

3.3 Fourier

Lernziele

- Sie erkennen Grundtöne und Obertöne in einem Frequenzspektrum.
- Sie können ein Frequenzspektrum für einen einfachen Klang zeichnen.

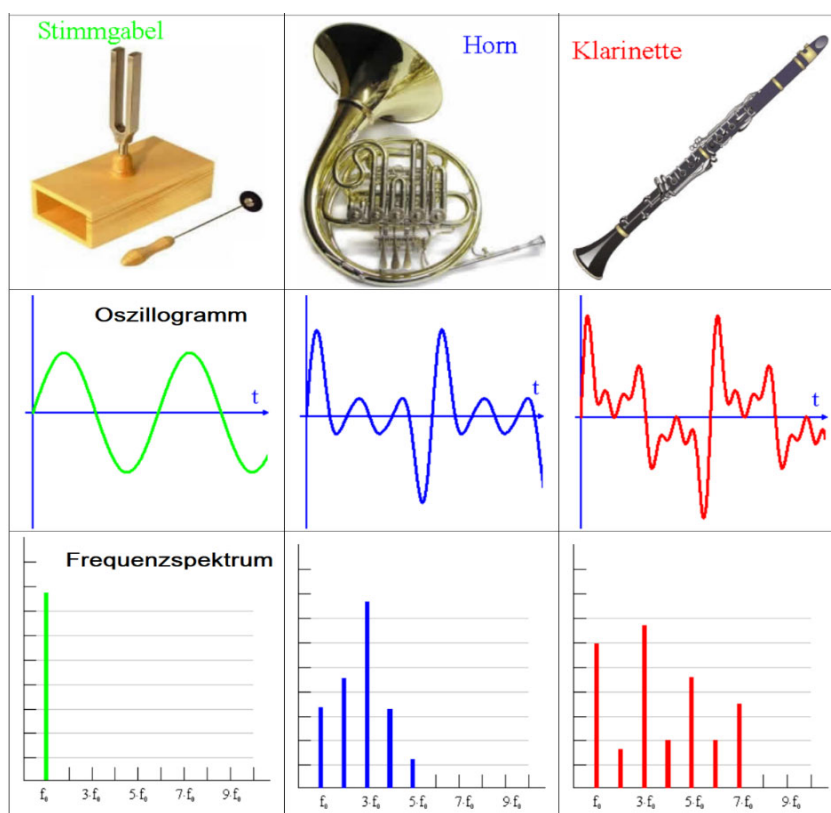
→ <https://de.wikipedia.org/wiki/Fourierreihe>

Als *Fourierreihe*, nach Joseph Fourier (1768–1830), bezeichnet man die Reihenentwicklung einer periodischen Funktion in eine Funktionenreihe aus Sinus- und Kosinusfunktionen. Oder einfacher: Jede periodische Kurve lässt sich als Summe von Sinuskurven darstellen.

3.3.1 Fourier-Analyse

Die Fourier-Analyse ist in vielen Wissenschafts- und Technikzweigen von ausserordentlicher praktischer Bedeutung. Die Anwendungen reichen von der Physik (Akustik, Optik, Gezeiten, Astrophysik) über viele Teilgebiete der Mathematik (Zahlentheorie, Statistik, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitstheorie), die Signalverarbeitung und *Kryptographie* bis zu Ozeanographie und Wirtschaftswissenschaften. Je nach Anwendungszweig erfährt die Zerlegung vielerlei Interpretationen. In der Akustik ist sie beispielsweise die *Frequenz-Transformation des Schalls in Oberschwingungen*.

Die Fourieranalyse zerlegt (über komplizierte mathematische Algorithmen) eine beliebige periodische Funktion in Sinusfunktionen, die diese Kurve in der Summe ergeben. Jede Sinusfunktion hat seine eigene Frequenz und Amplitude. Graphisch resultiert dies in ein *Frequenzspektrum*: ein Lautstärke-Frequenz-Diagramm.



Hier sind 3 Instrumente und ihre Oszillogramme und Frequenzspektren dargestellt.

Beachten sie, dass bei alle drei ein Grundton f_0 vorhanden ist (tiefster Frequenz).

Alle weiteren Frequenzen bei Horn und Klarinette sind Obertöne, die den *Charakter* des Klanges ausmachen.

Die Frequenzen der Obertöne sind immer ein **Vielfaches** der Grundton f_0 :

$$f_1 = 2 \cdot f_0, \quad f_2 = 3 \cdot f_0, \quad f_3 = 4 \cdot f_0, \quad \dots$$

Quelle: <https://www.leifiphysik.de/akustik/akustische-wellen/versuche/fourier-analyse-und-synthese>

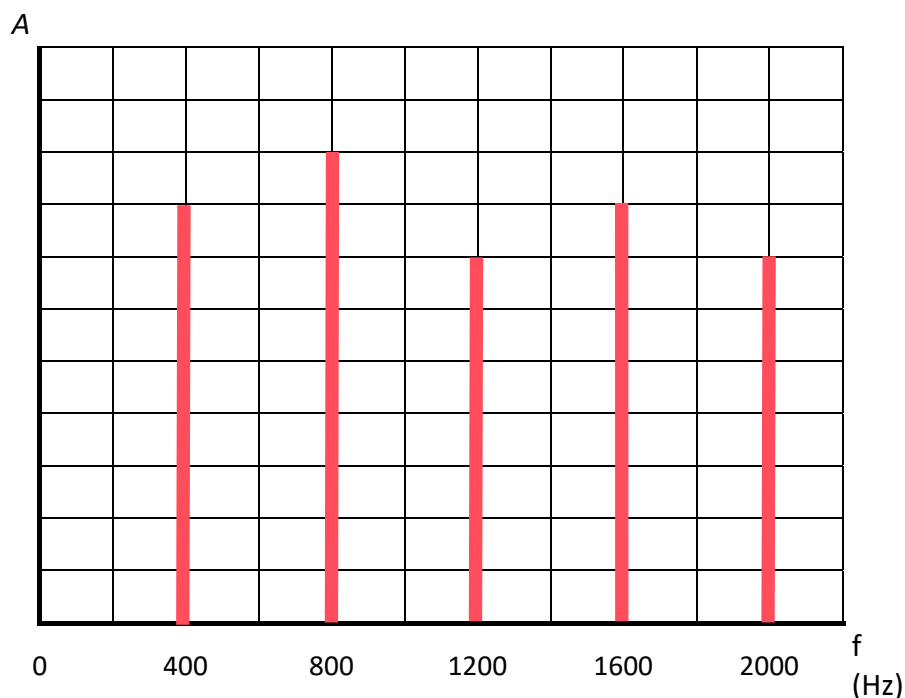
Aufgabe: Beschreiben Sie in Ihren eigenen Worten, was eine Fourier-Analyse macht.

Periodische funktionen werden in die Sinusfunktion zerlegt und können auch wieder summiert in die Periodischefunktion zurück gewandelt werden.

Aufgabe: Schauen Sie auf einem FFT-App auf Ihrem Handy wie verschiedene Klänge eines Tongenerators (sinus, triangle, square, sawtooth) dargestellt werden: welcher Ton ist Grundton, welche Obertöne gibt es. Beschreiben Sie Ihre Wahrnehmungen.

Der Grundton 500Hz hat obertöne im abstand von einem Vielfachen davon, das heisst immer im 500Hz abstand ist ein Peak (500, 1000, 1500, 2000, ...). Somit wäre es bei 400Hz im 400Hz abstand (400, 800, 1200, 1600, ...).

Aufgabe: Zeichnen Sie ein Frequenzspektrum für einen Klang mit Grundton von 400Hz und verschiedene Obertöne.



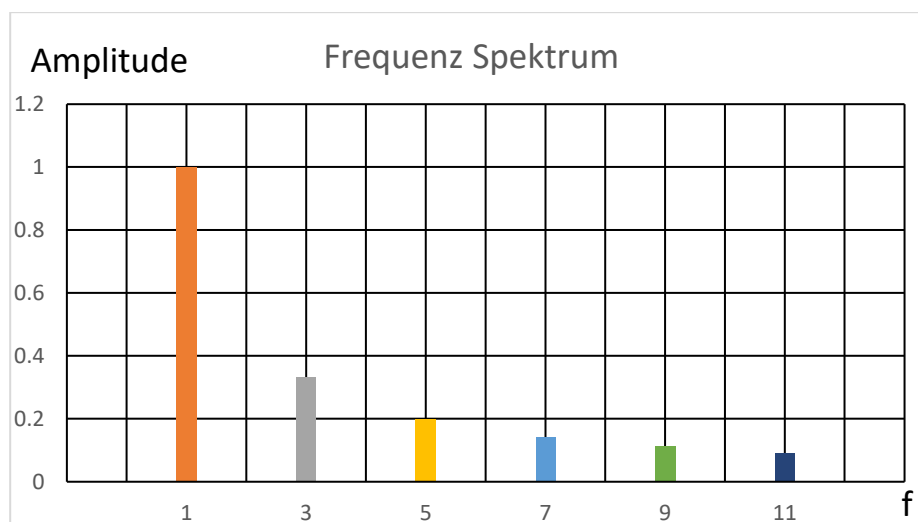
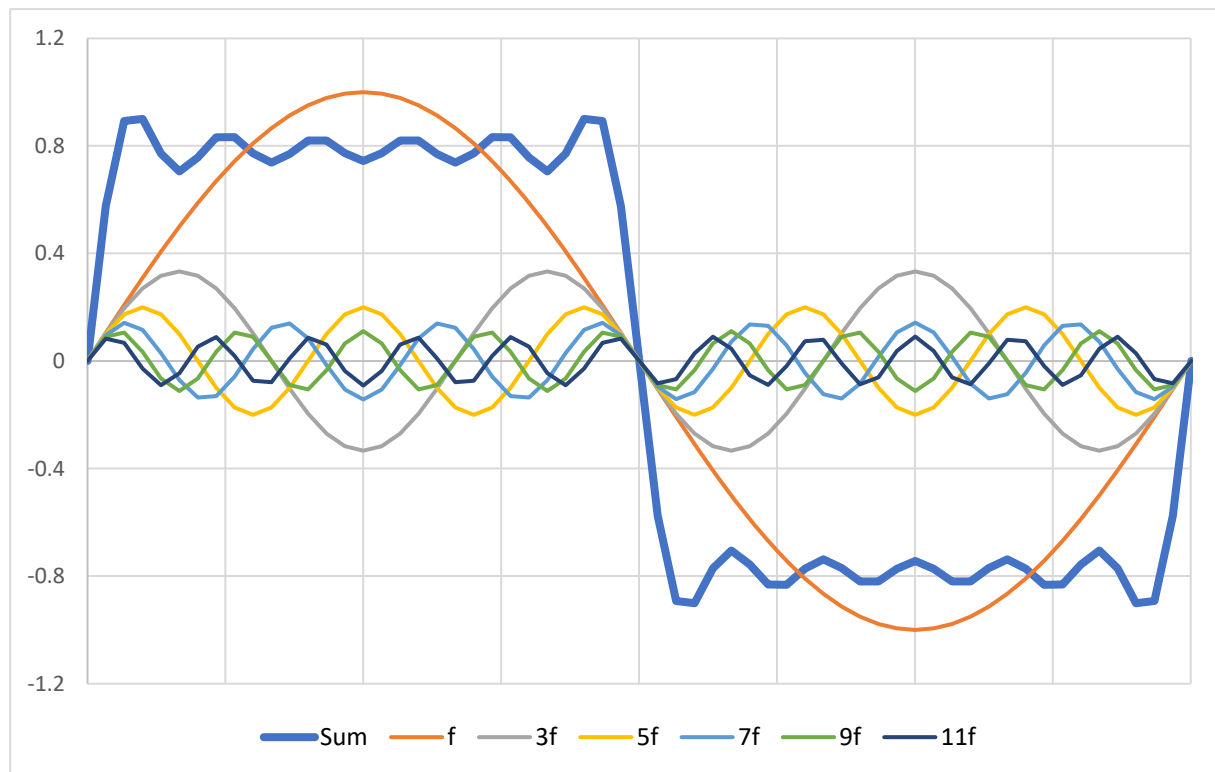
3.3.2 Synthese

→ <https://www.leifiphysik.de/akustik/akustische-phaenomene/grundwissen/saitenschwingung>

Wir kreieren eine Blockwelle.

Grundton hat Frequenz = f und Amplitude=1.

Die Obertöne haben Frequenzen $3f$, $5f$, $7f$, $9f$, etc. mit Amplituden $1/3$, $1/5$, $1/7$, $1/9$, etc.



Mit jedem zugefügten Oberton, wird die Annäherung zur Blockwelle besser.

SUVA Hörprobe:

23 Vom Sinus zum Rechteck**Ziel:**

- hören, wie die Klangfarbe ändert
- differentielle Wahrnehmung des Gehörs erleben

Inhalt:

Sinusschwingung 440 Hz, die durch Addition von Oberwellen in eine Rechteckschwingung verformt wird.

Info:

Eine Rechteckschwingung kann aus Sinustönen erzeugt werden. Die Sinustöne müssen die Frequenz $3 \cdot f_0$, $5 \cdot f_0$, $7 \cdot f_0$ usw. haben mit $1/3$, $1/5$, $1/7$, ... der Amplitude des Grundtones. Die Phasen dürfen nicht verschoben sein.

Hintergrund:

Hier ist deutlich zu hören, wie der Klang mit zunehmenden Oberwellen schärfer wird.

Ein weiteres Phänomen lässt sich beobachten: Jeder neu dazugefügte Oberton wird ganz deutlich als einzelner Ton wahrgenommen. Die Töne verschmelzen erst allmählich und die Klangfarbe ändert sich. Nach einer Pause wird die fertige Rechteckschwingung noch einmal dargeboten. Sie wirkt als Gesamtklang, die Einzelbestandteile sind nicht mehr auszumachen. Dies hat damit zu tun, dass unser Gehirn differentiell arbeitet. Jede Änderung wird genau wahrgenommen, im Bewerten von Absolutwerten dagegen sind wir der Technik weit unterlegen, da wir uns auf das Erinnerungsvermögen abstützen müssen. (Diese Feststellung gilt übrigens auch für das Auge: Versuchen sie einmal, zweimal hintereinander exakt denselben Farbton zu mischen. Legen sie die Farben nebeneinander ...)

31 Dreiklänge auf Synthesizer gespielt mit verschiedenen Klängen**Ziel:**

- Hören, wie verschiedenartig Klänge sein können

Inhalt:

Ein C-Dur Dreiklang wird mit verschiedenen Synthesizer-Klängen gespielt.

Info:

Wir haben versucht, möglichst verschiedene Klänge in Bezug auf Hüllkurve und Klangfarbe zu verwenden. Achten Sie auf den Anschlag, das Halten und das Ausklingen.

Hintergrund:

Die Klänge wurden auf einem Synthesizer Kawai K1 erzeugt.

→ <https://www.leifiphysik.de/akustik/akustische-wellen/versuche/fourier-analyse-und-synthese>