1 <u>Definition & Zweck des Logarithmus</u>

Als Logarithmus (Plural: Logarithmen; von altgriechisch: λόγος, lógos, „Verständnis, Lehre, Verhältnis“, und ριθμός, arithmós, „Zahl“) einer Zahl ***x*** zur Basis ***b*** bezeichnet man die Zahl ***y***, welche die Gleichung ***x=b^y*** löst. Das Logarithmieren ist damit eine <u>Umkehroperation des Potenzierens</u>. Die Funktion, die zu einer festen Basis ***b*** jeder Zahl ihren Logarithmus zuordnet, nennt man Logarithmusfunktion zur Basis ***b***.

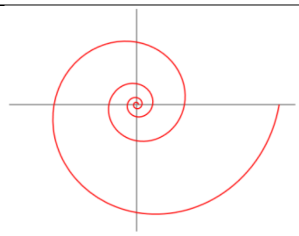
Somit gilt: Die Gleichung $a^x = b$ besitzt genau eine Lösung.

Beispiel: $3^x = 81$ ➔ Lösung

Denn:

Mit Logarithmen lassen sich sehr stark wachsende Zahlenreihen übersichtlich darstellen. Aus wiederholten Multiplikationen (z.B. auch Potenzieren) werden viel weniger rechenintensive Additionen gemacht. Auch beschreiben Logarithmen auf mathematisch elegante Weise viele technische Prozesse sowie Phänomene der Natur wie etwa das *Verhalten einer Halbleiter-Diode*, die *Spirale eines Schneckenhauses* oder die *Wahrnehmung unterschiedlicher Lautstärken* durch das menschliche Ohr.

Quellen: http://de.wikipedia.org/wiki/Logarithmus und Lehrbuch „Mathematik 1“ von Peter Fässler

Bedienelemente an einem Taschenrechner. Die Taste LOG steht herstellerübergreifend für den Logarithmus zur Basis 10. 	 Das Gehäuse eines Nautilus zeigt eine logarithmische Spirale	 Eine logarithmische Spirale Quelle aller 3 Abbildungen und Legenden: http://de.wikipedia.org/wiki/Logarithmus

1.1 Schreibweise von Logarithmen (**Klammern** am besten immer **schreiben**)

	ist gleichbedeutend mit		sprich: Logarithmus zur Basis a von b gleich x

Das heisst: Man kann mit Hilfe des Logarithmus die Exponentialgleichung $a^x = b$ nach x auflösen. Das ist auch der Grund, weshalb wir den Logarithmus überhaupt benötigen.

Um den Wert des Logarithmus $\log_a(b)$ im Kopf ausrechnen zu können, stellen wir immer die Frage:

Um diese Frage beantworten zu können, müssen wir ***b*** als Potenz mit Basis ***a*** schreiben. Falls dies nicht gelingt, kann der Logarithmus nicht im Kopf berechnet werden und man nimmt den Taschenrechner zu Hilfe.

Stellen Sie die folgenden Gleichungen als logarithmische oder Exponentialgleichung auf.

$2^3 = 8$	➔ somit
$\sqrt[3]{64} = 4$	➔ somit

1.2 Und nun füllen Sie die unten stehende Tabelle aus.

$\log_4(16) =$	denn:
$\log_3(81) =$	denn:
$\log_2(0{,}25) =$	denn:
$\log_{10}(100) =$	denn:
$\log_{10}(1000) =$	denn:
$\log_{10}(10'000'000) =$	denn:
$\log_{10}(^1/_{100}) =$	denn:
$\log_{10}(^1/_{1000}) =$	denn:
$\log_{10}(107) =$	denn:
$\log_{10}(1070) =$	denn:
$\log_{10}(10'700) =$	denn:

Aus den letzten 3 Beispielen sehen wir:

Füllen Sie auch die folgende Tabelle aus, mit Zwischenschritten als Lösungsweg:

Logarithmus berechnen; „Logarithmieren“: $\log_2(16) = x$		
Basis berechnen; „Wurzel ziehen“: $\log_x(1000) = 3$		
Den Numerus berechnen; „Potenzieren“: $\log_5(x) = 2$		

2 Logarithmische Rechenregeln

(1) Der Logarithmus eines Produktes ist gleich der Summe der Logarithmen seiner Faktoren	Vereinfacht:	Beispiel:
(2) Der Logarithmus eines Quotienten	Vereinfacht:	Beispiel:
(3) Der Logarithmus einer Potenz ist gleich dem Produkt aus dem Exponenten und dem Logarithmus seiner Basis:	Vereinfacht:	Beispiel:
(4) Der Logarithmus einer Wurzel ist gleich dem Quotienten aus dem Logarithmus des Radikanden und dem Wert des Wurzelexponenten	Vereinfacht:	Beispiel:

3 Logarithmen im Kopf ausrechnen:

$\log_2 (64) =$		denn:	
$\log_3 \left(\frac{1}{27}\right) =$		denn:	
$\log_2 (4 \bullet \sqrt{2}) =$		denn:	
$\log_a (\sqrt{a^3}) =$		denn:	

4 Logarithmen mit dem Taschenrechner berechnen

Taschenrechner haben nicht zu jeder beliebigen Basis eine Logarithmusfunktion. Normalerweise hat es aber einen Logarithmus zur Basis 10, die Taste LOG (vgl. Seite 1). Mit Hilfe des Basiswechselsatzes können wir damit jedoch auch beliebige andere Logarithmen berechnen.

Dieser Satz besagt:

4.1 Beispiele zum Lösen mit dem Taschenrechner:

$\log_{10}(5) =$		Im Taschen-rechner:	
$\log_{7}(25) =$		Im Taschen-rechner:	
$\log_{5,1}(0,2) =$		Im Taschen-rechner:	

5 Übungsaufgaben zum Rechnen mit Logarithmen

5.1 Schreiben Sie die Lösung x der Gleichung als Logarithmus.

Aufgabe a	Lösung a	Aufgabe b	Lösung b	Aufgabe c	Lösung c	Aufgabe d	Lösung d
$6^x=4$		$u^x=v$		$a^x=\frac{b}{c}$		$\left(\frac{a}{b}\right)^x=c$	

Platz für Berechnungen:

5.2 Berechnen Sie:

Aufgabe a	Lösung a	Aufgabe b	Lösung b	Aufgabe c	Lösung c	Aufgabe d	Lösung d
$\log_5(1)$		$\log_{12}(144)$		$\log_3(27)$		$\log_{11}(121)$	

Platz für Berechnungen:

Aufgabe e	Lösung e	Aufgabe f	Lösung f	Aufgabe g	Lösung g	Aufgabe h	Lösung h
$\log_7(343)$		$\log_{10}(10'000)$		$\log_{10}(0{,}0001)$		$\log_5(0{,}2)$	

Platz für Berechnungen:

5.3 Berechnen Sie x:

Aufgabe a	Lösung a	Aufgabe b	Lösung b	Aufgabe c	Lösung c	Aufgabe d	Lösung d
$\log_x(64)=3$		$\log_x(1024)=10$		$\log_x(8)= -3$		$\log_2(x) = 1$	

Platz für Berechnungen:

5.4 Zerlegen Sie die Terme mit Hilfe der Logarithmengesetze:

Aufgabe a	Lösung a	Aufgabe b	Lösung b	Aufgabe c	Lösung c
log (ab)		log (3uv)		log (abc)	

Aufgabe d	Lösung d	Aufgabe e	Lösung e	Aufgabe f	Lösung f
log (a/b)		log (1/u)		log (a^3)	

Aufgabe g	Lösung g	Aufgabe h	Lösung h	Aufgabe i	Lösung i
log $((a+b)^4)$		log (v^{-5})		log $(1/(c^4))$	

Platz für Berechnungen:

5.5 Fassen Sie zu einem einzigen Logarithmus zusammen:

Aufgabe a	Lösung a	Aufgabe b	Lösung b	Aufgabe c	Lösung c
log (a) + log (b)		log (u) - log (v)		log(a)+log(b)-log(c)-log(d)	

Aufgabe d	Lösung d	Aufgabe e	Lösung e	Aufgabe f	Lösung f
- log (a)		a•log(b) - c•log(d)		(1/2)•log (x)	

Platz für Berechnungen: