf den Boden selbst Arbeit zu leisten. Solange der Körper jedoch auf dem Tisch liegen bleibt hat er diese Arbeit in sich gespeichert. Diese gespeicherte Arbeit nennt man **Lageenergie**.

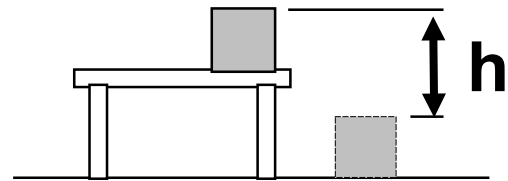
### 2.1 Potentielle Energie

Potentielle Energie: Energie eines ruhenden Körpers.

Die zwei Arten der potentiellen Energie werden folgendermassen berechnet:

#### 2.1.1 Lageenergie

Ein Körper wird durch Hubarbeit um die Höhe  $h$  gehoben, damit besitzt er Lageenergie gegenüber der ursprünglichen Höhe.



Formel und  
Masseinheit:

$$E_L = m \cdot g \cdot h = F_G \cdot h$$

$$[E_L] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = \text{Nm} = \text{J}$$

dabei sind:  $m$

Masse des Körpers in kg

$g$

Erdbeschleunigung =  $9.81 \text{ m/s}^2$ , gerundet  $10 \text{ m/s}^2$

$h$

gehobene Höhe des Körpers in m

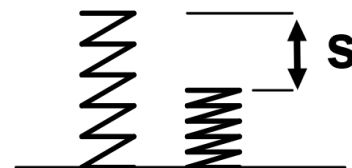
$F_G$

Gewichtskraft in N (Newton)

Machen Sie **Aufgabe** 2.4.1 und 2.4.2

#### 2.1.2 Spannenergie

Wird eine Feder gespannt, so speichert sie die zum Spannen aufgewendete Arbeit vollständig in Form von Spannenergie.



Formel und  
Masseinheit:

$$E_S = \frac{1}{2} k \cdot s^2$$

$$[E_S] = \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \text{m}^2 = \text{Nm} = \text{J}$$

dabei sind:  $k$

Federkonstante in N / m

$s$

Federweg in m

## 2.2 Kinetische Energie

Kinetische Energie ist die Energie, die ein Objekt aufgrund seiner Bewegung enthält. Sie entspricht der Arbeit, die aufgewendet werden muss, um das Objekt aus der Ruhe in die momentane Bewegung zu versetzen. Sie hängt von der Masse und der Geschwindigkeit des bewegten Körpers ab.

Formel und  
Masseinheit:

$$E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$[E_K] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{Nm} = \text{J}$$

dabei sind: m  
v

Masse des Körpers in kg  
Geschwindigkeit des Körpers in m / s

Machen Sie **Aufgaben** 2.4.3 und 2.4.4.

## 2.3 Energieerhaltungssatz

Das Wichtigste auf einen Blick:

- In einem abgeschlossenen System bleibt bei Reibungsfreiheit die gesamte mechanische Energie erhalten.
- Verschiedenen Energieformen können lediglich ineinander umgewandelt werden (z.B. potentielle Energie, kinetische Energie, Spannenergie).

Mechanische Energie kann in verschiedenen Formen vorliegen. Die zwei wichtigsten, die man auch im Alltag ständig wahrnimmt, sind die potentielle Energie (Lageenergie) und die kinetische Energie (Bewegungsenergie). Als dritte Energieform gibt es noch die Spannenergie, die z.B. in einer zusammengedrückten Feder steckt.

Der Energieerhaltungssatz der Mechanik, manchmal kurz auch einfach nur Energiesatz genannt, gilt für abgeschlossene Systeme, in denen Reibungsfreiheit angenommen wird. Abgeschlossen bedeutet, dass keine Kräfte von aussen auf die Bestandteile des Systems einwirken und dass kein Energieaustausch mit der Umgebung stattfindet. Der Energieerhaltungssatz besagt, dass die gesamte mechanische Energie eines solchen abgeschlossenen, reibungsfreien Systems erhalten bleibt.

Machen Sie **Aufgaben** 2.4.5 und 2.4.6.

## 2.4 Aufgaben

### 2.4.1 Seilwinde

Mit einer Seilwinde wird eine Last von 50 kg um 10 m hochgehoben.

- Welche Arbeit wird dabei geleistet?
- Welche potentielle Energie hat die Last auf dieser Höhe?

$$W = F \cdot s = 500 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} = 5'000 \text{ J}$$

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 50 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m} = 5'000 \text{ J}$$

### 2.4.2 Das Herz

Dein Herz pumpt in jeder Minute ca. 5 Liter Blut (wir rechnen mit 5,0kg) durch deinen Körper. Es muss sich dabei so anstrengen, als ob das Blut 1,0m hochgepumpt werden müsste.

Rechne die folgenden Aufgaben mit  $g=10,0 \text{ m/s}^2$

- Berechne, welche Arbeit dein Herz an einem Tag verrichtet.
- Berechne, wie hoch ein Bergsteiger mit der Masse 72kg mit dieser Energie gehoben werden könnte.

Lösung: siehe <https://www.leifiphysik.de/mechanik/arbeit-energie-und-leistung/aufgabe/arbeit-des-herzens>

$$a) W = m \cdot g \cdot h = 5 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m} = 50 \text{ Nm} \quad \text{pro Min}$$

$$50 \text{ Nm} \cdot 24 \cdot 60 = 72'000 \text{ Nm} \quad \text{pro Tag}$$

$$b) W_{\text{hub}} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{W_{\text{hub}}}{m \cdot g} = \frac{72'000 \text{ Nm}}{72 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2} = 100 \text{ m}$$

**2.4.3 Dachziegel**

Ein vom Dach fallender Dachziegel ( $m = 1 \text{ kg}$ ) schlägt mit einer Geschwindigkeit von  $20 \text{ m/s}$  auf dem Boden auf.

- a) Welche kinetische Energie hat er unmittelbar vor dem Aufschlag?  
b) Aus welcher Höhe fiel der Dachziegel?

a)

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ kg} \cdot (20 \text{ m/s})^2 = 200 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 200 \text{ J}$$

b)  $E_{\text{lage}} = E_{\text{kin}}$

$$E_{\text{lage}} = m \cdot g \cdot h \rightarrow h = \frac{E_{\text{lage}}}{m \cdot g} = \frac{200 \text{ J}}{1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2} = 20 \text{ m}$$

**2.4.4 PKW Unfall**

Ein PKW mit der Masse  $m = 1000 \text{ kg}$  prallt mit der Geschwindigkeit  $v = 54 \text{ km/h}$  auf eine Mauer.

- a) Welche kinetische Energie hatte das Fahrzeug?  
b) Aus welcher Höhe müsste das Fahrzeug fallen, damit dieselbe Energie frei würde?

a)  $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot (15 \text{ m/s})^2 = 112'500 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \underline{\underline{112'500 \text{ J}}}$   
(112,5 kJ)

b)  $E_l = E_k$

$$E_l = m \cdot g \cdot h \rightarrow h = \frac{E_{\text{lage}}}{m \cdot g} = \frac{112'500 \text{ J}}{1000 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2} = \underline{\underline{11,25 \text{ m}}}$$



## 2.4.5 Stabhochsprung

Der aktuelle Weltrekord (Stand Jan.2021) im Stabhochsprung wurde von Armand Duplantis am 15.02.2020 aufgestellt. Der Weltrekord liegt bei 6,18 m.

Im Weiteren soll - bei Verwendung vernünftiger Annahmen - abgeschätzt werden, wie hoch der Weltrekord beim Stabhochspringen höchstens werden kann.

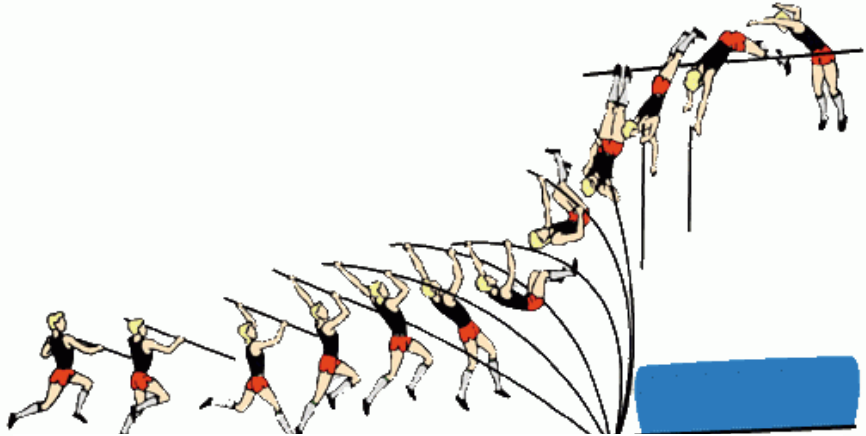


Abbildung 3.1 Quelle:

<https://www.leifiphysik.de/mechanik/arbeit-energie-und-leistung/aufgabe/stabhochsprung>

- a) Schätze ab, welche Geschwindigkeit ein Stabhochspringer beim Anlauf in etwa erreichen kann! Wie gross ist demnach seine kinetische Energie (nimm für die Masse einen vernünftigen Durchschnittswert an) vor dem Sprung?

Durch eine ausgefeilte Technik kann der Stabhochspringer für kurze Zeit praktisch die gesamte kinetische Energie in Form von Spannenergie im Stab speichern und diese anschließend in Höhenenergie umwandeln.

- b) Wie hoch kann er seinen Schwerpunkt mit Hilfe dieser Energie bestenfalls anheben?

Der Schwerpunkt oder Massenmittelpunkt liegt beim Laufen in etwa auf Höhe des Bauchnabels. Zusätzlich schaffen es gute Stabhochspringer, ihren Schwerpunkt noch durch Armkraft und eine enorme Körperspannung während des Sprunges zu heben, indem sie quasi kurzzeitig einen Handstand auf dem senkrecht stehenden Stab machen (siehe Abbildung).

- c) Um welche Höhe wird der Schwerpunkt durch diese Maßnahme noch angehoben. Wie hoch kann der Schwerpunkt insgesamt gehoben werden? Wie hoch ist der theoretisch erreichbare Weltrekord?

Siehe auch <https://www.youtube.com/watch?v=COerd1CYvxU>

$$m = 70 \text{ kg} / 80 \text{ kg}$$

$$v = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } E_{\text{kin}} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 80 \text{ kg} \cdot (10 \text{ m/s})^2 = \frac{4000 \text{ J}}{70 \text{ kg}} = \underline{\underline{3500 \text{ J}}} \\ \text{b) } E_k &= E_u \\ E_k &= m \cdot g \cdot h \rightarrow h = \frac{E_k}{m \cdot g} = \frac{4000 \text{ J}}{80 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2} = \underline{\underline{5 \text{ m}}} \\ \frac{3500}{70 \cdot 10} &= \underline{\underline{5 \text{ m}}} \end{aligned}$$

Feststellungen: Die Bewegungsenergie des Anlaufes wird bis zum Erreichen der Sprunghöhe in potentielle Energie der Lage umgesetzt. Beim anschliessenden Fall wird diese Energie wieder in Bewegungsenergie umgewandelt und in den Sprungmatten absorbiert.

Merke: Die Energieformen können ineinander umgewandelt werden!

### 2.4.6 Check

Sie berechnen auf 2 Arten die Geschwindigkeit wenn ein Objekt 100 meter runterfällt.

1) Sie brauchen die Formeln für beschleunigter Bewegung:

$$s = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{a \cdot t^2}{2}$$

2) Sie brauchen die Energieerhaltungssatz.

Die beiden Berechnungen geben *selbstverständlich* das gleiche Resultat.  
Welche Berechnung finden Sie einfacher?

### 3 Mechanische Leistung

Unter einer Leistung versteht man das Verhältnis der verrichteten Arbeit zur benötigten Zeit. Je kürzer der Zeitbedarf, um so grösser ist die Leistung.

Definition: Leistung ist gleich Arbeit pro Zeit

Leistung = Power (Engl.)

Formel und Masseinheit :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t}$$

$$[P] = \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W (Watt)}$$

**Aufgabe 3.1:** Ein Bergwanderer hat einschliesslich Rucksack die Masse 90kg und wandert pro Stunde 400 Höhenmeter, d.h. er ist am Ende der Stunde 400m höher als zu Beginn.

Berechne die physikalische Leistung, die er durch Hubarbeit vollbringt.

$$E = m \cdot g \cdot h = 90 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 400 \text{ m} = 360'000 \text{ J}$$

$$P = \frac{E}{t} = \frac{360'000 \text{ J}}{1 \text{ h}} = \frac{360'000 \text{ J}}{3600 \text{ s}} = \underline{\underline{100 \text{ W}}}$$

**Aufgabe 3.2** Welche Wassermenge in m<sup>3</sup> ist in ein 100 m höher gelegenes Speicherbecken zu pumpen, damit die potentielle Energie 1200 kWh beträgt? (4'320m<sup>3</sup>)

$$E = 1200 \text{ kWh} = 1200 \cdot 3600 \text{ kWs} = 1200 \cdot 3600000 \text{ Js} = 4'320'000'000$$

$$E = m \cdot g \cdot h$$

$$m = \frac{E}{g \cdot h} = \frac{E}{10 \text{ m/s}^2 \cdot 100 \text{ m}} = \frac{E}{1000 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 4'320'000 \text{ kg} \stackrel{\wedge}{=} 4'320 \text{ m}^3$$

## 4 Wirkungsgrad

Quelle: Wikipedia

Der **Wirkungsgrad** beschreibt die Effizienz einer technischen Einrichtung oder Anlage als Verhältniszahl der Dimension Zahl oder Prozentsatz, und zwar in der Regel *das Verhältnis der Nutzenergie  $E_{ab}$  zur zugeführten Energie  $E_{zu}$* .

Es kann genauso mit der Leistung gerechnet werden als *Verhältnis der Nutzleistung  $P_{ab}$  zur zugeführten Leistung*.

Üblicherweise wird der Wirkungsgrad mit dem griechischen Buchstaben  $\eta$  (Eta) bezeichnet und kann Werte zwischen 0 und 1 annehmen:

$$\eta = \frac{E_{ab}}{E_{zu}} \quad \text{oder} \quad \eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \quad ([\eta] = 1)$$

**Merke:** Jede Maschine nimmt eine grössere Leistung auf als sie abgibt, weil in ihr Verluste (Reibung, Luftwiderstand, Erwärmung) auftreten.

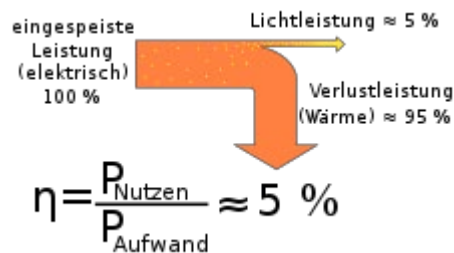
Nehmen wir als Beispiel die Wirkungsgrad einer Glühlampe:

Leistungsschaubild:

zugeführte Leistung  $P_{zu}$

abgegebene Leistung  $P_{ab}$

Verluste  $P_v$



Es gilt:

$$P_{ab} < P_{zu}$$

und

$$P_{ab} = P_{zu} - P_v$$



Der Wirkungsgrad ist infolge der Verluste immer kleiner als 1 oder kleiner als 100%  
 Angabe als Dezimalbruch ( z.B. 0.80 ) oder in Prozent ( z.B. 80 % )

Ermitteln Sie die Wirkungsgrade von folgenden Beispielen:

- Automotor Benzin ...30%
- Grosstransformator (Netztransformator) ...99%
- Kleintransformator ...30-80%
- Netzteil ...50-90%
- Glühbirne ...5%

### Gesamtwirkungsgrad

Sind in einem System mehrere Maschinen (z.B. Motor + Getriebe + Keilriemen) beteiligt, so entstehen in jeder dieser Maschinen Verluste.

Diese Teilwirkungsgrade werden zu einem **Gesamtwirkungsgrad**  $\eta$  zusammengefasst.

Formel und  
Masseinheit:

$$\text{Eta: } \eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \dots$$

$$[\eta] = 1$$

**Aufgabe 4.1:** Die Teilwirkungsgrade vom Kraftwerk bis zum Motherboard in einem PC setzen sich folgendermassen zusammen:

Wasserturbine 92%, Generator 0.88, Transformator 99.5%, Überlandleitung 97%, Transformator 99%, Niederspannungsleitung 0.97 und das Netzteil im PC 0.86.

Wie gross ist der Gesamtwirkungsgrad?

$$0,92 \cdot 0,88 \cdot 0,995 \cdot 0,97 \cdot 0,99 \cdot 0,97 \cdot 0,86 = 64,5\%$$

7) a) kinetische - Energie wird von der Erde verrichtet

