History

Author	Datum	Änderung	Version
Lienhard Menzi	21.8.2021	Erste Version	1.0

Lineare Gleichungen

Definitionen Funktion

Zuordnung
Eine Zuordnung stellt eine Beziehung zwischen zwei Elementen einer Ausgangsmenge (Definitionsbereich) und Elementen einer Zielmenge (Wertebereich) dar.

Funktion
Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnung, bei der jedes Element der Ausgangsmenge genau einem Element der Zielmenge zugeordnet ist.

Beispiel 1
Der Vater, die Mutter und der Sohn besitzen je ein Handy, jeder der 3 Personen wird eine eigene Handynummer zugeordnet.

Die Zuordnung Person ---> Handynummer ist also eine Funktion

Beispiel 2
Die Familie hat aber auch einen Festnetzanschluss.
Die Zuordnung Person ---> Festnetznummer auch eine Funktion

Beispiel 3
Hingegen ist die Zuordnung Festnetznummer ---> Person, keine Funktion, da die Zuordnung nicht eindeutig ist

Stenge Monotonie

Definition
Eine Funktion f heisst streng monoton steigend, wenn für alle $x_1 > x_2$ gilt $f(x_1) > f(x_2)$

Definition

Eine Funktion f heisst streng fallend steigend, wenn für alle $x_1 > x_2$ gilt $f(x_1) < f(x_2)$

Umkehrfunktion

Sei f eine Funktion. Die Umkehrfunktion f^{-1} ist die Funktion für die gilt: $f^{-1}\big(f(x)\big) = x\, respt.\, f\big(f^{-1}(x)\big) = x$

Beispiele:
In der Trigonometrie hatten wir die Sinusfunktion, aber auch die Arcussinusfungtion. $arcsin(x) = sin^{-1}(x)$ was also die Umkehrfunktion von sin.

Rechnerisch bestimmen wir die Umkehrfunktion in 3 Schritten

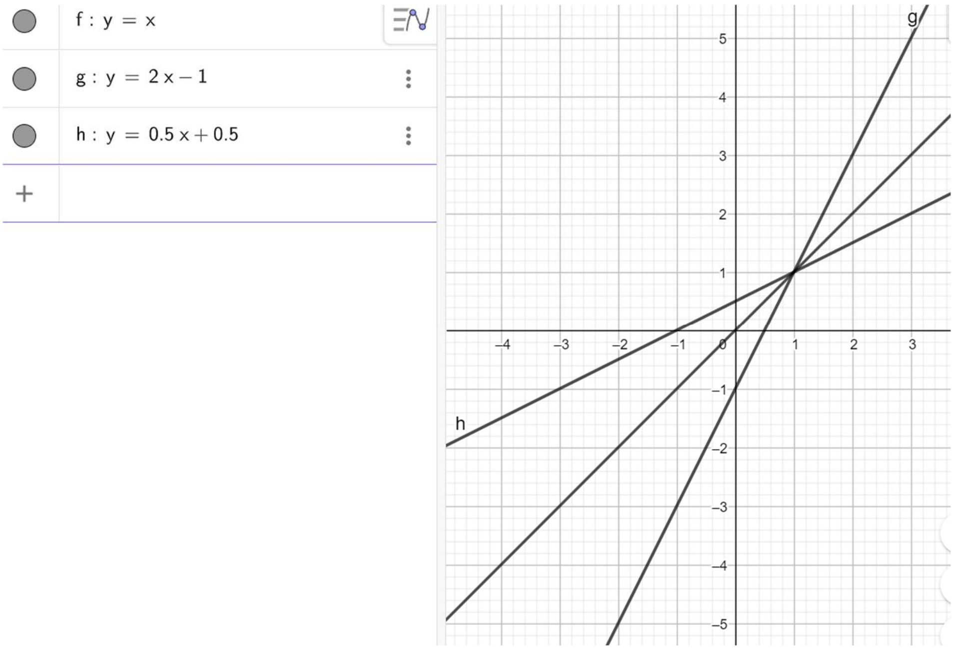
1) Definitionsbereich von f bestimmen
2) Gleichung nach x auflösen
3) x und y vertauschen und wiederum den Definitionsbereich bestimmen

Der Definitionsbereich der Umkehrfunktion ist gleich dem Wertebereich der Urfunktion und umgekehrt.

Beispiel
$f(x) = y = 2x - 1$

1) Wir dürfen alle Werte für x einsetzten $D = \mathbb{R}$
2) $y = 2x - 1 \qquad | + 1$
   $y + 1 = 2x \qquad |: 2$
   $\frac{y}{2} + \frac{1}{2} = x$
3) $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \quad auch\ hier\ dürfen\ wir\ alle\ Werte\ für\ x\ einsetzten\ D = \mathbb{R}$
   und folglich ist auch $D = \mathbb{R}$

Graphisch
Die Umkehrfunktion ist die Spiegelung der Funktion an der Geraden y=x

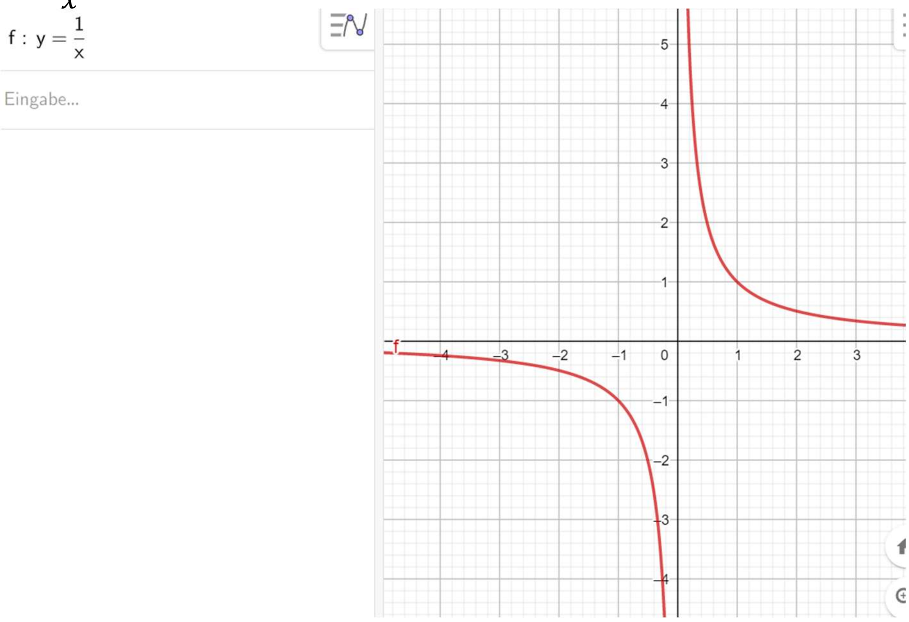


Satz
Ist eine Funktion streng monoton steigend (fallend), so existiert eine Umkehrfunktion.

Achtung das umgekehrte gilt nicht, also eine umkehrbare Funktion braucht nicht streng monoton zu sein.

Bsp.

$$y = \frac{1}{x}$$



Ist weder streng monoton steigend, noch streng monoton fallend

aber

1. $D = \mathbb{R}\{0\}$ $\quad$ *alle reelen Zahlen ohne die Null*
2. $y = \frac{1}{x}$ $\qquad | * x$

   $xy = 1$ $\qquad$ |:x

$$x = \frac{1}{y}$$

3. $y = \frac{1}{x}$ und $D = \mathbb{R}\{0\}$